

Laboratorio I

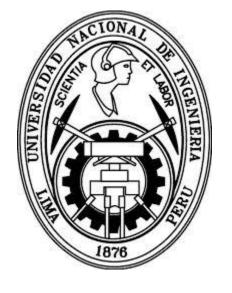
PhD. Alejandro Paredes FC-UNI

Entrega de trabajos



- En cada entrega se entrega un solo archivo de texto que contenga el script python.
- El script debe contar con tres partes fundamentales :
 - A) Encabezado: Esta parte es fija (será especificada por el profesor)
 - B) Cuerpo: Implementación del método en particular
 - C) Salida (output): escritura de archivos y produción gráficas (ps,eps o pdf).

Entrega de trabajos



- El script debe estar nombrado : x_y_z.py
 x=primer apellido del alumno(a).
 y=primer nombre del alumno(a).
 z=nombre del trabajo que se entrega (LAB1,LAB2,LAB3,LAB4).
- Si no se cumplen las especificiones se disminuira **5 puntos** sobre la nota obtenida.

Encabezado script python



#! /usr/bin/python3

from numpy import *

import matplotlib.pyplot as plt # from pylab import plot, show

import warnings
warnings.filterwarnings("ignore")

Se tiene un conjunto de medidas y_k a ciertos instantes de tiempo t_k con $k=1,2,3,\ldots m$



$$(y_1,t,_1);(y_2,t,_2);\ldots(y_m,t,_m)$$

Debemos encontar la función interpolante $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que

$$f(t_k) = y_k$$
 $k = 1, 2, 3, \dots, m$

Condiciones adicionales:

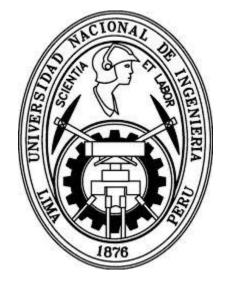
- Pendiente en ciertos puntos.
- Suavidad, monotonicidad, convexidad de la función interpolante.
- ightharpoonup Sólo consideraremos el caso unidimensional f(x).

Ventajas:

- Hacer pasar una curva suave sobre los datos discretos.
- Hallar el valor de una medida entre dos datos.
- Tener acceso a la derivada y a la integral del conjunto de datos.

Desventajas:

- Pobres resultados con datos sujetos a errores significantes.
- Dificultad para capturar discontinuidades.



Bases de funciones

Conjunto de funciones $\{\phi_1(t), \phi_2(t), \dots, \phi_n(t)\}$ base de $E(\mathbb{R} : \mathbb{R})$

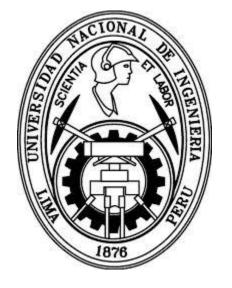
$$f(t) = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j \phi_j(t)$$

Imponemos que f(x) pase por los datos

$$f(t_k) = y_k = \sum_{j=1}^n \lambda_j \phi_j(t_k) \qquad k = 1, 2, \dots, m$$

$$\mathbf{A}\lambda = \mathbf{y}$$

$$\begin{bmatrix} \phi_1(t_1) & \phi_2(t_1) & \dots & \phi_n(t_1) \\ \phi_1(t_2) & \phi_2(t_2) & \dots & \phi_n(t_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \phi_1(t_n) & \phi_2(t_n) & \dots & \phi_n(t_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$



Monomios

$$\phi_j(t) = t^{j-1} \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$f_{n-1}(t) = \lambda_1 t + \lambda_2 t + \dots + \lambda_n t^{n-1}$$

Ejemplo: (-2, -27), (0, -1), (1, 0)

$$\mathbf{A}\lambda = \mathbf{y}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & t_1 & t_1^2 \\ 1 & t_2 & t_2^2 \\ 1 & t_3 & t_3^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -27 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Resolviendo para $\lambda = (-1, 5, -4)$

$$f_2(t) = -1 + 5t - 4t^2$$



$$\ell_j(t) = \frac{\displaystyle\prod_{k=1, k \neq j}^n (t-t_k)}{\displaystyle\prod_{k=1, k \neq j}^n (t_j-t_k)} \qquad \ell_j(t_i) = \left\{ \begin{array}{ll} 1 & \text{si } i=j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{array} \right. \quad j=1,2,\ldots,n$$



La matriz A en $A\lambda = y$ resulta ser la matriz identidad.

$$f_{n-1} = y_1 \ell_1 + y_2 \ell_2 + \dots + y_n \ell_n$$

Aqui el trabajo sólo es escribir los polinomios.

Ejemplo:
$$(-2, -27), (0, -1), (1, 0)$$

$$f_2(x)(t) = -27 \frac{t(t-1)}{-2(-2-1)} + (-1) \frac{(t+2)(t-1)}{2(-1)}$$

Polinomios de Newton

$$\pi_0 = 1 \quad \pi_j = \prod_{k=0}^{j-1} (t - t_k) \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$f_{n-1}(t) = x_1 + x_2(t - t_1) + x_3(t - t_1)(t - t_2) + \dots + x_n(t - t_1)(t - t_2) \dots (t - t_{n-1})$$



Para $i < j, \pi_j(t_i) = 0$ entonces **A** es una matriz triangular L.

Ejemplo: (-2, -27), (0, -1), (1, 0)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -27 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$x = (-27, 13 - 4)$$

$$f_2(t) = -27 + 13(t+2) - (t+2)t$$



Trabajo

- Formar grupos de 3 personas. Cada miembro es responsable de una interpolación: monomial, Lagrange, Newton.
- Hoy 6 puntos: Entregar las matrices (monomial-Newton) y los coeficientes (Lagrange) correspondientes al conjunto de datos asignado.
- Sábado (06.05) 14 puntos:
- Python : entrada matriz (aumentada) y salida vector con coeficientes de interpolación.
 - Graficar de conjunto de datos asignado y tres interpolaciones.

Trabajo

Conjunto de datos 1

| T (°C) | | | | | | | |
|--------|------|------|------|------|------|------|------|
| R(%) | 35.5 | 37.8 | 43.6 | 45.7 | 47.3 | 50.1 | 51.2 |



Conjunto de datos 2

| Q(l/h) | 500 | 700 | 900 | 1100 | 1300 | 1500 | 1700 | 1900 |
|--------|-----|-------|--------|--------|--------|-------|--------|------|
| N(w) | 365 | 361.6 | 370.64 | 379.68 | 384.46 | 395.5 | 395.95 | 397 |

Conjunto de datos 3

| T(s) | l | | | | l | |
|------|------|------|------|------|------|------|
| C | 5.04 | 4.36 | 3.45 | 2.37 | 1.32 | 0.71 |

Sustitución directa (forward)

- Matriz con dimensión pequeña.
- Matriz A: triangular inferior L.

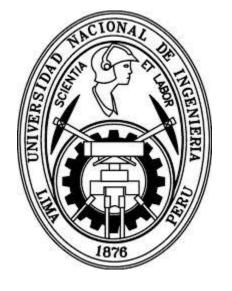
$$\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \dots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

$$x_{1} = b_{1}/a_{11}, \quad x_{2} = (b_{2} - a_{21}x_{1})/a_{22}$$

$$x_{n} = (b_{n} - a_{n1}x_{1} - a_{n2}x_{2} \cdots - a_{n(n-1)}x_{(n-1)})/a_{nn}$$

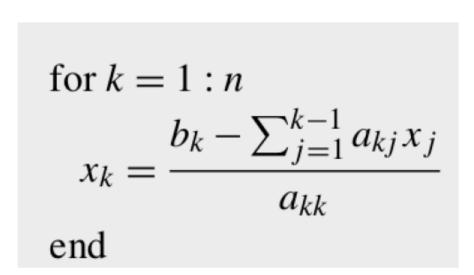
$$x_{n} = (b_{n} - \sum_{j=1}^{n-1} a_{nj}x_{j})/a_{nn}$$

$$x_{k} = (b_{k} - \sum_{j=1}^{k-1} a_{kj}x_{j})/a_{kk}$$



Sustitución directa (forward)

Algoritmo: Dada una matriz triangular inferior A de dimensión n y un vector \mathbf{b} ,



- Los elementos de la diagonal no puden ser cero.
- Hay problemas si los elementos de la diagonal son próximos a cero.



Sustitución inversa (backward)

- Matriz de dimension pequenña.
- Matriz A: triangular superior U

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1(n-1)} & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & a_{(n-1)(n-1)} & a_{(n-1)n} \\ 0 & 0 & 0 & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

$$x_{n} = b_{n}/a_{nn}$$

$$x_{n-1} = (b_{n-1} - a_{(n-1)n}x_{n})/a_{(n-1)(n-1)}$$

$$x_{n-2} = (b_{n-2} - a_{(n-2)n}x_{n} - a_{(n-2)(n-1)}x_{n-1})/a_{(n-2)(n-2)}$$

$$\vdots$$

$$x_{1} = (b_{1} - a_{12}x_{2} - a_{13}x_{3} \cdots - a_{1n}x_{n})/a_{11}$$

$$x_{k} = (b_{k} - \sum_{j=k+1}^{n} a_{kj}x_{j})/a_{kk}$$



Sustitución inversa.

Algoritmo: Dada una matriz triangular superior A de dimesión n y un vector \mathbf{b} ,

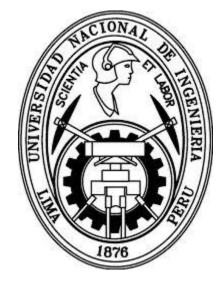
for
$$k = n: -1: 1$$

$$x_k = \frac{b_k - \sum_{j=k+1}^n a_{kj} x_j}{a_{kk}}$$
end

- ▶ El bucle debe comenzar a partir de k = n 1
- ► Se debe inicializar $x_n = b_n/A_{nn}$



Eliminación de Gauss



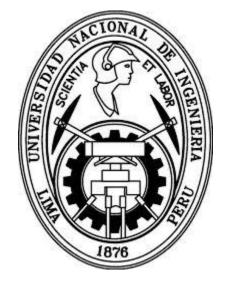
- Matriz de dimensión pequeña.
- Matriz A : no es ni L ni U.
- Los coeficientes de la primera columna no son cero ni proximos a cero.
- ► El objetivo es llevar la matriz *A* a un matriz U y luego realizar una sustitución backwards.

Método eliminación de Gauss

Solución : $[3 \ 4 \ -2]$

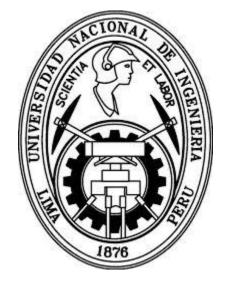
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \\ 4 & 0 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \\ 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & | & 5 \\ 2 & 3 & 5 & | & 8 \\ 4 & 0 & 5 & | & 2 \end{bmatrix}$$

Transformar un sistema lineal en U o L

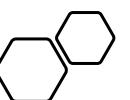


Algoritmo eliminación Gauss:

```
DOFOR k = 1, n - 1
 DOFOR i = k + 1. n
   factor = a_{i,k} / a_{k,k}
   DOFOR j = k + 1 to n
    a_{i,j} = a_{i,j} - factor \cdot a_{k,j}
   END DO
   b_i = b_i - factor \cdot b_k
 END DO
END DO
x_n = b_n / a_{n,n}
DOFOR i = n - 1, 1, -1
  sum = b_i
  DOFOR j = i + 1, n
   sum = sum - a_{i,j} \cdot x_j
  END DO
  x_i = sum / a_{i,i}
END DO
```







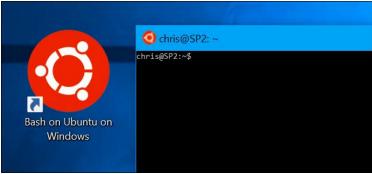
Curso introductorio de Python

Acceso al SO Linux

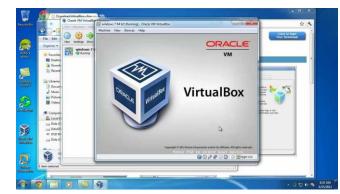
• Formatear la computadora e instalar Ubuntu.



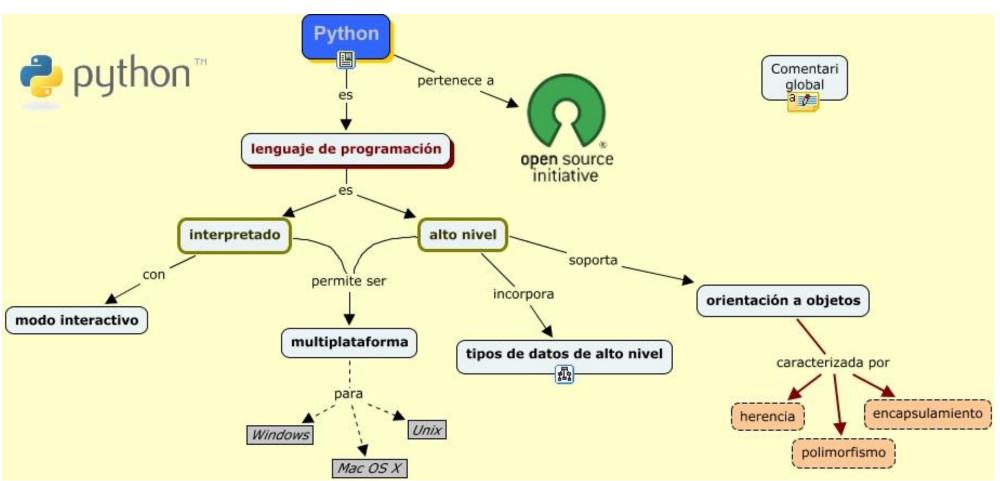
Si tienes Windows 10:
 Windows Subsystem for Linux
 Bash en Ubuntu en Windows

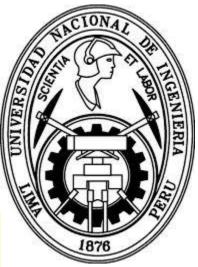


Si tienes Windows < 10:
 Virtual box (genera una maquina virtual)



Python





Python



- Interprete de commandos (no se necesita compilar).
- Multipropósito: desarrollo web, desarrollo de juegos, desarrollo de software.
- Aprendizaje rápido e inutitivo.
- Python maneja una sintaxis identada (con márgenes) de carácter obligatorio.
- Para separar los bloques de código en Python se debe tabular hacia dentro.
- Python es case sentive: hace diferencia entre mayúsculas y minusculas.

Instalar Python en Ubuntu Bash

sudo apt-get install python3 (Instala python3)



- sudo apt-get install python-pip python3-pip (herramienta para inst. paquetes python)
- sudo pip3 install numpy (Instala librería numpy de Python)
- sudo pip3 install matplotlib (Instala librería matplotlib de Python)

Antes de ejecutar un archivo Python (ejemplo.py) se ejecuta la línea

chmod +x ejemplo.py

TONAL CONTROL OF THE REAL OF T

Tipos de variables

- Integer: Son números enteros positivos, negativos o cero. Números como el 1, 0, -2834 son admitidos.
- Float : Son números reales. Números como 3.14.15 ó -6.63 X 10^{-34} ó 1.0 son admitidos.
- Complex: Números complejos. Números com 1+2j ó -3.5 +0.5j son admitidos. Notar que en python la unidad compleja es j y no i.
- String: almacena letras en forma de una cadena de caracteres.

Asignación de variables

Integer: x=1

Float : x=1.0

Float :x=float (1)

Complex: x = 1.5 + 0j (variable compleja puramente real) x = complex (1.5) (mismo resultado) $y = complex (1.0,6.0) \rightarrow y = 1.0 + 6.0 j$

String : x ='esta es un string'



Output : Imprimir en pantalla

Script_1

```
x=1
y=2
z=2 +3j

print(x)
print ('Este es x=',x,' Este es y= ',y ,'Este es z= ',z)
```

Input : Se entra por teclado el valor de la variable x
Script_2

```
x= input('entra el valor de x: ')
print ('El valor ingresado es',x)
```





Aritmética

Suma: x+y

Resta: x -y

Multiplicación: x*y

División : x/y

Potencia x**y (x elevado a la potencia y)

Ejemplos

$$x+2*y \iff x - 2y$$

 $x-y/2 \iff x - \frac{1}{2}y$
 $3*x**2 \iff 3x^2$
 $x/2*y \iff \frac{1}{2}xy$

Se recomienda el uso de paréntesis



Funciones paquetes y modulos

- Python posee funciones integradas.
- Las funciones se encuentran dentro de los paquetes.
- Cuando los paquetes son muy grandes son divididos en módulos.

from math import log (llama al paquete math y da acceso a la función log) from math import log,exp,sin,cos,sqrt,pi,e (llama al paquete math y las función log,exp,etc) from math import * (llama al paquete math y todas las funciones contenidas) from numpy.linalg import inv (llama al paquete numpy, el modulo linalg y la función inv)



Funciones integradas:

log: logaritmo natural

log10: logaritmo base 10

exp: función exponenecial.

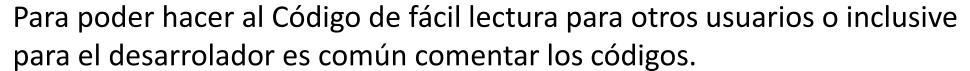
sin, cos, tan: funciones seno, coseno y tangente. El argumento debe estar en radianes.

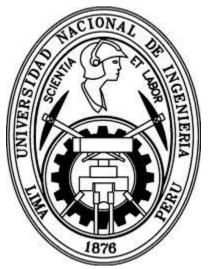
asin,acos,atan: funciones seno⁻¹, coseno⁻¹ y tangente⁻¹.

sinh, cosh, tanh: funciones seno hyperbólico, cose no hiperbólico y tangente hyperbólica.

sqrt: raiz cuadrada

Comentarios





Script_3

```
from math import sin,cos,pi
# Ask the user for the values of the radius and angle
r = float(input("Enter r: "))  # radius
d = float(input("Enter theta in degrees: "))
```

Todo texto que se escribe despues del simbolo # es un comentario. Python ignorará cualquier texto despues del simbolo #.

La sentencia if

Script_4



```
x = int(input("Enter a whole number no greater than ten: "))
if x>10:
    print("You entered a number greater than ten.")
    print("Let me fix that for you.")
    x = 10
print("Your number is",x)
```

Identación:

- Se debe usar espacios o tabulaicones.
- Se sugiere usar 4 espacios.
- No se recomienda mezclar espacios con tabulaciones.



Diferentes condicones que se pueden utilizer en la sentecia if

if x==1: verifica si x=1. Note el doble signo igual.

if x>1 : verifica si x>1

if $x \ge 1$: verifica si $x \ge 1$

if x<1 : verifica si x<1

if $x \le 1$: verifica si $x \le 1$

if x!=1 : verifica si $x \neq 1$

Se pueden utilizar dos condiciones en una sola sentencia

Script_5

Una condición o la otra

```
x = int(input("Enter a whole number: "))
if x>10 or x<1:
    print("Your number is either too big or too small.")</pre>
```

Una condición y la otra

```
x = int(input("Enter a whole number: "))
if x<=10 and x>=1:
    print ("Your number is just right.")
```



Script_6

Sentencia else

```
if x>10:
    print("Your number is greater than ten.")
else:
    print("Your number is fine. Nothing to see here.")
```

Sentencia elif

```
if x>10:
    print("Your number is greater than ten.")
elif x>9:
    print("Your number is OK, but you're cutting it close.")
else:
    print ("Your number is fine. Move along. ")
```



Sentencia whyle

Las ordenes se ejecutan mientras se verifique la condición (x>10)

Script_7

```
x = int(input("Enter a whole number no greater than ten: "))
while x>10:
    print ("This is greater# than ten. Please try again. ")
    x = int(input("Enter a whole number no greater than ten: "))
print("Your number is",x)
```



Lista: es una disposición de cantidades una despues de la otra separadas por comas. No es necesario que las cantidades sean del mismo tipo.



Ejemplo

Los elementos de la lista se pueden obtener a partir de expresiones algebraicas.

$$r = [2*x, x+y, z/sqrt(X**2+y**2)]$$

- Los elementos de la lista son accesibles y están enumerados desde zero.
- Los elementos de la lista se pueden operar y ser argumentos de funciones.

Script_8

```
from math import sqrt
r = [ 1. 0, 1. 5, -2. 2 ]
print(r[0])  # imprime primer elemnto de la lista r
length= sqrt( r[0]**2 + r[1]**2 + r[2]**2)
print(length)
```

Se puede añadir un elemento al final de la lista

```
r = [ 1.0, 1.5, -2.2]
x = 0.8
r.append(2*x+1)
print(r)
```



Arreglos (arrays) Son muy similares a las listas ya que Tambien es un conjunto ordenado de valores. Sin embargo tienen algunas diferencias:

- El número de elementos de un array es fijo. No se puede anadir elementos.
- Todos los elementos de un array deben ser del mismo tipo. No se puede cambiar el tipo de los elementos una vez creado el array.
- Los arrays pueden ser de dimension dos y entenderse como una matriz. Tambien puden tener mayores dimensiones.
- Se pueden hacer operaciones aritméticas con los arrays.
- Las operaciones con arrays son significativamente más rápidas.



Para crear un array de dimension 4 lleno de ceros

```
from numpy import zeros
a = zeros(4,float)
print(a)
```

Resultado [0. 0. 0. 0.]

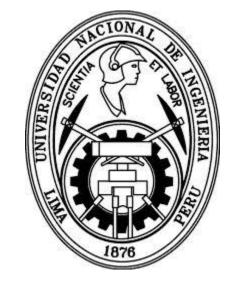
Para crear un array de dimension 3X4 lleno de ceros

```
a=zeros([3,4],float)
print(a)
```

Resultado :[[0. 0. 0. 0 .] [0. 0. 0. 0.] [0. 0. 0. 0.]]

Script_09





Creamos un array lleno de ceros y luego asignamos valores

Scritpt_10

```
from numpy import zeros

a=zeros([2,2],int)

a[0,1]=1

a[1,0] = -1
print(a)
```

Resultado:

[[0 1] [-1 0]]



Leer un array desde un archivo de texto

El archivo data.txt contiene lo siguiente

1.0

1.5

-2.2

2.6

Ejecutamos Script_11

```
from numpy import loadtxt
a= loadtxt("data.txt",float)
print(a)
```

Resultado

[1.0 1.5 -2.2 2.6]



Si data.text contiene

Entonces

1234 3456 5678 from numpy import loadtxt
a= loadtxt("data.txt",float)
print(a)

Imprimirá un array de dimension 3X4

Las funciones shape y size dan información sobre el tamaño y la forma del array
Script_12

```
a= array([[1,2,3], [4,5,6]],int)
print(a.size)
print(a.shape)
```

El resultado será 6 (2, 3)



Algunos detalles a tener encuenta con python Script_13

```
from numpy import array
a= array([1,1] ,int)
b = a
a[0] = 2
print(a)
print(b)
```

```
from numpy import array,copy
a= array([1,1] ,int)
b = copy(a)
a[0] = 2
print(a)
print(b)
```

Resultado

[2 1]

[2 1]

Resultado

[2 1]

[11]

Python: Bucles for

Un bucle for es un bucle donde el iterador toma ordenadamente valores a partir de una lista.

Script_14

```
r = [ 1, 3, 5]
for n in r:
        print(n)
        print(2*n)
print("Finished")
```

Resultado



Python: Bucles for

Se puede crear una lista a partir de una orden y luego usarla en el bucle for

Resultado

Script_15

```
r = range(5)
for n in r:
    print("Hola")
```

Hola Hola

Hola

Hola

Hola

for n in r:
 print("Hola")

La función range(5) crea la lista
[0,1,2,3,4]



Python: Bucles for

La forma más comun de usar range en un bucle for

Script 16

for n in range(5):
 print(n**2)

Variantes de range

Resultado

1

4

9

16

```
range(5) da [ 0, 1, 2, 3, 4 ]
range(2,8) da [ 2, 3, 4, 5, 6, 7 ]
range(2,20,3) da [ 2, 5, 8, 11, 14, 17 ]
range(20,2,-3) da [ 20, 17, 14, 11, 8, 5]
```



Python: Funciones definidas por usuario

Se pueden definir funciones que den como resultado un número

El resultado de una función tambien puede ser un array

Script_17

```
def factorial(n):
    f = 1.0
    for k in range(1,n+1):
        f *= k
    return f
```

```
def cartesian(r,theta):
    x = r*cos(theta)
    y = r*sin(theta)
    position = [x,y]
    return position
```

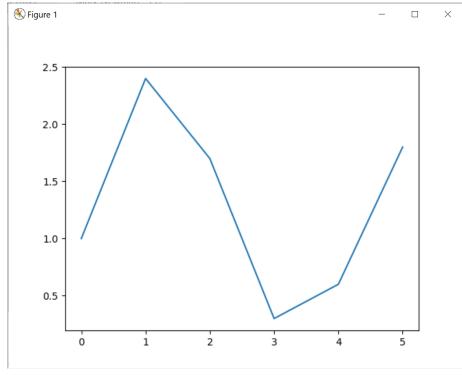
Python: Graficas y visualización



Para graficar se llaman a las funciones plot y show del paquete pylab

Script_18

```
from pylab import plot, show
y = [ 1.0, 2.4, 1.7, 0 .3, 0.6, 1.8]
plot (y)
show()
```

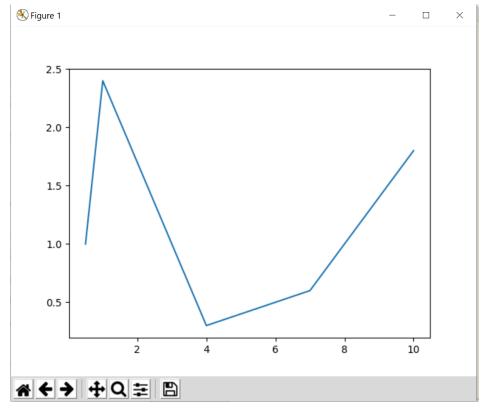


Python: Graficas y visualización

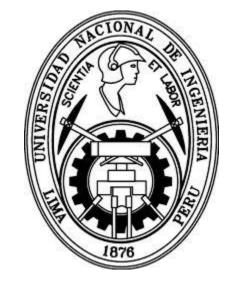


Se puede definir los puntos de las abscisas y ordenadas

```
from pylab import plot, show
x = [ 0. 5, 1. 0, 2. 0, 4. 0, 7. 0, 10. 0 ]
y = [ 1.0, 2.4, 1.7, 0.3, 0.6, 1.8]
plot(x,y)
show()
```



Python: Graficas y visualización



Graficar el archivo plot.text

```
1 122.189988
```

2 444.0270889

3 326.7205784

4 259.7201836

5 12.15722275

6 90.15900043

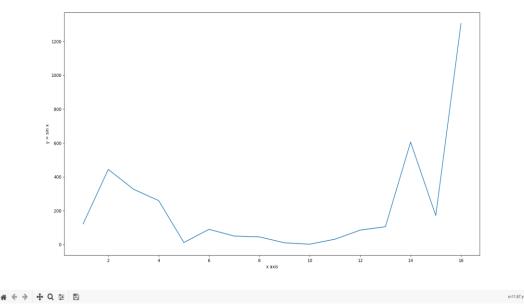
7 1005.310014

• • • • •

Ejecutamos

```
from numpy import loadtxt
from pylab import plot, show
data= loadtxt("plot.text", float)
x = data[: ,0]
y = data [: , 1]
xlabel("x axis")
ylabel("y = sin x")
plot(x,y)
```

show ()



Modulos Python



- Son archivos Python con la extensión .py. Ejemplo mi_modulo.py
- Implementan un conjunto de funciones.
- Son importados desde otros módulos usando el comando import.
- Se recomienda que genere un módulo por cada tema abordado en el curso.

Modulos Python

```
#!/usr/bin/python3
from numpy import *
from math import *
import warnings
warnings.filterwarnings("ignore")
def factorial(n):
  f = 1.0
  for k in range(1,n+1):
     f *= k
  return f
def multiplication(num1,num2):
  return num1*num2
```

```
#!/usr/bin/python3
from numpy import *
from math import *
import warnings
warnings.filterwarnings("ignore")
from mi modulo import *
a=multiplication(3,2)
print(factorial(3),a)
```



Buenas prácticas de programación



- Hacer comentarios.
- No usar funciones que hagan un trabajo muy particular.
- Los nombres de las variables deben tener relación con el dato que representan.
- Mantener un script limpio, ordenado y mínimo.
- No invertir mucho tiempo en la optimización del script. El primer objetivo es que funione !!!