

РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ им. Патриса Лулумбы

Факультет физико-математических и
естественных наук

Кафедра теории вероятности и
кибербезопасности

ОТЧЕТ

ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №7

дисциплина: Математическое моделирование

Студент: Кармацкий Никита Сергеевич

Номер студ.билета: 1032210091

Группа: НФИбд-01-21

Москва

2024 г.

Цель работы:

Изучить модель эффективности рекламы. Применить их на практике для решения задания лабораторной работы

Теоретическое введение

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытится, и рекламировать товар станет бесполезным.

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени t из числа потенциальных покупателей N знает лишь n покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что $\frac{dn}{dt}$ - скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить, t - время, прошедшее с начала рекламной кампании, N - общее число потенциальных платежеспособных покупателей, $n(t)$ - число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом $\alpha_1(t)(N - n(t))$, где $\alpha_1 > 0$ - характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени). Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной $\alpha_2(t)n(t)(N -$

$n(t)$). эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре.

Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{dn}{dt} = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)n(t))(N - n(t))$$

При $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$ получается модель типа модели Мальтуса, решение которой имеет вид

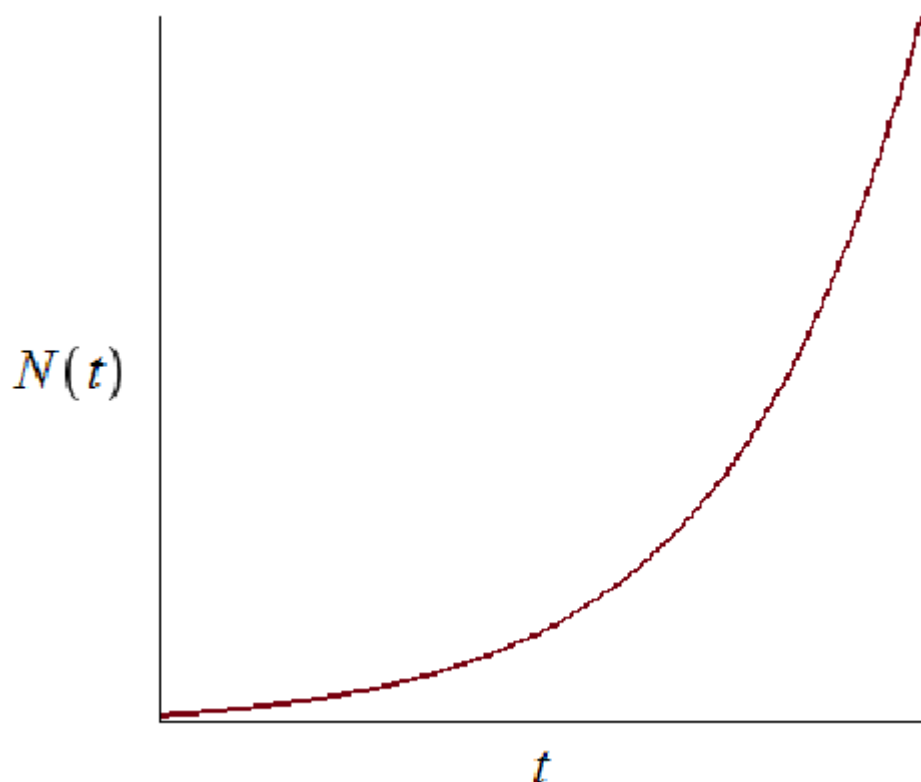


Рис.1 График решения уравнения модели Мальтуса

В обратном случае $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$ получаем уравнение логистической кривой

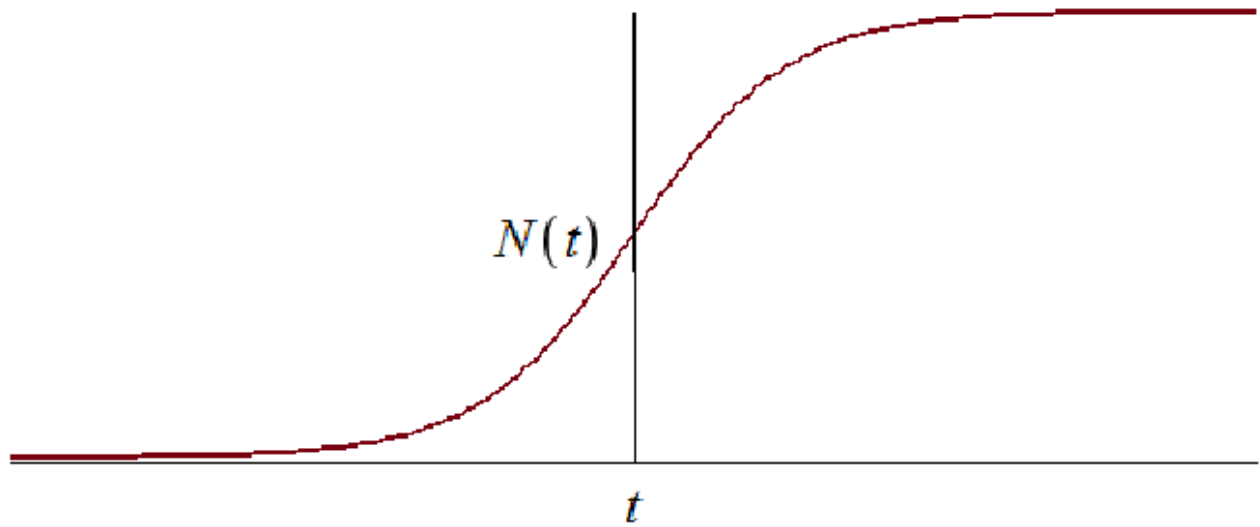


Рис.2 График логистической кривой

Задание

Вариант 32

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

1. $\frac{dn}{dt} = (0.54 + 0.00016n(t))(N - n(t))$
2. $\frac{dn}{dt} = (0.000021 + 0.38n(t))(N - n(t))$
3. $\frac{dn}{dt} = (0.2 \cos t + 0.2 \cos (2t)n(t))(N - n(t))$

При этом объем аудитории $N = 609$, в начальный момент о товаре знает 4 человек.

Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

Основные этапы выполнения работы

Решение с помощью кода

1. Julia

Листинг программы для первого случая на Julia:

$$\frac{dn}{dt} = (0.54 + 0.00016n(t))(N - n(t)) :$$

```
using Plots
using DifferentialEquations

N = 609
n0 = 4

function ode_fn(du, u, p, t)
    (n) = u
    du[1] = (0.54 + 0.00016*u[1])*(N-u[1])
end

v0 = [n0]
tspan = (0.0, 30.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
n = [u[1] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(
    dpi = 300,
    title = "Эффективность рекламы ",
    legend = false)

plot!(
    plt,
    T,
    n,
    color = :blue)

savefig(plt, "lab07_1.png")
```

Эффективность рекламы

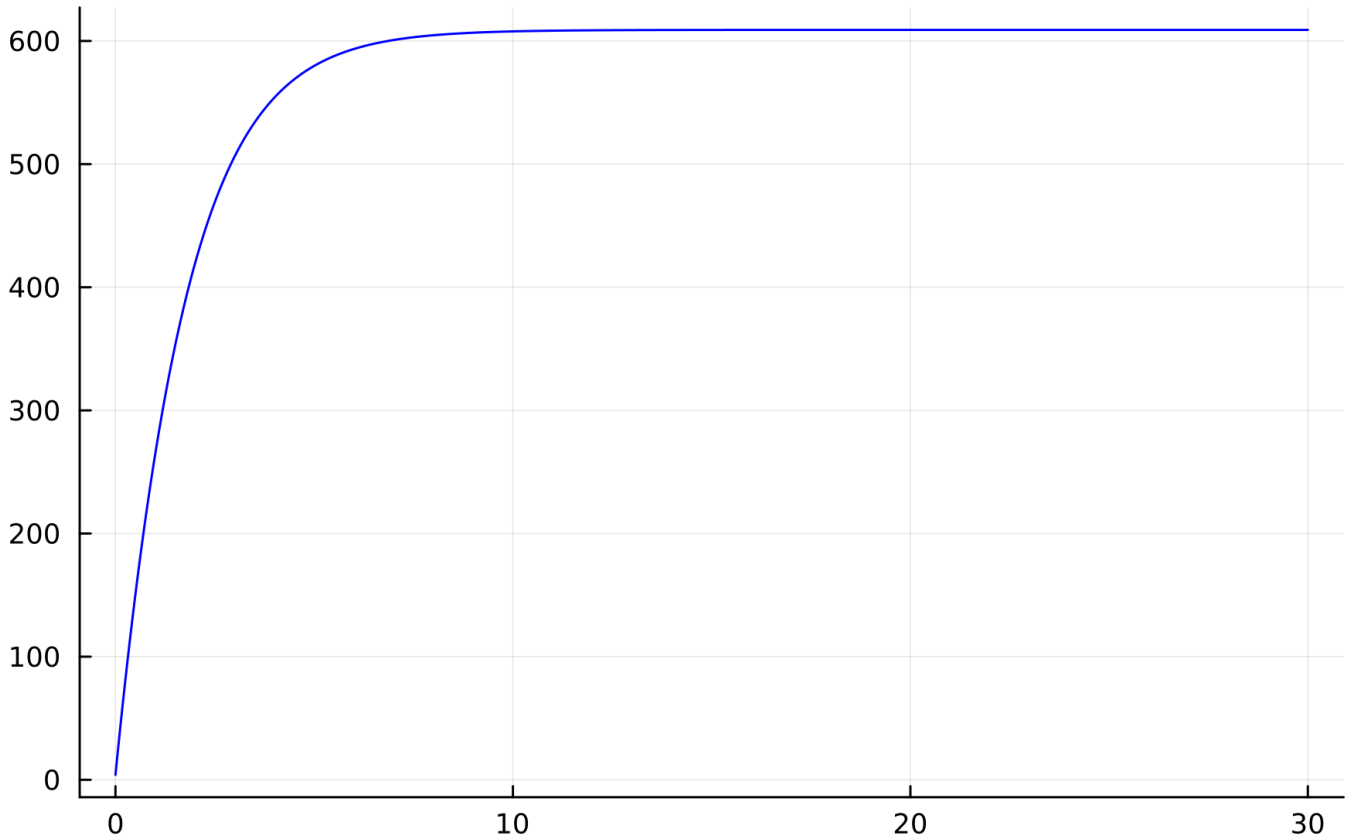


Рис.3 График первого случая на Julia

Листинг программы для второго случая на Julia:

$$\frac{dn}{dt} = (0.000021 + 0.38n(t))(N - n(t)):$$

```
using Plots
using DifferentialEquations

N = 609
n0 = 4

function ode_fn(du, u, p, t)
    (n) = u
    du[1] = (0.000021 + 0.38*u[1])*(N-u[1])
end

v0 = [n0]
tspan = (0.0, 0.1)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob)
n = [u[1] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

max_dn = 0;
max_dn_t = 0;
```

```

max_dn_n = 0;
for (i, t) in enumerate(T)
    if sol(t, Val{1})[1] > max_dn
        global max_dn = sol(t, Val{1})[1]
        global max_dn_t = t
        global max_dn_n = n[i]
    end
end

plt = plot(
    dpi = 300,
    title = "Эффективность рекламы",
    legend = false)

plot!(
    plt,
    T,
    n,
    color = :blue)
plot!(
    plt,
    [max_dn_t],
    [max_dn_n],
    seriestype = :scatter,
    color = :red)

savefig(plt, "lab07_2.png")

```

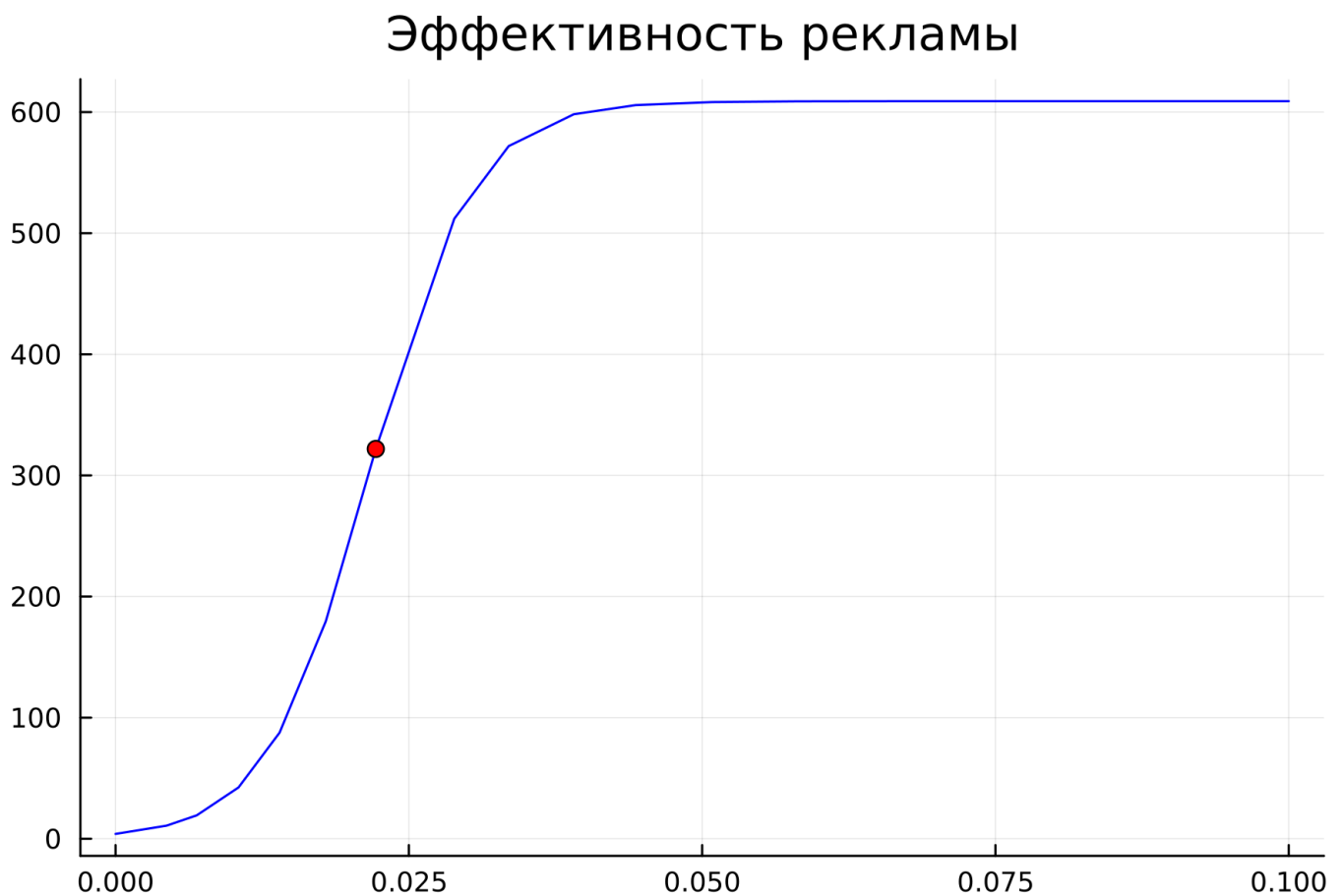


Рис.4 График второго случая на Julia

Листинг программы для третьего случая на Julia:

$$\frac{dn}{dt} = (0.2 \cos t + 0.2 \cos(2t)n(t))(N - n(t)) :$$

```
using Plots
using DifferentialEquations

N = 609
n0 = 4

function ode_fn(du, u, p, t)
    (n) = u
    du[1] = (0.54 + 0.00016*u[1])*(N-u[1])
end

v0 = [n0]
tspan = (0.0, 30.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
n = [u[1] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(
    dpi = 300,
    title = "Эффективность рекламы ",
    legend = false)

plot!(
    plt,
    T,
    n,
    color = :blue)

savefig(plt, "lab07_1.png")
```


Эффективность рекламы

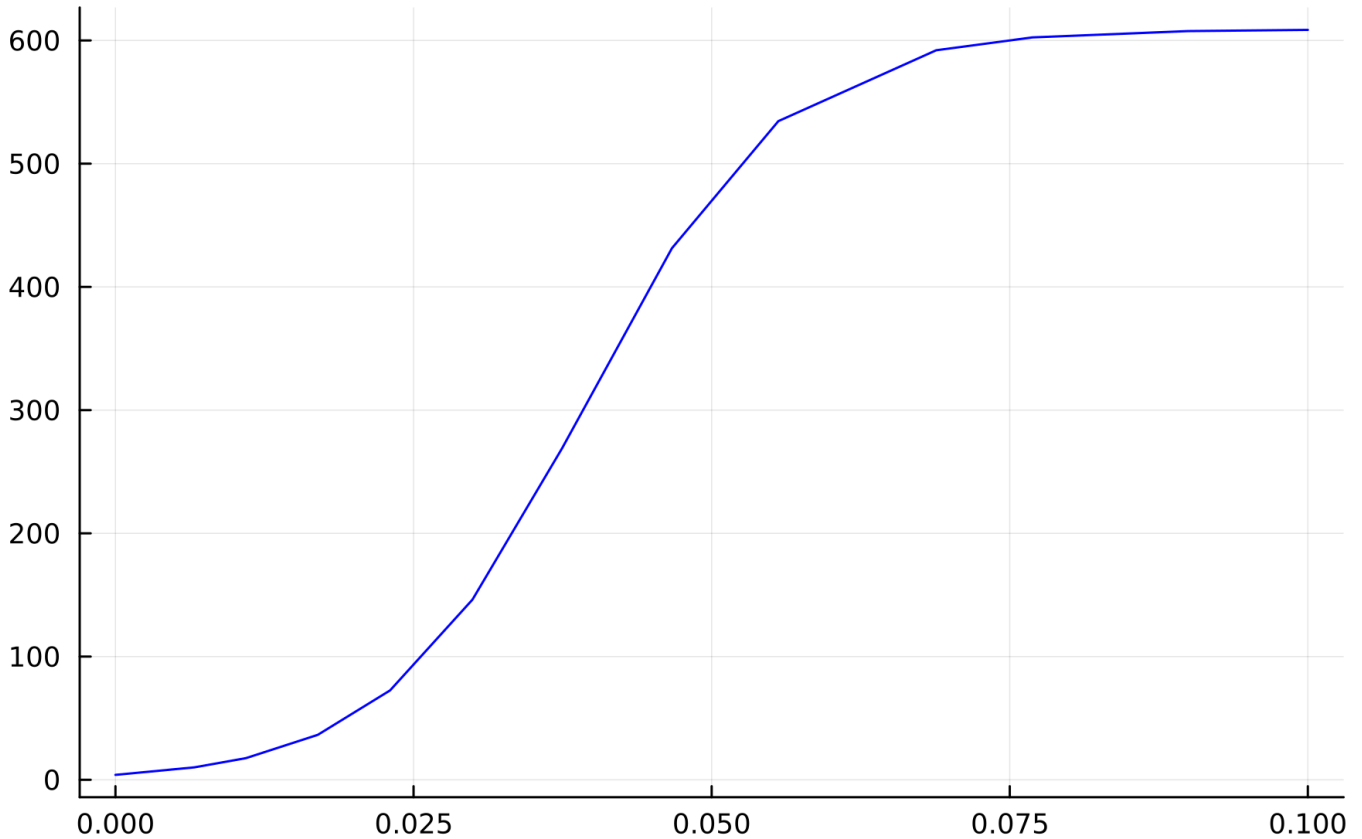


Рис.5 График третьего случая на Julia

2. OpenModelica

Листинг первой программы на Open Modelica для первого случая:

$$\frac{dn}{dt} = (0.000021 + 0.38n(t))(N - n(t))$$

```
model Lab7_1
  Real N = 609;
  Real n;
  initial equation
    n = 4;
  equation
    der(n) = (0.54 + 0.00016*n)*(N-n);
  annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 30, Interval = 0.05));
end Lab7_1;
```

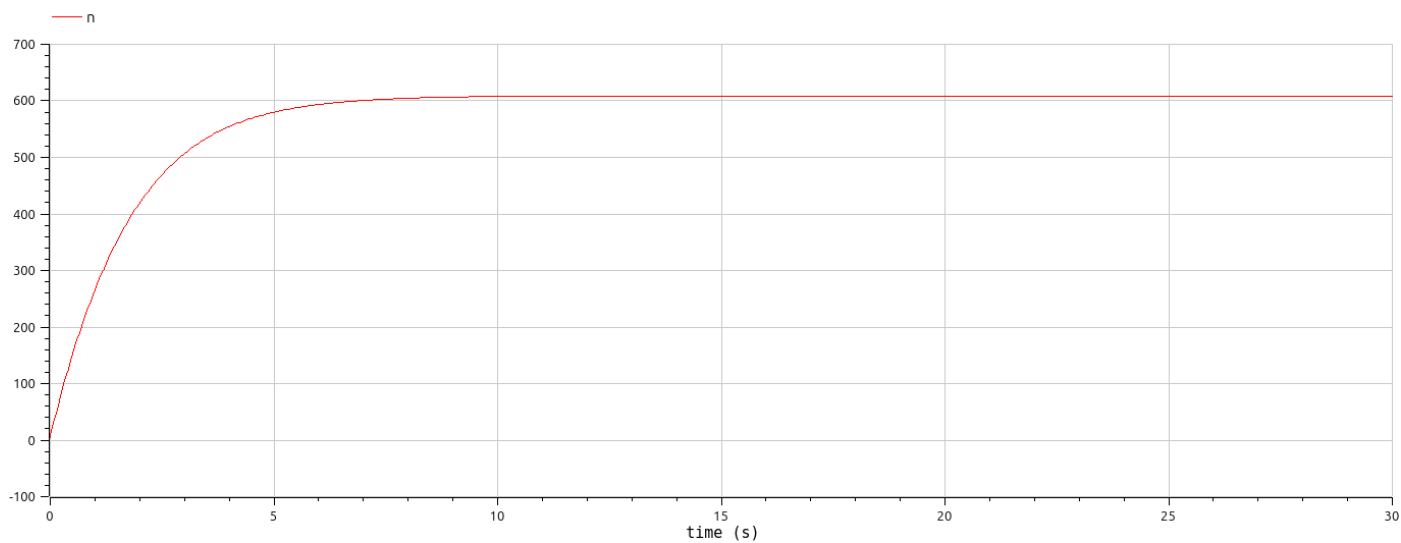


Рис.6 График первого случая на OpenModelica

Листинг второй программы на Open Modelica для второго случая:

$$\frac{dn}{dt} = (0.000021 + 0.38n(t))(N - n(t)):$$

```
model Lab7_2
  Real N = 609;
  Real n;
  initial equation
    n = 4;
  equation
    der(n) = (0.000021 + 0.38*n)*(N-n);
  annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 0.1, Interval = 0.002));
end Lab7_2;
```

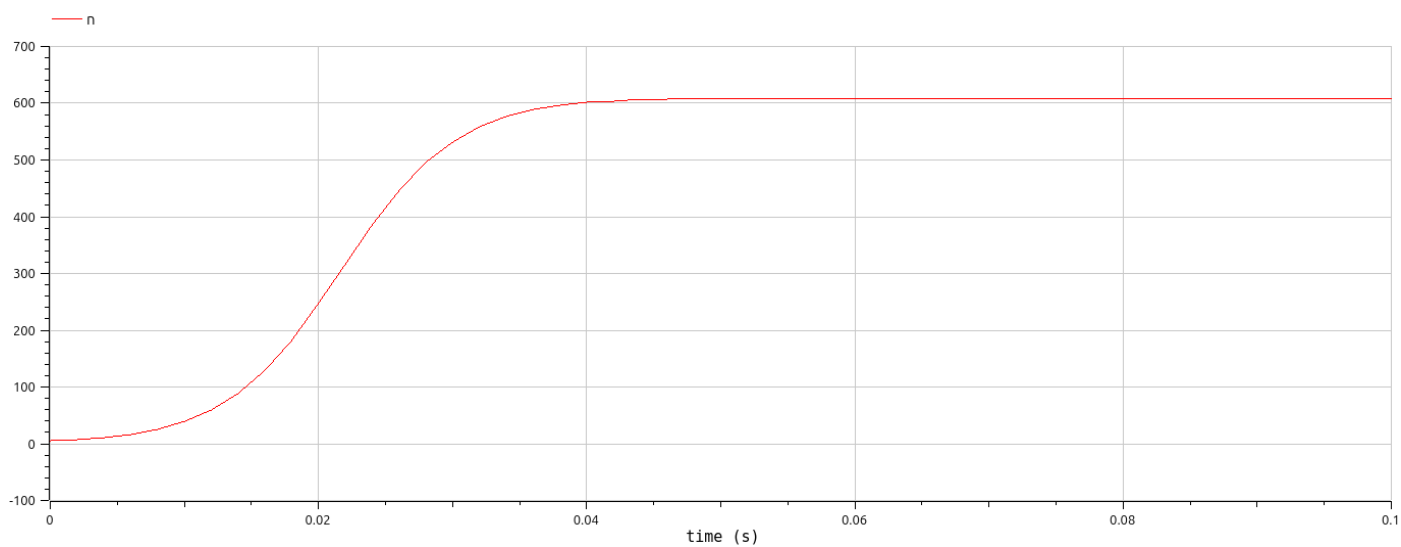


Рис.7 График второго случая на OpenModelica

Листинг третьей программы на Open Modelica для третьего случая:

$$\frac{dn}{dt} = (0.2 \cos t + 0.2 \cos (2t)n(t))(N - n(t))$$

```
model Lab7_3
  Real N = 609;
  Real n;
  initial equation
    n = 4;
  equation
    der(n) = (0.2*cos(time) + 0.2*cos(2*time)*n)*(N-n);
  annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 0.1, Interval = 0.002));
end Lab7_3;
```

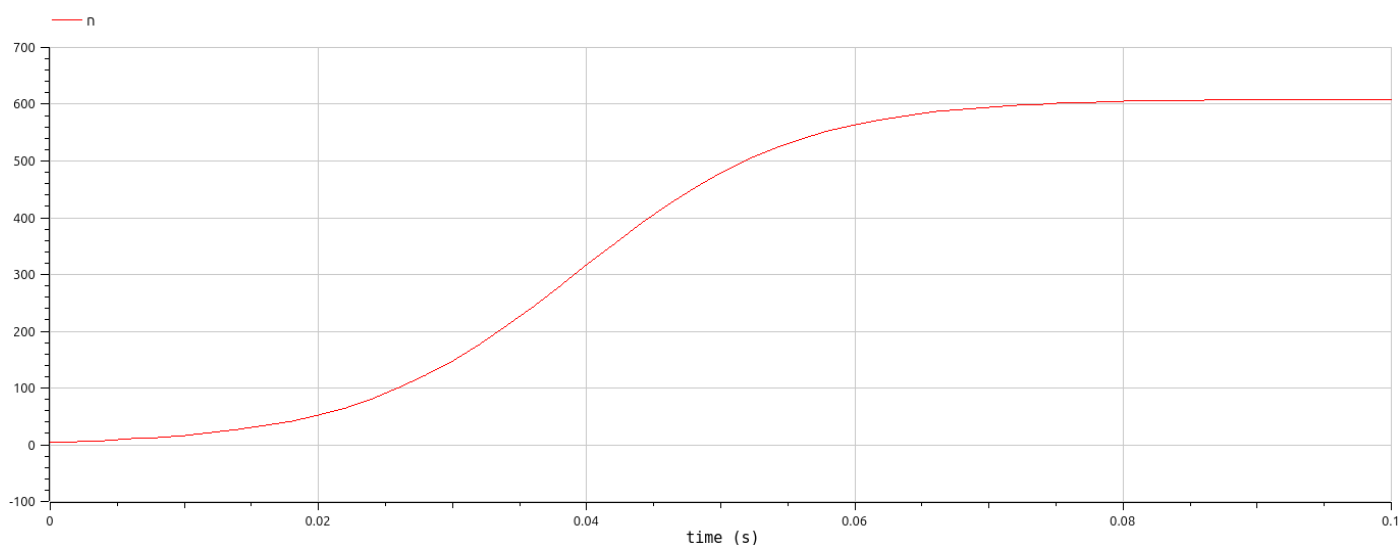


Рис.8 График третьего случая на OpenModelica

Анализ полученных результатов. Сравнение языков.

В итоге проделанной работы мы построили графики распространения рекламы для трех случаев на языках Julia и OpenModelica. Построение модели распространения рекламы на языке OpenModelica занимает значительно меньше строк, чем аналогичное построение на Julia. Кроме того, построения на языке OpenModelica проводятся относительно значения времени t по умолчанию, что упрощает нашу работу.

Вывод:

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель эффективности рекламы и в дальнейшем построена модель на языках Julia и Open Modelica

Список литературы. Библиография

- Документация по Julia: <https://docs.julialang.org/en/v1/>
- Документация по OpenModelica: <https://openmodelica.org/>
- Решение дифференциальных уравнений: <https://www.wolframalpha.com/>
- Мальтузианская модель роста:
<https://www.stolaf.edu/people/mckelvey/envision.dir/malthus.html>