9.210, 9.211, 9.215, 9.220, 9.221 og 9.223

9.210

Reducér udtrykket $(a-b)^2 + 2a(a+b) - b^2$
Jeg stater med at gange $2a$ ind i parantesen

$$(a-b)^2 + 2a^2 + 2ab - b^2$$

Derefter omskriver jeg første led da det er en kvadratsætning

$$a^2 + b^2 - 2ab + 2a^2 + 2ab - b^2$$

Og så reducérer jeg

$$3a^2$$

Så udtrykket reducéret bliver $3a^2$

9.211

I et koordinatsystem er to vektorer givet ved

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ t \end{pmatrix} \ og \ \vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

hvor t er et tal.
bestem t, så vektorerne $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er ortogonale.

Jeg ved at hvis de to vektorer skal være ortogonale skal deres prikprodukt være lig nul. dvs.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \qquad a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y = 0$$

Så jeg indsætter mine værdier

$$2 \cdot -3 + t \cdot 4 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{6}{4} = 1.5$$

Så min værdi for t er $t = 1.5$

9.215

I et hushjørne er der en indhegning til kaniner.
Indhegningen består af et kcadratisk tag og to rektangulære sider. Højden betegnes med h, og sidelængden i kvadratet betegnes med x.
Det oplyses, at rumfangen af indhegningen er 9 m^3.

Bestem højden h udtrykt ved x. Bestem det samlede areal af de to rektangulære sider og det kvadratiske tag udtrykt ved x.

Jeg tager formlen for arealet af en kasse

$$V_{kasse} = h \cdot l \cdot b$$

Da x er både længde og bredde er formlen

$$V_{kasse} = h \cdot x^2 \Leftrightarrow h = \frac{V_{kasse}}{x^2}$$

Da jeg ved at rumfanget skal være 9 m^3 indsætter jeg det ind i formlen og så har jeg formlen for h udtrykt ved x

$$h = \frac{9}{x^2}$$

Så højden h udtrykt ved x er $h = \frac{9}{x^2}$ og de rektangulære sider er $h \cdot x$ og taget er x^2.

9.220

Fra et rør løber forurenet cand net i en tønde med cand. Med $C(t)$ betegnes koncentrationen (målt i ppm) af det forurenende stof i tønden til tidspunktit t (målt i minutter). I en model antages det, at $C(t)$ er en løsning til differentialligningen

$$\frac{dC}{dt} = 0.4 - 0.02 \cdot C$$

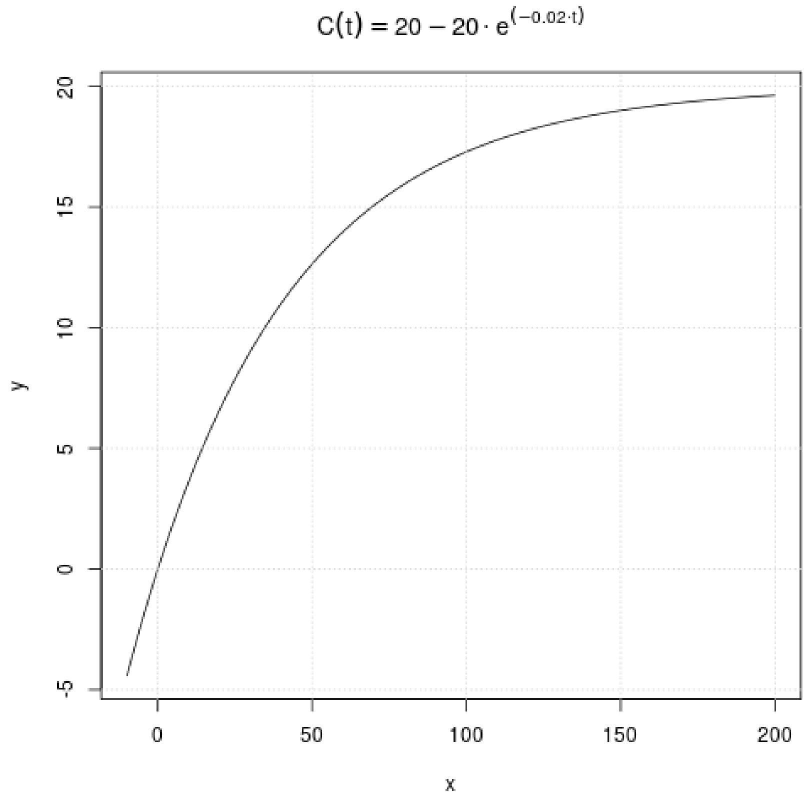
Det oplyses at $C(0) = 0$.

a. Bestem en forskrift for $C(t)$.
   For at finde forskriften for $C(t)$ skal jeg finde løsning til differentialligningen, dette gør jeg vha. desolve.

$$dsolve(C'(t) = 0.4 - 0.02C \; and \; C(0) = 0, t, c) \Rightarrow C(t) = 20 - 20e^{-0.02t}$$

   Så forskriften for $C(t)$ er $C(t) = 20 - 20e^{-0.02t}$

b. Skitsér grafen for $C(t)$, og bestem det tidspunkt, hvor koncentrationen af det forurenende stof i tønden er 10 ppm



For at finde koncentrationen af det forurenende stof i tønden til tiden t skal jeg løse ligningen $C(t) = 10$, dette gør jeg vha. solve

$$solve(C(t) = 10, t) \Rightarrow 34.66\ ppm$$

Så koncentrationen af det forurenende stof i tønden til tiden t er cirka 34.66 ppm

c. Bestem $C'(15)$, og giv en fortolkning af dette tal
For at finde $C'(15)$ starter jeg med at finde $C(15)$ da min formel for væksthastigheden afhænger af C og ikke t

$$C(15) = 20 - 20e^{-0.02 \cdot 15} = 5.18\ ppm$$

Så indsætter jeg det i min formel for væksthastighed

$$C'(t) = 0.4 - 0.02C \Rightarrow C'(15) = 0.4 - (0.02 \cdot 5.18) = 0.30\ \frac{ppm}{t}$$

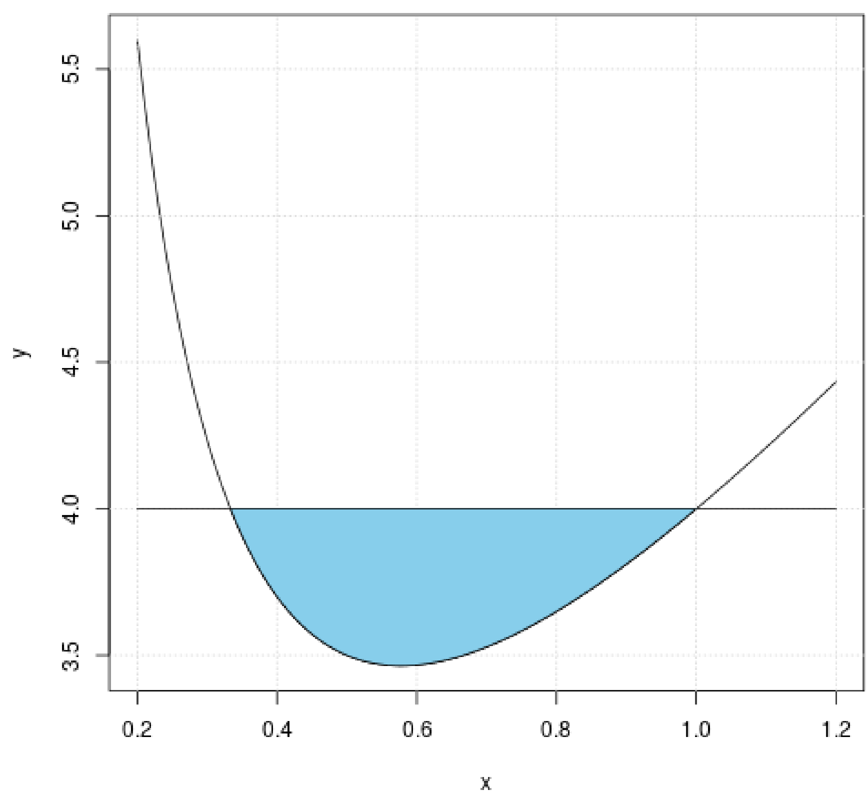
Så væksthastigheden til tiden 15 er 0.30 $\frac{ppm}{t}$

9.221

En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = 3x + \frac{1}{x},\ x > 0$$

Grafen for f og linjen med ligningen $y = 4$ afgrænser i første kcadrant en punkmængde M, der har et areal.



a. Bestem arealet af M.
   For at bestemme arealet finder jeg først de to punkter der afgrænser punktmængden M ved at finde de punkter hvor de to grafer skærer hinanden. Dette gør jeg vha. solve.

$$solve(4 = 3x + \frac{1}{x},\ x > 0) \Rightarrow x = \frac{1}{3} \lor x = 1$$

Nu hvor jeg har de to punkter kan jeg bruge formlen

$$V = \int_a^b (f(x) - g(x))\ dx$$

Til at finde arealet af punktmængden mellem de to grafer

$$V = \int_{\frac{1}{3}}^{1} (4 - (3x + \frac{1}{x}))\ dx = 0.23$$

Så arealet af punktmængden er cirka 0.23