

# Лабораторная работа №6

## "Модель эпидемии"

Выполнил: Кармацкий Никита Сергеевич

НФИбд-01-21

## Цель работы:

Изучить модель эпидемии. Применить её на практике для решения задания лабораторной работы

# Теоретическая справка. Математическая модель.

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из  $N$  особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через  $S(t)$ . Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их  $I(t)$ . А третья группа, обозначаемая через  $R(t)$  – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения  $I^*$ , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда  $I(t) > I^*$ , тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа  $S(t)$  меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S & , \text{если } I(t) > I^* \\ 0 & , \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, то есть:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I & , \text{если } I(t) > I^* \\ -\beta I & , \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности  $\alpha, \beta$  - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени  $t = 0$  нет особей с иммунитетом к болезни  $R(0) = 0$ , а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей  $I(0)$  и  $S(0)$  соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая:  $I(0) \leq I^*$  и  $I(0) > I^*$

# Задание лабораторной работы:

Вариант 32

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ( $N = 11900$ ) в момент начала эпидемии ( $t = 0$ ) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции)  $I(0) = 290$ , а число здоровых людей с иммунитетом к болезни  $R(0) = 52$ . Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени  $S(0) = N - I(0) - R(0)$ . Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп.

## Задачи:

Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп  $S$ ,  $I$ ,  $R$ .  
Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случаях:

1.  $I(0) \leq I^*$

2.  $I(0) > I^*$



# **Основные этапы выполнения работы**

# 1. Результат работы программы для первого случая. Julia

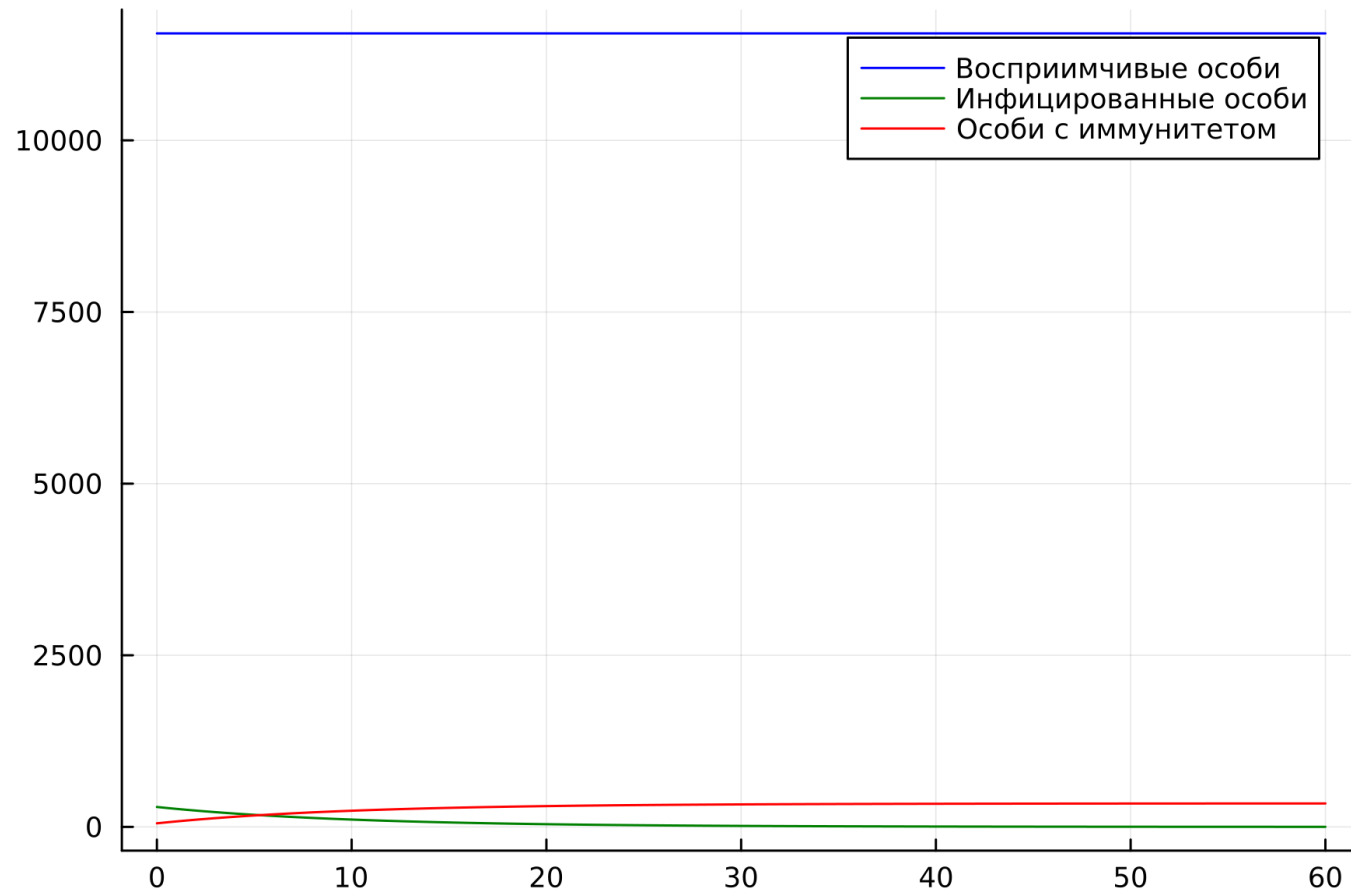


Рис.1 График первого случая на Julia

## 2. Результат работы программы для второго случая. Julia

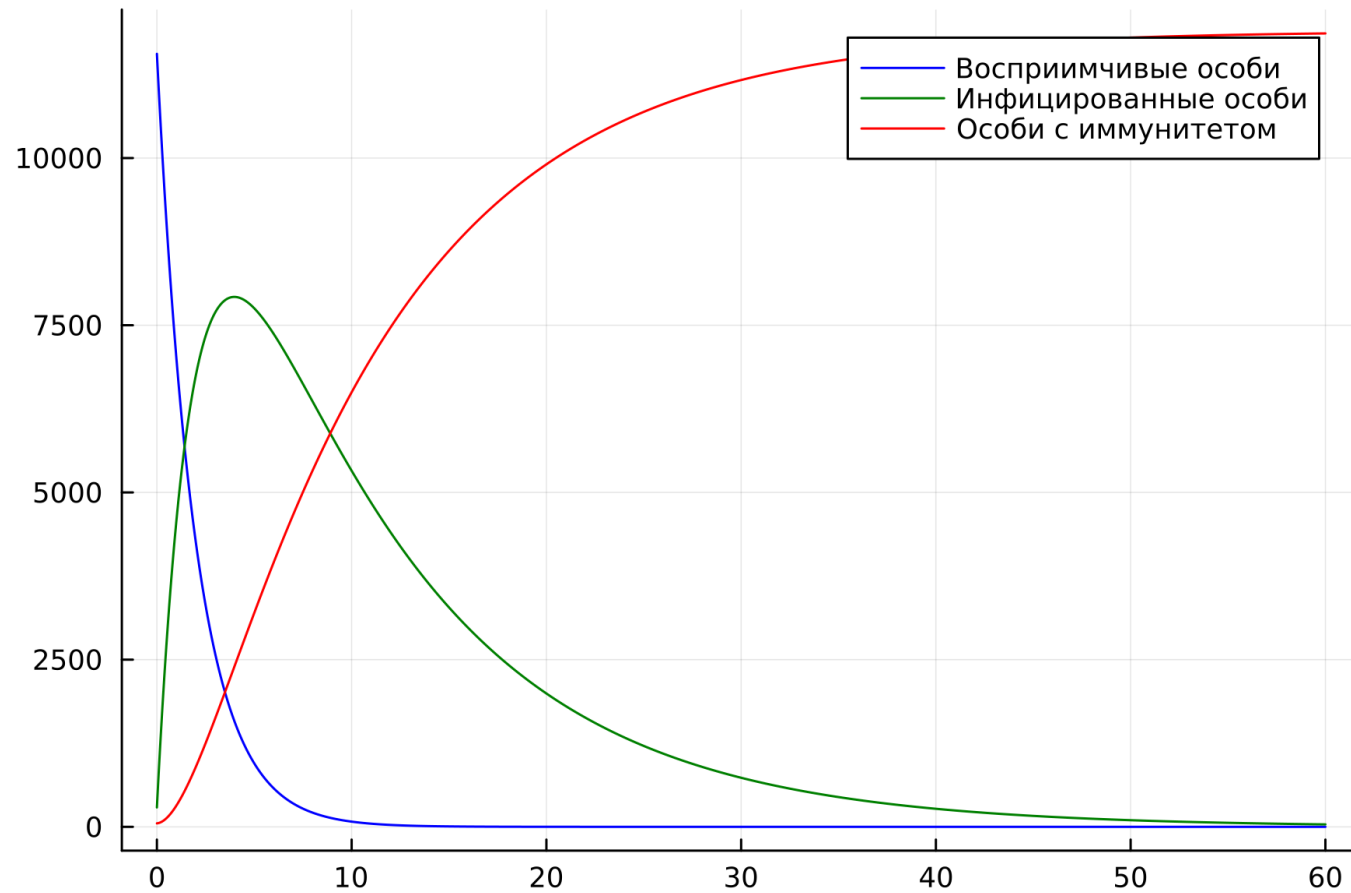


Рис.2 График второго случая на Julia

### 3. Результат работы программы для первого случая. OpenModelica

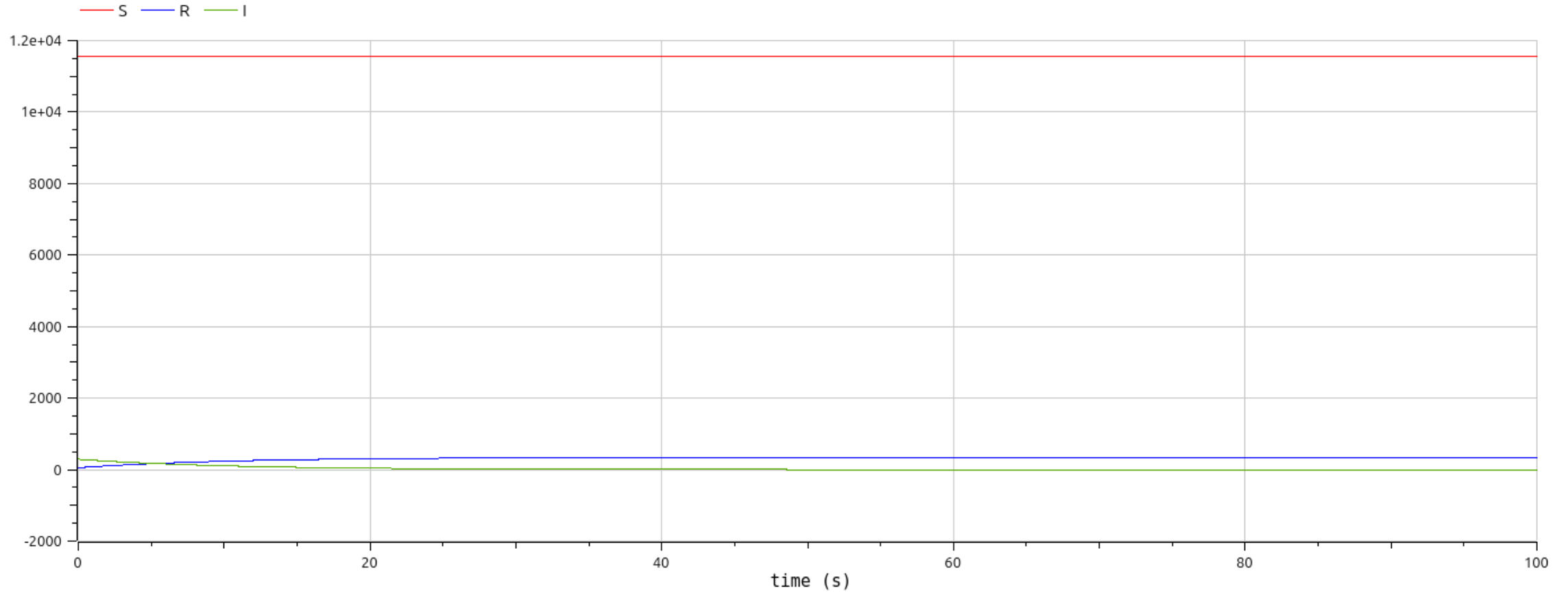


Рис.3 График первого случая на OpenModelica

## 4. Результат работы программы для второго случая. OpenModelica

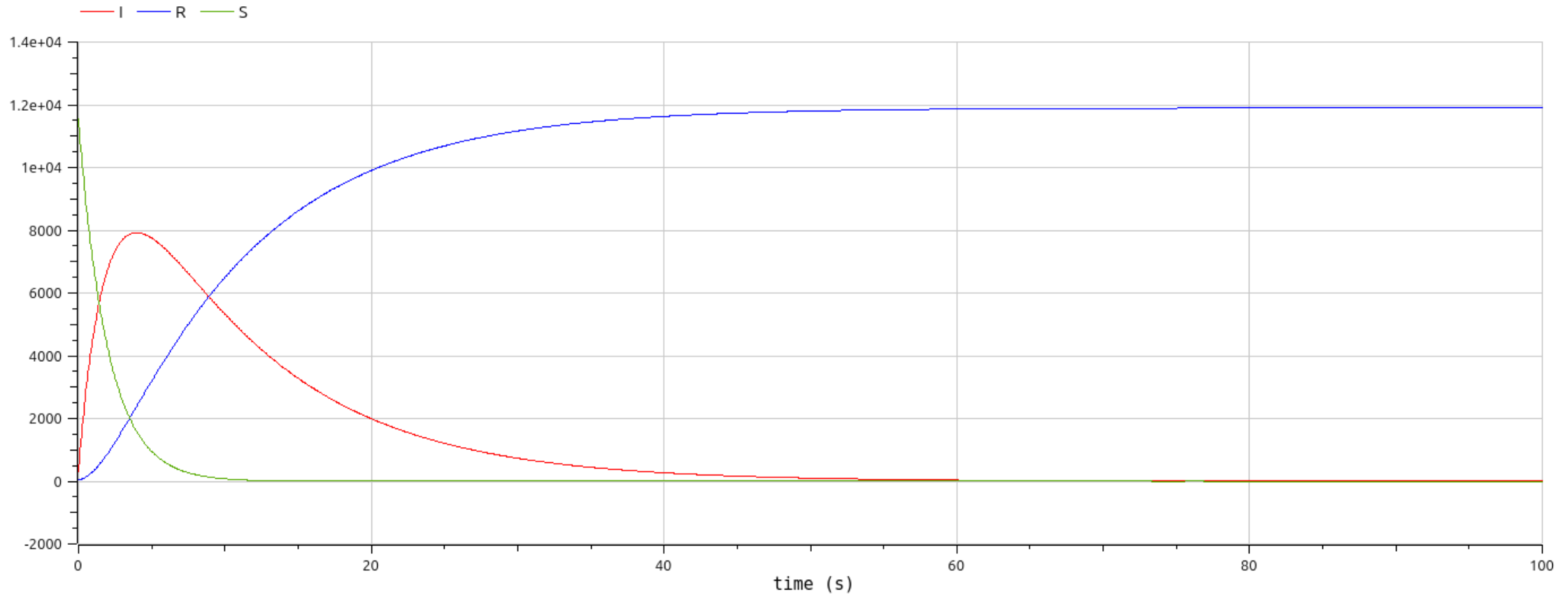


Рис.4 График второго случая на OpenModelica

## **Анализ полученных результатов. Сравнение языков.**

В итоге проделанной работы мы построили графики зависимости численности особей трех групп  $S$ ,  $I$ ,  $R$  для случаев, когда больные изолированы и когда они могут заражать особей группы  $S$ .

Построение модели эпидемии на языке OpenModelica занимает значительно меньше строк, чем аналогичное построение на Julia. Кроме того, построения на языке OpenModelica проводятся относительно значения времени  $t$  по умолчанию, что упрощает нашу работу.

## **Вывод:**

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель эпидемии и построена модель на языках Julia и Open Modelica.

# Список литературы. Библиография

- Документация по Julia: <https://docs.julialang.org/en/v1/>
- Документация по OpenModelica: <https://openmodelica.org/>
- Решение дифференциальных уравнений: <https://www.wolframalpha.com/>
- Конструирование эпидемиологических моделей:  
<https://habr.com/ru/post/551682/>



**Спасибо за внимание**