

# IDENTITES REMARQUABLES – EQUATIONS PRODUIT

## 1) Calcul littéral

a) Règle de suppression de parenthèses :

$$a + (b + c) = a + b + c$$

$$a - (b + c) = a - b - c$$

$$a + (b - c) = a + b - c$$

$$a - (b - c) = a - b + c$$

Exemples :

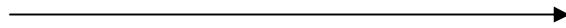
$$3x + (5 - 2x) = x + 5$$

$$5x^2 - (-4 + 3x^2) = 5x^2 + 4 - 3x^2$$

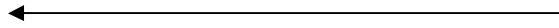
b) Distributivité:

$$a(b + c) = ab + ac$$

$$a(b - c) = ab - ac$$



Développer



Factoriser

Généralisation :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

$$(a + b)(c - d) = ac - ad + bc - bd$$

$$(a - b)(c + d) = ac + ad - bc - bd$$

$$(a - b)(c - d) = ac - ad - bc + bd$$

Exemple 1 : Développer les expressions suivantes

$$A = 7(5x - 2y + 3)$$

$$A = 35x - 14y + 21$$

$$C = 3(-5x + y - 7)$$

$$C = -15x + 3y - 21$$

$$E = A - C$$

$$E = (35x - 14y + 21) - (-15x + 3y - 21) = 35x - 14y + 21 + 15x - 3y + 21$$

$$E = 50x - 17y + 42$$

$$B = (2x - 5)(3 + 2x)$$

$$B = 6x + 4x^2 - 15 - 10x = 4x^2 - 4x - 15$$

$$D = (5x + 3)(2 - x)$$

$$D = 10x - 5x^2 + 6 - 3x = -5x^2 + 7x + 6$$

$$F = B - D$$

$$F = (4x^2 - 4x - 15) - (-5x^2 + 7x + 6) = 4x^2 - 4x - 15 + 5x^2 - 7x - 6$$

$$F = 9x^2 - 11x - 21$$

Exemple 2 : Factoriser les expressions suivantes

$$A = 12x - 9$$

$$A = 3(4x - 3)$$

$$B = 16x^2 - 12x$$

$$B = 4x(4x - 3)$$

$$C = A - B$$

$$C = 3(4x - 3) - 4x(4x - 3) = (4x - 3)(3 - 4x)$$

$$D = (2x - 5)(3x - 2) - (2x - 5)(x + 1)$$

$$D = (2x - 5)[(3x - 2) - (x + 1)] = (2x - 5)(3x - 2 - x - 1) = (2x - 5)(2x - 3)$$

## 2) Identités remarquables

Pour tous nombres a et b, on a les égalités suivantes :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Exemple 1 : Développer  $A = (2x + 7)^2$ , puis  $B = (3 - 5x)^2$ , puis  $C = A - B$ .

$$A = 4x^2 + 28x + 49 \quad ; \quad B = 9 - 30x + 25x^2.$$

$$C = (4x^2 + 28x + 49) - (9 - 30x + 25x^2) = -21x^2 + 58x + 40.$$

Exemple 2 : Factoriser  $A = 16x^2 - 25$ , puis  $B = 16x^2 - 40x + 25$ , puis  $C = A - B$ .

$$A = (4x - 5)(4x + 5) \quad B = (4x - 5)^2.$$

$$C = (4x - 5)[(4x + 5) - (4x - 5)] = (4x - 5) \times 10 = 10(4x - 5).$$

## 3) Equation produit :

Propriété : Si l'un des facteurs d'un produit est nul, alors le produit est nul.  
Si un produit de facteurs est nul, alors l'un des facteurs est nul.  
Autrement dit :  $a \times b = 0 \Leftrightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0$ .

Application : Résoudre l'équation  $(5x - 7)^2 - (3x + 1)^2 = 0$

On factorise  $A = (5x - 7)^2 - (3x + 1)^2$

$$A = [(5x - 7) + (3x + 1)] \times [(5x - 7) - (3x + 1)]$$

$$A = (8x - 6) \times (2x - 8) = 4(4x - 3)(x - 4)$$

$$\text{D'où } A = 0 \Leftrightarrow (8x - 6) = 0 \text{ ou } (2x - 8) = 0$$

$$\text{D'où } x = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \text{ ou } x = \frac{8}{2} = 4$$

$$\text{L'ensemble des solutions est } S = \left\{ \frac{3}{4}; 4 \right\}.$$