Physique atomique et nucléaire

Projet (rapport, minimum 10 pages, maximum 15 pages, en équipe de trois) Montrer bien tous les calculs menant aux réponses et justifier celles-ci

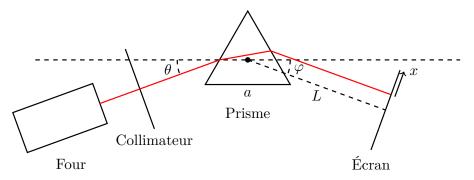


Figure 1: Spectromètre à prisme

Le projet consiste à déterminer les paramètres d'utilisation d'un spectromètre à prisme calibré sur une transition donnée. La figure 1 montre le montage expérimental à utiliser. Le prisme est un triangle équilatéral avec des côtés de longueur a et un indice de réfraction $n(\omega)$. Le four, qui contient un gaz diffus de particules en équilibre thermique à une température T, est tourné d'un angle θ par rapport à l'horizontale. L'écran est à une distance L du centre géométrique du prisme et est tourné d'un angle φ par rapport à l'horizontale. Un rayon lumineux de calibration (trait rouge) montre le chemin emprunté par un photon de calibration de fréquence angulaire ω_c à partir du four jusqu'à l'écran.

1. Calibration théorique : Pour un gaz diffus quelconque.

(a) À partir de la loi de Snell-Descartes,

$$n_o \sin \theta_o = n_i \sin \theta_i$$

déterminer l'angle de rotation φ nécessaire pour que le rayon lumineux de calibration (de fréquence angulaire ω_c) soit parallèle à la normale de l'écran. Définir ce point sur l'écran comme l'origine r=0

(b) À partir de la loi de Cauchy en optique,

$$n(\omega) = B + \frac{C}{(2\pi c/\omega)^2},$$

déterminer la position $x(\omega)$ sur l'écran d'un photon de fréquence angulaire ω .

(c) À partir des taux de transition moyens en émission spontanée $R_{i\to j}^s$ entre les états d'énergie E_i et E_j et du principe du bilan détaillé (detailed balance law),

$$\frac{N_i}{N_j} = \frac{g_i e^{-E_i/(k_{\rm B}T)}}{g_j e^{-E_j/(k_{\rm B}T)}},$$

où g_i est le degré de dégénérescence du niveau d'énergie E_i , déterminer le ratio $I_{i\to i'}/I_{j\to j'}$ des intensités $I_{i\to j} \propto N_i \bar{R}_{i\to j}^{\rm s} \omega_{i\to j}$ des raies spectrales.

- 2. Calibration théorique : Pour un gaz diffus d'atomes d'hydrogène (sans tenir compte de l'interaction spin-orbite).
 - (a) À partir des niveaux d'énergie et des fonctions d'onde propres de l'atome d'hydrogène, démontrer que les fréquences angulaires $\hbar\omega_{n\to n'}=E_n-E_{n'}$ et les taux de transition moyens $\bar{R}^{\rm s}_{n\to n'}$ en émission spontanée dans l'approximation dipolaire électrique, où

$$\bar{R}_{n \to n'}^{\rm s} = \left(\sum_{\ell, m_{\ell}, s, m_{s} \; \ell', m'_{\ell}, s', m'_{s}} R_{n \ell m_{\ell} s m_{s} \to n' \ell' m'_{\ell} s' m'_{s}}^{\rm s} \right) \middle / \left(\sum_{\ell, m_{\ell}, s, m_{s}} 1 \right) ,$$

sont donnés par

transition $n \to n'$	$\omega_{n\to n'}/\left(\frac{\alpha^2\mu c^2}{2\hbar}\right)$	$\bar{R}_{n \to n'}^{\mathrm{s}} / \left(\frac{\alpha^5 \mu c^2}{\hbar} \right)$
$3 \rightarrow 2$	$\frac{5}{36}$	$\frac{241408}{87890625}$
$4 \rightarrow 2$	$\frac{3}{16}$	$\frac{836}{1594323}$
$5 \rightarrow 2$	$\frac{21}{100}$	$\frac{534428928}{3391115364245}$
$6 \rightarrow 2$	$\frac{2}{9}$	$\frac{143}{2359296}$

pour les transitions $3 \rightarrow 2, \, 4 \rightarrow 2, \, 5 \rightarrow 2, \, \text{et } 6 \rightarrow 2.$

- (b) Déterminer les positions sur l'écran et les intensités relatives des quatre raies spectrales ci-dessus par rapport à la transition $4 \rightarrow 2$.
- (c) Utiliser des valeurs physiques raisonnables pour les différents paramètres et déterminer les valeurs numériques des positions sur l'écran et des intensités relatives des quatre raies spectrales ci-dessus par rapport à la transition $4 \to 2$.