

MODELISATION NUMERIQUE DES AMPLIFICATEURS A FIBRE OPTIQUE DOPÉE A L'ERBIUM (EDFA)

1. Origine physique du problème – Modélisation

1.1. Description

L'amplification optique dans les fibres optiques dopées aux ions de terre rare est étudiée depuis le milieu des années 60. L'amplificateur à fibre optique dopée à l'erbium (Erbium-doped fiber amplifier EDFA) est devenu, à la fin des années 90, le moyen le plus efficace d'amplifier les signaux transmis dans les lignes de transmission optique. En comparaison des amplificateurs à semi-conducteur, les EDFA présentent un gain fort, une puissance de sortie de saturation plus importante, un facteur de bruit et des pertes d'insertion faibles. Ils présentent aussi une plage spectrale de gain de plusieurs dizaines de nanomètres, utile pour l'amplification de signaux multiplexés.

Le développement d'outils de modélisation performants¹, prenant en compte l'intégralité des phénomènes physiques observés expérimentalement, a ouvert la voie au développement industriel de ces composants. Dans ce projet, vous modéliserez le comportement en longueur d'onde des amplificateurs à fibre dopée à l'erbium et observerez notamment les variations du spectre de gain qu'impliquent des paramètres tels que la puissance de pompe, la longueur d'onde de pompe, la puissance et le nombre de canaux de signal.

1.2. Modélisation

Er^{3+}

L'ion Er^{3+} est décrit par des niveaux d'énergie tels que représentés sur la Fig. 1.



Fig. 1 : Niveaux d'énergie considérés.

Lorsqu'il est pompé à $0,98 \mu\text{m}$, l'ion Er^{3+} se comporte comme un système laser à 3 niveaux. Ceci permet de stocker l'énergie au niveau métastable et d'obtenir une inversion de population complète.

¹ B. Pedersen et al., « The design of Erbium-doped fiber amplifiers », *Journal of Lightwave Technology*, vol. 9, 1105 – 1112 (1991)

Fibre optique dopée

Si l'on considère que la fibre optique et la distribution en Er^{3+} sont à symétrie de révolution (v. Fig. 2), l'EDFA peut être décrit dans un système de coordonnées cylindriques (r, z) où l'axe Oz est l'axe de symétrie de la fibre optique.

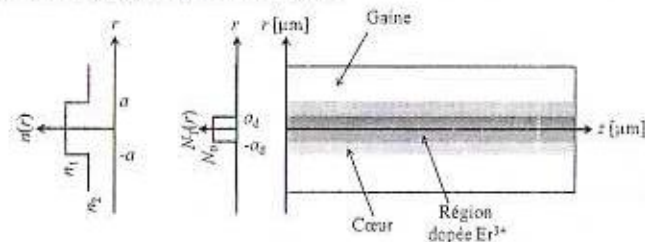


Fig. 2 : Représentation schématique de la fibre optique dopée.

Dans ce cas, on peut prendre en compte l'interaction entre le champ lumineux et les ions Er^{3+} , à une longueur d'onde donnée, en considérant le facteur de recouvrement Γ :

$$\Gamma = \frac{2\pi}{A_{\text{eff}}} \int_0^a \frac{N_2(r)}{N_0} E^2(r) r dr = \frac{2\pi}{A_{\text{eff}}} \int_0^a E^2(r) r dr \quad (1)$$

où $N_2(r)$ est la concentration en Er^{3+} , supposée constante et égale à N_0 sur un disque de rayon a_0 . $E(r)$ représente la distribution radiale de champ électrique (voir TP 1 pour les expressions utiles). Dans la suite, la dépendance en r est implicitement contenue dans Γ_S ou Γ_P .

Les sections efficaces d'absorption $\sigma_a(\lambda)$ et d'émission $\sigma_e(\lambda)$ ont été mesurées sur un domaine spectral de largeur $\Delta\lambda$, s'étendant de $\lambda = 1500 \text{ nm}$ à $\lambda = 1600 \text{ nm}$, par pas $\delta\lambda = 1 \text{ nm}$. Elles sont représentées sur la Fig. 3.

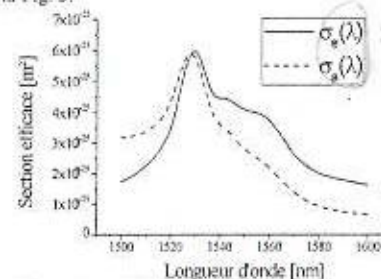


Fig. 3 : Sections efficaces d'absorption et d'émission mesurées.

Ondes de pompe et de signal

La pompe est délivrée par une diode de longueur d'onde $\lambda_P = 0,98 \mu\text{m}$ et de puissance variable. On considère un signal multiplexé en longueur d'onde (WDM). Le spectre du signal de largeur $\Delta\lambda_{\text{WDM}}$ comprend 51 canaux entre $\lambda = 1520 \text{ nm}$ et $\lambda = 1570 \text{ nm}$. La puissance d'entrée est constante est égale à $P_S(z=0)$ pour tous les canaux.

Mise en équations

En régime établi, les densités de population $N_1(z)$ et $N_2(z)$ sont évaluées à partir des taux de transition des ondes de pompe et de signal et de l'émission spontanée :

$$N_2(z) = N_0 \frac{R_{p2}(z) + P_{sp2}(z)}{R_{p2}(z) + R_{s2}(z) + W_{s2}(z) + \frac{1}{\tau}} \quad (2)$$

où τ est le temps de fluorescence. Les taux de transition sont déterminés par :

$$R_{p2}(z) = \sigma_{ap} \Gamma_p \frac{P_p(z)}{h\nu_p A_{eff}} \quad (3)$$

$$W_{s2}(z) = \sum_{\lambda \in \Lambda_{sig}} \sigma_{as} \Gamma_s \frac{P_s(z, \lambda)}{h\nu_s A_{eff}} + \int_{\Lambda} \sigma_{as} \Gamma_s \frac{P_{ASE}(z, \lambda) + P_{ASE}^*(z, \lambda)}{h\nu_s A_{eff}} d\lambda \quad (4)$$

$$W_{s1}(z) = \int_{\Lambda \setminus \Lambda_{sig}} \sigma_{as} \Gamma_s \frac{P_s(z, \lambda)}{h\nu_s A_{eff}} d\lambda + \int_{\Lambda} \sigma_{as} \Gamma_s \frac{P_{ASE}(z, \lambda) + P_{ASE}^*(z, \lambda)}{h\nu_s A_{eff}} d\lambda \quad (5)$$

avec h la constante de Planck, ν la fréquence optique et A_{eff} l'aire effective du mode.

Les évolutions longitudinales des ondes de pompe, de signal et de bruit d'ASE co- et contrapropagatif sont régies par les équations suivantes :

$$\frac{dP_p}{dz} = -\sigma_{ap} N_1 \Gamma_p P_p \quad (6)$$

$$\frac{dP_s}{dz} = (\sigma_{as} N_2 - \sigma_{as} N_1) \Gamma_s P_s \quad (7)$$

$$\frac{dP_{ASE}^+}{dz} = (2h\nu_{as} N_2 - \sigma_{as} N_2 - \sigma_{as} N_1) \Gamma_s P_{ASE}^+ \quad (8)$$

$$\frac{dP_{ASE}^-}{dz} = -(2h\nu_{as} N_2 + \sigma_{as} N_2 - \sigma_{as} N_1) \Gamma_s P_{ASE}^- \quad (9)$$

Dans la suite on négligera le bruit d'ASE contrapropagatif.

2. Résolution approchée

Le milieu est découpé, selon l'axe Oz , en tranches d'égale épaisseur Δz :

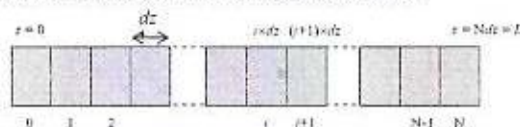


Fig. 2 : Discretisation longitudinale $z_i = i\Delta z$, $i \in [0, N]$

Les équations (2, 6 – 8) sont discrétisées suivant un schéma aux différences finies.

Conditions initiales

Résoudre le système d'équations couplées (2, 6 – 8) nécessite de fixer des conditions initiales à $z = 0$ pour N_2 et la puissance de bruit. On supposera $N_2(z = 0) = N_0/20$, $N_0 = 1 \times 10^{23} \text{ m}^{-3}$ et $P_{ASE}(z = 0, \lambda) = 1 \text{ nW}$.

3. Travail demandé

Il vous est demandé d'écrire un programme en C permettant de calculer une solution approchée du problème à l'aide de l'algorithme RK4 étudié lors de la préparation. Les résultats seront écrits dans des fichiers puis tracés à l'aide de Gnuplot. Un exemple de résultats attendus est montré ci-dessous :

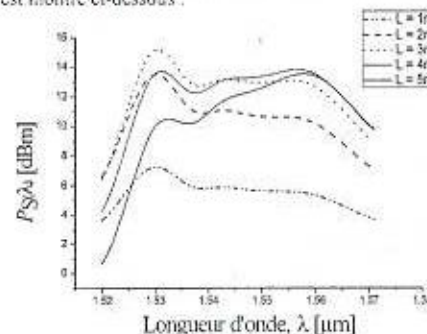


Fig. 4 : Spectre de puissance de signal en sortie d'un EDFA pour plusieurs longueurs de fibre L . $P_s(z = 0) = 1 \text{ μW}$, $P_r(z = 0) = 30 \text{ mW}$.

4. Rapport

Vous synthétiserez l'avancée de votre travail dans un rapport comprenant :

- Un algorithme général et un listing du programme,
- Les graphiques des résultats des simulations pour des valeurs judicieusement choisies.
- Des commentaires sur l'emploi d'une telle simulation.

Ce rapport est noté. Les membres d'un même groupe ne sont pas supposés obtenir la même note.