ÉCOLE NATIONALE DES SCIENCES DE L'INFORMATIQUE

CHAPITRE 1: MODULATION ANALOGIQUE

Module: **Transmission Numérique**

Niveau: 1ère année du cycle ingénieur (II-1)

Enseignante: *Dr. Leïla Nasraoui*

leila.nasraoui@ensi-uma.tn; leila.nasraoui@supcom.tn

Année universitaire: 2018-2019

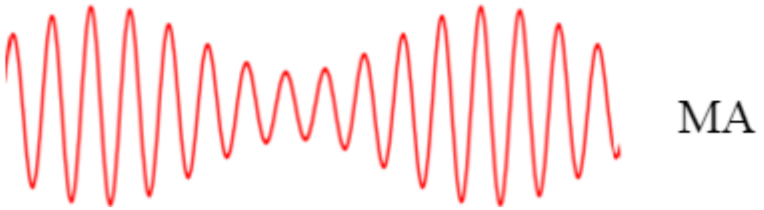
Transmission analogique: présentation

- On parle de la transmission d'un signal analogique quand le message à transmettre est considéré comme une grandeur analogique.

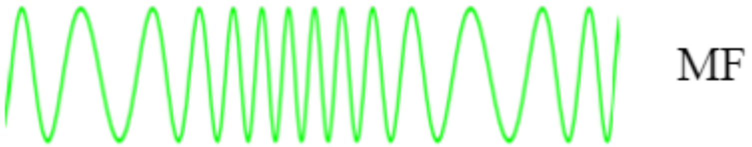
- Le signal d'information à transmettre est noté par ***m(t)***
- La porteuse est un signal sinusoïdal haute fréquence noté par $p(t) = A_p \cos(2\pi f_p t+\theta_p)$,
- Nous distinguons deux types de modulations:
  - *Modulation linéaire*
  - *Modulation angulaire*
- L'étape de modulation a pour objectif d'imprimer le signal d'information *m(t)* sur le signal porteur *p(t)*.
- Le signal modulé résultant noté par *s(t)* est généralement à bande étroite centrée sur la fréquence de la porteuse.

Transmission analogique: présentation

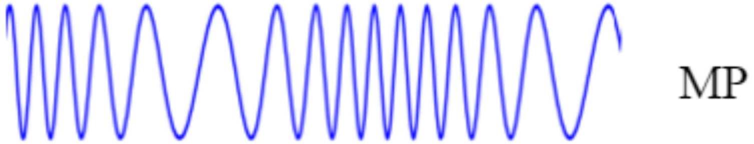
- Il y a différentes façons de combiner ***m(t)*** avec ***p(t)*** :
  - Modulation d'amplitude (**AM**: Amplitude Modulation): **m(t)** agit sur l'amplitude A_p de ***p(t).***



  - Modulation de fréquence (**FM**: Frequency Modulation) **:m(t)** agit sur la fréquence f_p de ***p(t)***

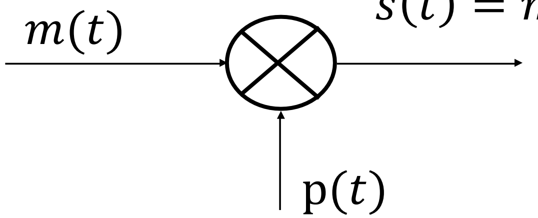


  - Modulation de phase (**PM**: Phase modulation): **m(t)** agit sur la phase $\boldsymbol{\theta_p}$ de ***p(t)***.

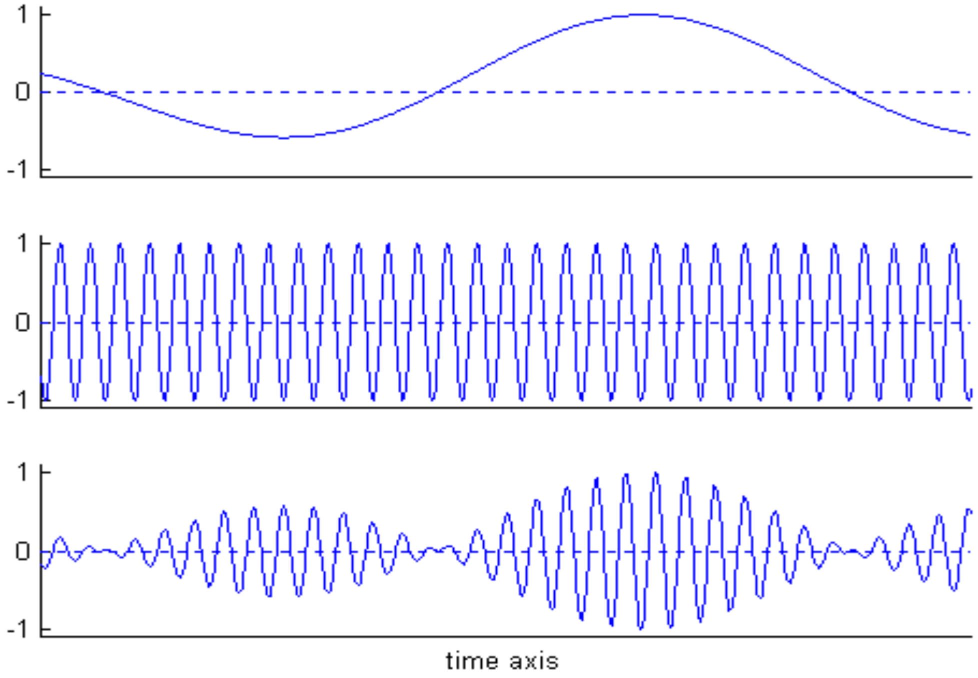


Modulation d’amplitude-Modulation DBSP

- Modulation d’amplitude double bande sans porteuse (Double-sideband Suppressed-Carrier **DSBSC**): Il s’agit d’une simple multiplication du message ***m(t)*** par la porteuse ***p(t)***



$$s(t) = m(t)p(t) = A_p m(t)\cos(2\pi f_p t)$$



Enveloppe complexe: $A_p m(t)$

- Spectre du signal modulé

$$S(f)=TF(s(t))=TF(A_p\, m(t)\, \cos(2\pi f_p t))$$

$$=A_p\, TF(m(t))*TF(\cos(2\pi f_p t))$$

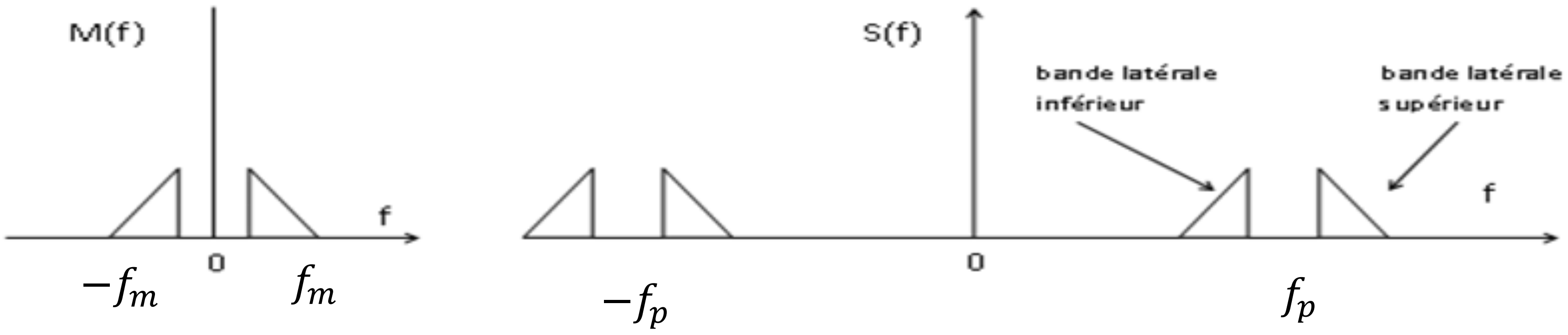
avec * est le produit de convolution

Modulation d'amplitude-Modulation DBSP

- Dans le domaine fréquentiel, la DSBSC correspond à une translation du spectre de $m(t)$ autour de la fréquence porteuse f_p

$$S(f) = M(f) * \frac{A_p}{2}[\delta(f - f_p) + \delta(f + f_p)]$$

$$S(f) = \frac{A_p}{2}[M(f - f_p) + M(f + f_p)]$$

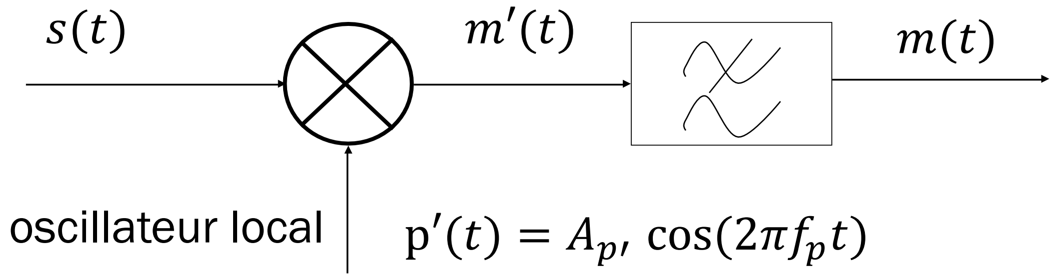


Soit B la bande de fréquence du message $M(f)$

- La bande occupée par le signal modulé est le double de la bande du message bande de base (2B)

Modulation d'amplitude-Démodulation cohérente

- **Démodulation DSBSC:** le signal modulé $s(t)$ sera multiplié par un signal sinusoïdal **identique en fréquence** à la porteuse $\mathrm{p}(t)$



Pour A_p=$A_{p'}$ =1

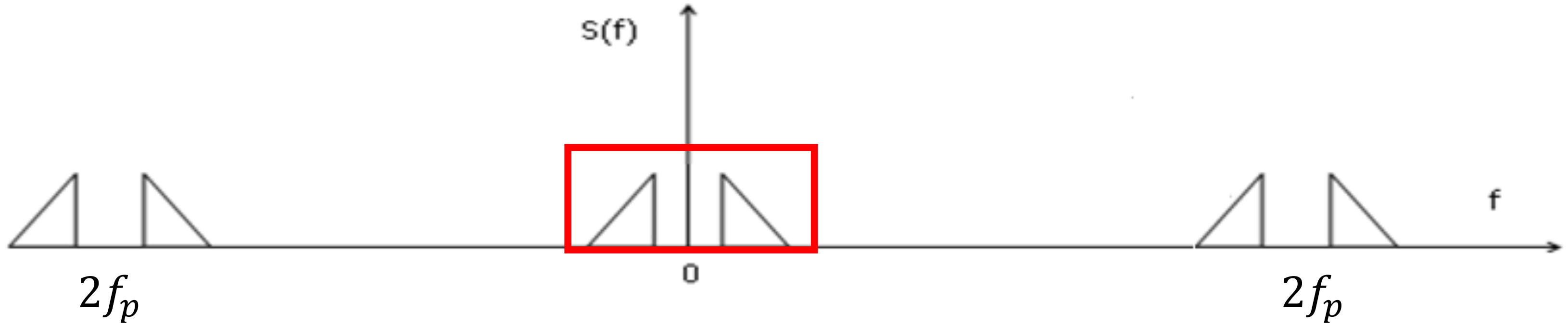
$$m'(t) = s(t)p'(t) = m(t)\cos\left(2\pi f_p t\right)\cos\left(2\pi f_p t\right)$$

$$m'(t) = m(t)\ \frac{1}{2}\left[1+\cos\left(4\pi f_p t\right)\right]$$

$$M'(f)=\frac{1}{2}M(f)+\frac{1}{4}\left[M\left(f-2f_p\right)+M\left(f+2f_p\right)\right]$$

Modulation d'amplitude-Démodulation cohérente

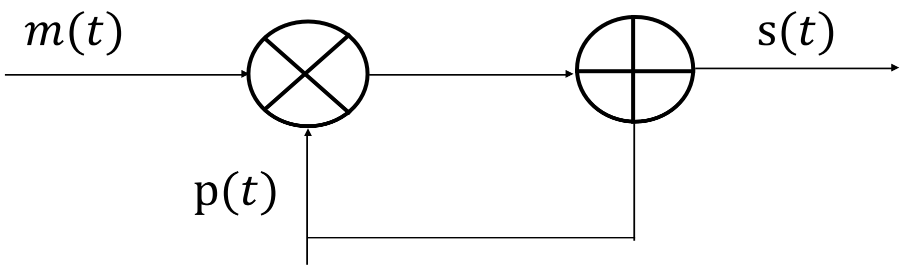
- Spectre de $m'(t)$



- L'utilisation d'un filtre passe bas de fréquence de coupure suffisante pour éliminer les spectres à 2fp permet de récupérer le signal bande de base $m(t)$
- L'oscillateur local doit générer un signal $\mathrm{p}'(t)$ identique en fréquence et en phase à la porteuse $\mathrm{p}(t)$ utilisé lors de la modulation → ce problème de synchronisation fait que la modulation DSBSC n'est pas utilisé en radiodiffusion

Modulation d’amplitude-Modulation DBAP

- Modulation d’amplitude double bande avec porteuse (**AM**): l’idée est d’additionner la porteuse au signal modulé pour éviter le problème de synchronisation.



$$s(t) = km(t)p(t) + p(t) = p(t)[1 + km(t)]=A_p km(t)\cos(2\pi f_p t) + A_p\cos(2\pi f_p t)$$

  - k est la sensibilité du modulateur

- Pour un signal modulant $m(t)$ sinusoïdal : $m(t) = A_m\cos(\omega_m t)$, le signal modulé devient

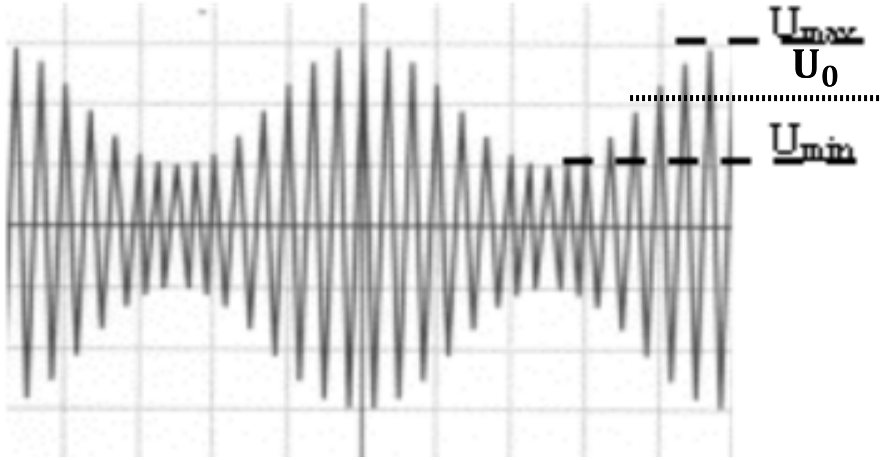
$$s(t) = \ A_p[1 + kA_m\cos(\omega_m t)]\cos\left(\omega_p t\right) = A_p[1 + \boldsymbol{m}\cos(\omega_m t)]\cos\left(\omega_p t\right)$$

- On appelle $\boldsymbol{m} = \boldsymbol{kA_m}$ indice de modulation.

Modulation d'amplitude-Modulation DBAP

- L'indice de modulation $\boldsymbol{m}$ peut aussi être exprimé en fonction des valeurs extrêmes de la partie positive de l'amplitude de la tension modulée comme:

$$m = \frac{U_{max} - U_{min}}{U_{max} + U_{min}}$$

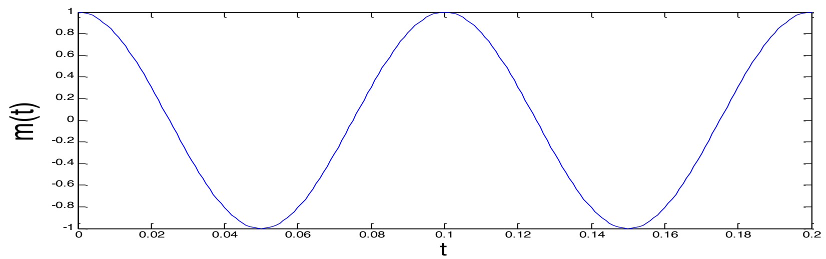


  - Enveloppe complexe: $A_p\left(1 + km(t)\right)$
  - Composante continu $\mathbf{U_0}$ (souvent $\mathbf{U_0} = \mathbf{1}$)

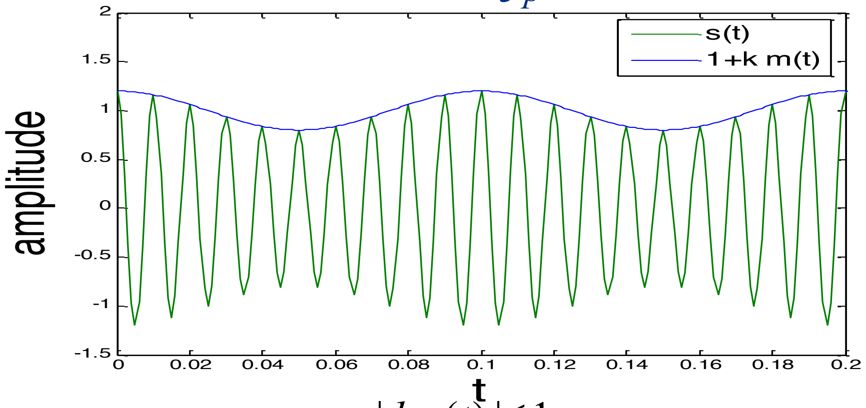
- Pour une bonne modulation, le signal modulé doit comporter l'information ; le **profil** supérieur ou inférieur de l'enveloppe de la tension modulée est alors **l'image du signal modulant.**

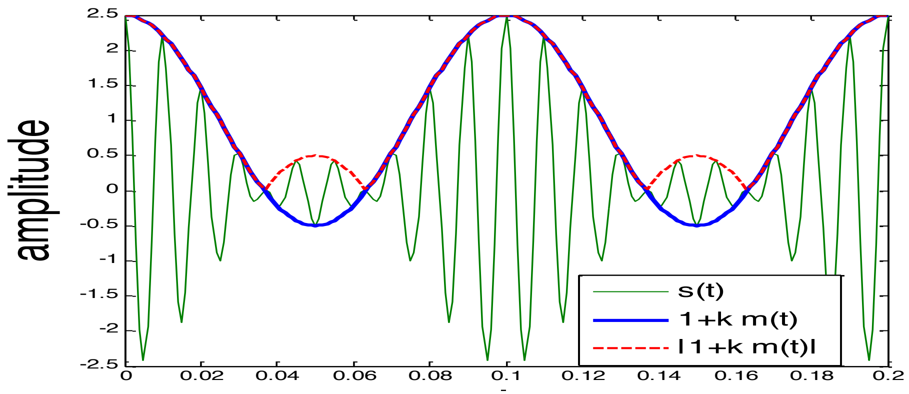
Modulation d'amplitude-Modulation DBAP

- Soit $m(t)=cos(2\pi f_m t)$



- $s(t)=(1+km(t))\ cos(2\pi f_p t)$





$|km(t)| \leq 1$

L'enveloppe [1+km(t)] est toujours positif (ressemble au signal modulant) et l'amplitude du signal modulé vaut Ap[1+km(t)]. On peut ainsi faire une démodulation par détection d'enveloppe ($m \leq 1$).

$|km(t)| \geq 1$

L'enveloppe [1+km(t)] ne ressemble plus au signal modulant $m(t)$, on dit qu'il y a sur-modulation ($m > 1$).

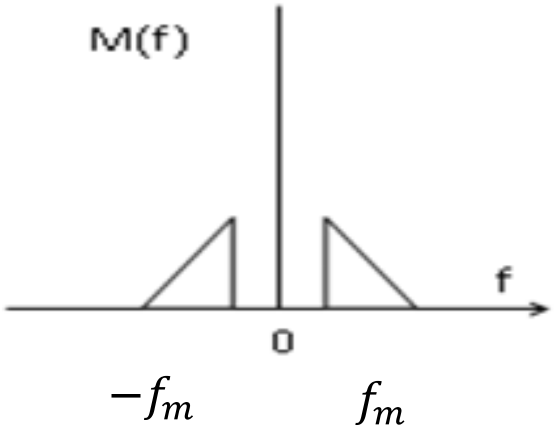
- Si l'enveloppe change de signe au cours du temps: la partie inférieure et la partie supérieure vont se croiser; les enveloppes ainsi obtenues ne permettent plus de retrouver le signal informatif.

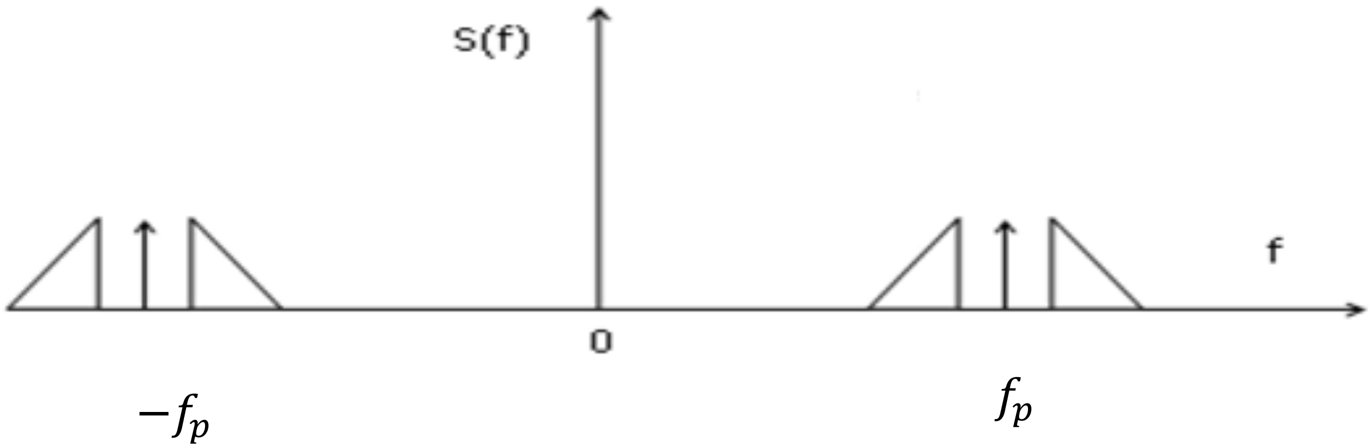
Modulation d’amplitude-Modulation DBAP

- Spectre du signal modulé

$$S(f) = TF\big(s(t)\big) = TF\left(A_p[1 + k\,m(t)]cos\big(2\pi f_p t\big)\right)$$
$$= A_p\,TF\big(1 + k\,m(t)\big) * TF\left(cos\big(2\pi f_p t\big)\right)$$
$$= A_p\big(\delta(f) + kM(f)\big) * \frac{1}{2}\Big(\delta\big(f - f_p\big) + \delta\big(f + f_p\big)\Big)$$
$$= \frac{A_p}{2}\big[\delta\big(f - f_p\big) + \delta\big(f + f_p\big)\big] + k\frac{A_p}{2}\big[M\big(f - f_p\big) + M\big(f + f_p\big)\big]$$

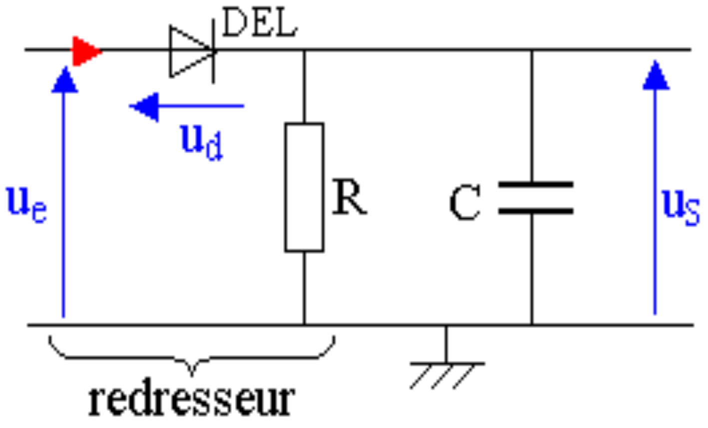
où $M(f)$ est le spectre (transformée de Fourier) de $m(t)$

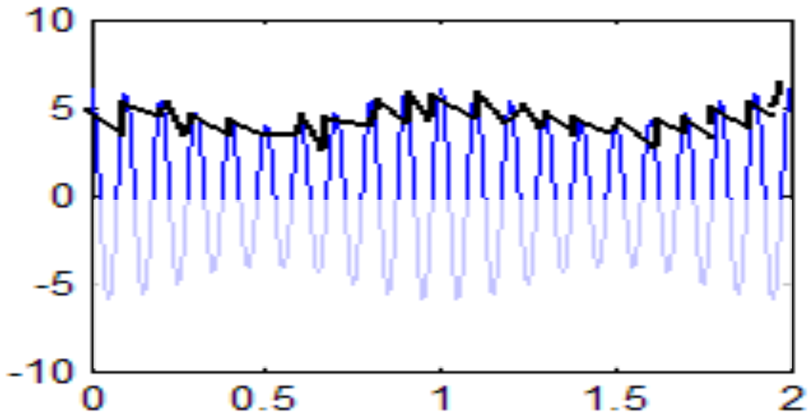




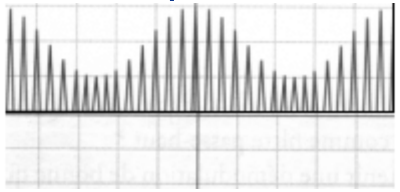
Modulation d'amplitude-Démodulation par détection d'enveloppe

- Démodulation par détection d'enveloppe: au niveau du récepteur, la détection est réalisée au moyen d'un dispositif non linéaire. Le circuit comprend une diode en série avec la mise en parallèle d'un condensateur et d'une résistance.

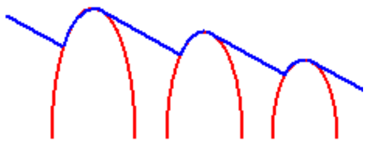


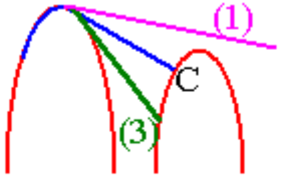


- La diode ne laisse passer le courant que dans un seul sens. Cela élimine la partie négative de la tension.



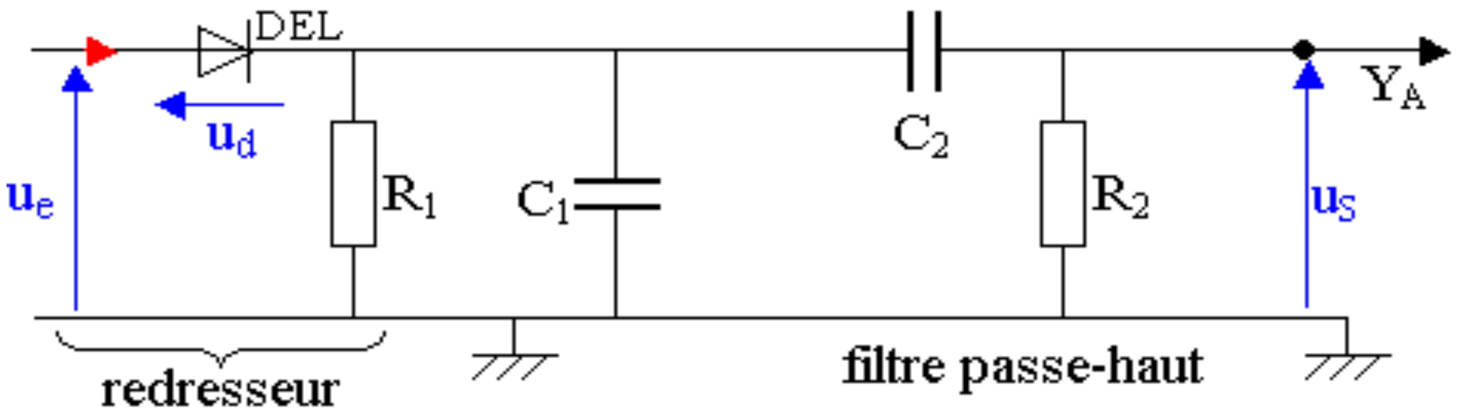
- En y ajoutant un condensateur C, on élimine les variations rapides de la tension dues à la porteuse.

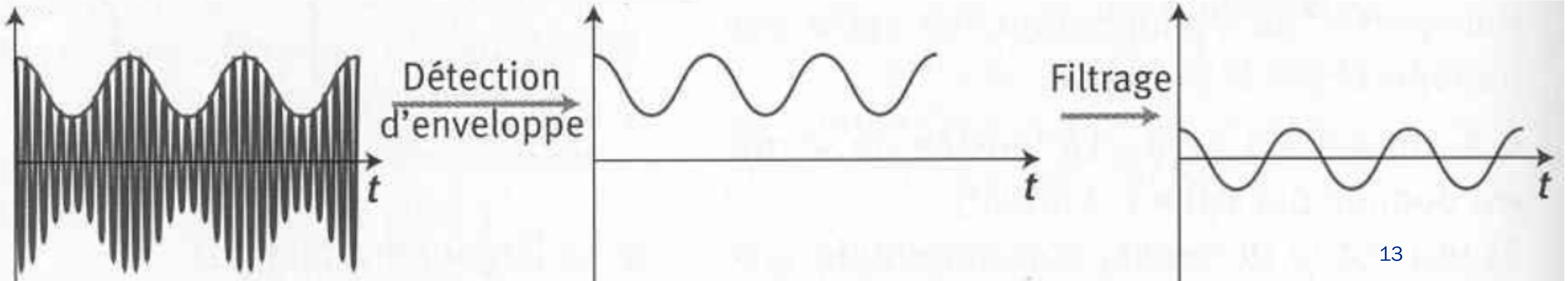




Modulation d'amplitude-Démodulation par détection d'enveloppe

- A la sortie du détecteur d'enveloppe, la tension a encore une composante continue due à la tension de décalage utilisée lors de la modulation (U_0), qu'il faut supprimer.
- L'association (R_2C_2) en série constitue un filtre passe-haut qui ne laisse passer que les hautes fréquences : la composante continue U_0 due à la tension d'offset va pouvoir être éliminée.





Modulation d'amplitude-Démodulation par détection d'enveloppe

- Les critères les plus importants en modulation sont la bande passante et la puissance. Cette modulation est inefficace du point de vue de la puissance. En effet, en définissant la puissance moyenne sur une durée T démarrant à l'instant t_0 par :

$$P(t_0,T) = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} s^2(t)dt = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} A_p{}^2(1+km(t))^2\cos^2(2\pi f_p t)dt$$

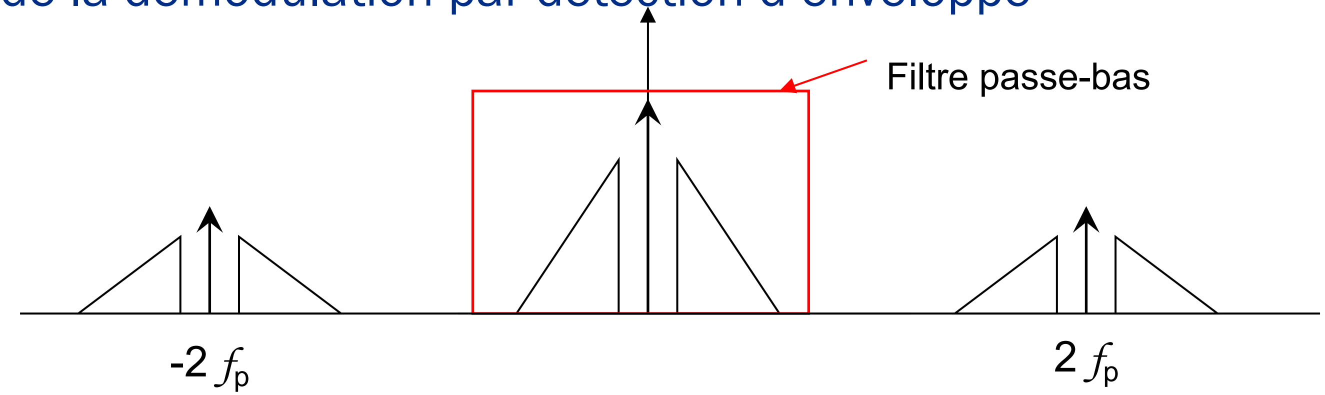
$$= \frac{A_p{}^2}{2T}\int_{t_0}^{t_0+T} |1+km(t)|^2(1+\cos(4\pi f_p t))dt$$

- Le cosinus à fréquence $2f_p$ varie rapidement en comparaison avec $[1+k\,m(t)]^2$. Donc, sur une période suffisamment grande, cette contribution sera nulle. Il reste

$$P(t_0,T) = \frac{A_p{}^2}{2}\left[1+2k\int_{t_0}^{t_0+T} m(t)dt + k\int_{t_0}^{t_0+T} m^2(t)dt\right]$$

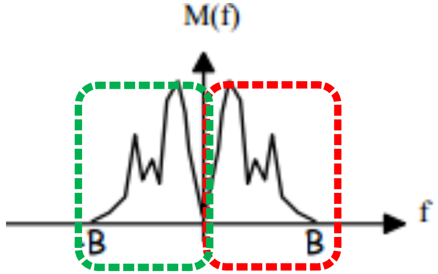
Modulation d'amplitude-Démodulation par détection d'enveloppe

- Si le signal modulant n'a pas de composante continue, le deuxième terme disparaît. L'on voit que la porteuse non modulée consomme une partie importante de la puissance.
- Si le signal modulant est une sinusoïde d'amplitude unité, l'on aura A_p^2 consommé par la porteuse, et $\frac{A_p^2}{2}$ pour le signal d'information, avec un maximum obtenu pour $k = 1$. La porteuse consomme le double de la puissance attribuée au signal d'information.
- NB: Il est aussi possible de faire modulation inverse ou détection synchrone ou encore détection cohérente (comme pour le ca de la DBSP), ce qui permet d'éliminer les désavantages de la démodulation par détection d'enveloppe



Modulation d'amplitude-Modulation BLU

- La modulation DBAP est inefficace en terme de bande passante. On observe que le spectre d'un signal AM comporte les deux bandes latérales du signal modulant. La bande à droite de f_p est dite Bande Latérale supérieure (BLS) et la bande à gauche de f_p est dite Bande Latérale inférieure (BLI). La transmission d'un signal AM nécessite donc une bande de fréquence égale à deux fois la bande du signal modulant (**2B**).



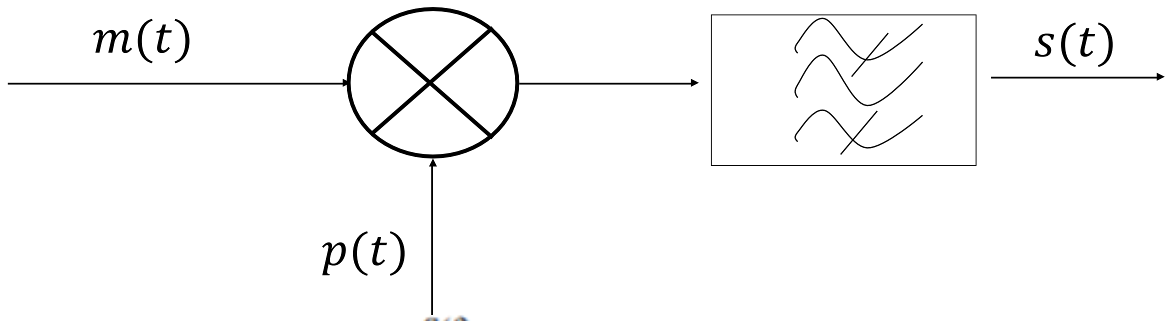
- Seule la partie du spectre correspondante aux fréquences positives a une signification physique, puisque la notion de fréquences négatives n'existe pas en réalité.
- Il est donc inutile de transmettre les deux bandes latérales. La bande dont on devrait pouvoir se satisfaire en RF (comprendre l'intervalle de fréquences positives) est la même que la bande de base occupée par le signal modulant.

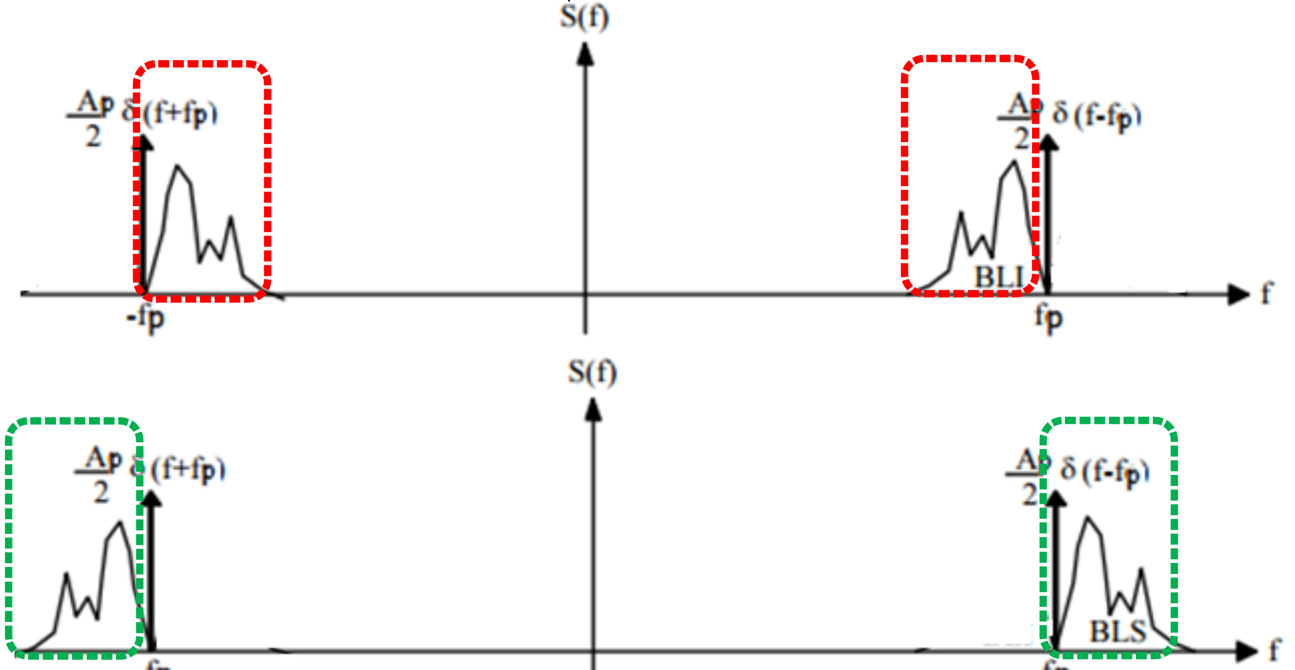
Modulation d’amplitude-Modulation BLU

- Une des deux bandes latérales est suffisante pour la reconstitution du message. On parle de la modulation d’amplitude à Bande Latérale Unique (**BLU**) ou encore Single-Side Band (SSB).
- Si l’on ne garde que la bande supérieure, on parle de BLS. Si l’on ne garde que la bande inférieure, on parle de BLI.
- La bande transmise est dans ce cas égale à la bande B du message $m(t)$. On peut ainsi transmettre **deux fois** plus d’information qu’en AM (DBAP ou DBSP) pour un canal donné.

Modulation d'amplitude-Modulation BLU

- Une manière simple de générer un signal en BLU est d'utiliser un filtre passe bande pour extraire une des bandes de la modulation double bande sans porteuse.





Modulation angulaire

- Dans la modulation angulaire le message est porté par la phase (ou angle) du signal modulé. Elle procure une meilleure protection face au bruit et aux interférences que la modulation d'amplitude au prix d'un accroissement de la bande fréquentielle de transmission.

- Le signal modulé se présente sous la forme générale suivante:

  $\boldsymbol{s(t) = A_p cos(\varphi_i(t))}$, $\varphi_i(t)$ est la phase (angle) instantanée commandée par le signal modulant $m(t)$.

- Le signal modulé peut être représenté de façon équivalente par son enveloppe complexe

$$\boldsymbol{e_s(t) = A_p\ e^{j\varphi_i(t)}}$$

- On peut mettre la phase du signal modulé en relation avec le signal modulant de différentes manières. Les plus communes sont la **modulation de phase** et la **modulation de fréquence.**

- **Modulation de phase:** la phase instantanée est proportionnelle au signal modulant $m(t)$, et s'écrit comme:

$$\boldsymbol{\varphi_i(t) = 2\pi f_p t + k_p m(t)}$$

  où $\boldsymbol{2\pi f_p t}$ représente la phase instantanée de la porteuse non modulée et $\boldsymbol{k_p}$ est la sensibilité du modulateur (en rad/V).

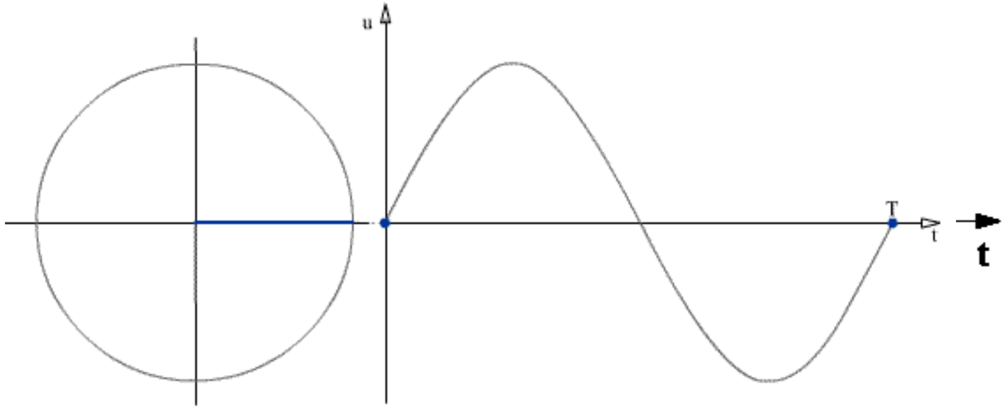
Modulation angulaire

- L'expression du signal modulé en phase est donc :

$$s(t) = A_p cos\left(2\pi f_p t + k_p m(t)\right)$$

- Définition: la vitesse angulaire la pulsation qui est donc liée à la phase par la relation suivante: $\omega = {}^{d\theta(t)}/_{dt}$

La figure ci-contre représente un vecteur tournant à vitesse angulaire constante autour de son origine O.



- La fréquence est liée à la pulsation par la relation $f = {}^{\omega}/_{2\pi}$ et est exprimée en Hz(s^{-1}). 2π est l'angle nécessaire pour parcourir un cercle et s'exprime en radian. La pulsation s'exprime donc en rad/s et elle représente la vitesse angulaire.

Modulation angulaire

- La pulsation est liée à la phase par $\boldsymbol{\omega} = \frac{\boldsymbol{d\varphi(t)}}{\boldsymbol{dt}}$, ainsi, la fréquence est liée à la phase par la relation suivante :$f = \frac{1}{2\pi}\frac{\boldsymbol{d\varphi(t)}}{\boldsymbol{dt}}$
- De manière équivalente, on peut exprimer la relation inverse $\varphi(\boldsymbol{t}) = \boldsymbol{2\pi \int_0^t f(\tau) d\tau}$
- **Modulation de fréquence**: la fréquence instantanée f_i est modifiée linéairement avec $m(t)$ autour d'une porteuse f_p, et est exprimée par:

$$\boldsymbol{f_i(t) = f_p + k_f m(t)}$$

où $\boldsymbol{k_f}$ est la sensibilité du modulateur

- La pulsation instantanée est commandée par le signal modulant et varie entre une valeur minimale et une maximale autour de $\omega_p = 2\pi f_p$,$\boldsymbol{\omega_i} = \frac{\boldsymbol{d\varphi(t)}}{\boldsymbol{dt}} = \boldsymbol{\omega_p + 2\pi k_f m(t)}$
- La phase instantanée du signal modulé est donc: $\boldsymbol{\varphi_i(t) = 2\pi f_p t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau}$
- L'expression finale du <u>signal modulé en fréquence</u> est donc

$$\boldsymbol{s(t) = A_p \cos\left(2\pi f_p t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau\right)}$$

Modulation angulaire

- Remarques
  - Les instants de passage par 0 du signal modulé ne sont plus équidistants (par rapport à un signal AM).
  - L'amplitude du signal modulé est constante ($\boldsymbol{A_p}$) par opposition à l'AM.
  - Le signal modulé en fréquence peut être interprété comme un signal modulé en phase avec un signal modulant $$\int_0^t m(\tau)d\tau$$
  - Le signal modulé en phase peut être interprété comme un signal modulé en fréquence avec un signal modulant $$\frac{dm(t)}{dt}$$

- La modulation angulaire est une modulation non linéaire. Le spectre du signal modulé n'est pas en relation simple avec celui de $m(t)$. On peut toutefois en approcher la forme en considérant un message sinusoïdale

- Les spectres de la modulation PM et de la modulation FM étant sensiblement identiques, intéressons nous uniquement à la modulation FM

Modulation angulaire

- Cas d'un signal modulant sinusoïdal: $m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$.
- La phase et la fréquence instantanées du signal modulé sont données par

MF

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{d\theta_i(t)}{dt} = f_p + 2\pi k_f A_m \cos(2\pi f_m t)$$

$$\theta_i(t) = 2\pi f_p t + \frac{k_f A_m}{f_m}\sin(2\pi f_m t)$$

MP

$$\theta_i(t) = 2\pi f_p t + k_p A_m \cos(2\pi f_m t)$$

- La phase et la fréquence instantanées en MF et MP peuvent être décrites par la même expression

$$\theta_i(t) = 2\pi f_p t + \beta \sin(2\pi f_m t + \alpha)$$

$$f_i(t) = f_p + \beta f_m \cos(2\pi f_m t + \alpha)$$

	MF	MP
β	$k_f A_m/f_m$	$k_p A_m$
α	0	$\pi/2$

Modulation angulaire

- Pour le cas d'une modulation en fréquence, le signal modulé devient

$$s(t) = A_p cos\left(2\pi f_p t + \frac{k_f A_m}{f_m}\sin(2\pi f_m t)\right)$$

- La fréquence instantanée varie dans l'intervalle suivant:

$$f_p - \Delta f \leq f_i \leq f_p + \Delta f$$

avec $\Delta f = k_f A_m$ est appelée excursion en fréquence ($\Delta\omega = 2\pi k_f A_m$: excursion en pulsation)

- On note l'**indice de modulation:** $\beta = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{\Delta\omega}{\omega_m}$

$$s(t) = A_p cos\big(\omega_p t + \beta \sin(\omega_m t)\big)$$

Modulation angulaire

- La fréquence de la porteuse est grande par rapport à la bande du signal modulant (message), le signal FM peut être réécrit comme:

$$s(t) = A_p \cos\left(2\pi f_p t + \beta \sin\left(2\pi f_m t\right)\right) = \mathrm{Re}\left\{A_p e^{j2\pi f_p t} e^{j\beta \sin(2\pi f_m t)}\right\}$$

- L’enveloppe complexe du signal est:

$$e_s\left(t\right) = A_p e^{j\beta \sin\left(2\pi f_m t\right)}$$

Il s’agit d’un signal périodique de période $1/f_\mathrm{m}$ décomposable en série de Fourier

$$e_s(t) = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} c_l e^{j2\pi l t f_m}$$

avec

$$c_l = f_m \int_{-f_m/2}^{f_m/2} e_s(t) e^{-j2\pi l t f_m} dt = f_m \int_{-f_m/2}^{f_m/2} A_p e^{j\beta \sin(2\pi f_m t)} e^{-j2\pi l t f_m} dt$$

Modulation angulaire

- En prenant $x = 2\pi f_m t$ les coefficients de la série de Fourier deviennent

$$c_l = \frac{A_p}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} e^{j\beta\sin(x)}e^{-jlx}dx$$

- Soit la fonction de **Bessel** de première espèce et d'ordre *n*, définie par:

$$J_n(u) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} e^{j\left(u\sin(x)-nx\right)}dx$$

Propriétés:

$J_l(\beta) = (-1)^l J_{-l}(\beta) \qquad l \in \mathbb{N}$

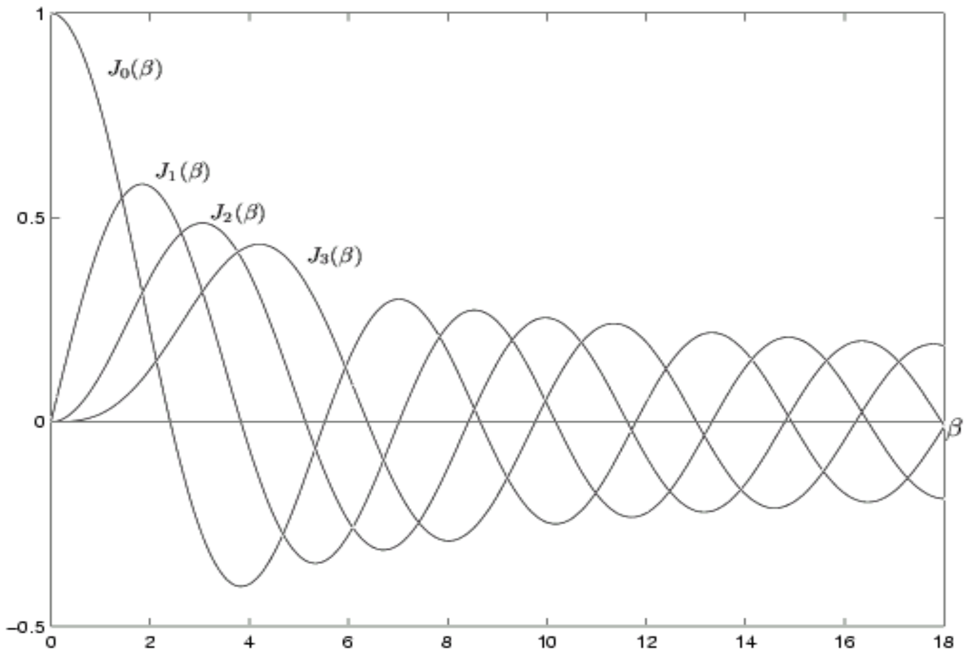
Pour β faible

$J_0(\beta) \approx 1$

$J_1(\beta) \approx \beta / 2$

$J_{l>2}(\beta) \approx 0$

$$\sum_{-\infty}^{\infty} J_l^2(\beta) = 1$$



Quelques valeurs de $J_l(\beta)$

Modulation angulaire

- Les coefficients de Bessel: $c_l = A_p J_l(\beta)$. L'enveloppe complexe devient

$$e_s(t) = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} A_p J_l(\beta) e^{j2\pi l f_m t}$$

- Le signal modulé est alors:

$$s(t) = \mathrm{Re}\left\{ e_s(t) e^{j2\pi f_p t} \right\} = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} A_p J_l(\beta) \cos(2\pi(f_p + l f_m)t)$$

- En appliquant la TF sur le signal modulé:

$$S(f) = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \frac{A_p}{2} J_l(\beta) \left[\delta\big(f - (f_p + l f_m)\big) + \delta\big(f + (f_p + l f_m)\big) \right]$$

- la transformée de Fourier du signal modulé en fréquence fait apparaître un nombre infini de paires de raies aux fréquences $f_p + l f_m$ de part et d'autre de la porteuse et ayant des amplitudes $J_l(\beta) \frac{A_p}{2}$

Modulation angulaire

- $J_l(\beta)$: les coefficients de Bessel de 1ère espèce

n	$J_n(1)$	$J_n(2)$	$J_n(3)$	$J_n(4)$	$J_n(5)$	$J_n(6)$	$J_n(7)$	$J_n(8)$	$J_n(9)$	$J_n(10)$
0	0.7652	0.2239	-0.2601	-0.3971	-0.1776	0.1506	0.3001	0.1717	-0.0903	-0.2459
1	0.4401	0.5767	0.3391	-0.0660	-0.3276	-0.2767	-0.0047	0.2346	0.2453	0.0435
2	0.1149	0.3528	0.4861	0.3641	0.0466	-0.2429	-0.3014	-0.1130	0.1448	0.2546
3	0.0196	0.1289	0.3091	0.4302	0.3648	0.1148	-0.1676	-0.2911	-0.1809	0.0584
4	0.0025	0.0340	0.1320	0.2811	0.3912	0.3576	0.1578	-0.1054	-0.2655	-0.2196
5	0.0002	0.0070	0.0430	0.1321	0.2611	0.3621	0.3479	0.1858	-0.0550	-0.2341
6		0.0012	0.0114	0.0491	0.1310	0.2458	0.3392	0.3376	0.2043	-0.0145
7		0.0002	0.0025	0.0152	0.0534	0.1296	0.2336	0.3206	0.3275	0.2167
8			0.0005	0.0040	0.0184	0.0565	0.1280	0.2235	0.3051	0.3179
9			0.0001	0.0009	0.0055	0.0212	0.0589	0.1263	0.2149	0.2919
10				0.0002	0.0015	0.0070	0.0235	0.0608	0.1247	0.2075
11					0.0004	0.0020	0.0083	0.0256	0.0622	0.1231
12					0.0001	0.0005	0.0027	0.0096	0.0274	0.0634
13						0.0001	0.0008	0.0033	0.0108	0.0290
14							0.0002	0.0010	0.0039	0.0120
15							0.0001	0.0003	0.0013	0.0045
16								0.0001	0.0004	0.0016
17									0.0001	0.0005
18										0.0002

Coefficients de Bessel

- Pour certaines valeurs de β (2.4, 5.52,…), $J_0(\beta) = 0$, et donc l'amplitude de la porteuse est nulle.

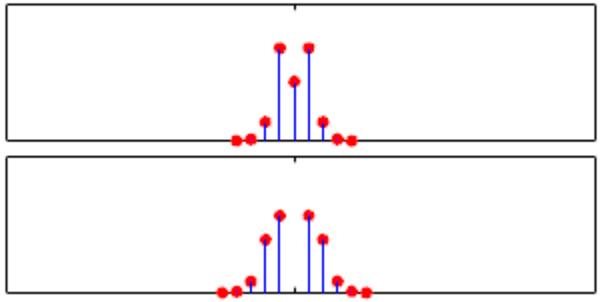
Modulation angulaire

- Rappelons l'expression de

$$S(f) = \frac{A_p}{2}\sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\beta)\left[\delta\left(f - f_p - nf_m\right) + \delta\left(f + f_p + nf_m\right)\right]$$

- La position des raies est régie par la fréquence du signal modulant, alors que l'amplitude dépend de l'indice de modulation β

Spectre du signal modulé par une sinusoïde pour deux valeurs de l'indice de modulation (β= 1,6, 2,4) et pour une fréquence f_m du signal modulant constante



- Le nombre de raies significatives dépends de l'indice de modulation β. Si $\boldsymbol{\beta} \ll \mathbf{1}$, seules les deux premières raies ont une amplitude non négligeable. On parle d'une modulation FM à faible indice ou modulation à **bande étroite (Narrow Band)**.

Modulation angulaire

- Si $\boldsymbol{\beta} \gg \mathbf{1}$, le nombre des raies d'amplitude non nulle est important et la bande du signal modulé est large. On parle d'une modulation FM à grand indice ou modulation **large bande (Wide Band).**

- Bande nécessaire pour transmettre un signal FM: on montre que 98 % de l'énergie du signal FM est contenue dans les $(\beta+1)$ premières raies du spectre. La bande de fréquence nécessaire à la transmission d'un signal FM est donc :

$$B = 2(\beta + 1)f_m = 2(\Delta f + f_m)$$

→ Cette règle est connue sous le nom de règle de **Carson.**

- **Exemple de modulation FM en radiodiffusion:** Δf=75 kHz et f_m=15 kHz. Tracer le spectre du signal modulé et déterminer sa bande de fréquence

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{75}{15} = 5$$

$$B = 2(\beta + 1)f_m = 2(5 + 1)15 = 180\text{KHz}$$

- En pratique une bande de 200kHz est allouée à chaque canal FM

Modulation angulaire

- Modulateur FM (méthode directe): **VCO** (Voltage Commanded Oscillator) une polarisation continue U_0 fixe le point de fonctionnement à $\boldsymbol{f_p}$, puis en superposant le signal basse-fréquence s(t), on fait varier la fréquence: $\boldsymbol{f(t) = f_p + k_{vco} m(t)}$, où $\boldsymbol{f_p}$ est la fréquence centrale du VCO et $\boldsymbol{k_{vco}}$ sa sensibilité.

L'avantage de ce modulateur est sa simplicité. Cependant, il est difficile de régler la fréquence porteuse avec précision et stabilité.

- Modulateur indirecte: modulateur d'**Armstrong**

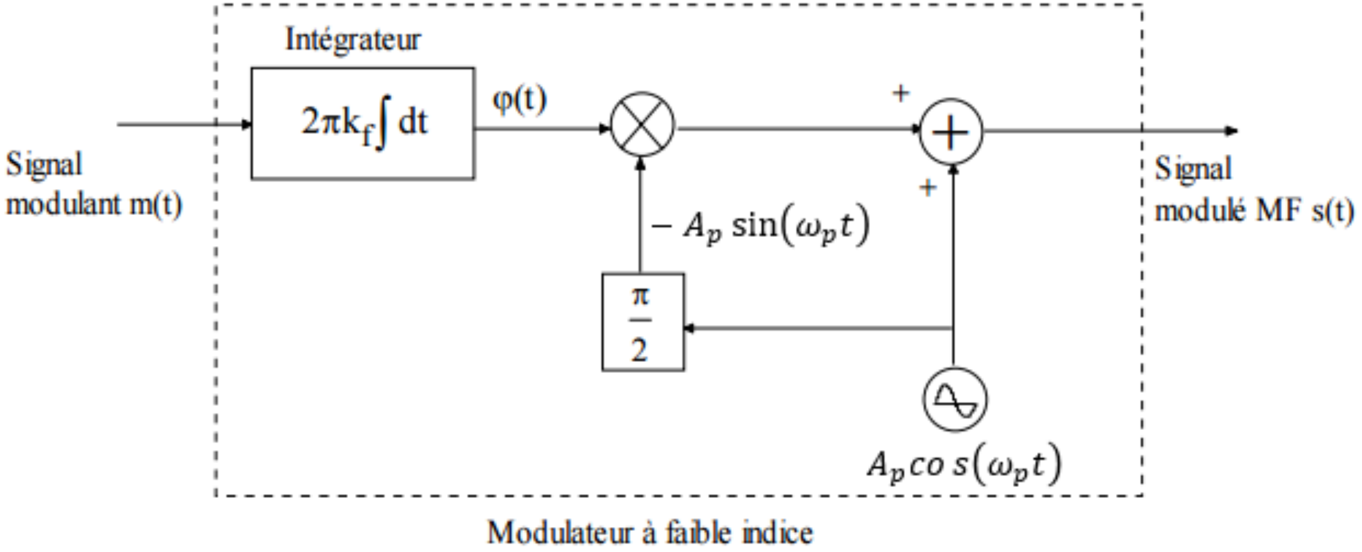
$$s(t) = A_p cos\left(2\pi f_p t + \varphi(t)\right) = A_p \cos\left(2\pi f_p t\right)\cos(\varphi(t)) - A_p \sin\left(2\pi f_p t\right)\sin(\varphi(t))$$

Dans le cas d'une MF à bande étroite: $\cos(\varphi(t)) \approx 1$ et $\sin(\varphi) \approx \varphi(t)$. Le signal modulée devient

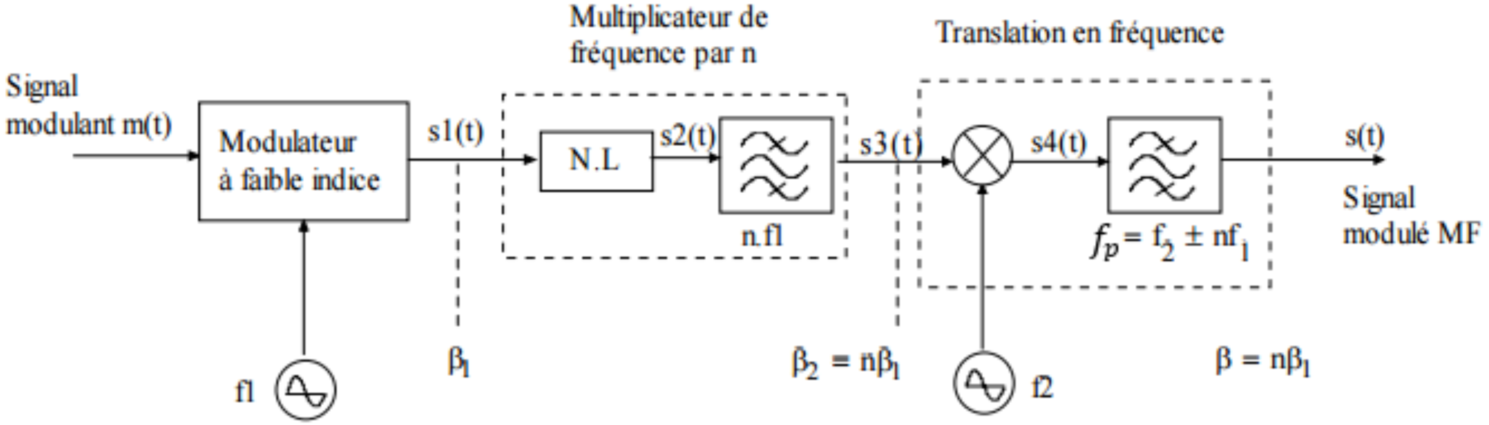
$$s(t) \approx A_p cos\left(\omega_p t\right) - A_p \sin\left(\omega_p t\right)\varphi(t) = A_p cos\left(\omega_p t\right) - A_p \sin\left(\omega_p t\right) 2\pi k_f \int_0^t m(\tau)d\tau$$

Modulation angulaire

- Si le signal modulant passe par un intégrateur, on dispose d'un modulateur de fréquence à faible indice.



- Ce dispositif est stable mais limité aux faibles indices de modulation. Pour augmenter l'indice β, on procède à une multiplication par un facteur n de la fréquence de sortie du modulateur d'Armstrong.



Modulation angulaire

- Démodulation FM: le principe de tout démodulateur de fréquence consiste à fournir un signal dont l'amplitude est une fonction linéaire de la fréquence instantanée du signal d'entrée: dispositif présentant une caractéristique de transfert fréquence/tension linéaire.
- **Discriminateur de fréquence:** le signal modulé FM a pour expression

$$s(t) = A_p cos(\omega_p t + 2\pi k_f \int m(t)dt),$$

$$\frac{ds(t)}{dt} = -A_p \left(\omega_p + 2\pi k_f m(t)\right) sin(\omega_p t + 2\pi k_f \int m(t)dt)$$

- On obtient après dérivation un signal qui est aussi modulé en fréquence, mais dont l'enveloppe est proportionnelle au modulant. Pour récupérer $m(t)$, il faut extraire l'enveloppe du signal $\frac{ds(t)}{dt}$ → un discriminateur comporte donc un filtre dérivateur, suivi d'un simple détecteur d'enveloppe à diode. Ce type de démodulateur étant sensible aux variations d'amplitude du signal FM, le recours à un limiteur écrêtant le signal s'impose en amont .