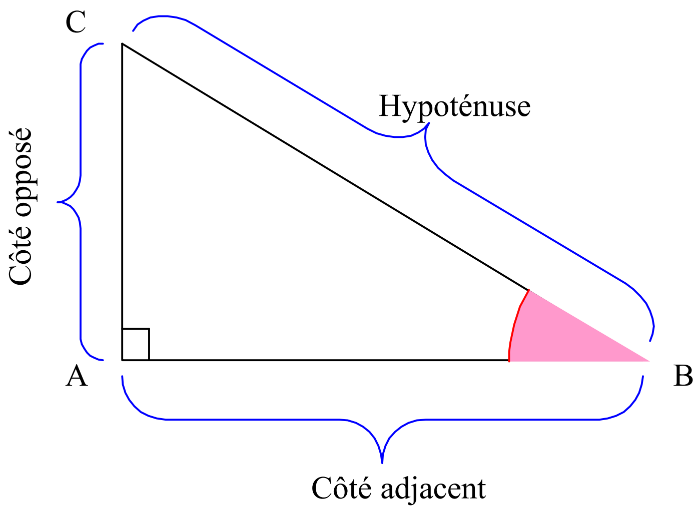
TRIGONOMETRIE

1) Cosinus et sinus



Dans un triangle ABC rectangle en A,

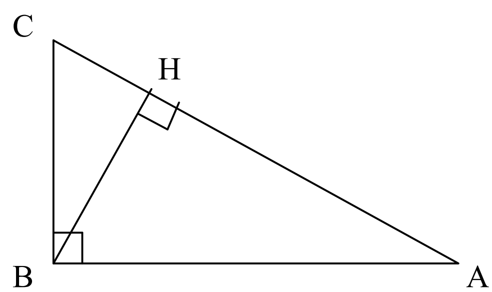
le cosinus de l'angle aigu $\widehat{ABC}$ est le nombre noté : $\cos \widehat{ABC} = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{\textit{côté adjacent}}{\textit{hypoténuse}}$,

et le sinus de l'angle aigu $\widehat{ABC}$ est le nombre noté : $\sin \widehat{ABC} = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{\textit{côté opposé}}{\textit{hypoténuse}}$

Exemple :
ABC est un triangle rectangle en B tel que
BC = 5 *cm* et [BH] est la hauteur issue de B.
On donne BH = 4 *cm*.
Faire une figure.

a) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$.

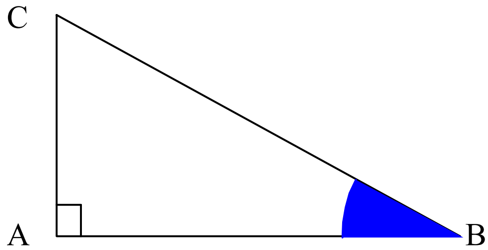
b) Calculer AC, puis AB.



2) Tangente

Dans un triangle ABC rectangle en A,
la tangente de l'angle aigu $\widehat{ABC}$ est le nombre noté :

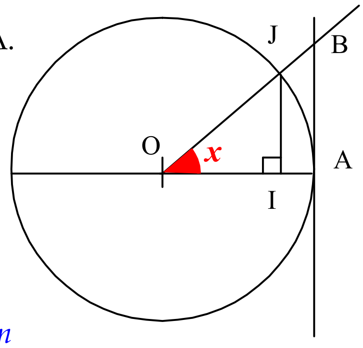
$$\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB} = \frac{\textit{côté opposé}}{\textit{côté adjacent}}$$



Remarque **:**
Le cercle a pour rayon OJ = OA = 1 et (AB) est tangente au cercle en A.

Alors $\tan \widehat{HCB} \approx 63° = \frac{HB}{HC} = \frac{4}{2} HA \approx \frac{4}{\tan 27°} B$.

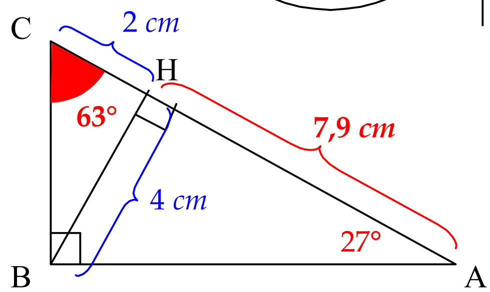
$\widehat{A} + \widehat{C} = 90°$



Exemple **:**
BH = 4 cm et CH = 2 cm.

a) *Calculer la mesure de l'angle* $\widehat{ACB}$.
$\widehat{ACB} = \widehat{HCB}$. Dans le triangle HCB rectangle en H,
$\tan \widehat{HCB} = \frac{HB}{HC} = \frac{4}{2}$. **Donc** $\widehat{HCB} \approx 63°$.

b) *Calculer AH.*
Dans le triangle ABC rectangle en B, $\widehat{A} + \widehat{C} = 90°$.
Donc $\widehat{A} \approx 90° - 63°$, donc $\widehat{A} \approx 27°$.
Dans le triangle HAB rectangle en H, $\tan \widehat{HAB} = \frac{HB}{HA}$, donc $\tan 27° \approx \frac{4}{HA}$.
Donc HA x tan 27° ≈ 4. **Donc** $HA \approx \frac{4}{\tan 27°}$ **≈ 7,9** ***cm***.

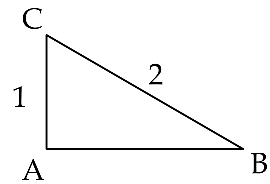


3) Formules de trigonométrie

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ $\qquad \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ $\qquad \cos x = \sin (90° - x)$ $\qquad \sin x = \cos (90° - x)$

Exemple: *Construire un triangle ABC rectangle en A tel que* $\sin \widehat{ABC} = \frac{1}{2}$.

Calculer ensuite $\cos \widehat{ABC}$, *puis* $\tan \widehat{ABC}$.



$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, donc $\sin^2 \widehat{ABC} + \cos^2 \widehat{ABC} = 1$.

Donc $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \cos^2 \widehat{ABC} = 1$, d'où $\cos^2 \widehat{ABC} = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$. Donc $\cos \widehat{ABC} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{4}}$,

Car le cosinus d'un angle aigu est toujours positif.

Donc $\cos \widehat{ABC} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}}$. **Finalement** $\cos \widehat{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Donc $\tan \widehat{ABC} = \frac{\sin \widehat{ABC}}{\cos \widehat{ABC}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}}$. **Donc** $\tan \widehat{ABC} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

4) <u>Tableau des valeurs particulières</u>

	sin	cos	tan
0°	0	1	0
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
90°	1	0	