1991-CE-A-MATH-1-Q02

For any
$$\Delta \in R$$
,

$$f(x + \Delta) - f(x)$$

$$=\frac{1}{1+x+\Delta}-\frac{1}{1+x}$$

$$=\frac{(1+x)-(1+x+\Delta)}{(1+x+\Delta)(1+x)}$$

$$=rac{-\Delta}{(1+x+\Delta)(1+x)}$$

Therefore,

$$f^{'}(x) = \lim_{\Delta
ightarrow 0} rac{f(x+\Delta) - f(x)}{\Delta}$$

$$=\lim_{\Delta o 0}rac{-\Delta}{(1+x+\Delta)(1+x)}\cdotrac{1}{\Delta}$$

$$=\lim_{\Delta\to 0}\frac{-1}{(1+x+\Delta)(1+x)}$$

$$=\frac{-1}{(1+x)(1+x)}$$

$$=\frac{-1}{(1+x)^2}$$