

9.210, 9.211, 9.215, 9.220, 9.221 og 9.223**9.210**

Reducér udtrykket $(a - b)^2 + 2a(a + b) - b^2$

Jeg stater med at gange $2a$ ind i parantesen

$$(a - b)^2 + 2a^2 + 2ab - b^2$$

Derefter omskriver jeg første led da det er en kvadratsætning

$$a^2 + b^2 - 2ab + 2a^2 + 2ab - b^2$$

Og så reducerer jeg

$$3a^2$$

Så udtrykket reduceret bliver $3a^2$

9.211

I et koordinatsystem er to vektorer givet ved

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ t \end{pmatrix} \text{ og } \vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

hvor t er et tal.

bestem t , så vektorerne \vec{a} og \vec{b} er ortogonale.

Jeg ved at hvis de to vektorer skal være ortogonale skal deres prikprodukt være lig nul. dvs.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \quad a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y = 0$$

Så jeg indsætter mine værdier

$$2 \cdot -3 + t \cdot 4 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{6}{4} = 1.5$$

Så min værdi for t er $t = 1.5$

9.215

I et hushjørne er der en indhegning til kaniner.

Indhegningen består af et kvadratisk tag og to rektangulære sider. Højden betegnes med h , og sidelængden i kvadratet betegnes med x .

Det oplyses, at rumfangen af indhegningen er 9 m^3 .

Bestem højden h udtrykt ved x . Bestem det samlede areal af de to rektangulære sider og det kvadratiske tag udtrykt ved x .

Jeg tager formelen for arealet af en kasse

$$V_{\text{kasse}} = h \cdot l \cdot b$$

Da x er både længde og bredde er formelen

$$V_{\text{kasse}} = h \cdot x^2 \Leftrightarrow h = \frac{V_{\text{kasse}}}{x^2}$$

Da jeg ved at rumfanget skal være 9 m^3 indsætter jeg det ind i formelen og så har jeg formelen for h udtrykt ved x

$$h = \frac{9}{x^2}$$

Så højden h udtrykt ved x er $h = \frac{9}{x^2}$ og de rektangulære sider er $h \cdot x$ og taget er x^2 .

9.220

Fra et rør løber forurenede vand net i en tønde med vand. Med $C(t)$ betegnes koncentrationen (målt i ppm) af det forurenende stof i tønden til tidspunkt t (målt i minutter). I en model antages det, at $C(t)$ er en løsning til differentialligningen

$$\frac{dC}{dt} = 0.4 - 0.02 \cdot C$$

Det oplyses at $C(0) = 0$.

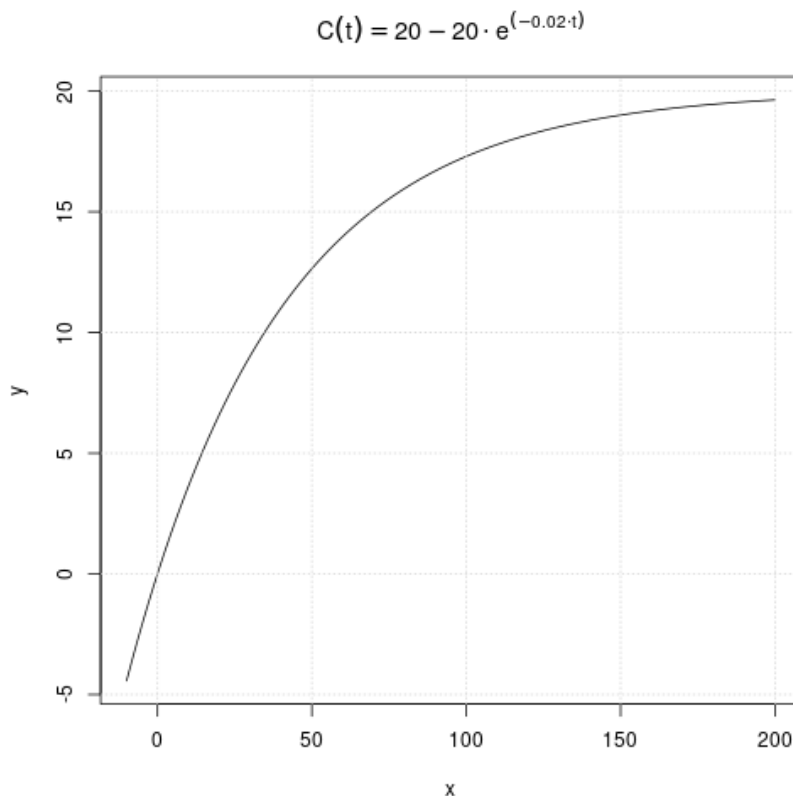
- a. Bestem en forskrift for $C(t)$.

For at finde forskriften for $C(t)$ skal jeg finde løsning til differentialligningen, dette gør jeg vha. desolve.

$$\text{dsolve}(C'(t) = 0.4 - 0.02C \text{ and } C(0) = 0, t, c) \Rightarrow C(t) = 20 - 20e^{-0.02t}$$

Så forskriften for $C(t)$ er $C(t) = 20 - 20e^{-0.02t}$

- b. Skitsér grafen for $C(t)$, og bestem det tidspunkt, hvor koncentrationen af det forurenende stof i tønden er 10 ppm



For at finde koncentrationen af det forurenende stof i tønden til tiden t skal jeg løse ligningen $C(t) = 10$, dette gør jeg vha. solve

$$\text{solve}(C(t) = 10, t) \Rightarrow 34.66 \text{ ppm}$$

Så koncentrationen af det forurenende stof i tønden til tiden t er cirka 34.66 ppm

- c. Bestem $C'(15)$, og giv en fortolkning af dette tal
For at finde $C'(15)$ starter jeg med at finde $C(15)$ da min formel for væksthastigheden afhænger af C og ikke t

$$C(15) = 20 - 20e^{-0.02 \cdot 15} = 5.18 \text{ ppm}$$

Så indsætter jeg det i min formel for væksthastighed

$$C'(t) = 0.4 - 0.02C \Rightarrow C'(15) = 0.4 - (0.02 \cdot 5.18) = 0.30 \frac{\text{ppm}}{t}$$

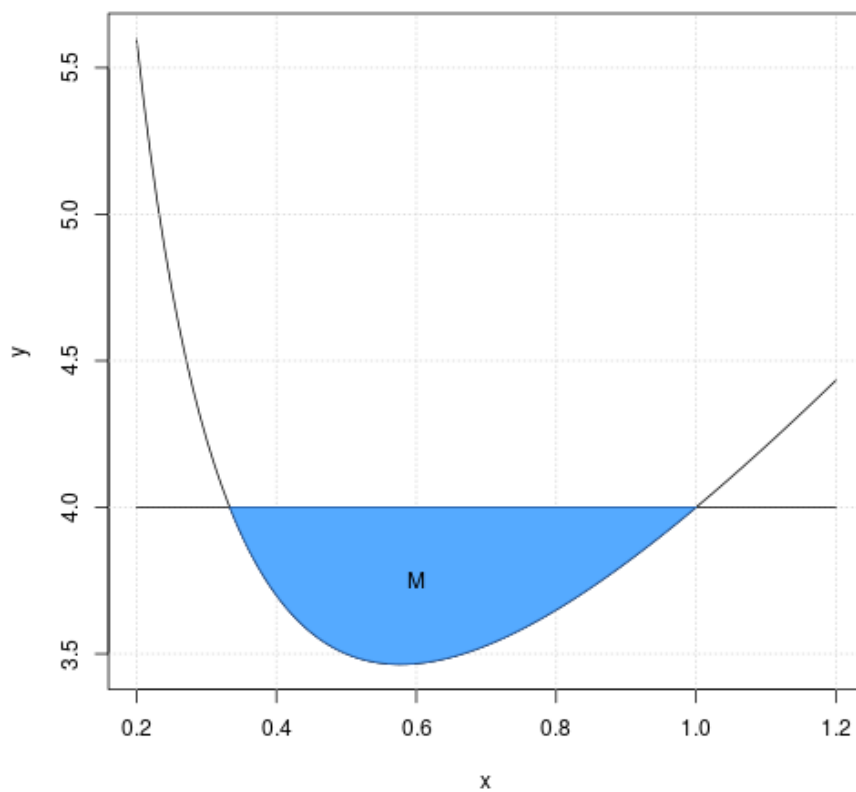
Så væksthastigheden til tiden 15 er $0.30 \frac{ppm}{t}$

9.221

En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = 3x + \frac{1}{x}, \quad x > 0$$

Grafen for f og linjen med ligningen $y = 4$ afgrænser i første kadrant en punktmængde M , der har et areal.



- a. Bestem arealet af M .

For at bestemme arealet finder jeg først de to punkter der afgrænser punktmængden M ved at finde de punkter hvor de to grafer skærer hinanden. Dette gør jeg vha. solve.

$$\text{solve}(4 = 3x + \frac{1}{x}, x > 0) \Rightarrow x = \frac{1}{3} \vee x = 1$$

Nu hvor jeg har de to punkter kan jeg bruge formelen

$$V = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$$

Til at finde arealet af punktmængden mellem de to grafer

$$V = \int_{\frac{1}{3}}^1 (4 - (3x + \frac{1}{x})) dx = 0.23$$

Så arealet af punktmængden er cirka 0.23

- b. Bestem rumfanget af det omdrejningslegeme, der fremkommer, når M drejes 360° om førsteaksen.

For at bestemme rumfanget skal jeg bruge formlen

$$V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$$

Men fordi det er rumfanget af punktmængdens omdrejningslegeme og ikke bare hele området under graferne skal jeg tage hele området under den øverste graf ($f_1(x) = 4$) og trække hele området under den nederste graf fra ($f_2(x) = 3x + \frac{1}{x}$)

Så derfor bliver $f(x) = f_1(x) - f_2(x)$ og formelen bliver derfor

$$V = \pi \int_a^b (f_1(x) - f_2(x))^2 dx$$

Så indsætter jeg bare mine værdier

$$V = \pi \int_{\frac{1}{3}}^1 (4 - (3x + \frac{1}{x}))^2 dx = 0.314$$

Så rumfanget af omdrejningslegemet der fremkommer af punktmængden M er 0.314

9.223

Grafen for en funktion f går gennem punktet $P(0, 3)$. Funktionen f har den egenskab, at i ethvert punkt $(x, f(x))$ på grafen er tangentens hældningskoefficient proportional med $f(x)$. Proportionalitetskonstanten er 0.17.

- a. Bestem hældningskoefficienten for tangenten til grafen for f i punktet P , og opstil en differentialligning der har f som løsning.
Vi ved at hældningskoefficienten $\frac{df}{dx}$ er proportional med $f(x)$. dvs. at $\frac{df}{dx} = k \cdot f$. Derudover ved vi også at proportionalitetskonstanten k der er ganget på f er 0.17 så derfor bliver vores formel for hældningskoefficienten eller differentialligningen.

$$\frac{df}{dx} = 0.17f$$

For at finde hældningskoefficienten til punktet $P(0, 3)$ bruger vi så bare differentilligningen og indsætter 3 ind på f 's plads i højre side.

$$\frac{df}{dx} = 0.17 \cdot 3 \Leftrightarrow \frac{df}{dx} = 0.51$$

Så hældningskoefficienten til punktet $P(0, 3)$ er 0.51