

9.194

SARS-epidemiens udvikling i Singapore i 2003 kan beskrives ved differential-ligningen

$$\frac{dN}{dt} = 0.00526 \cdot N \cdot (209 - N)$$

hvor N er antal smittede til tidspunktet t (målt i døgn). Det oplyses, at der efter 30 døgn var 103 smittede.

1. Jeg indsætter bare 100 ind i differentialligningen da det er det eneste variable på højre side af ligningen.

$$\frac{dN}{dt} = 0.00526 \cdot 100 \cdot (209 - 100) = 57.334$$

Så væksthastigheden da antal smittet var 100 ville være 57.334 smittede pr døgn

2. Jeg kan se på differentialligningen at det er logistisk vækst som følger modellen

$$\frac{dy}{dx} = ay(M - y)$$

Så jeg kan bare indsætte værdierne ind i skabelonen

$$y = f(x) = \frac{M}{1 + ce^{-aMx}}$$
$$N(t) = \frac{209}{1 + ce^{-0.00526 \cdot 209 \cdot t}} = \frac{209}{1 + ce^{1.09934t}}$$

Tallet 209 i differentialligningen betyder at $N(t)$ aldrig vil gå over 209 det ville kun kunne komme meget tæt på

9.200

Bestem integralet

$$\int \frac{2x}{x^2 + 3} dx$$

Jeg starter med at skubbe tælleren ned da jeg vil bruge substitutionsmetoden

$$\int \frac{1}{x^2 + 3} \cdot 2x dx$$

Jeg sætter t til at være $x^2 + 3$

$$\begin{aligned}
 t &= x^2 + 3 \\
 t' &= 2x \\
 \frac{dt}{dx} &= 2x \Leftrightarrow dt = 2x \, dx
 \end{aligned}$$

Så substituerer jeg det ind i integralet

$$\int \frac{1}{t} \, dt$$

Nu er den lidt mere overskuelig, og da jeg ved at $\int \frac{1}{x} = \ln(x)$ ved jeg at integralet så er

$$\int \frac{1}{t} \, dt = \ln(t)$$

Så substituere jeg tilbage

$$\ln(t) = \ln(x^2 + 3)$$

Så stamfunktionen til $\frac{2x}{x^2+3}$ er $\ln(x^2 + 3)$