6.12

En bold bliver kastet lodret opad med begyndelsesfarten 12 m/s. Bolden bliver sluppet i højden 1,5 m over jordoverfladen. Antag, at der ikke er nogen luftmodstand.

a. Tegn en graf med bolden højde som funktion af tiden.

   Jeg bruger formlen for det lodrette kast

   $$y(t) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot t + y_0$$

   Og indsætter værdierne

   $$y(t) = -4.91 \cdot t^2 + 12\ \frac{m}{s} \cdot t + 1.5\ m$$

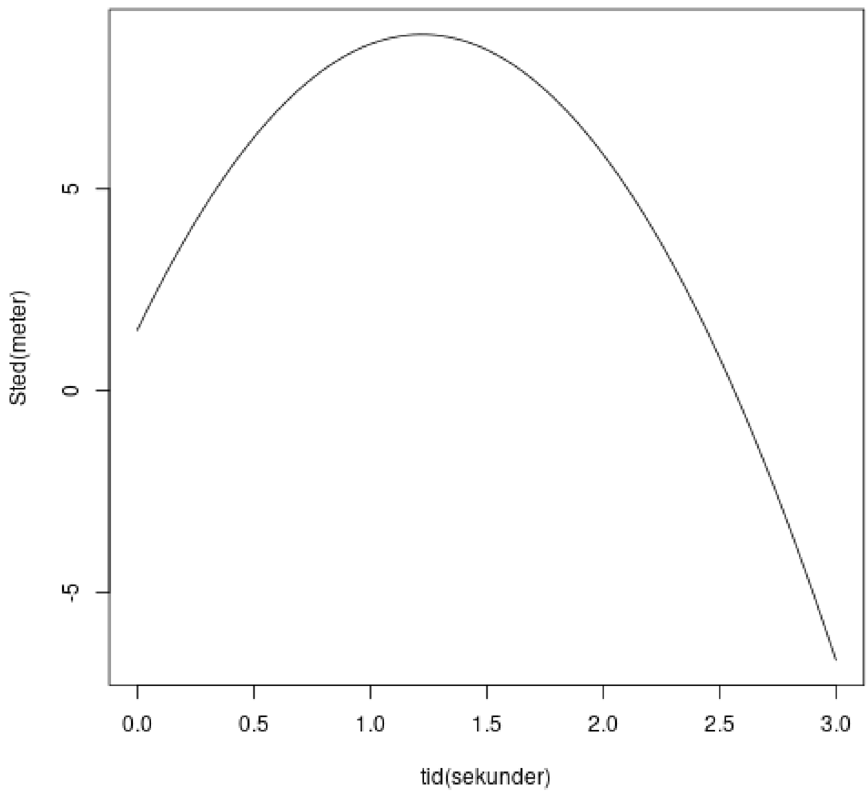

Figure 1: plot of chunk unnamed-chunk-1

b. Hvor lang tid går der, før bolden når den maksimale højde?

Jeg finder punktet hvor tangenthældningen er 0

$$s(t) = -4.91 \cdot t^2 + 12 \ \frac{m}{s} \cdot t + 1.5 \ m$$

$$s'(t) = v(t) = -9.82 \ \frac{m}{s^2} \cdot t + 12 \ \frac{m}{s}$$

$$solve(s'(t) = 0, t) \rightarrow 1.222 \ s$$

Så der går omkring 1.2 sekunder før bolden har nået sin maksimale højde

c. Hvor højt når bolden op?

Jeg indsætter bare tiden til toppunktet ind i stedfunktionen

$$s(1.2 \ s) = -4.91 \cdot 1.2^2 \ s + 12 \ \frac{m}{s} \cdot 1.2 \ s + 1.5 \ m = 8.8296$$

Så bolden når 8.8 meter op

d. Hvor lang tid går der, før bolden rammer jordoverfladen?

Jeg finder alle punkter hvor stedfunktionen krydser x-aksen

$$solve(-4.91 \cdot t^2 + 12 \ \frac{m}{s} \cdot t + 1.5 \ m = 0, t) \rightarrow t = -0.11919 \vee t = 2.5632$$

Jeg vælger den positive løsning så der går omkring 2.6 sekunder før bolden rammer jorden.

e. Beregn den fart, hvormed bolden rammer jordoverfladen?

Jeg indsætter bare tiden ind i hastighedsfunktionen

$$v(2.5632) = -9.82 \ \frac{m}{s^2} \cdot 2.5632 + 12 \ \frac{m}{s} = -13.170624 \ \frac{m}{s}$$

Det er hastigheden, så jeg tager den numeriske værdi for at finde farten

$$|-13.17| = 13.17$$

Så når den rammer jorden har den en fart på cirka 13 $\frac{m}{s}$

6.13

En bold kastes lodret op, så den når en højde på 35 m over starthøjden. Hvor stor var bolden begyndelsesfart? Se bord fra luftmodstand.

Igen er det lodret kast så vi har formlerne

$$s(t) = -4.91 \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0$$

$$v(t) = -9.82 \cdot t + v_0$$

Jeg antager at s_0 igen er 1.5 m
Vi ved at til stedet 35 er hastigheden 0, så vi har to ligningen med to ubekendte, så jeg substituerer

$$35 = -4.91 \cdot t^2 + v_0 \cdot t + 1.5\ m$$

$$0 = -9.82 \cdot t + v_0 \Leftrightarrow t = \frac{v_0}{9.82}$$

$$35 = -4.91 \cdot \frac{v_0^2}{9.82^2} + v_0 \cdot \frac{v_0}{9.82} + 1.5\ m \rightarrow v_0 = 25.650$$

Så bolden har en begyndelsesfart på cirka 26 m/s

6.14

En sten kastes i et skråt kast. Begyndelseshastigheden i vandret retning er $v_{0x} = 9.83\ m/s$, og begyndelseshastigheden i lodret retning er $v_{0y} = 6.88\ m/s$. Startpositionen i vandret retning er $x_0 = 0$, og startpositionen i lodret retning er $y_0 = 0$.

a. Tegn banekurven. Brug evt. et matematikprogram eller en grafregner.

   Jeg bruger formlerne

$$x = v_{0x} \cdot t + x_0$$

$$y = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_{0y} \cdot t + y_0$$

   Og plotter x og y

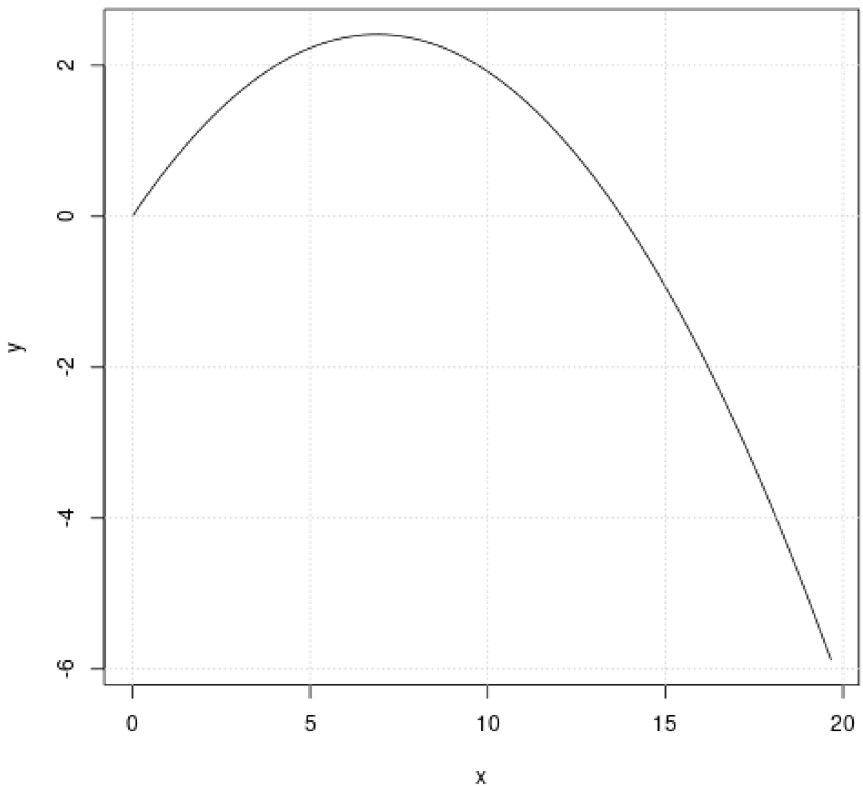

Figure 2: plot of chunk unnamed-chunk-2

b. Find boldens maksimale højde

   Igen tager finder jeg hastighedsfunktionen i lodret retning og finder der hvor den er 0

$$s_y(t) = -4.91 \cdot t^2 + 6.88 \cdot t$$

$$v_y(t) = -9.82 \cdot t + 6.88$$

$$solve(v_y(t) = 0, t) \rightarrow t = 0.7$$

   Så indsætter jeg det i stedfunktionen

$$s_y(0.7) = -4.91 \cdot 0.7^2 + 6.88 \cdot 0.7 = 2.4$$

   Så boldens maksimalhøjde er 2.4 meter.

c.