

Neural Network Basic Assignment

이름: 이정우

1. Sigmoid Function을 z 에 대해 미분하세요.

$$y = \frac{1}{1+e^{-z}} \quad \sigma(z) = \frac{1}{1+e^{-z}}$$

$$y' = \left(\frac{1}{1+e^{-z}} \right)^2 e^{-z}$$

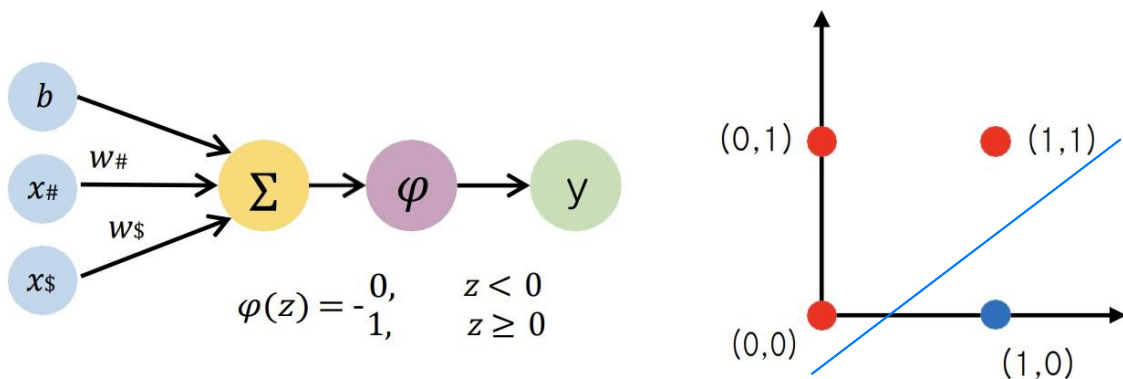
$$= \left(\frac{1}{1+e^{-z}} \right) \left(\frac{e^{-z}}{1+e^{-z}} \right)$$

$$= \left(\frac{1}{1+e^{-z}} \right) \left(\frac{1+e^{-z}-1}{1+e^{-z}} \right) \Rightarrow \sigma'(z) = \sigma(z) (1 - \sigma(z))$$

$$= \left(\frac{1}{1+e^{-z}} \right) \left(1 - \frac{1}{1+e^{-z}} \right)$$

$$= y(1-y)$$

2. 다음과 같은 구조의 Perceptron과 ●(=1), ●(=0)을 평면좌표상에 나타낸 그림이 있습니다.



2-1. ●, ●을 분류하는 임의의 b, w 를 선정하고 분류해보세요.

$$I = w_\# x_\# + w_\$ x_\$ + b$$

if, $w_\# = 1, w_\$ = 1, b = 1$

$x_\#$	$x_\$$	I	φ	y
0	0	1	1	1
0	1	2	1	1
1	0	2	1	0
1	1	3	1	1

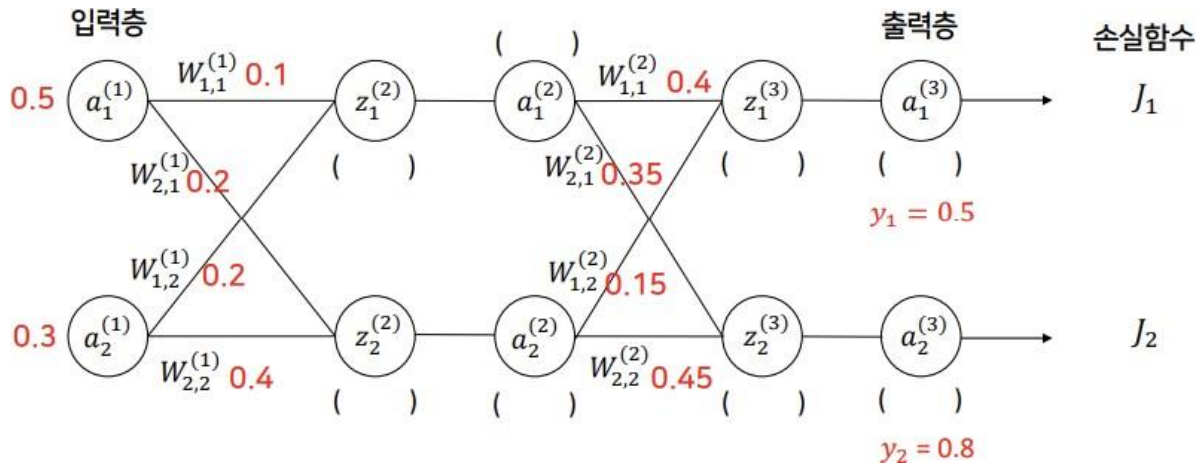
2-2. Perceptron 학습 규칙에 따라 임의의 학습률을 정하고 b, w 를 1회 업데이트 해주세요.

$\eta = 0.05$

① $x_\# = 1, x_\$ = 0 \Rightarrow$

$$\begin{cases} b \leftarrow b + 0.05(1-0) \times 1 = 1.05 \\ w_\# \leftarrow w_\# + 0.05(1-0) \times 1 = 1.05 \\ w_\$ \leftarrow w_\# + 0.05(1-0) \times 0 = 1 \end{cases}$$

3. 다음과 같이 입력과 가중치가 주어진 퍼셉트론이 있을 때, 아래의 물음에 답해주세요. 모든 문제는 풀이과정을 자세하게 적어주세요! (3-3까지 있습니다.)



3-1. FeedForward가 일어날 때, 각 노드가 갖는 값을 빈칸에 써주세요. 단, 활성화함수는 sigmoid 함수입니다. (모든 계산의 결과는 소수점 셋째자리에서 반올림하여 둘째자리까지만 써주세요.)

$$z_1^{(2)} = W_{11}a_1 + W_{12}a_2 = 0.1 \times 0.5 + 0.2 \times 0.3 = 0.05 + 0.06 = 0.11$$

$$a_1^{(3)} = \sigma(z_1^{(3)}) \approx 0.57$$

$$z_2^{(2)} = W_{21}a_1 + W_{22}a_2 = 0.2 \times 0.5 + 0.4 \times 0.3 = 0.1 + 0.12 = 0.22$$

$$a_2^{(3)} = \sigma(z_2^{(3)}) \approx 0.61$$

$$a_1^{(2)} = \sigma(z_1^{(2)}) = 0.5274... \approx 0.53$$

$$a_2^{(2)} = \sigma(z_2^{(2)}) = 0.5547... \approx 0.55$$

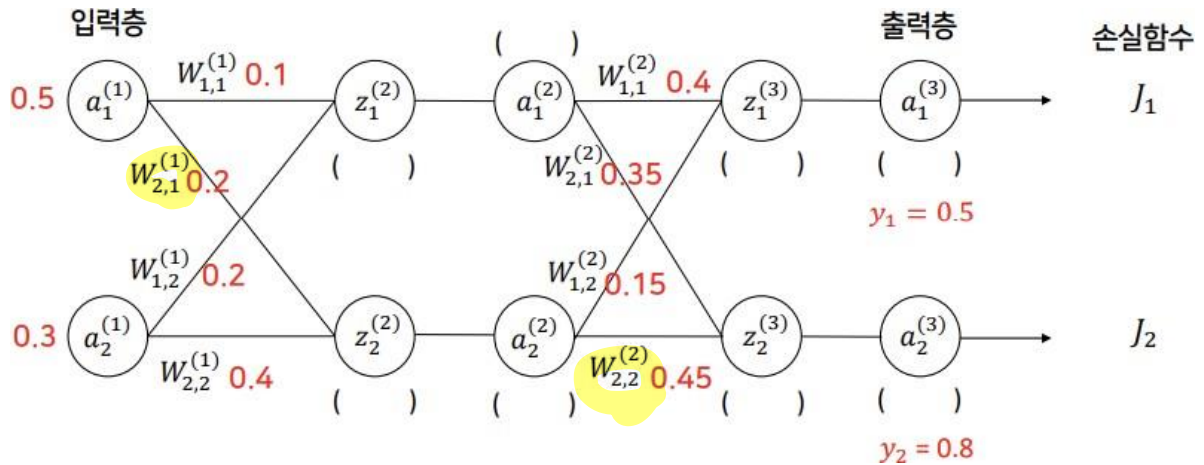
$$z_1^{(3)} = 0.4 \times 0.53 + 0.15 \times 0.55 = 0.2945 \approx 0.29$$

$$z_2^{(3)} = 0.35 \times 0.53 + 0.45 \times 0.55 = 0.433 \approx 0.43$$

3-2. 3-1에서 구한 값을 이용하여 손실함수 J_1 과 J_2 의 값을 구해주세요. (J_1 과 J_2 는 반올림하지 말고 써주세요.)

$$J_1 = \frac{1}{2} (0.57 - 0.5)^2 = 0.00245$$

$$J_2 = \frac{1}{2} (0.61 - 0.8)^2 = 0.01805$$



- 3-3. 위에서 구한 값을 토대로, BackPropagation이 일어날 때 $w_{2,2}^{(2)}$ 와 $w_{2,1}^{(1)}$ 의 조정된 값을 구해주세요. 단, learning rate는 0.1입니다. (계산 과정에서 소수점 넷째자리에서 반올림하여 셋째자리까지만 써주시고, 마지막 결과인 $w_{2,1}^{(1)}$ 과 $w_{2,2}^{(2)}$ 의 값만 반올림하지 말고 써주세요.)

$$\delta_1^{(3)} = (a_1^{(3)} - y_1) \times a_1^{(3)} (1 - a_1^{(3)}) = 0.07 \times 0.57 \times 0.43 \approx 0.017$$

$$\delta_2^{(3)} = (a_2^{(3)} - y_2) \times a_2^{(3)} (1 - a_2^{(3)}) = (-0.19) \times 0.61 \times 0.39 \approx -0.045$$

$$\hat{w}_{2,1}^{(1)} = w_{2,1}^{(1)} - \eta \delta_2^{(3)} a_1^{(1)}$$

$$\delta_2^{(2)} = (\delta_1^{(3)} w_{1,2}^{(2)} + \delta_2^{(3)} w_{2,2}^{(2)}) \times a_2^{(2)} (1 - a_2^{(2)})$$

$$= (0.017 \times 0.15 + (-0.045) \times 0.45) \times 0.55 \times 0.45 \approx -0.004$$

$$\hat{w}_{2,1}^{(1)} = 0.2 - 0.1 \times (-0.004) \times 0.5 = 0.2002$$

$$\hat{w}_{2,2}^{(2)} = w_{2,2}^{(2)} - \eta \delta_2^{(3)} a_2^{(2)}$$

$$= 0.45 - 0.1 \times (-0.045) \times 0.55$$

$$= 0.452475$$