

# SPHERE

## 1) Définitions

### a) Sphère :

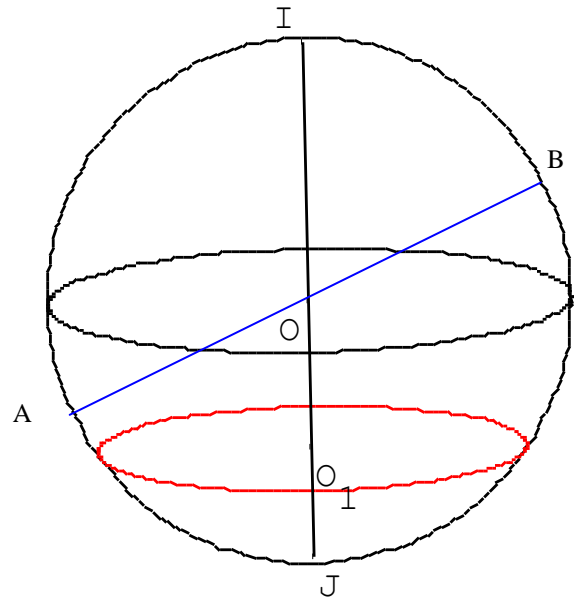
La sphère de centre  $O$  et de rayon  $r$  est l'ensemble des points  $M$  de l'espace situés à égale distance  $OM = r$  du centre  $O$ .

### b) Boule :

La boule de centre  $O$  et de rayon  $r$  est l'ensemble des points  $M$  de l'espace situés à l'intérieur de la sphère de centre  $O$  et de rayon  $r$ , donc tels que  $OM < r$ .

### c) Points diamétralement opposés :

Deux points  $A$  et  $B$  d'une sphère de centre  $O$  et de rayon  $r$  sont diamétralement opposés si  $O$  est le milieu de  $[AB]$ .



## 2) Aire et volume

### a) Aire :

L'aire d'une sphère de centre  $O$  et de rayon  $r$  est :  $\mathcal{A} = 4 \pi r^2$ .

### b) Volume :

Le volume d'une boule de centre  $O$  et de rayon  $r$  est :  $\mathcal{V} = \frac{4}{3} \pi r^3$ .

### c) Exemple :

Calculer l'aire d'une sphère de rayon  $r = 3 \text{ cm}$ , puis le volume de la boule obtenue.

$$\mathcal{A} = 4 \times \pi \times 3^2$$

$$\mathcal{A} = 36 \pi \text{ cm}^2 \approx 113,1 \text{ cm}^2.$$

$$\mathcal{V} = \frac{4}{3} \pi \times 3^3 = \frac{4}{3} \pi \times 3 \times 3 \times 3 = 4 \times 9 \times \pi$$

$$\mathcal{V} = 36 \pi \text{ cm}^3 \approx 113,1 \text{ cm}^3.$$

### 3) Section d'une sphère par un plan

La section d'une sphère de centre O et de rayon  $r$  par un plan est un cercle.

Si le plan passe par le centre de la sphère, on dit que la section est un *grand cercle*.

#### Exemple :

On coupe une sphère de centre O et de rayon  $R = 5 \text{ cm}$ , par un plan coupant l'axe (IJ) à la distance  $OO_1 = 3 \text{ cm}$ .

Calculer le rayon, puis la longueur de la section ainsi obtenue, ainsi que l'aire du disque obtenu.

La section est un cercle de centre  $O_1$  et de rayon  $r_1$ .

Le plan de la section est perpendiculaire à la droite

( $OO_1$ ). Donc le triangle  $OAO_1$  est rectangle en  $O_1$ .

D'après le théorème de Pythagore,

$$r_1 = O_1A = \sqrt{OA^2 - OO_1^2} = \sqrt{5^2 - 3^2}$$

$$r_1 = \sqrt{16} = 4 \text{ cm.}$$

La longueur de la circonférence est alors:

$$L_1 = 2 \times \pi \times r_1 = 2 \times \pi \times 4$$

$$L_1 = 8\pi \approx 25,1 \text{ cm.}$$

L'aire du disque est :

$$\mathcal{A}_1 = \pi \times r_1^2 = \pi \times 4^2$$

$$\mathcal{A}_1 = 16\pi \approx 50,27 \text{ cm}^2.$$

