## РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ им. Патриса Лулумбы

### Факультет физико-математических и естественных наук

### Кафедра теории вероятности и кибербезопасности

##### ОТЧЕТ

##### ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №5

дисциплина: Математическое моделирование

Студент: Кармацкий Никита Сергеевич

Номер студ.билета: 1032210091

Группа: НФИбд-01-21

##### Москва

2024 г.

### Цель работы:

Изучить модель Лотки-Вольтерры тип "Хищник - Жертва". Применить их на практике для решения задания лабораторной работы

### Теоретическое введение

* Модель Лотки—Вольтерры — модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва», названная в честь её авторов, которые предложили модельные уравнения независимо друг от друга. Такие уравнения можно использовать для моделирования систем «хищник — жертва», «паразит — хозяин», конкуренции и других видов взаимодействия между двумя видами.

Данная двувидовая модель основывается на следующих предположениях:

1. Численность популяции жертв x и хищников y зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)
2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает
3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными
4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается
5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников

{dxdt=(−ax(t)+by(t)x(t))dydt=(cy(t)−dy(t)x(t)) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = (-ax(t) + by(t)x(t)) \\ \frac{dy}{dt} = (cy(t) - dy(t)x(t)) \end{cases} {dtdx​=(−ax(t)+by(t)x(t))dtdy​=(cy(t)−dy(t)x(t))​

В этой модели xxx – число жертв, yyy - число хищников. Коэффициент aaa описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, ссс - естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников (xyxyxy). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены −bxy-bxy−bxy и dxydxydxy в правой части уравнения).

Математический анализ этой (жёсткой) модели показывает, что имеется стационарное состояние, всякое же другое начальное состояние приводит к периодическому колебанию численности как жертв, так и хищников, так что по прошествии некоторого времени такая система вернётся в изначальное состояние.

Стационарное состояние системы (положение равновесия, не зависящее от времени решения) будет находиться в точке x0=cd,y0=abx\_0=\frac{c}{d}, y\_0=\frac{a}{b}x0​=dc​,y0​=ba​. Если начальные значения задать в стационарном состоянии x(0)=x0,y(0)=y0x(0) = x\_0, y(0) = y\_0x(0)=x0​,y(0)=y0​, то в любой момент времени численность популяций изменяться не будет. При малом отклонении от положения равновесия численности как хищника, так и жертвы с течением времени не возвращаются к равновесным значениям, а совершают периодические колебания вокруг стационарной точки. Амплитуда колебаний и их период определяется начальными значениями численностей x(0),y(0)x(0), y(0)x(0),y(0). Колебания совершаются в противофазе.

# Задание

Вариант 32

Для модели «хищник-жертва»:

{dxdt=(−0.25x(t)+0.025y(t)x(t))dydt=(0.45y(t)−0.045y(t)x(t)) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = (-0.25x(t) + 0.025y(t)x(t)) \\ \frac{dy}{dt} = (0.45y(t) - 0.045y(t)x(t)) \end{cases} {dtdx​=(−0.25x(t)+0.025y(t)x(t))dtdy​=(0.45y(t)−0.045y(t)x(t))​

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: x0=8,y0=11x\_0=8, y\_0=11x0​=8,y0​=11. Найдите стационарное состояние системы.

# Задачи:

1. Построить график зависимости численности хищников от численности жертв
2. Построить график зависимости численности хищников и численности жертв от времени
3. Найти стационарное состояние системы

# Основные этапы выполнения работы

## Решение с помощью кода

### 1. Julia

Листинг первой программы на julia:

using Plots using DifferentialEquations x0 = 8 y0 = 11 a = 0.25 b = 0.025 c = 0.45 d = 0.045 function ode\_fn(du, u, p , t) x, y = u du[1] = -a\*u[1] + b\*u[1]\*u[2] du[2] = c\*u[2] - d\*u[1]\*u[2] end v0 = [x0, y0] tspan = (0.0, 60.0) prob = ODEProblem(ode\_fn, v0, tspan) sol = solve(prob, dtmax=0.05) X = [u[1] for u in sol.u] Y = [u[2] for u in sol.u] T = [t for t in sol.t] plt = plot( dpi=300, legend=false) plot!( plt, X, Y, label="Зависимость численности хищников от численности жертв", color=:red) savefig(plt, "5\_1.png") plt2 = plot( dpi=300, legend=true) plot!( plt2, T, X, label="Численность жертв", color=:green) plot!( plt2, T, Y, label="Численность хищников", color=:red) savefig(plt2, "5\_2.png")

Рис.1 Зависимость от численности жертв на Julia

Рис.2 Зависимость от времени на Julia

Листинг второй программы на julia:

using Plots using DifferentialEquations x0 = 8 y0 = 11 a = 0.25 b = 0.025 c = 0.45 d = 0.045 function ode\_fn(du, u, p , t) x, y = u du[1] = -a\*u[1] + b\*u[1]\*u[2] du[2] = c\*u[2] - d\*u[1]\*u[2] end v0 = [x0, y0] tspan = (0.0, 60.0) prob = ODEProblem(ode\_fn, v0, tspan) sol = solve(prob, dtmax=0.05) X = [u[1] for u in sol.u] Y = [u[2] for u in sol.u] T = [t for t in sol.t] plt = plot( dpi=300, legend=false) plot!( plt, X, Y, label="Зависимость численности хищников от численности жертв", color=:red) savefig(plt, "5\_1.png") plt2 = plot( dpi=300, legend=true) plot!( plt2, T, X, label="Численность жертв", color=:green) plot!( plt2, T, Y, label="Численность хищников", color=:red) savefig(plt2, "5\_2.png")

Рис.3 График стационарного состояния на Julia

### 2. OpenModelica

Первый листинг программы на OpenModelica

model Lab5\_1 Real a = 0.25; Real b = 0.025; Real c = 0.45; Real d = 0.045; Real x; Real y; initial equation x = 8; y = 11; equation der(x) = -a\*x + b\*x\*y; der(y) = c\*y - d\*x\*y; annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 60, Interval = 0.05)); end Lab5\_1;

Рис.4 График зависимости числености хищников от жертв на OpenModelica

Рис.5 График зависимости от времени на OpenModelica

model Lab5\_2 Real a = 0.25; Real b = 0.025; Real c = 0.45; Real d = 0.045; Real x; Real y; initial equation x = c/d; y = a/b; equation der(x) = -a\*x + b\*x\*y; der(y) = c\*y - d\*x\*y; annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 60, Interval = 0.05)); end Lab5\_2;

Рис.6 График стационарного случая на OpenModelica

# Анализ полученных результатов. Сравнение языков.

В итоге проделанной работы мы построили график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв на языках Julia и OpenModelica. Построение модели хищник-жертва на языке openModelica занимает меньше строк, чем аналогичное построение на Julia.

## Вывод:

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель хищник-жертва и построена модель на языках Julia и Open Modelica.

# Список литературы. Библиография

* Документация по Julia: https://docs.julialang.org/en/v1/
* Документация по OpenModelica: https://openmodelica.org/
* Решение дифференциальных уравнений: https://www.wolframalpha.com/
* Модель Лотки—Вольтерры: https://math-it.petrsu.ru/users/semenova/MathECO/Lections/Lotka\_Volterra.pdf