MINISTERIET FOR
BØRN, UNDERVISNING
OG LIGESTILLING
STYRELSEN FOR
UNDERVISNING OG KVALITET

Matematik A

Studentereksamen

Tirsdag den 24. maj 2016
kl. 9.00 - 14.00

1stx161-MAT/A-24052016

Opgavesættet er delt i to dele.

Delprøven uden hjælpemidler består af opgave 1-6 med i alt 6 spørgsmål.
Delprøven med hjælpemidler består af opgave 7-14 med i alt 19 spørgsmål.

De 25 spørgsmål indgår med lige vægt i bedømmelsen.

Bedømmelsen af det skriftlige eksamenssæt

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen. Dette vurderes blandt andet ud fra kravene beskrevet i de følgende fem kategorier:

1. **TEKST**
   Besvarelsen skal indeholde en forbindende tekst fra start til slut, der giver en klar præsentation af, hvad den enkelte opgave og de enkelte delspørgsmål går ud på.

2. **NOTATION OG LAYOUT**
   Der kræves en hensigtsmæssig opstilling af besvarelsen i overensstemmelse med god matematisk skik, herunder en redegørelse for den matematiske notation, der indføres og anvendes, og som ikke kan henføres til standardviden.

3. **REDEGØRELSE OG DOKUMENTATION**
   Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde og dokumentation i form af et passende antal mellemregninger og/eller en matematisk forklaring på brugen af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder.

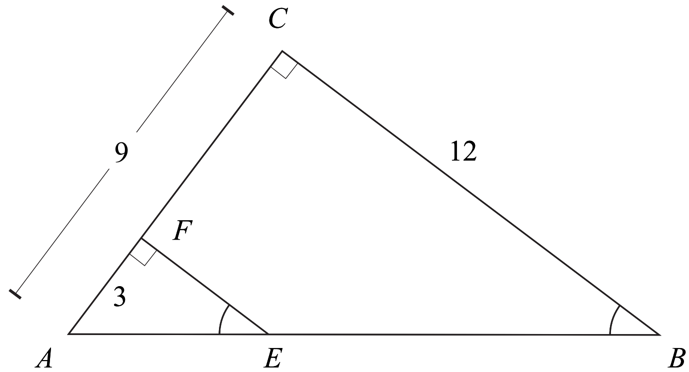
4. **FIGURER**
   I besvarelsen skal der indgå en hensigtsmæssig brug af figurer og illustrationer, og der skal være en tydelig sammenhæng mellem tekst og figurer.

5. **KONKLUSION**
   Besvarelsen skal indeholde en afrunding af de forskellige spørgsmål med præcise konklusioner, præsenteret i et klart sprog og/eller med brug af almindelig matematisk notation.

Delprøven uden hjælpemidler

Kl. 09.00 – 10.00

Opgave 1 Figuren viser to ensvinklede og retvinklede trekanter *ABC* og *AEF*. Nogle af sidelængderne er angivet på figuren.



Bestem $|EF|$ og $|AB|$.

Opgave 2 Løs ligningssystemet

$$3x + y - 11 = 0$$
$$2x - 3y + 11 = 0.$$

Opgave 3 En funktion *f* er løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} = y \cdot (x-1) ,$$

og grafen for *f* går gennem punktet $P(3,5)$.

Bestem en ligning for tangenten til grafen for *f* i punktet *P*.

Opgave 4 I 2004 indsamlede man i et bestemt område 5382 malariamyg. Det årlige antal indsamlede malariamyg faldt herefter med 70% om året frem til år 2009.

Indfør passende variable, og opstil en eksponentiel model, der beskriver udviklingen i det årlige antal indsamlede malariamyg som funktion af antal år efter 2004.

Opgave 5 To funktioner f og g er givet ved

$$f(x) = (2x+1)\cdot \ln(x), \quad x > 0$$
$$g(x) = \frac{1}{x} + 2\cdot \ln(x), \quad x > 0.$$

Undersøg, om f er en stamfunktion til g.

Opgave 6 Tegn en mulig graf for en differentiabel funktion f, der opfylder, at

$$f(0) = 2 \ \text{ og } \ f(12) = 1,$$

samt at fortegn og nulpunkter for f' er som angivet på tallinjen:

$$\begin{array}{c|ccccc} x & & 5 & & 10 & \\ \hline f'(x) & + & 0 & - & 0 & + \end{array}$$

Besvarelsen afleveres kl. 10.00

Delprøven med hjælpemidler

Kl. 09.00 – 14.00

Opgave 7

Foto: www.colourbox.dk

Tabellen viser omsætning af certifikater på fondsbørsen for hvert af årene i perioden 2011-2014.

Årstal	2011	2012	2013	2014
Omsætning i mia. kr.	0,3	0,8	1,6	4,9

I en model kan udviklingen i omsætning af certifikater på fondsbørsen beskrives ved funktionen

$$f(t) = b \cdot a^t ,$$

hvor $f(t)$ betegner omsætning af certifikater på fondsbørsen (målt i mia. kr.) til tidspunktet t (målt i år efter 2011).

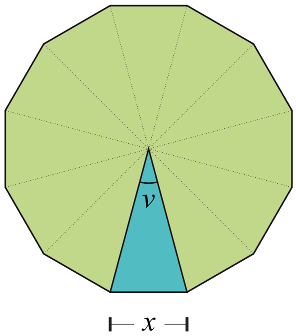
a) Benyt tabellens data til at bestemme konstanterne a og b.

b) Benyt modellen til at bestemme omsætning af certifikater på fondsbørsen i 2015, og bestem den årlige vækstrate for omsætning af certifikater på fondsbørsen.

c) Benyt modellen til at bestemme, hvor længe der går, før omsætning af certifikater på fondsbørsen er fordoblet.

Kilde: Berlingske, sommer 2015

Opgave 8



Figuren viser en model af grundfladen i en bestemt hytte. Grundfladen er opbygget af 12 ens, ligebenede trekanter med grundlinje x (se figuren).

a) Bestem vinkel v.

Det oplyses, at grundfladen har et areal på 22 m^2.

b) Bestem sidelængden x i grundfladen.

Opgave 9 En funktion f er givet ved

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + 4x \,.$$

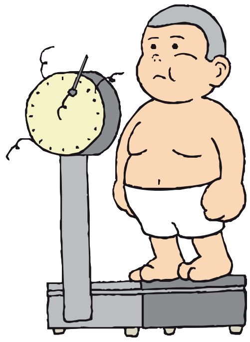
a) Bestem nulpunkterne for f.

b) Bestem monotoniforholdene for f.

Linjen l med ligningen $y = x - 9$ er tangent til grafen for f i punktet $P(3, f(3))$.
En anden linje m er parallel med linjen l og tangerer grafen for f i punktet Q.

c) Bestem førstekoordinaten til punktet Q.

Opgave 10



Grafik: www.colourbox.dk

Opgave 10

En stikprøve blandt indskolingsbørn er fordelt efter familietype og BMI.

	Bor sammen med begge forældre	Bor sammen med én forælder
BMI under 25	120	201
BMI over 25	75	173

Sundhedsplejen opstiller en nulhypotese:

”*Familietype og BMI er uafhængige*”.

a) Bestem de forventede værdier under nulhypotesen, og afgør på et 5% signifikansniveau om nulhypotesen kan forkastes.

Familietypen ”Bor sammen med én forælder” kan opdeles i to undertyper ”Bor på skift mellem forældre” og ”Bor udelukkende med den ene forælder”.

Antal indskolingsbørn i stikprøven, som har et BMI under 25, og som bor på skift mellem forældre, er 100, og antal indskolingsbørn i stikprøven, som har et BMI over 25, og som bor på skift mellem forældre, er 61.

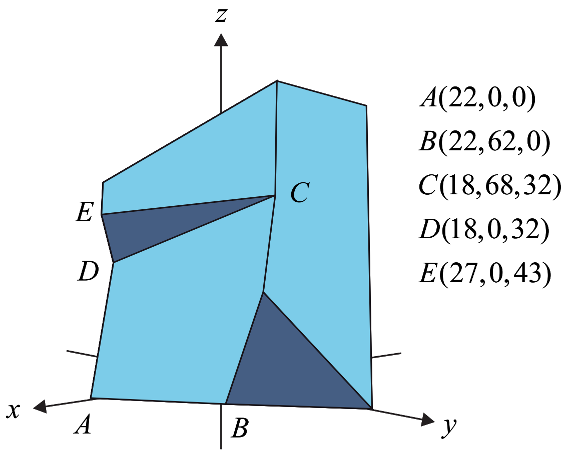
b) Udfyld en antalstabel som nedenstående ud fra stikprøven af indskolingsbørn på baggrund af den ændrede kategorisering af familietype, og afgør på et 5% signifikansniveau, om nulhypotesen fra før kan forkastes med den ændrede kategorisering af familietype.

	Bor sammen med begge forældre	Bor på skift mellem forældre	Bor udelukkende med den ene forælder
BMI under 25	120		
BMI over 25	75		

Kilde: Temarapport og årsrapport. Børn indskolingsundersøgt i skoleåret 2013/2014.

Opgave 11

commons.wikimedia.org



Figuren viser et foto og en model af Atradiusbygningen i Amsterdam indtegnet i et koordinatsystem i rummet. Koordinatsættene til punkterne A, B, C, D og E er angivet på figuren. Alle mål er i meter.

a) Benyt modellen til at bestemme arealet af glasfladen CDE.

I modellen er gulvplanerne i bygningen parallelle med xy-planen.

b) Benyt modellen til at bestemme vinklen mellem glasfladen CDE og et gulvplan i bygningen.

På glasfladen $ABCD$ skal der monteres en stålwire fra A til C og en stålwire fra B til D.

c) Benyt modellen til at bestemme koordinatsættet til skæringspunktet mellem de to stålwirer.

Opgave 12 I en model kan udviklingen af klorkoncentrationen i et bestemt svømmebassin beskrives ved differentialligningen

$$y'(t) = -0{,}03 \cdot y(t),$$

hvor $y(t)$ betegner klorkoncentrationen (målt i mg/liter) til tidspunktet t (målt i timer).

Det oplyses, at klorkoncentrationen i badevandet er 1,8 mg/liter til tidspunktet $t = 0$.

a) Bestem den hastighed, som klorkoncentrationen aftager med, når klorkoncentrationen er på 1,2 mg/liter.

b) Bestem klorkoncentrationen $y(t)$ som en funktion af tiden t, og bestem klorkoncentrationen i vandet til tidspunktet $t = 24$.

Opgave 13

Foto: www.colourbox.dk

I en model kan temperaturen et bestemt sommerdøgn et bestemt sted beskrives ved

$$f(t) = 20 - 5 \cdot \left(\sin\left(0{,}262 \cdot t\right) + \cos\left(0{,}262 \cdot t\right)\right),\ \ 0 \leq t \leq 24,$$

hvor $f(t)$ betegner temperaturen (målt i $°\mathrm{C}$) til tidspunktet t (målt i timer efter midnat).

a) Tegn grafen for *f*, og benyt modellen til at bestemme den højeste og den laveste temperatur dette sommerdøgn.

b) Bestem $f'(8)$, og forklar betydningen af dette tal.

Opgave 14

En funktion *f* er givet ved forskriften

$$f(x) = \sqrt{4^2 - x^2}\ \ ,\ -4 \leq x \leq 4.$$

a) Tegn grafen for *f*, og bestem $\int_{-4}^{4} f(x)\,dx$.

En funktion *g* er givet ved

$$g(x) = \sqrt{a^2 - x^2}\ \ ,\ -a \leq x \leq a\,,$$

hvor *a* er et positivt tal.

Grafen for *g* og førsteaksen afgrænser en punktmængde *M*, der har et areal.

b) Bestem *a*, så arealet af *M* er 4.