

NNT : 2017SACLN032

THÈSE DE DOCTORAT
DE
L'UNIVERSITÉ PARIS-SACLAY
PRÉPARÉE À
L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN
(ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE PARIS-SACLAY)

ECOLE DOCTORALE N° 580
Sciences et technologies de l'information et de la communication

Spécialité de doctorat : mathématiques et informatique

Par

M. Jérémy Dubut

Directed homotopy and homology theories
for geometric models of true concurrency

Thèse présentée et soutenue à Cachan, le 11/09/17 :

Composition du Jury :

M. Eric Goubault	Professeur Ecole Polytechnique	Co-directeur de thèse
M. Jean Goubault-Larrecq	Professeur ENS Paris-Saclay	Directeur de thèse
Mme. Kathryn Hess	Professeure EPFL	Présidente
M. Steve Oudot	Chargé de Recherche INRIA	Examineur
M. Timothy Porter	Emeritus Professor Ex University of Bangor	Rapporteur
M. Martin Raussen	Professor Aalborg Universitet	Examineur
M. Robert J. van Glabbeek	Chief Research Scientist CSIRO	Rapporteur

Titre : Théories homotopiques et homologiques dirigées pour des modèles géométriques de la vraie concurrence

Mots clés : topologie algébrique dirigée, vraie concurrence, homologie, homotopie

Résumé : Le but principal de la topologie algébrique dirigée est d'étudier des systèmes qui évoluent avec le temps à travers leur géométrie. Ce sujet émergea en informatique, plus particulièrement en vraie concurrence, où Pratt introduisit les automates de dimension supérieure (HDA) en 1991 (en réalité, l'idée de la géométrie de la concurrence peut être retracée jusque Dijkstra en 1965). Ces automates sont géométrique par nature: chaque ensemble de n processus exécutant des actions indépendantes en parallèle peuvent être modéliser par un cube de dimension n , et un tel automate donne naissance à un espace topologique, obtenu en recollant ces cubes. Cet espace a naturellement une direction du temps provenant du flot d'exécution. Il semble alors totalement naturel d'utiliser des outils provenant de la topologie algébrique pour étudier ces espaces: les chemins modélisent les exécutions et les homotopies de chemins, c'est-à-dire les déformations continues de chemins, modélisent l'équivalence entre exécutions modulo ordonnancement d'actions indépendantes, mais ces notions géométriques doivent préserver la direction du temps, d'une façon ou d'une autre. Ce caractère dirigé apporte des complications et la théorie doit être refaite, essentiellement depuis le début.

Dans cette thèse, j'ai développé des théories de l'homotopie et de l'homologie pour ces espaces dirigés. Premièrement, ma théorie de l'homotopie dirigée est basée sur la notion de rétracts par déformations, c'est-à-dire de déformations continues d'un gros espaces sur un espace plus petit, suivant des chemins inessentiels, c'est-à-dire qui ne changent pas le type d'homotopie des « espaces d'exécutions ». Cette théorie est reliée aux catégories de composantes et catégories de dimension supérieures. Deuxièmement, ma théorie de l'homologie dirigée suit l'idée que l'on doit regarder les « espaces d'exécutions » et comment ceux-ci évoluent avec le temps. Cette évolution temporelle est traitée en définissant cette homologie comme un diagramme des « espaces d'exécutions » et en comparant de tels diagrammes en utilisant une notion de bisimulation. Cette théorie homologique a de très bonnes propriétés: elle est calculable sur des espaces simples, elle est un invariant de notre théorie homotopique, elle est invariante par des raffinements d'actions simples et elle a une théorie des suites exactes.

Title : Directed homotopy and homology theories for geometric models of true concurrency

Keywords : directed algebraic topology, true concurrency, homology, homotopy

Abstract : Studying a system that evolves with time through its geometry is the main purpose of directed algebraic topology. This topic emerged in computer science, more particularly in true concurrency, where Pratt introduced the higher dimensional automata (HDA) in 1991 (actually, the idea of geometry of concurrency can be tracked down Dijkstra in 1965). Those automata are geometric by nature: every set of n processes executing independent actions can be modeled by a n -cube, and such an automaton then gives rise to a topological space, obtained by glueing such cubes together. This space naturally has a specific direction of time coming from the execution flow. It then seems natural to use tools from algebraic topology to study those spaces: paths model executions, homotopies of paths, that is continuous deformations of paths, model equivalence of executions modulo scheduling of independent actions, and so on, but all those notions must preserve the direction. This brings many complications and the theory must be done again.

In this thesis, we develop homotopy and homology theories for those spaces with a direction. First, my directed homotopy theory is based on deformation retracts, that is continuous deformation of a big space on a smaller space, following directed paths that are inessential, meaning that they do not change the homotopy type of spaces of executions. This theory is related to categories of components and higher categories. Secondly, my directed homology theory follows the idea that we must look at the spaces of executions and those evolves with time. This evolution of time is handled by defining such homology as a diagram of spaces of executions and comparing such diagrams using a notion of bisimulation. This homology theory has many nice properties: it is computable on simple spaces, it is an invariant of our homotopy theory, it is invariant under simple action refinements and it has a theory of exactness.

Logos, numéros d'accréditation et dénomination des écoles doctorales

n°581 : agriculture, alimentation, biologie, environnement et santé (ABIES)



n°127 : astronomie et astrophysique d'Ile-de-France (AAIF)



n°568 : signalisations et réseaux intégratifs en biologie (Biosigne)



n°582 : cancérologie : biologie - médecine - santé (CBMS)



n°574 : mathématiques Hadamard (EDMH)



n°572 : ondes et matières (EDOM)



n°570 : santé publique (EDSP)



n°575 : electrical, optical, bio-physics and engineering (EOBE)



n°573 : interfaces : approches interdisciplinaires, fondements, applications et innovation (Interfaces)



n°569 : innovation thérapeutique : du fondamental à l'appliqué (ITFA)



n°571 : sciences chimiques : molécules, matériaux, instrumentation et biosystèmes (2MIB)



n°576 : particules hadrons énergie et noyau : instrumentation, image, cosmos et simulation (Pheniics)



n°564 : physique de l'Ile-de-France (PIF)



n°577 : structure et dynamique des systèmes vivants (SDSV)



n°129 : sciences de l'environnement d'Ile-de-France (SEIF)



n°578 : sciences de l'homme et de la société (SHS)



n°579 : sciences mécaniques et énergétiques, matériaux et géosciences (SMEMAG)



n°580 : sciences et technologies de l'information et de la communication (STIC)



n°566 : sciences du sport, de la motricité et du mouvement humain (SSMMH)



n°567 : sciences du végétal : du gène à l'écosystème (SDV)



Logos et dénominations des établissements

Etablissement accrédité (de soutenance)

Université Paris-Saclay



Etablissement de préparation de la thèse, opérateur d'inscription

Université Paris-Sud



Comprendre le monde,
construire l'avenir

Université de Versailles-Saint-Quentin-en-Yvelines



Université d'Evry-Val-d'Essonne



**Institut des sciences et industries du vivant et de l'environnement
(AgroParisTech)**



CentraleSupélec

Université Paris-Saclay

Espace Technologique / Immeuble Discovery
Route de l'Orme aux Merisiers RD 128 / 91190 Saint-Aubin, France





CentraleSupélec

École normale supérieure de Cachan

école _____
normale _____
supérieure _____
paris-saclay _____

Ecole Polytechnique



Ecole nationale supérieure de techniques avancées



Ecole nationale de la statistique et de l'administration économique



HEC Paris

Université Paris-Saclay
Espace Technologique / Immeuble Discovery
Route de l'Orme aux Merisiers RD 128 / 91190 Saint-Aubin, France





Institut d'optique théorique et appliqué



Télécom ParisTech



Télécom SudParis



Université Paris-Saclay

Espace Technologique / Immeuble Discovery
Route de l'Orme aux Merisiers RD 128 / 91190 Saint-Aubin, France



Liste des spécialités

Voir sur ADUM ou bien sur

<http://www.universite-paris-saclay.fr/fr/node/8208>

- [Accueil](#)
- [Doctorat](#)
- [Spécialités de doctorat](#)

