## РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ им. Патриса Лулумбы

### Факультет физико-математических и естественных наук

### Кафедра теории вероятности и кибербезопасности

##### ОТЧЕТ

##### ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №7

дисциплина: Математическое моделирование

Студент: Кармацкий Никита Сергеевич

Номер студ.билета: 1032210091

Группа: НФИбд-01-21

##### Москва

2024 г.

### Цель работы:

Изучить модель эффективности рекламы. Применить их на практике для решения задания лабораторной работы

### Теоретическое введение

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытиться, и рекламировать товар станет бесполезным.

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени ttt из числа потенциальных покупателей NNN знает лишь nnn покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что dndt\frac{dn}{dt}dtdn​ - скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить, ttt - время, прошедшее с начала рекламной кампании, NNN - общее число потенциальных платежеспособных покупателей, n(t)n(t)n(t) - число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом α1(t)(N−n(t))\alpha \_1(t)(N-n(t))α1​(t)(N−n(t)), где α1>0\alpha \_1>0α1​>0 - характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени). Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной α2(t)n(t)(N−n(t))\alpha \_2(t)n(t)(N-n(t))α2​(t)n(t)(N−n(t)). эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре.

Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

dndt=(α1(t)+α2(t)n(t))(N−n(t))\frac{dn}{dt} = (\alpha \_1(t) + \alpha \_2(t)n(t))(N-n(t)) dtdn​=(α1​(t)+α2​(t)n(t))(N−n(t))

При α1(t)>>α2(t)\alpha \_1(t) >> \alpha \_2(t)α1​(t)>>α2​(t) получается модель типа модели Мальтуса, решение которой имеет вид

Рис.1 График решения уравнения модели Мальтуса

В обратном случае α1(t)<<α2(t)\alpha \_1(t) << \alpha \_2(t)α1​(t)<<α2​(t) получаем уравнение логистической кривой

Рис.2 График логистической кривой

# Задание

Вариант 32

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

1. dndt=(0.54+0.00016n(t))(N−n(t))\frac{dn}{dt} = (0.54 + 0.00016n(t))(N-n(t))dtdn​=(0.54+0.00016n(t))(N−n(t))
2. dndt=(0.000021+0.38n(t))(N−n(t))\frac{dn}{dt} = (0.000021 + 0.38n(t))(N-n(t))dtdn​=(0.000021+0.38n(t))(N−n(t))
3. dndt=(0.2cos⁡t+0.2cos⁡(2t)n(t))(N−n(t))\frac{dn}{dt} = (0.2\cos{t} + 0.2\cos{(2t)} n(t))(N-n(t))dtdn​=(0.2cost+0.2cos(2t)n(t))(N−n(t))

При этом объем аудитории N=609N = 609N=609, в начальный момент о товаре знает 4 человек.

Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

# Основные этапы выполнения работы

## Решение с помощью кода

### 1. Julia

Листинг программы для первого случая на Julia:

dndt=(0.54+0.00016n(t))(N−n(t))\frac{dn}{dt} = (0.54 + 0.00016n(t))(N-n(t))dtdn​=(0.54+0.00016n(t))(N−n(t)) :

using Plots using DifferentialEquations N = 609 n0 = 4 function ode\_fn(du, u, p, t) (n) = u du[1] = (0.54 + 0.00016\*u[1])\*(N-u[1]) end v0 = [n0] tspan = (0.0, 30.0) prob = ODEProblem(ode\_fn, v0, tspan) sol = solve(prob, dtmax = 0.05) n = [u[1] for u in sol.u] T = [t for t in sol.t] plt = plot( dpi = 300, title = "Эффективность рекламы ", legend = false) plot!( plt, T, n, color = :blue) savefig(plt, "lab07\_1.png")

Рис.3 График первого случая на Julia

Листинг программы для второго случая на Julia:

dndt=(0.000021+0.38n(t))(N−n(t))\frac{dn}{dt} = (0.000021 + 0.38n(t))(N-n(t))dtdn​=(0.000021+0.38n(t))(N−n(t)):

using Plots using DifferentialEquations N = 609 n0 = 4 function ode\_fn(du, u, p, t) (n) = u du[1] = (0.000021 + 0.38\*u[1])\*(N-u[1]) end v0 = [n0] tspan = (0.0, 0.1) prob = ODEProblem(ode\_fn, v0, tspan) sol = solve(prob) n = [u[1] for u in sol.u] T = [t for t in sol.t] max\_dn = 0; max\_dn\_t = 0; max\_dn\_n = 0; for (i, t) in enumerate(T) if sol(t, Val{1})[1] > max\_dn global max\_dn = sol(t, Val{1})[1] global max\_dn\_t = t global max\_dn\_n = n[i] end end plt = plot( dpi = 300, title = "Эффективность рекламы", legend = false) plot!( plt, T, n, color = :blue) plot!( plt, [max\_dn\_t], [max\_dn\_n], seriestype = :scatter, color = :red) savefig(plt, "lab07\_2.png")

Рис.4 График второго случая на Julia

Листинг программы для третьего случая на Julia:

dndt=(0.2cos⁡t+0.2cos⁡(2t)n(t))(N−n(t))\frac{dn}{dt} = (0.2\cos{t} + 0.2\cos{(2t)} n(t))(N-n(t))dtdn​=(0.2cost+0.2cos(2t)n(t))(N−n(t)) :

using Plots using DifferentialEquations N = 609 n0 = 4 function ode\_fn(du, u, p, t) (n) = u du[1] = (0.54 + 0.00016\*u[1])\*(N-u[1]) end v0 = [n0] tspan = (0.0, 30.0) prob = ODEProblem(ode\_fn, v0, tspan) sol = solve(prob, dtmax = 0.05) n = [u[1] for u in sol.u] T = [t for t in sol.t] plt = plot( dpi = 300, title = "Эффективность рекламы ", legend = false) plot!( plt, T, n, color = :blue) savefig(plt, "lab07\_1.png")

Рис.5 График третьего случая на Julia

### 2. OpenModelica

Листинг первой программы на Open Modelica для первого случая:

dndt=(0.000021+0.38n(t))(N−n(t))\frac{dn}{dt} = (0.000021 + 0.38n(t))(N-n(t))dtdn​=(0.000021+0.38n(t))(N−n(t))

model Lab7\_1 Real N = 609; Real n; initial equation n = 4; equation der(n) = (0.54 + 0.00016\*n)\*(N-n); annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 30, Interval = 0.05)); end Lab7\_1;

Рис.6 График первого случая на OpenModelica

Листинг второй программы на Open Modelica для второго случая:

dndt=(0.000021+0.38n(t))(N−n(t))\frac{dn}{dt} = (0.000021 + 0.38n(t))(N-n(t))dtdn​=(0.000021+0.38n(t))(N−n(t)):

model Lab7\_2 Real N = 609; Real n; initial equation n = 4; equation der(n) = (0.000021 + 0.38\*n)\*(N-n); annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 0.1, Interval = 0.002)); end Lab7\_2;

Рис.7 График второго случая на OpenModelica

Листинг третьей программы на Open Modelica для третьего случая:

dndt=(0.2cos⁡t+0.2cos⁡(2t)n(t))(N−n(t))\frac{dn}{dt} = (0.2\cos{t} + 0.2\cos{(2t)} n(t))(N-n(t))dtdn​=(0.2cost+0.2cos(2t)n(t))(N−n(t))

model Lab7\_3 Real N = 609; Real n; initial equation n = 4; equation der(n) = (0.2\*cos(time) + 0.2\*cos(2\*time)\*n)\*(N-n); annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 0.1, Interval = 0.002)); end Lab7\_3;

Рис.8 График третьего случая на OpenModelica

# Анализ полученных результатов. Сравнение языков.

В итоге проделанной работы мы построили графики распространения рекламы для трех случаев на языках Julia и OpenModelica. Построение модели распространения рекламы на языке OpenModelica занимает значительно меньше строк, чем аналогичное построение на Julia. Кроме того, построения на языке OpenModelica проводятся относительно значения времени t по умолчанию, что упрощает нашу работу.

## Вывод:

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель эффективности рекламы и в дальнейшем построена модель на языках Julia и Open Modelica

# Список литературы. Библиография

* Документация по Julia: https://docs.julialang.org/en/v1/
* Документация по OpenModelica: https://openmodelica.org/
* Решение дифференциальных уравнений: https://www.wolframalpha.com/
* Мальтузианская модель роста: https://www.stolaf.edu//people/mckelvey/envision.dir/malthus.html