

1994-AL-P-MATH-1-Q01

1994-AL-P MATH 1 #01

$$P^{-1}AP = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow P^{-1}AP = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 7 & 28 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow P^{-1}AP = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 42 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Then, } (P^{-1}AP)^n = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^n$$

$$\Rightarrow P^{-1}A^nP = \begin{pmatrix} 7^n & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow A^n = P \begin{pmatrix} 7^n & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} P^{-1}$$

$$\Rightarrow A^n = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7^n & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow A^n = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7^n & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow A^n = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 2 \cdot 7^n & -4 \\ 7^n & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow A^n = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 2 \cdot 7^n + 4 & 8 \cdot 7^n - 8 \\ 7^n - 1 & 4 \cdot 7^n + 2 \end{pmatrix}$$