Matematik aflevering 8

Opgave 5

To funktioner f og g er givet ved

$$f(x) = (2x+1) \cdot \ln(x), \qquad x > 0$$
$$g(x) = \frac{1}{x} + 2 \cdot \ln(x), \qquad x > 0$$

Undersøg, om f er stamfunktion til g.

Jeg starter med at integrere g

$$\int \frac{1}{x} + 2 \cdot \ln(x)\ dx = \ln(x) + 2x\ln(x) - x$$

så skiver jeg f om

$$(2x+1) \cdot \ln(x) = 2x\ln(x) + \ln(x) \neq \ln(x) + 2x\ln(x) - x$$

Så f er ikke stamfunktion til g

Opgave 9

En funktion f er givet ved

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + 4x$$

a. Bestem nulpunkterne for f

Nulpunkterne er de punkter hvor grafen skærer x-aksen, dvs. der hvor $y = 0$. Så jeg finder dem vha. solve

$$solve(0 = x^3 - 5x^2 + 4x, x) \rightarrow x = 0 \vee x = 1 \vee x = 4$$

Så grafen for funktionen f skærer x-aksen 3 steder i $x = 0$ $x = 1$ og $x = 4$

b. Bestem monotoniforholdene for f

For at bestemme monotoniforholdene for f, skal jeg finde alle mulige ekstremaer. Dvs. de steder hvor hældningen er 0 eller $f'(x) = 0$, jeg finde disse ekstremaer vha. solve

$$solve(0 = 3x^2 - 10x + 4, x) \rightarrow x = 0.46482 \vee x = 2.8685$$

Så undersøger jeg områderne imellem de to punkter for at se om det er maksimummer, minimummer eller vandrette vendetangenter

$$f'(0) = 3 \cdot 0^2 - 10 \cdot 0 + 4 = 4$$
$$f'(2) = 3 \cdot 2^2 - 10 \cdot 2 + 4 = -4$$
$$f'(3) = 3 \cdot 3^2 - 10 \cdot 3 + 4 = 1$$

Så jeg ved at punktet i $x = 0.46482$ er et maksimum, mens punktet i $x = 2.8685$ er et minimum. Så nu kan monotonilinjen tegnes

x	0	0.46482	2	2.8685	3
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$\nearrow$	lok. max.	$\searrow$	lok. min.	$\nearrow$

Linjen l med ligningen $y = x - 9$ er tangent til grafen for f i punktet $P(3, f(3))$. En anden linje m er parallel med linjen l og tangerer grafen for f i punktet Q.

c. Bestem førstekoordinaten til punktet Q

Jeg ved at linjen l's hældning er 1, dvs. at linjen m skal have samme hældning. For at kunne tangere grafen for f skal det være i et punkte med samme hældning. Så jeg finder alle punkter hvor hældningen er 1, dvs. der hvor $f'(x) = 1$

$$solve(f'(x) = 1, x) \rightarrow x = \frac{1}{3} \vee x = 3$$

linjen l tangerer i punktet med x-værdien $x = 3$ og det eneste andet punkt hvor hældningen er 1 er punktet med x-værdien $x = \frac{1}{3}$ så det må være punktet Q's førstekoordinat.