

## Matematik aflevering 3

1.005, 1.006, 1.049, 1.074, 9.217, 9.234, 9.237

### 1.005

En cirkel  $C$  og en linje  $l$  er bestemt ved

$$C : x^2 - 4x + y^2 + 2y = 11$$

$$l : y = x + 1$$

Bestem koordinatsættet til hvert af skæringspunkterne mellem  $l$  og  $C$

Jeg ved at ved skæringspunkterne er både  $x$  og  $y$  værdierne ens for  $l$  og  $C$ . Og da  $l$  er bestemt ved  $y = x + 1$  kan jeg bare indsætte  $x + 1$  ind på  $y$ 's plads i cirklen  $C$ .

$$x^2 - 4x + \underbrace{(x + 1)^2}_{\text{Kvadratsætning}} + 2(x + 1) = 11$$

$$x^2 - 4x + x^2 + 1 + 2x + 2x + 2 = 11$$

$$2x^2 - 4x + 4x = 8$$

$$x^2 = 4 \Leftrightarrow x = 2 \vee x = -2$$

Så  $x$  værdierne til de to punkter er henholdsvis 2 og  $-2$ . Nu kan jeg indsætte dem ind i linjens ligning for at finde de tilhørende  $y$ -værdier

$$y = x + 1 \Leftrightarrow y = 2 + 1 = 3 \vee y = -2 + 1 = -1$$

Så de to punkter hvor cirklen og linjen skærer hinanden er  $(2, 3)$  og  $(-2, -1)$

### 1.006

En cirkel har centrum i punktet  $C(3, -2)$  og gå gennem punktet  $P(0, 2)$ . Bestem en ligning for tangenten til cirklen i punktet  $P$ .

Jeg ved fra afstandsfunktionen mellem en cirkels centrum og en linje at linjen mellem centrum og punktet  $P$  ligger retvinklet på tangenten til punktet  $P$ . Så jeg kan bruge vektor  $\vec{PC}$  som min normalvektor. Og så kan jeg bruge skabelonen

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$$

Hvor  $a$  og  $b$  er koordinaterne til min normalvektor.

$$3(x - 0) - 4(y - 2) = 0 \Leftrightarrow 3x - 4y + 8 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{3}{4}x + 2$$

Så linjens ligning vil være  $y = \frac{3}{4}x + 2$

## 1.049

En funktion  $f$  er bestemt ved

$$f(x) = 7 \ln(x) - 2x^2$$

Bestem en ligning for tangenten til grafen for  $f$  i punktet  $P(1, f(1))$

Jeg starter med at differentiere funktionen  $f$

$$f'(x) = (7 \ln(x) - 2x^2)' = \frac{7}{x} - 4x$$

Så indsætter jeg 1 ind i den differentierede funktion for at finde hældningen til punktet  $P$

$$f'(x) = \frac{7}{1} - 4 \cdot 1 = 7 - 4 = 3$$

Så hældningen til ligningen for tangenten til punktet  $P$  er 3

Så jeg indsætter det i en formel for lineær vækst

$$y = 3x + b$$

Nu finder jeg den tilhørende  $y$ -værdi til  $x$ -værdien 1 ved at indsætte 1 ind i funktion  $f$

$$f(1) = 7 \ln(1) - 2 \cdot 1^2 = -2$$

Så punktet  $P$  er altså  $P(1, -2)$

Jeg indsætter det i den lineære formel og isolerer  $b$

$$-2 = 3 \cdot 1 + b \Leftrightarrow b = -5$$

Så ligningen for tangenten til grafen for  $f$  i punktet  $P$  er  $y = 3x - 5$

##1.074

Gøre rede for, hvilken graf der hører til hvilken funktion

Den røde graf hører til  $f(x)$  fordi den blå graf har en negativ hældning i starten mens den røde graf aldrig kommer under 0 på  $y$ -aksen så den kan ikke være den afledte funktion til den blå.

##9.217

Ved genoptræning af en patient efter en korsbåndsoperation i knæet anvendes en maskine, som bøjer patientens knæ. I tabellen ses sammenhørende værdier af den vinkel, som knæet køjes med, og den kraftpåvirkning, der registreres i det nye korsbånd.

Vinkel(grader)	20	40	60	80
Kraftpåvirkning(N)	0.035	0.063	0.085	0.10

I en model antages des, at kraftpåvirkningen i korsbåndet som funktion af vinklen er af typen

$$f(x) = b \cdot x^a, \quad 0 \leq x \leq 90$$

hvor  $f(x)$  betegner kraftpåvirkningen(målt i N) ved vinklen  $x$ (målt i grader).

a.