

## INTRODUCCIÓN A LA GEOMETRÍA

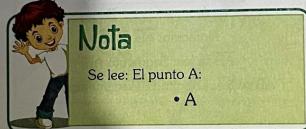
### APRENDIZAJES ESPERADOS

- Interpreta el concepto de geometría.
- Expresa gráficamente los elementos básicos de la geometría.
- Expresa gráficamente y desarrolla con precisión operaciones con segmentos.
- Identifica los elementos de un plano cartesiano y los representa gráficamente.

#### ELEMENTOS GEOMÉTRICOS

##### El punto

La marca de un lápiz que aparece al presionar este sobre un papel, nos hace pensar en un punto. El punto no se puede definir, pero la idea que tenemos de él nos permite construir figuras que son el objeto del estudio de la geometría.



##### Nota

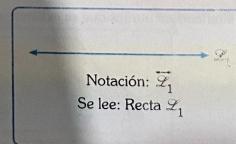
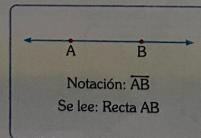
Se lee: El punto A:

• A

##### La recta

Una recta es un conjunto infinito de puntos que tienen una misma dirección. Debemos tener en cuenta que:

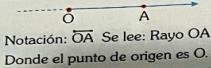
- La recta posee dos sentidos y es infinita en ambos sentidos.
- Dos puntos determinan una recta.
- Por un punto pasan infinitas rectas.



# GEOMETRÍA

## El rayo

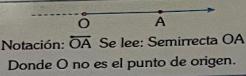
Un rayo se determina en la línea recta tomando un punto como origen y uno de los sentidos.



Notación:  $\overrightarrow{OA}$  Se lee: Rayo OA  
Donde el punto de origen es O.

## La semirrecta

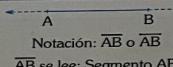
Es uno de los sentidos de la recta.



Notación:  $\overrightarrow{OA}$  Se lee: Semirrecta OA  
Donde O no es el punto de origen.

## El segmento

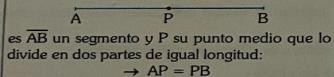
Es la porción de recta que tiene por extremos dos puntos.



Notación:  $\overline{AB}$  o  $\overline{BA}$   
 $\overline{AB}$  se lee: Segmento AB  
AB se lee: Longitud del segmento AB

## El punto medio

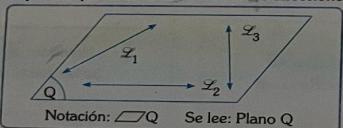
Es el punto que divide a un segmento en dos segmentos de igual longitud.



es  $\overline{AB}$  un segmento y P su punto medio que lo divide en dos partes de igual longitud:  
 $\rightarrow AP = PB$

## Plano

un conjunto ilimitado de puntos que se extiende en todas sus direcciones.



Notación:  $\square Q$  Se lee: Plano Q

# TOMO 1

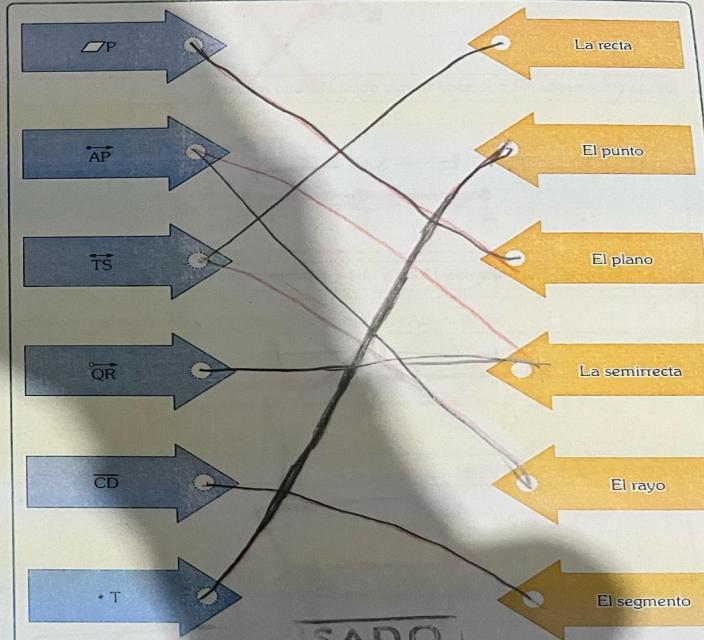
# 5.º GRADO

# GEOMETRÍA

## TRABAJEMOS JUNTOS

Resuelve los siguientes ejercicios con ayuda de tu profesor.

### 1. Relaciona.



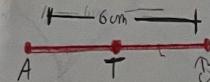
25 MAR. 2025

ROBERT RIVERA  
PROFESOR DE MATEMÁTICA

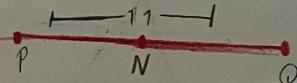
2. Grafica tres rectas que pasen por el punto H.



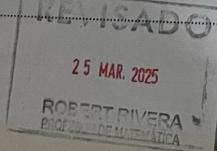
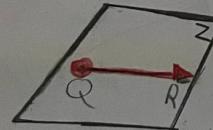
3. Dibuja el segmento AB que mida 6 cm y ubica el punto medio T.



4. Dibuja el segmento PQ que mida 11 cm y ubica el punto medio N.



5. Dibuja el rayo QR sobre el plano Z.

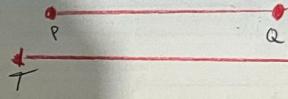


## ¡AHORA HAZLO TÚ!

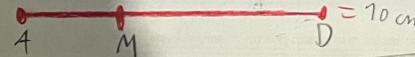
1. Dibuja dos rectas que pasen por un mismo punto.



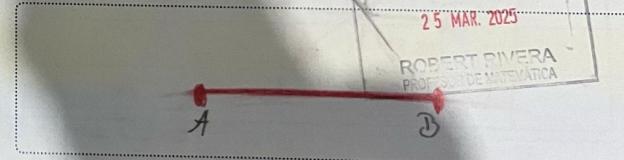
2. Dibuja un segmento  $\overline{PQ}$  y la recta  $\overleftrightarrow{TA}$ .



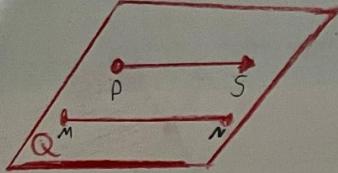
3. Grafica un segmento  $\overline{AB}$  y ubica el punto medio M si  $AB = 10 \text{ cm}$ .



4. Grafica el segmento  $\overline{AB}$ .

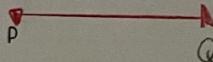


5. Sobre el plano Q dibuja el segmento  $\overline{MN}$  y el rayo  $PS$ .



### REFUERZA EN CASA

1. Dibuja la recta  $\overleftrightarrow{PQ}$ .



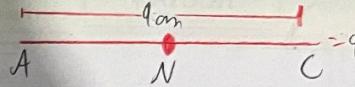
2. Dibuja cuatro rectas que pasen por un mismo punto.



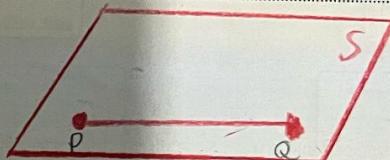
REVISADO

25 MAR. 2025

3. Grafica el segmento  $AC$  y el punto medio N si  $AC = 9$ .



4. Dibuja el rayo  $\overrightarrow{PQ}$  sobre el plano S.



5. Escribe una breve biografía de Euclides.

*Euclides también como el padre de la Geometría, fue un matemático y geométrico griego que vivió en Alejandría entre los años 325 y 265 a.C. donde fundó una escuela de estudios matemáticos.*

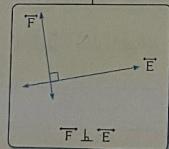
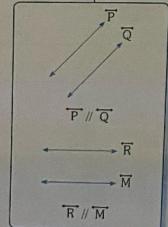
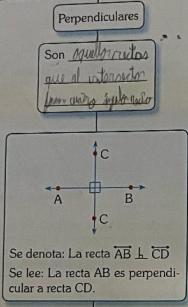
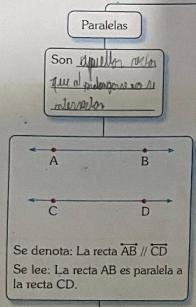
REVISADO

25 MAR. 2025

ROBERT RIVERA  
PROFESOR DE MATEMÁTICA

## TIPOS DE RECTA

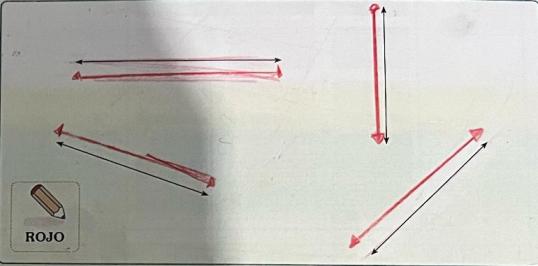
## RECTAS



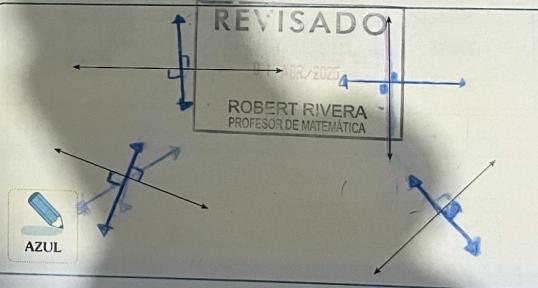
## TRABAJEMOS JUNTOS

Resuelve los ejercicios con ayuda de tu profesor.

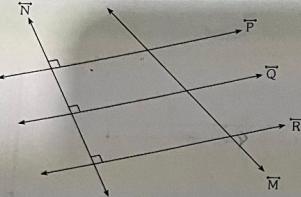
1. Traza una recta paralela a las siguientes rectas. Usa color rojo.



2. Traza una recta perpendicular a la recta dada. Usa color azul.



3. Escribe (V), si es verdadero, o (F), si es falso, según corresponde.



- $P \parallel M$
- $R \perp M$
- $N \perp M$
- $Q \parallel P$
- $M \parallel Q$
- $R \parallel Q$
- $N \parallel M$

**REVISADO**

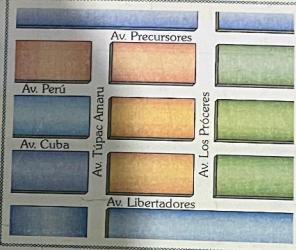
F 01 ABR. 2025

ROBERT RIVERA  
PROFESOR DE MATEMÁTICA



### AHORA HAZLO TÚ!

1. Del siguiente croquis, indica tres avenidas paralelas y perpendiculares.



Paralelas:

Av. Precursor // Av. Libertadores  
Av. Perú // Av. Los Próceres  
Av. Túpac Amaru // Av. Los Próceres  
Av. Cuba // Av. Túpac Amaru  
Av. Cuba // Av. Los Próceres  
Av. Túpac Amaru // Av. Los Próceres

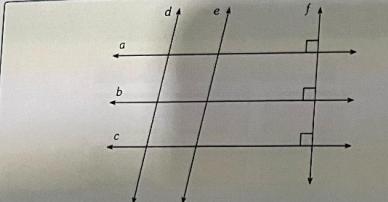
Perpendiculares:


**REVISADO**

07 MAYO 2025

ROBERT RIVERA  
PROFESOR DE MATEMÁTICA

2. Escribe V, si es verdadero, o F, si es falso.



a.  $\overline{d} \parallel \overline{b}$

b.  $\overline{a} \parallel \overline{c}$

c.  $\overline{d} \perp \overline{e}$

d.  $\overline{c} \perp \overline{f}$

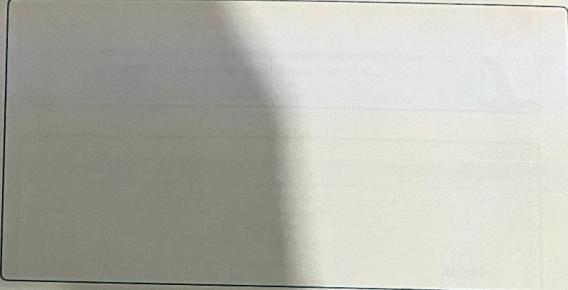
e.  $\overline{b} \perp \overline{f}$

f.  $\overline{c} \perp \overline{d}$

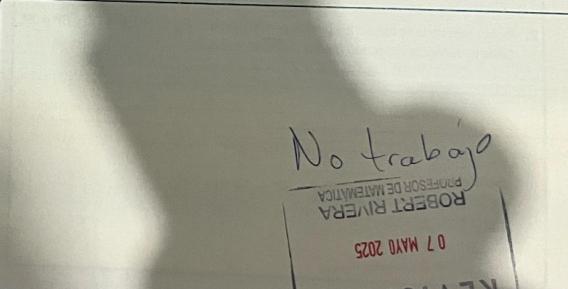
g.  $\overline{d} \parallel \overline{e}$

## REFUERZA EN CASA

1. Dibuja tres ejemplos de rectas paralelas.



2. Dibuja tres ejemplos de rectas perpendiculares



## OPERACIONES CON SEGMENTOS

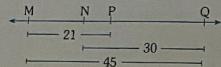


## Nota

Son las diferentes operaciones que se pueden realizar con los números reales que representan a las longitudes de los segmentos.

## Ejemplos

1. Del gráfico, halla NP.

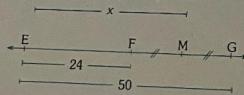


## Solución

$$MN = MQ - NQ = 45 - 30 = 15$$

$$NP = MP - MN = 21 - 15 = 6$$

2. Sobre una recta se toman los puntos consecutivos E, F y G. Si EG = 50 y EF = 24, halla la distancia del punto medio de  $\overline{FG}$  al punto E.



## Solución

$$FG = EG - EF = 50 - 24 = 26$$

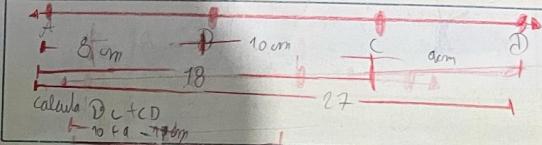
$$FM = 26 \div 2 = 13$$

$$x = 24 + 13 = 37$$

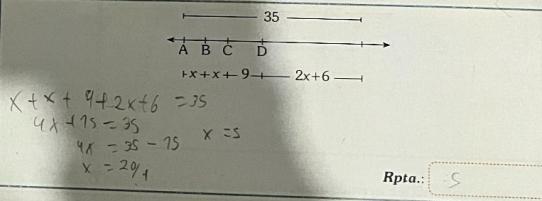
## TRABAJEMOS JUNTOS

Resuelve los ejercicios con la ayuda de tu profesor

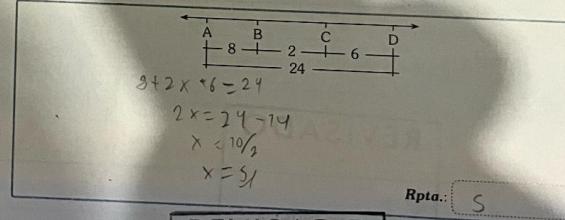
1. Sobre una recta se dan los puntos consecutivos A, B, C y D, de tal manera que  $AB = 8$  cm,  $AC = 18$  cm y  $AD = 27$  cm. Calcula  $BC + CD$ .



2. De la figura, halla el valor de x.



3. De la siguiente figura, halla el valor de x.



REVISADO

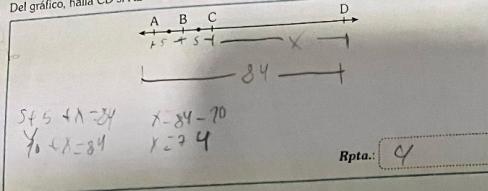
08-AGR-2025

ROBERT RIVERA  
PROFESOR DE MATEMÁTICA

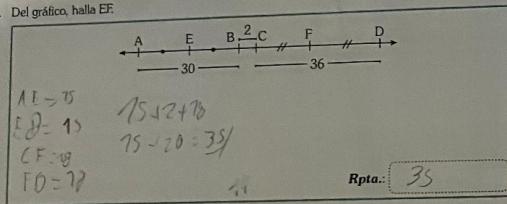
## GEOMETRÍA

TOMO 1

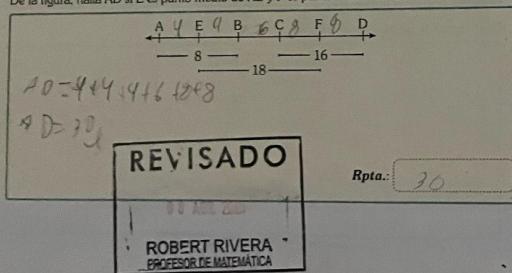
4. Del gráfico, halla CD si AB = BC = 5 y AD = 84.



5. Del gráfico, halla EF.



6. De la figura, halla AD si E es punto medio de AB y F es punto medio de CD.



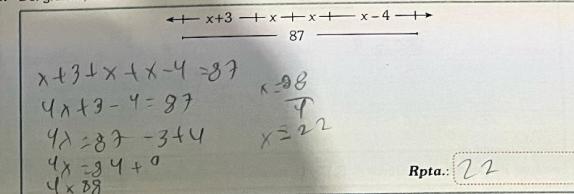
90

5.º GRADO

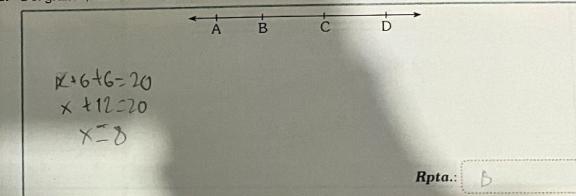
GEOMETRÍA

## ¡AHORA HAZLO TÚ!

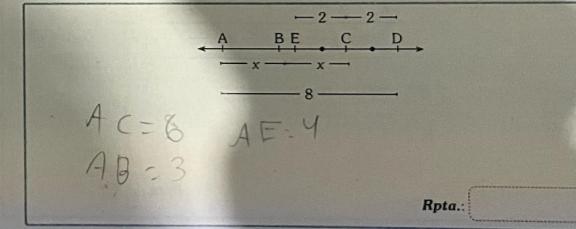
1. Del gráfico, halla el valor de x.



2. Del gráfico, halla AB si BC = CD = 6 y AD = 20.

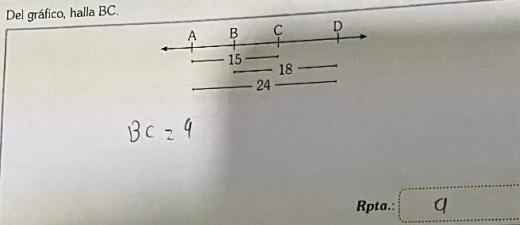


3. De la figura, halla AE sabiendo que AB = BC y EC = CD = 2.

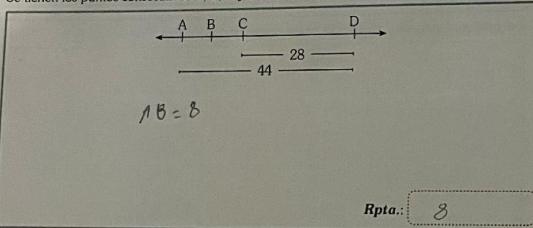


91

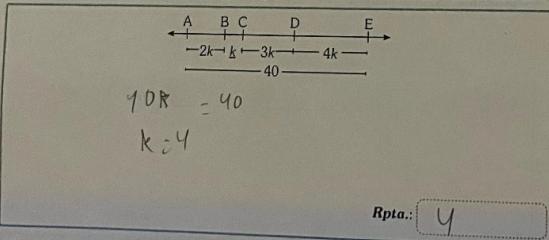
4. Del gráfico, halla BC.



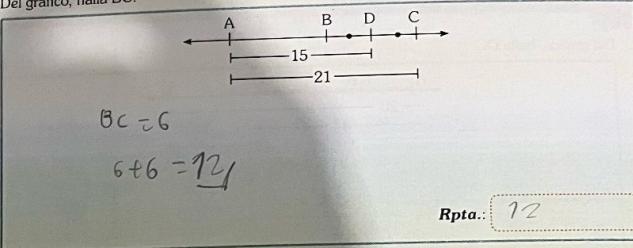
5. Se tienen los puntos consecutivos A, B, C y D, siendo B punto medio de  $\overline{AC}$ . Halla AB.



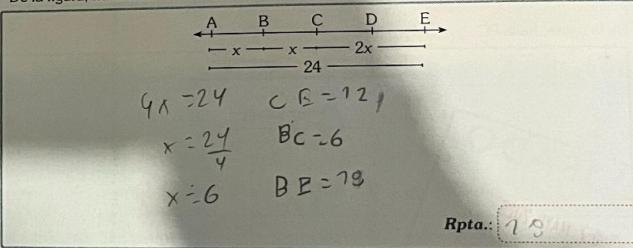
6. Se tiene los puntos colineales A, B, C, D y E dispuestos de la manera mostrada. Halla el valor de k.



7. Del gráfico, halla BC.



8. De la figura, halla BE.

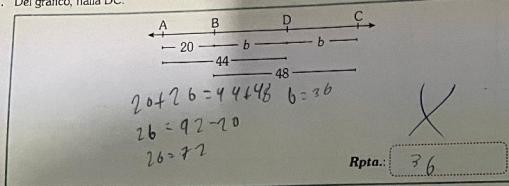


## GEOMETRÍA

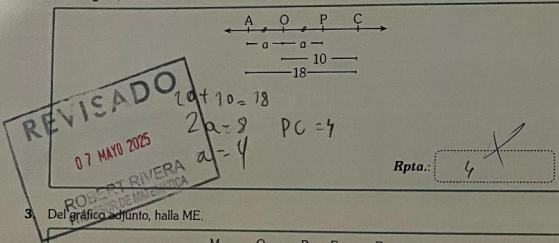
TOMO 1



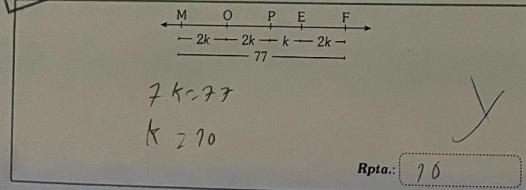
1. Del gráfico, halla DC.



2. De la figura, halla PC.



3. Del gráfico adjunto, halla ME.

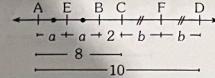


94

## 5.º GRADO

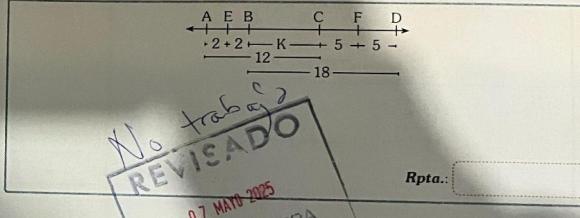
## GEOMETRÍA

4. Del gráfico, halla EF.

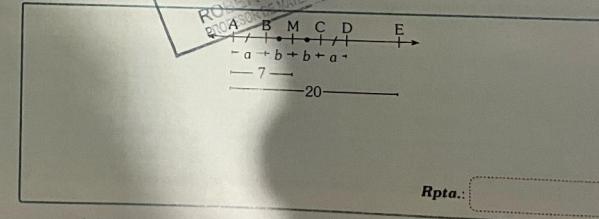


Rpta.: 2.5

5. Del gráfico, halla EF.

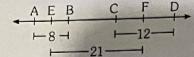


6. Del gráfico, halla DE.



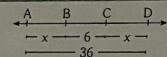
95

7. De la figura, halla EF si E es punto medio de  $\overline{AB}$  y F es punto medio de  $\overline{CD}$ .



Rpta.: \_\_\_\_\_

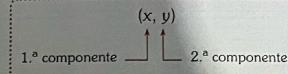
8. De la figura, halla el valor de x.



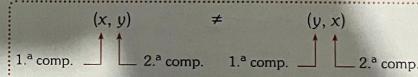
Rpta.: \_\_\_\_\_

## PRODUCTO CARTESIANO

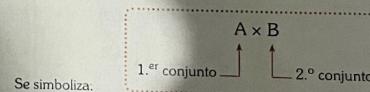
**Par ordenado:** Un par ordenado se simboliza



Las componentes no pueden cambiar de orden, pues resultaría otro par ordenado.



**Producto cartesiano:** Es el conjunto formado por pares ordenados donde la primera componente pertenece al primer conjunto y la segunda componente al segundo conjunto.



- Al conjunto A del producto cartesiano, pertenecen las primeras componentes de cada par ordenado.
- Al conjunto B del producto cartesiano, pertenecen las segundas componentes de cada par ordenado.



## Nota

El total de pares ordenados de un producto cartesiano se puede hallar mediante

$$n(A \times B) = n(A) \times n(B)$$

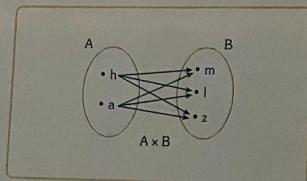
## Ejemplos

Hallaremos el producto cartesiano.

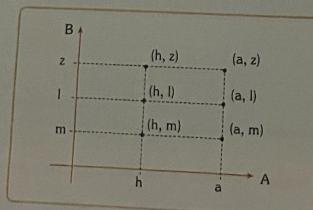
$$A = \{h, a\} \quad B = \{m, l, z\}$$

$A \times B = \{(h, m), (h, l), (h, z), (a, m), (a, l), (a, z)\} \rightarrow$  tiene 6 pares ordenados, porque  $2 \times 3 = 6$ .

## Diagrama de flechas



## Diagrama cartesiano



## TRABAJEMOS JUNTOS

Resuelve con ayuda de tu profesor.

1. Si  $C = \{1; 4\}$ ,  $D = \{1; 8; 27\}$  y  $E = \{1; 2\}$ , halla

$$C \times D = \{(1; 1), (1; 8), (1; 27), (4; 1), (4; 8), (4; 27)\}$$

$$D \times E = \{(1; 1), (1; 2), (8; 1), (8; 2), (27; 1), (27; 2)\}$$

$$E \times E = \{ \text{_____} \}$$

2. Si  $E = \{8; 10; 12\}$  y  $F = \{4; 5; 6\}$ , halla

$$E \times F = \{(8; 4), (8; 5), (8; 6), (10; 4), (10; 5), (10; 6), (12; 4), (12; 5), (12; 6)\}$$

$$F \times E = \{(4; 8), (4; 10), (4; 12), (5; 8), (5; 10), (5; 12), (6; 8), (6; 10), (6; 12)\}$$

3. Si  $A = \{1; 2; 3; \dots; 10\}$  y  $B = \{4; 6; 8\}$ , ¿cuántos pares ordenados habrá en  $A \times B$ ?

$$4 \times 3 = 12$$

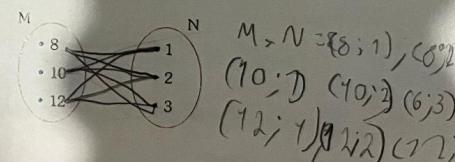
Rpta: 12

4. Si  $P \times Q = \{(1; 2), (1; 5), (1; 7), (3; 2), (3; 5), (3; 7)\}$ , halla

$$P = \{ \text{_____} \}$$

$$Q = \{ \text{_____} \}$$

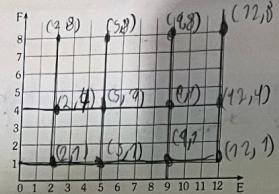
5. Dado los conjuntos, halla  $M \times N$  y graficalo por el diagrama de flecha.



## GEOMETRÍA

## TOMO 1

6. Si  $T = \{2, 5, 9, 12\}$  y  $V = \{1; 4; 8\}$ , halla  $T \times V$  y graficalo en el diagrama cartesiano.



Aprendimos  
Has demostrado  
un buen  
desempeño.

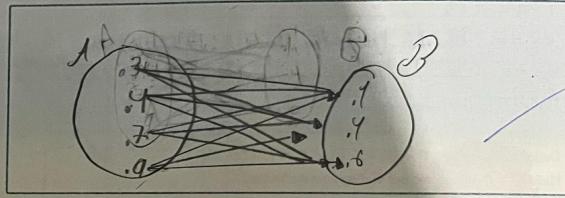


## 5.º GRADO

## GEOMETRÍA

## ¡AHORA HAZLO TÚ!

1. Si  $A = \{3; 4; 7; 9\}$  y  $B = \{1; 4; 6\}$ , halla y grafica por el diagrama de flechas  $A \times B$ .



2. Si  $C = \{a, b\}$ ,  $D = \{e, f, g\}$  y  $E = \{l, i\}$ , halla

$$C \times D = \{(a, e), (a, f), (a, g), (b, e), (b, f), (b, g)\}$$

$$D \times E = \{(e, l), (e, i), (f, l), (f, i), (g, l), (g, i)\}$$

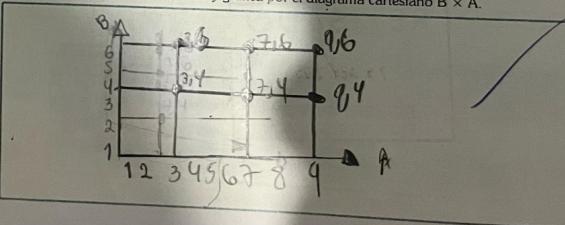
$$C \times E = \{(a, l), (a, i), (b, l), (b, i)\}$$

3. Si  $M \times N = \{(3; 6), (3; 7), (3; 8)\}$ , halla

$$M = \{3\}$$

$$N = \{6, 7, 8\}$$

4. Si  $A = \{7; 9; 3\}$  y  $B = \{4; 6\}$ , halla y grafica por el diagrama cartesiano  $B \times A$ .



**REFUERZA EN CASA**

Si  $G = \{9; 13; 15\}$ ,  $H = \{7; 6\}$  e  $I = \{19; 21; 20\}$ , halla

$$I \times I = \{19, 21, 20\}$$

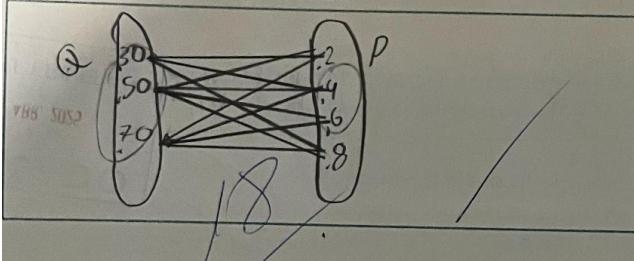
$$I \times H = \{19, 7\}, \{19, 6\}, \{21, 7\}, \{21, 6\}, \{20, 7\}, \{20, 6\}$$

$$G \times I = \{9, 19\}, \{9, 21\}, \{9, 20\}, \{13, 19\}, \{13, 21\}, \{13, 20\}, \{15, 19\}, \{15, 21\}, \{15, 20\}$$

$$H \times H = \{7, 6\}$$

Dados los conjuntos  $P = \{2; 4; 6; 8\}$  y  $Q = \{30; 50; 70\}$ .

Halla  $Q \times P$  y graficalo por el diagrama de flechas.



**REVISADO**

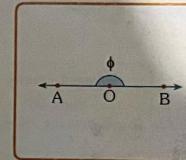
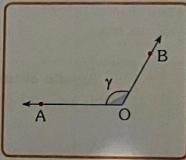
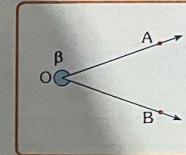
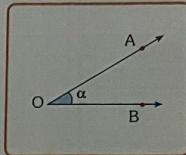
29 ABR. 2025

ROBERT RIVERA  
PROFESOR DE MATEMÁTICA

## ÁNGULOS

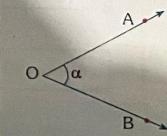
### I. Definición

Un ángulo es la porción del plano comprendido entre dos rayos que tienen un origen en común.



### II. Elementos

- Lados** ( $\overrightarrow{OA}$ ,  $\overrightarrow{OB}$ ): Está formado por cada uno de los rayos.
- Vértice** (O): Es un punto en el que coinciden los dos rayos.
- Ángulo** ( $\alpha$ ): Es lo más importante, es la abertura que hay entre los rayos.



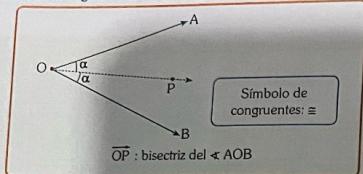
### Nota

- Para medir o construir un ángulo se utiliza el transportador.
- Los ángulos se miden en grados sexagesimales.

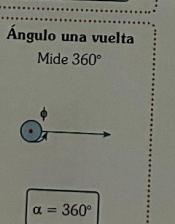
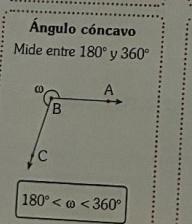
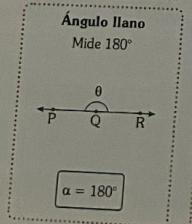
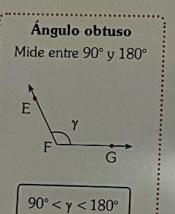
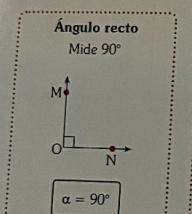
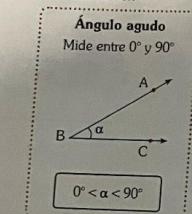
$$1^\circ = 60', 1' = 60'', 1'' = 3600''$$

**III. Bisectriz de un ángulo**

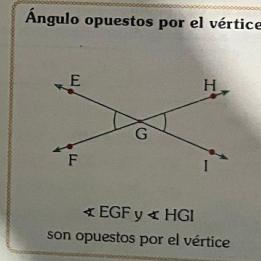
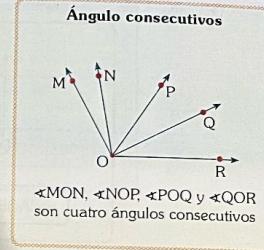
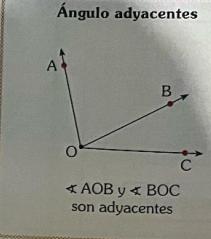
Es el rayo que divide al ángulo en dos ángulos iguales.

**IV. Clasificación de los ángulos****1. Por su medida**

Se clasifican en

**2. Por la posición de sus lados**

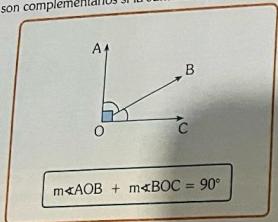
Se clasifican en



## 3. Por la suma de sus medidas

Se clasifican en

## a. Ángulo complementarios

Dos ángulos son complementarios si la suma de sus medidas es  $90^\circ$ .

## ➤ Complemento de un ángulo

Es lo que le falta a la medida de un ángulo para ser igual a  $90^\circ$ .

$$C_\alpha = 90^\circ - \alpha$$

## Ejemplos

A.  $C_{60^\circ} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

B.  $CC_{70^\circ} = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$

$CC_{70^\circ} = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ \rightarrow CCC_{70^\circ} = 70^\circ$

C.  $CCC_{50^\circ} = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$

$CCC_{50^\circ} = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$

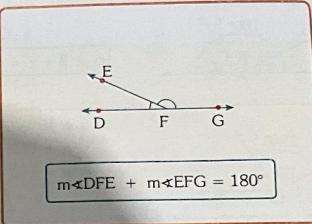
$CCC_{50^\circ} = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ \rightarrow CCC_{50^\circ} = C_{50^\circ} = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$



Observa...

Se cancelan en grupo par.

## b. Ángulo suplementarios

Dos ángulos son suplementarios si la suma de sus medidas es  $180^\circ$ .

## ➤ Suplemento de un ángulo

Es lo que le falta a la medida de un ángulo para ser igual a  $180^\circ$ .

$$S_\alpha = 180^\circ - \alpha$$

## Ejemplos

A.  $S_{120^\circ} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

B.  $SS_{130^\circ} = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$

$SS_{130^\circ} = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ \rightarrow SSS_{130^\circ} = 130^\circ$

C.  $SSS_{150^\circ} = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$

$SSS_{150^\circ} = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$

$SSS_{150^\circ} = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ \rightarrow SSS_{150^\circ} = S_{150^\circ} = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$

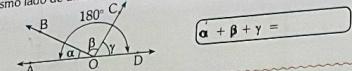


Observa...

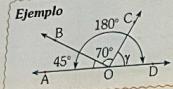
Se cancelan en grupo par.

## V. Teoremas

1. La suma de las medidas de los ángulos consecutivos formados alrededor de un mismo vértice y a un mismo lado de una recta es  $180^\circ$ .

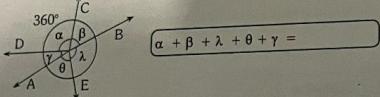


$$\alpha + \beta + \gamma =$$



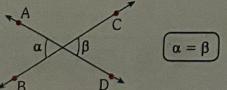
$$\begin{aligned} \alpha + 45^\circ + 70^\circ &= 180^\circ \\ \alpha + 115^\circ &= 180^\circ \\ \alpha &= 180^\circ - 115^\circ \\ \alpha &= 65^\circ \end{aligned}$$

2. La suma de las medidas de los ángulos consecutivos formados alrededor de un mismo vértice es  $360^\circ$ .

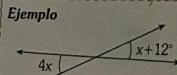


$$\begin{aligned} \alpha + \alpha + \alpha + 2\alpha + 90^\circ &= 360^\circ \\ 5\alpha + 90^\circ &= 360^\circ \\ 5\alpha = 360^\circ - 90^\circ &\rightarrow C_{5\alpha} = 270^\circ \\ \alpha = \frac{270^\circ}{5} &\\ \therefore \alpha &= 54^\circ \end{aligned}$$

3. Los ángulos \_\_\_\_\_ son congruentes (iguales).



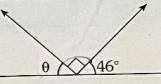
$$\alpha = \beta$$



$$\begin{aligned} 4x &= x + 12^\circ \\ 4x - x &= 12^\circ \\ 3x &= 12^\circ \\ x = \frac{12^\circ}{3} &\rightarrow x = 4^\circ \end{aligned}$$

## TRABAJEMOS JUNTOS 1

1. En la figura, halla el valor de  $\theta$ .



$$\theta + 46^\circ = 180^\circ$$

$$\theta + 136 = 180$$

$$\theta = 180 - 136$$

$$\theta = 44$$

2. En la figura, halla el valor de  $\alpha$ .

REVISADO

29 ABR. 2025

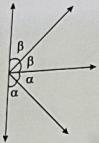
$$\alpha + 74 + 90 = 180$$

$$\alpha + 164 = 180$$

$$\alpha = 16$$

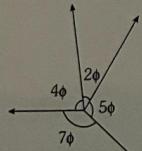
ROBERT RIVERA  
PROFESOR DE MATEMÁTICA

Figura, calcula  $\alpha + \beta$ .



$$\begin{aligned} 2\alpha + 2\beta &= 180^\circ \\ \alpha + \beta &= 90^\circ \end{aligned}$$

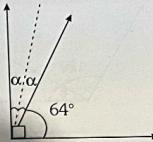
Halla el valor de  $\phi$ .



$$\begin{aligned} 18\phi &= 360^\circ \\ \phi &= \frac{360^\circ}{18} = 20^\circ \end{aligned}$$

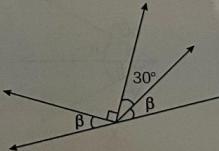
$$\phi + 2\phi + 5\phi + 7\phi = 360^\circ$$

5. Del gráfico, halla el valor de  $\alpha$ .



$$\begin{aligned} \alpha + \alpha + 64^\circ &= 90^\circ \\ 2\alpha &= 90^\circ - 64^\circ \\ \alpha &= \frac{26^\circ}{2} = 13^\circ \end{aligned}$$

6. Del gráfico, halla el valor de  $\beta$ .

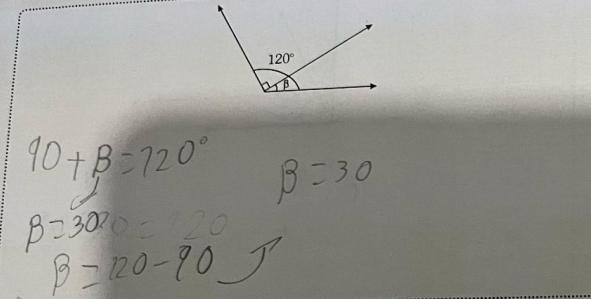


$$\begin{aligned} 2\beta + 30^\circ &= 90^\circ \\ 2\beta &= 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ \\ \beta &= \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ \end{aligned}$$

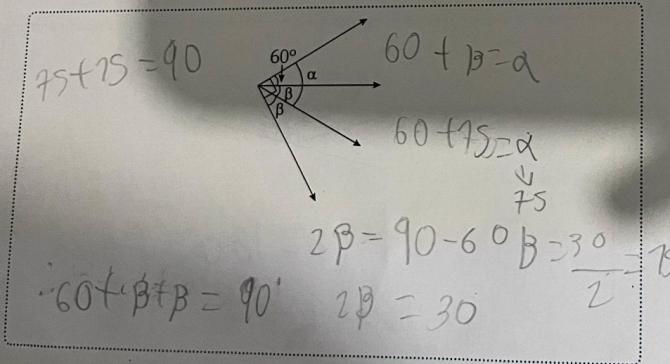
## GEOMETRÍA

TOMO 1

7. En la figura, halla el valor de  $\beta$ .



8. De la figura, calcula  $\alpha + \beta$ .



5.º GRADO

9. Calcula los complementos y suplementos de

$C_{23^\circ} = 90 - 23 = 67$

$C_{31^\circ} = 90 - 31 = 59$

$C_{24^\circ} = 90 - 24 = 66$

$C_{1^\circ} = 90 - 1 = 89$

$S_{2^\circ} = 180 - 2 = 178$

$S_{179^\circ} = 180 - 179 = 1$

$S_{34^\circ} = 180 - 34 = 146$

$S_{12^\circ} = 180 - 12 = 168$

10. Calcula.

$SC_{20^\circ} = 90 + 20 = 110$

$SC_{61^\circ} = 10 + 61 = 71$

$SC_{81^\circ} = 90 + 81 = 171$

$SC_{70^\circ} = 90 + 70 = 160$

$SC_{60^\circ} = 90 + 60 = 150$

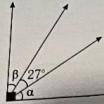
$SC_{40^\circ} = 90 + 40 = 130$

## GEOMETRÍA

TOMO 1

## AHORA HAZLO TÚ!

1. En la figura, calcula  $\alpha + \beta$ .

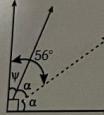


$$\alpha + \beta = 63$$

$$\alpha + \beta + 27 = 90$$

$$\alpha + \beta = 90 - 27$$

2. De la figura, halla el valor de  $\psi$ .



$$42$$

$$22 + 34 = 56$$

$$56 + x = 90$$

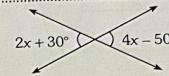
$$34$$

TOMO 1

5.º GRADO

## GEOMETRÍA

3. Halla el valor de  $x$ .



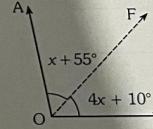
$$2x + 30 = 4x - 50$$

$$2x = 20$$

$$x = \cancel{2}x - 10$$

$$9x - 2x = 50 - 30$$

4. El rayo  $\overrightarrow{OF}$  es bisectriz del  $\angle AOB$  de la figura. Halla el valor de  $x$ .



$$x + 55 = 4x + 10$$

$$\frac{45}{3} = 15$$

$$55 - 10 = 4x$$

$$45 = 3x$$

15  
2  
75