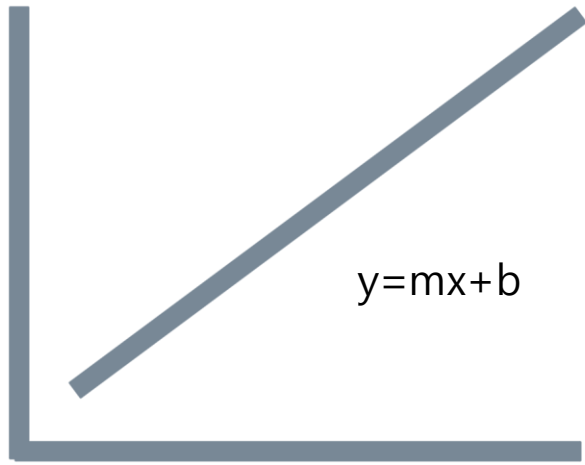
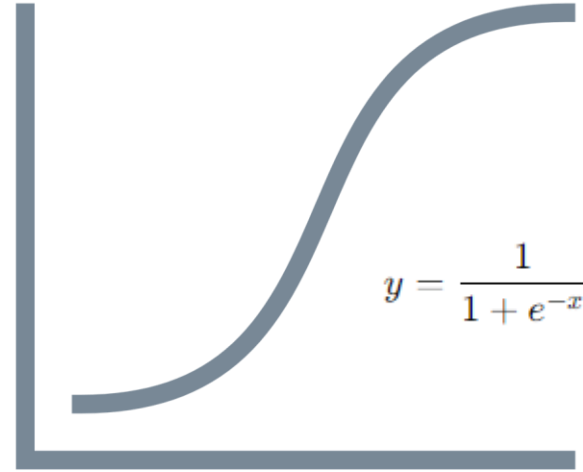


Linear *vs* Nonlinear

Linear *vs* Nonlinear



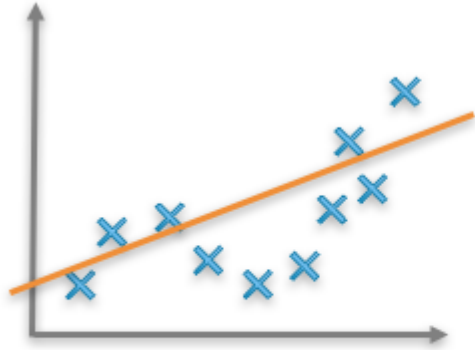
Linear(선형)



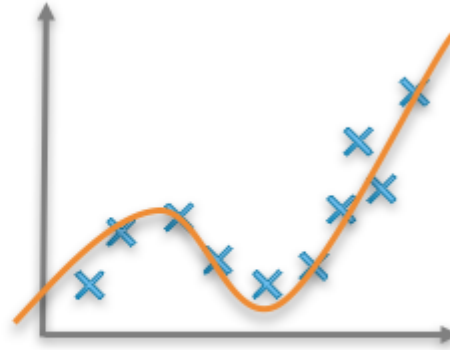
Nonlinear(비선형)

- 선형(Linear) : 그래프가 직선(line)의 모양, 1차 함수의 그래프
- 비선형(Non-linear) : 그래프가 곡선 모양

Linear *vs* Nonlinear



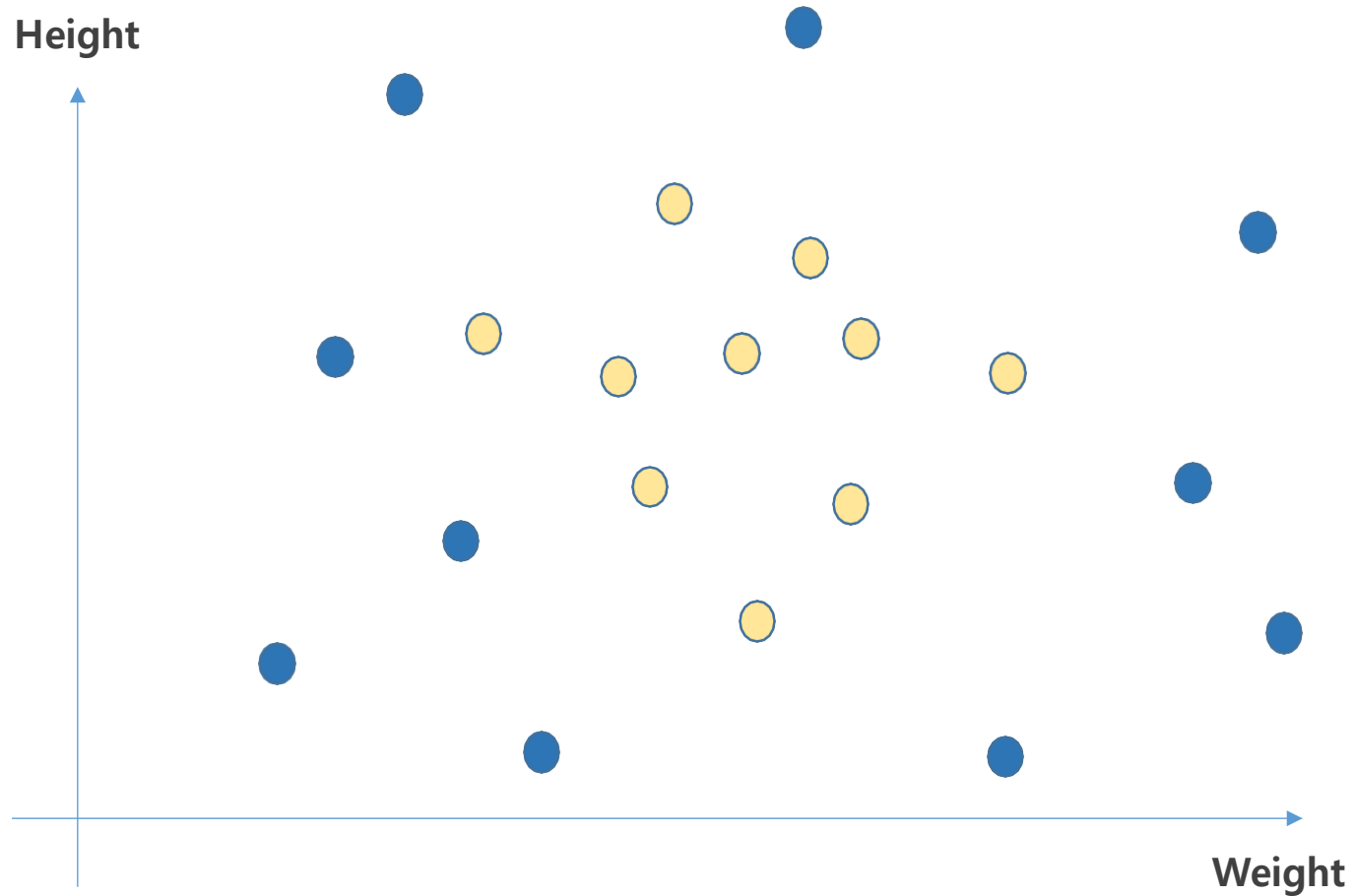
Linear function



Non-linear function

Linear vs Nonlinear

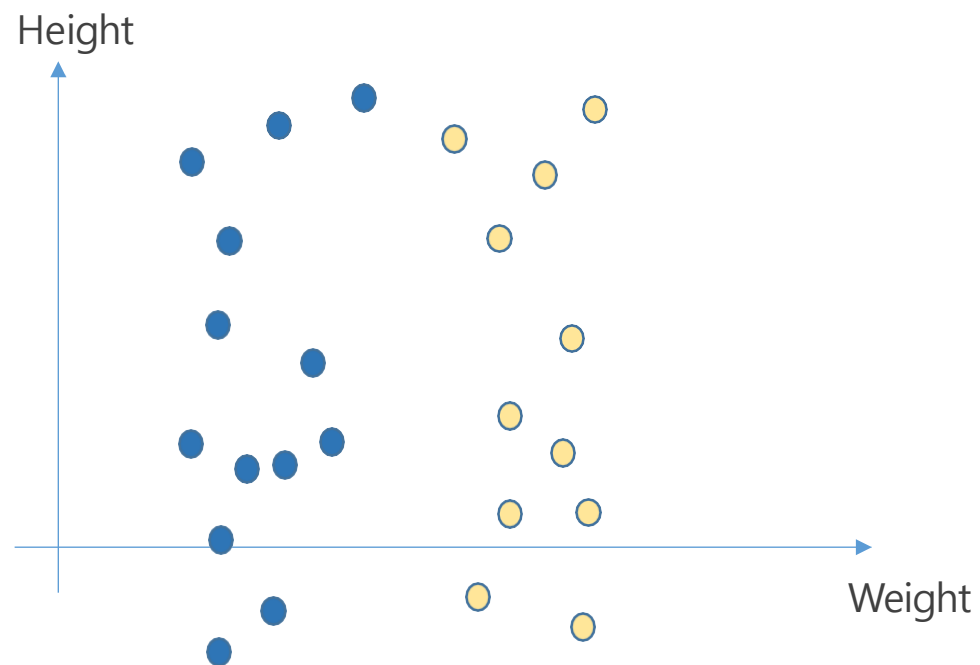
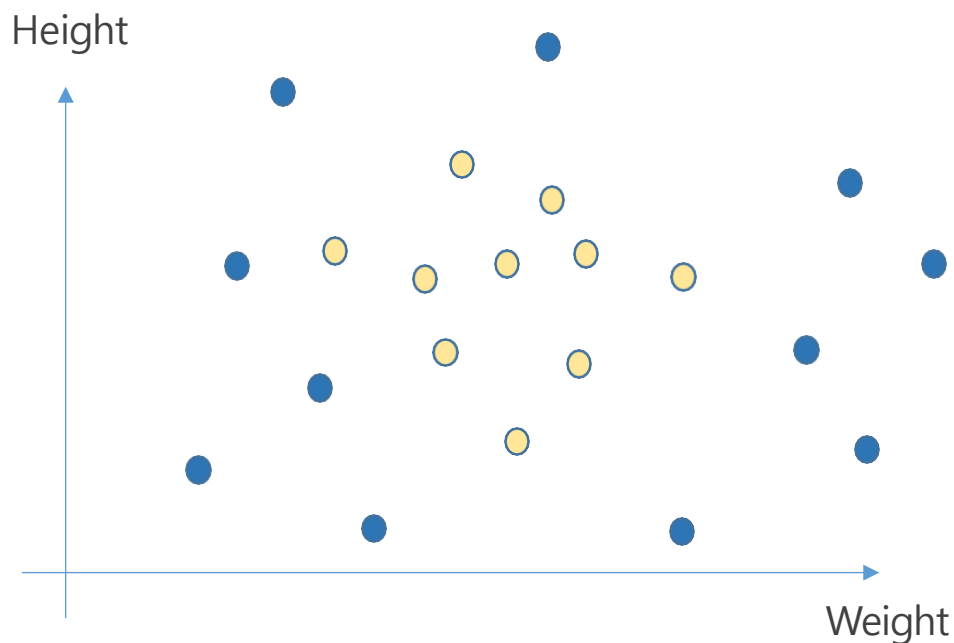
아래 분포의 데이터를 하나의 직선으로 선형 분류?



Linear vs Nonlinear

비선형 변환(Nonlinear Transformation)

: 입력 데이터에 대해 선형이 아닌 관계(예: 곱셈, 지수, 로그, 사인, 코사인 등)를 적용하는 변환
데이터의 복잡한 구조와 패턴을 보다 잘 표현



비선형 변환
데이터 포인트들 사이의 관계를 변화시켜,
특정 분석이나 분류 작업에 있어
데이터를 더욱 명확하게 구분

비선형 변환이 적용된 후의 데이터 분포
원 공간에서 선형으로 분리할 수 없는
데이터 포인트를 분리, 데이터 표현을 변경,
패턴 인식, 분류 등과 같은 복잡한 작업을
더 쉽게 수행 가능

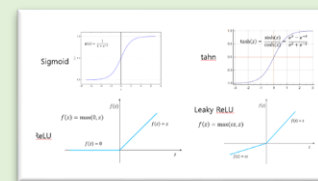
Linear vs Nonlinear

비선형 변환(Nonlinear Transformation)

비선형 변환..... 단순한 선형 관계보다 복잡한 데이터의 패턴과 관계를 모델링 가능 -> 복잡한 문제 해결

> 신경망에서의 비선형 변환은 주로 활성화 함수를 통해 이루어짐

> 신경망의 각 노드에 적용되어 입력 데이터를 비선형으로 변환



> 선형 변환만을 사용하는 모델은 입력 데이터의 선형 조합을 통해 예측 수행

but 많은 실 세계 문제들은 선형 모델로는 충분히 표현할 수 없는 복잡한 비선형 구조를 지님

ex) 이미지 인식, 자연어 처리, 음성 인식 등 (데이터 간 복잡한 관계와 패턴이 존재)

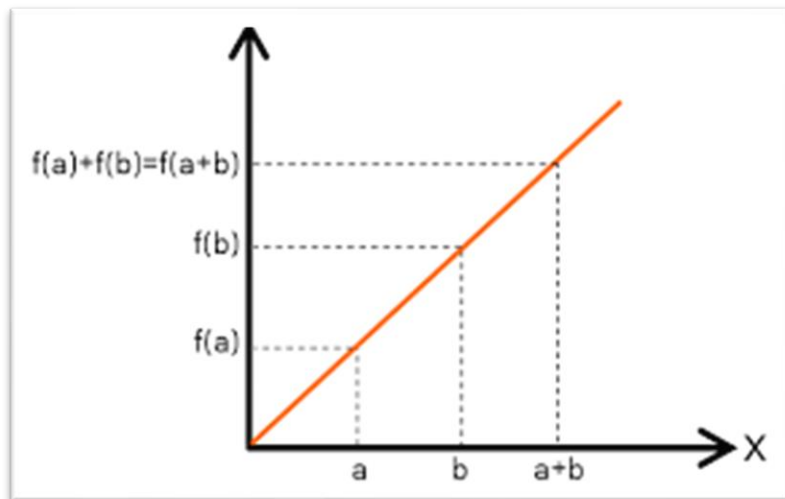
> 비선형 변환 이점

- 복잡한 데이터 구조 학습
- 특징 추출: 데이터에서 고차원적인 특징 추출 -> 문제 해결의 key
- 범용 함수 근사자: 신경망 구조의 복잡성 + 충분한 데이터 + 비선형 활성화 함수

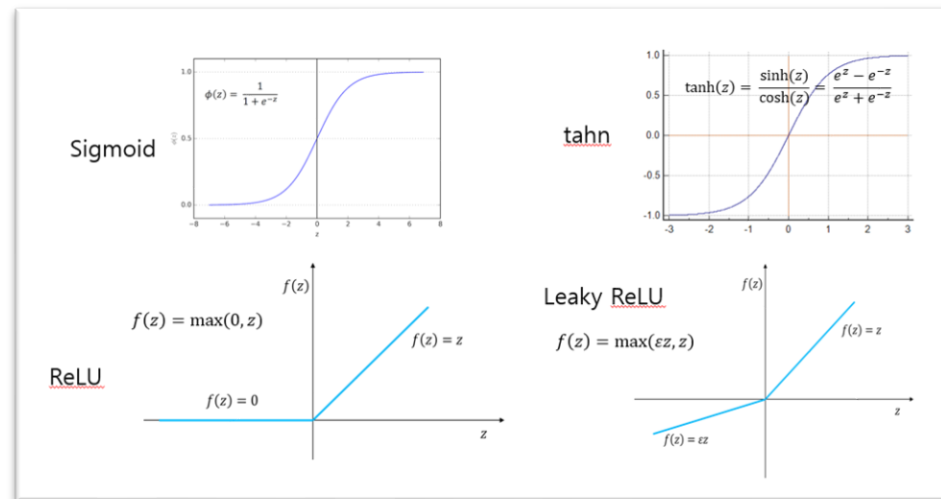
-> (이론적으로) 어떤 함수든 근사 -> 매우 다양한 유형의 문제 해결 가능

Linear vs Nonlinear

선형 함수



주요 활성화 함수 - 비선형



if 선형 활성화 함수 사용

- 신경망의 각 층은 단순히 입력에 대한 선형 변환만을 수행
- > 전체 네트워크의 출력도 입력의 선형 조합으로만 이루어짐
- > 신경망 전체가 하나의 선형 함수로 축소
- > **많은 층을 쌓아도 결국 하나의 선형 함수로 표현**

$$f(x) = ax + b \quad \leftarrow \text{활성화 함수}$$

$$f(f(x)) = a(ax + b) + b = a^2x + ab + b \quad \leftarrow 2\text{layer}$$

선형 함수의 결합은 또 다른 선형 함수 생성

지수, 로그, 사인, 코사인 등

Linear vs Nonlinear

선형 모델

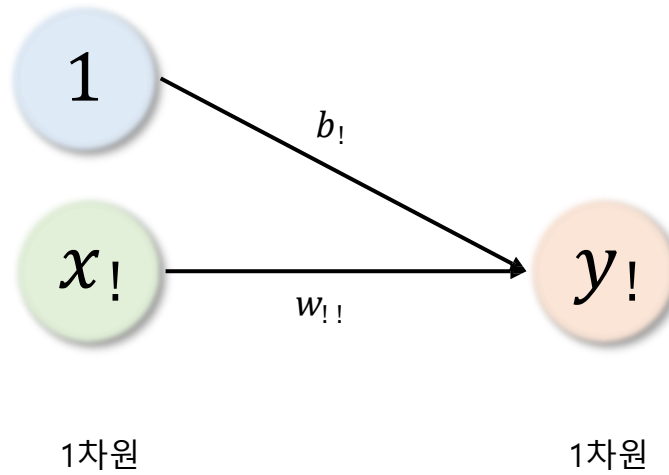
변수(samples)들을 파라미터들의 계수로 선형결합한 구조
모델의 출력이 입력 변수들의 가중합(weighted sum)으로 표현

$$y = b + w_1x_1 + \cdots + w_nx_n \qquad \mathbf{w} = \begin{bmatrix} b \\ w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} \qquad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

Linear vs Nonlinear

선형 결합과 선형 모델

$$y_{\cdot} = w_{\cdot\cdot} x_{\cdot} + b_{\cdot}$$

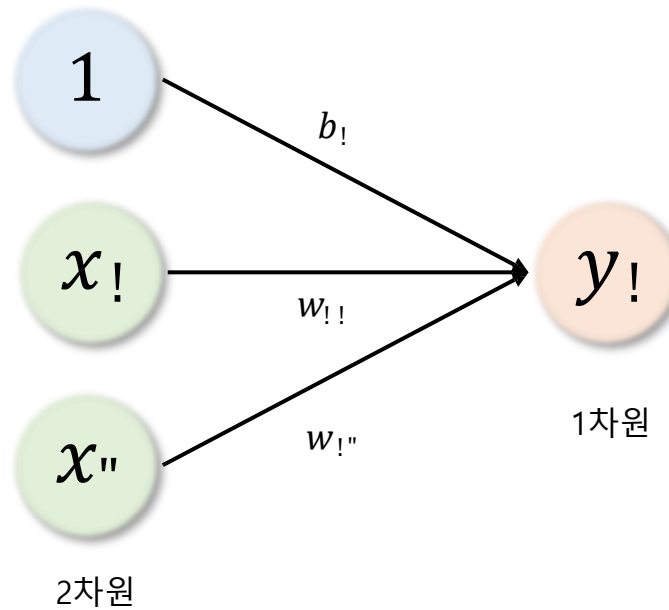


$$[w_{i!}][x_i] + [b_i] = [y_i]$$

Linear vs Nonlinear

선형 결합과 선형 모델

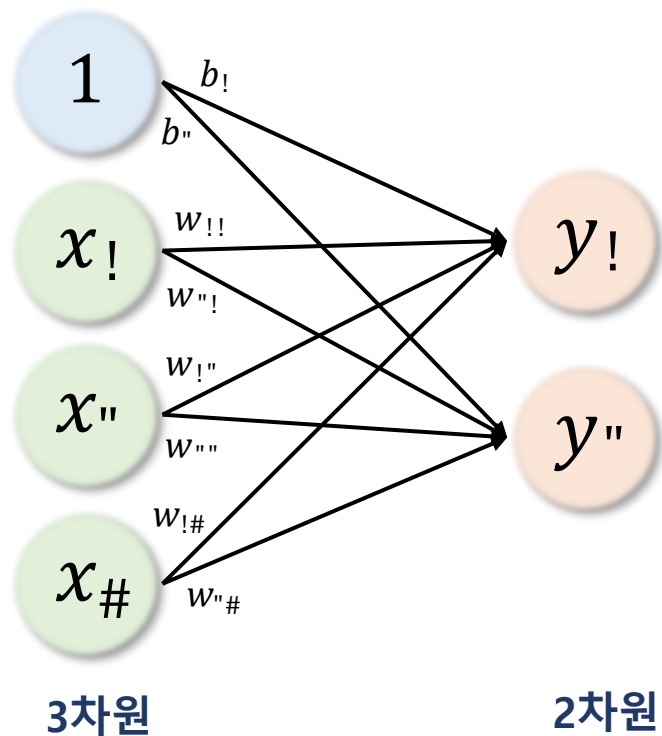
$$y_i = w_{i1}x_i + w_{i2}x_2 + b_i$$



$$\begin{bmatrix} w_{i1} & w_{i2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + [b_i] = [y_i]$$

Linear vs Nonlinear

선형 결합과 선형 모델



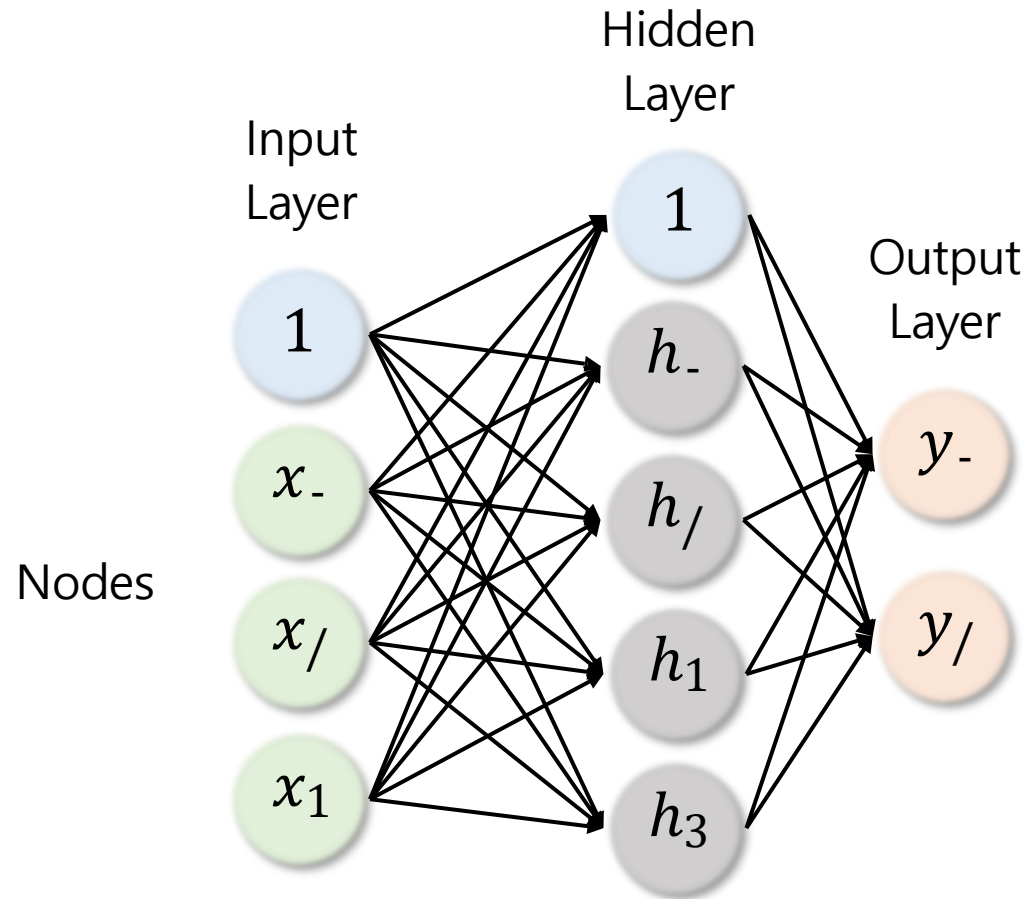
$$y_1 = w_{11}x_1 + w_{12}x_2 + w_{13}x_3 + b_1$$

$$y_2 = w_{21}x_1 + w_{22}x_2 + w_{23}x_3 + b_2$$

$$\begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$$

Linear vs Nonlinear

선형 결합과 선형 모델



Linear vs Nonlinear

선형 결합과 선형 모델

$$h_1 = w_{11}x_1 + w_{12}x_2 + w_{10}x_0 + b_1$$

$$h_2 = w_{21}x_1 + w_{22}x_2 + w_{20}x_0 + b_2$$

$$h_0 = w_{01}x_1 + w_{02}x_2 + w_{00}x_0 + b_0$$

$$h_8 = w_{81}x_1 + w_{82}x_2 + w_{80}x_0 + b_8$$



$$y_1 = w'_{11}h_1 + w'_{12}h_2 + w'_{10}h_0 + w'_{18}h_8 + b'_1$$

$$y_2 = w'_{21}h_1 + w'_{22}h_2 + w'_{20}h_0 + w'_{28}h_8 + b'_2$$



$$\begin{aligned} y_1 = & w'_{11}(w_{11}x_1 + w_{12}x_2 + w_{10}x_0 + b_1) \\ & + w'_{12}(w_{21}x_1 + w_{22}x_2 + w_{20}x_0 + b_2) \\ & + w'_{10}(w_{01}x_1 + w_{02}x_2 + w_{00}x_0 + b_0) \\ & + w'_{18}(w_{81}x_1 + w_{82}x_2 + w_{80}x_0 + b_8) \\ & + b'_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_2 = & w'_{21}(w_{11}x_1 + w_{12}x_2 + w_{10}x_0 + b_1) \\ & + w'_{22}(w_{21}x_1 + w_{22}x_2 + w_{20}x_0 + b_2) \\ & + w'_{20}(w_{01}x_1 + w_{02}x_2 + w_{00}x_0 + b_0) \\ & + w'_{28}(w_{81}x_1 + w_{82}x_2 + w_{80}x_0 + b_8) \\ & + b'_2 \end{aligned}$$

$$\text{결국 } y = \beta_1x_1 + \beta_2x_2 + \beta_0x_0 + \beta_8x_8 + \alpha$$

(아무리 쌓아도 선형)

Linear *vs* Nonlinear

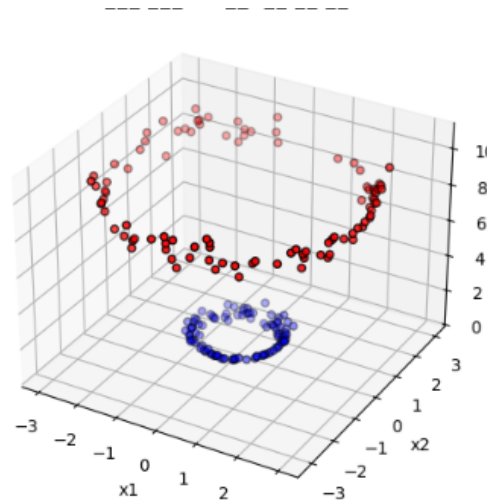
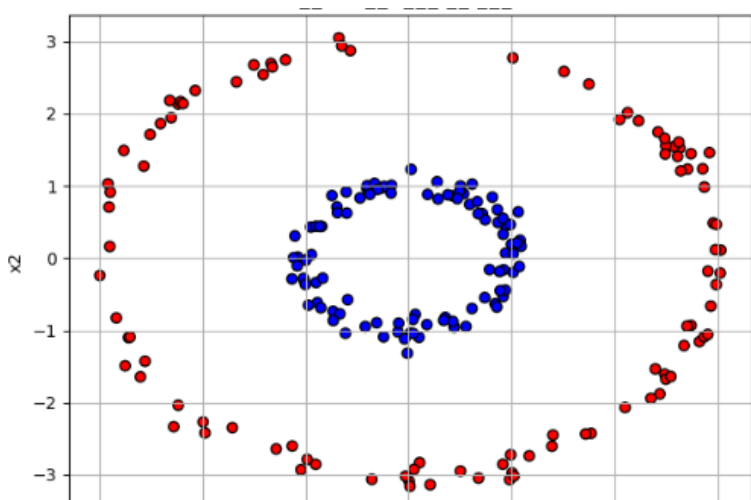
- 실습

linear.nonlinear.ipynb

Linear vs Nonlinear

비선형 변환

- 데이터의 기본적인 성질을 변경하여, 원래의 선형적으로 구분하기 어려운 패턴이나 구조를 분석하기 용이한 형태로 만듦
- 머신러닝에서 이러한 비선형 변환을 통해 특성 공간을 확장하고, 모델의 예측 성능 향상



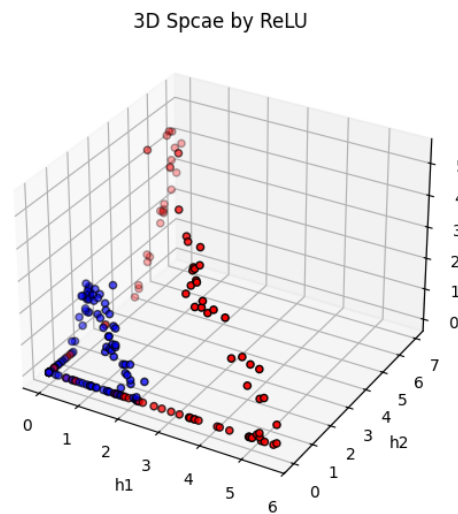
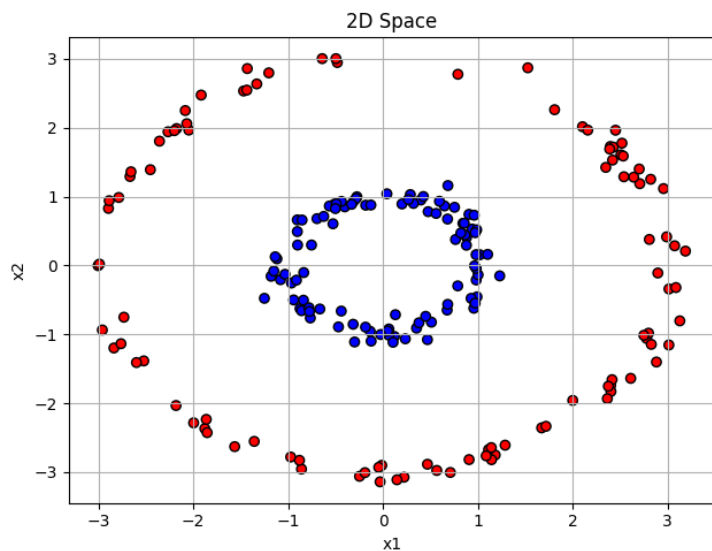
Linear vs Nonlinear

비선형 변환

- 머신러닝에서 이러한 비선형 변환을 통해 특성 공간을 확장하고, 모델의 예측 성능 향상

- 실습

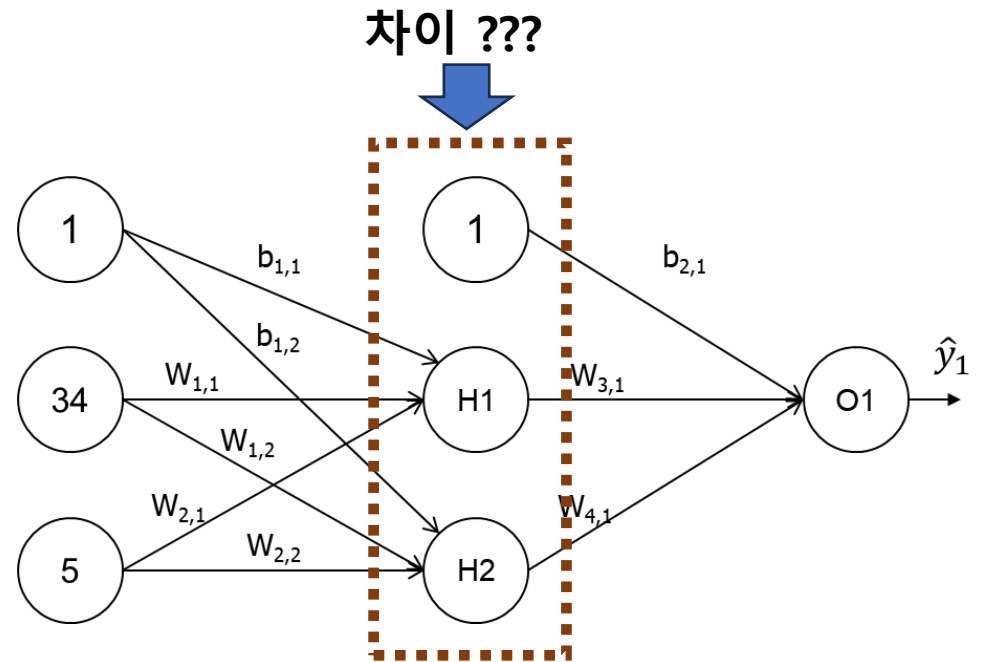
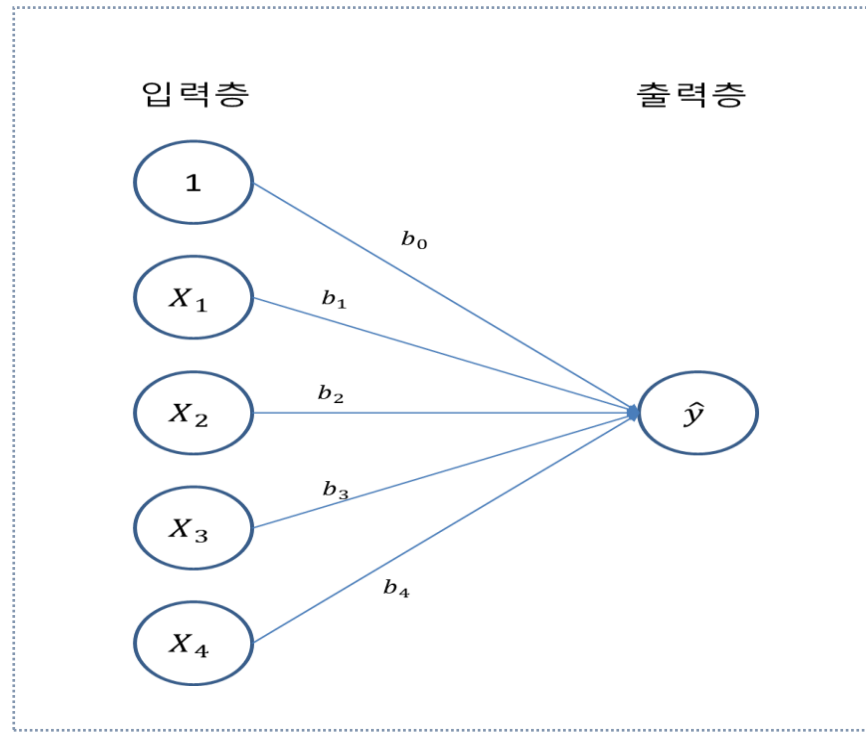
Nonlinear_transformation.ipynb



Linear vs Nonlinear

비선형성

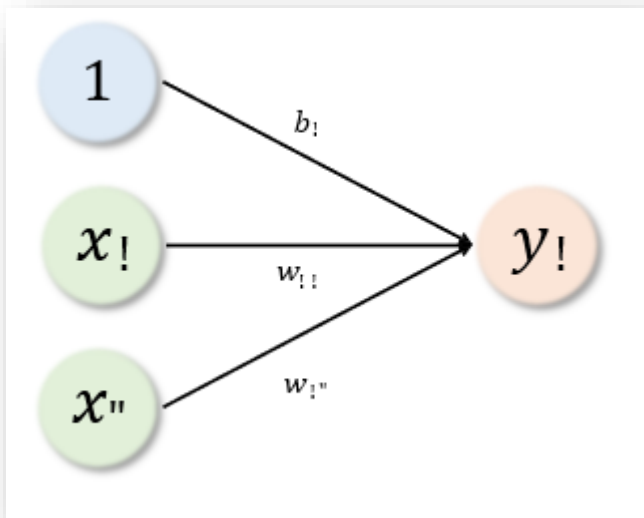
- $\hat{y} = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + b_4X_4$



Linear *VS* Nonlinear

비선형성

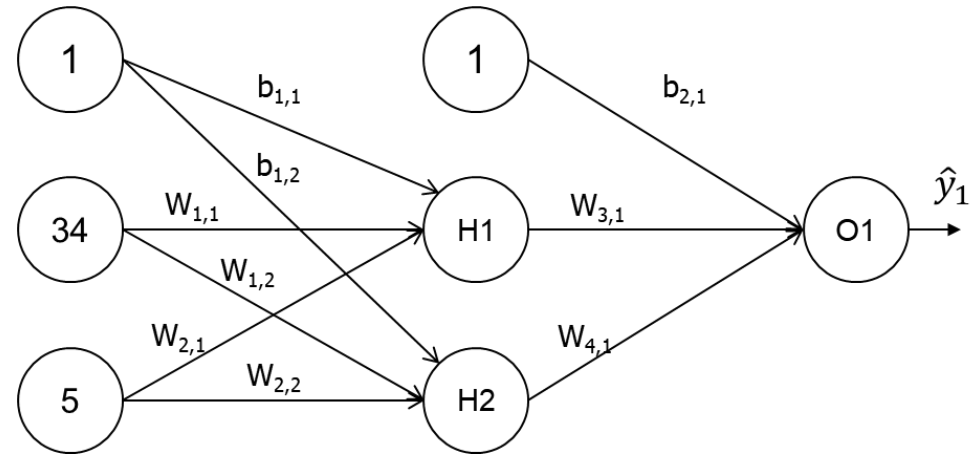
$$y = w_1x_1 + w_2x_2 + b$$



단일 레이어 신경망

$$\hat{y} = W_4 \cdot (W_1 \cdot X + b_1) + W_3 \cdot (W_2 \cdot X + b_2) + b_3$$

VS

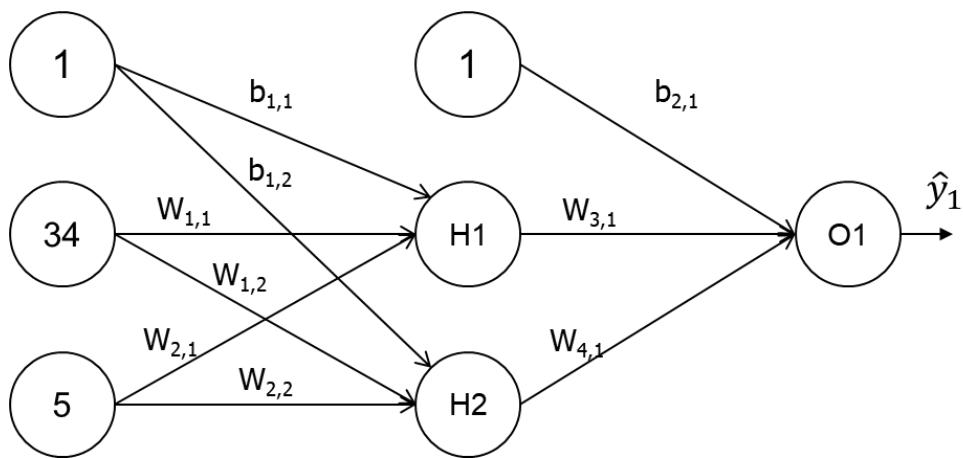


다중 레이어 신경망

Linear vs Nonlinear

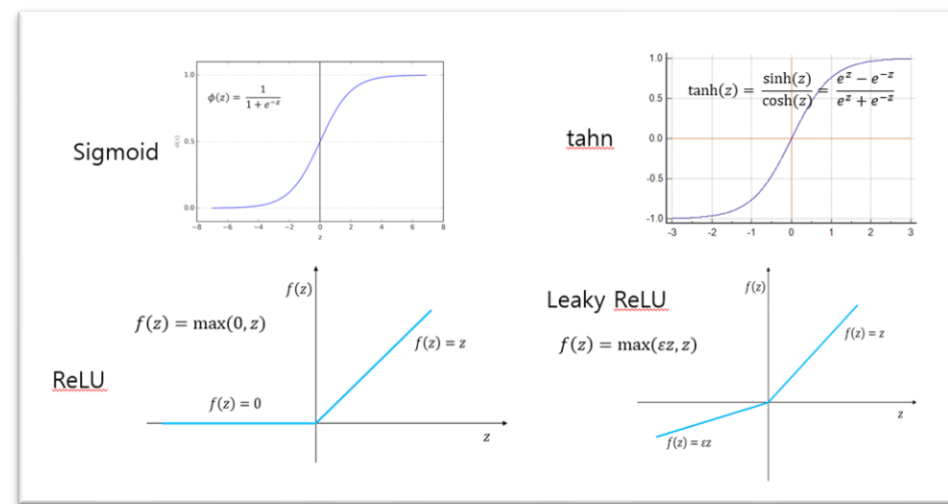
비선형성

$$\hat{y} = W_4 \cdot (W_1 \cdot X + b_1) + W_3 \cdot (W_2 \cdot X + b_2) + b_3$$



다중 레이어 신경망

+



$$\hat{y} = W_4 \cdot \sigma(W_1 \cdot X + b_1) + W_3 \cdot \sigma(W_2 \cdot X + b_2) + b_3$$

```
model.add(Dense(1, activation='sigmoid')) # 출력 층
```

THANK YOU