

# Réponse impulsionnelle de la SEDm et extraction de source ponctuelle

## Sommaire

6.1	Réponse impulsionnelle spectrale : LSF . . . . .	<b>2</b>
6.1.1	Lampes à arc . . . . .	2
6.1.2	Détermination de la LSF . . . . .	2
6.2	Réponse impulsionnelle spatiale : PSF . . . . .	<b>9</b>
6.2.1	Modèle de profil radial . . . . .	9
6.2.2	Entraînement du modèle . . . . .	11
6.3	Extraction de la source ponctuelle . . . . .	<b>16</b>
6.3.1	Méthode d'extraction . . . . .	16
6.3.2	Réfraction atmosphérique différentielle . . . . .	16
6.3.3	Ajustement chromatique . . . . .	18
6.4	Calibration en flux . . . . .	<b>21</b>
6.4.1	Méthode . . . . .	21
6.4.2	Précision de la calibration . . . . .	23

Le chapitre précédent était consacré à la modélisation hyperspectrale de la galaxie hôte en utilisant localement le SED fitter **CIGALE** sur des images photométrique de PS1. Cette étape d'**HYPERGAL** nous fournit le cube intrinsèque de la galaxie, composé de spaxels ayant chacun un spectre qui lui est propre.

Les résolutions spectrales et spatiales ne sont cependant pas encore adaptées à l'espace des observations dans lequel nous souhaitons projeter le cube, à savoir celui de la SEDm. Nous devons pour cela considérer la réponse impulsionnelle de notre instrument.

Par ailleurs, l'objectif d'**HYPERGAL** étant d'être un modéliseur de scène, nous serons forcément amenés à modéliser la supernova. Cet objet étant une source ponctuelle, elle est entièrement définie par le profil de PSF, qui est la réponse impulsionnelle spatiale de la SEDm.

Dans ce chapitre nous commencerons par présenter la méthode de détermination de la réponse impulsionnelle spectrale (LSF) de la SEDm, et son application au cube intrinsèque. Puis nous introduirons un modèle de profil radial pour la réponse impulsionnelle spatiale, que nous entraînerons grâce à l'observation d'étoiles standards (sources ponctuelles). Enfin procéderons à la validation de ce modèle de PSF par une analyse de la calibration spectrophotométriques à partir de ces étoiles standards.

## 6.1 Réponse impulsionnelle spectrale : LSF

### 6.1.1 Lampes à arc

Afin de caractériser la réponse impulsionnelle spectrale de la SEDm, nous utilisons les lampes à arc que nous avons introduit dans le chapitre ??.

Ces sources de lumière émettent un spectre avec d'intenses raies d'émissions caractéristiques de l'élément présent dans la lampe.

Nous les utilisons initialement afin de déterminer la solution en longueur d'onde de chaque trace spectrale sur le CCD, ce qui permet d'associer une longueur d'onde à une localisation spatiale sur le détecteur du CCD.

Ce processus, détaillé dans [RIGAULT et al. \(2019\)](#) et le chapitre ?? de ce manuscrit, est effectué à l'aide de 3 lampes à arc : au Xenon (Xe), Mercure (Hg) et Cadmium (Cd). La combinaison de ces 3 lampes permet de couvrir tout le domaine spectral de la SEDm. La Table 6.1 détaille la position des raies pour chacune des lampes.

TABLE 6.1 – Raies d'émission lampes à arc

Lampe	Raie 1	Raie 2	Raie 3	Raie 4	Raie 5	Raie 6
Hg	4047.7	4359.6	5462.3	5781.7*	...	...
Cd	4679.3	4801.3	5087.2	6440.2	...	...
Xe	7644.1	8250.1*	8386.2*	8821.8	9001.3*	9165.1

**Notes.** La notation \* correspond aux raies d'émissions qui résultent d'un mélange de plusieurs raies très rapprochées spectralement et non discernables par la SEDm.

La LSF de la SEDm pouvant très bien être chromatique, nous allons pouvoir tirer parti de la répartition de ces raies sur toute la plage spectrale. La Figure 6.1 montre le spectre (moyenné sur tout le MLA) des 3 lampes à arc utilisées, en unité de flux par longueur d'onde. La distribution des raies sur l'espace spectral permet une excellente contrainte entre 4000 et 6500Å grâce aux lampes Hg et Cd. La lampe à Xenon permet, elle, de contraindre la solution en longueur d'onde (et a fortiori la LSF dans cette étude) au delà de 7500Å.

### 6.1.2 Détermination de la LSF

En toute rigueur, chaque spaxel possède sa propre réponse impulsionnelle, et il faudrait déterminer la LSF pour chacun d'entre eux. En pratique, nous faisons la supposition que la LSF moyenne sur tout le MLA est suffisamment représentative de la réponse impulsionnelle spectrale de la SEDm à l'échelle locale.

Pour prendre en compte une potentielle variation de la LSF au cours du temps, nous utilisons les solutions en longueurs d'onde de 65 nuits étalées entre 2018 et 2022. Nous récupérons ainsi les positions et écarts types modélisés pour chaque raie d'émission pour

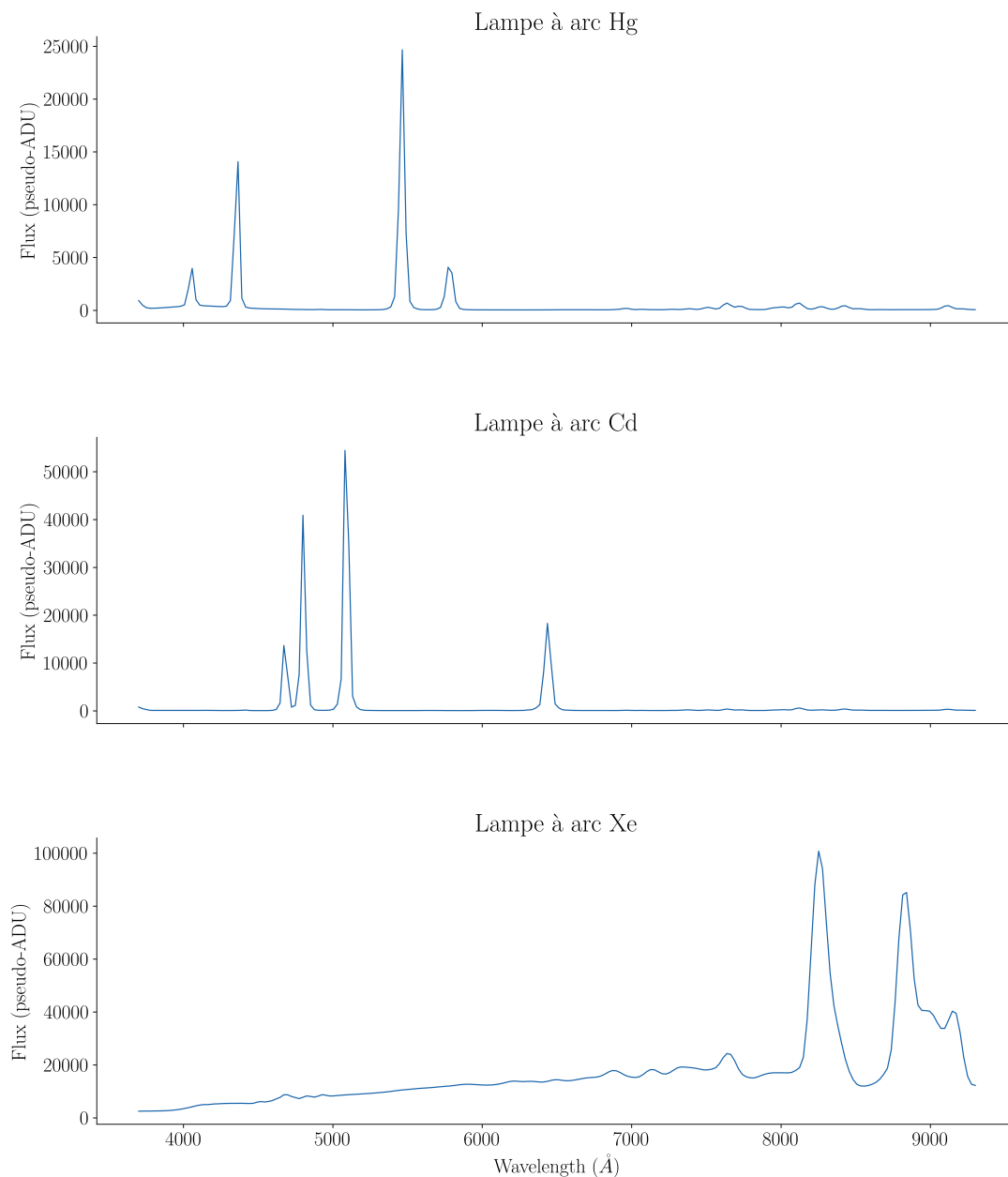


FIGURE 6.1 – Spectres des lampes à arc utilisées pour la SEDm pour la nuit du 3 Juillet 2020. De haut en bas, spectre de la lampe à mercure (Hg), à cadmium (Cd) et à Xenon (Xe). Ces spectres sont en unité de flux (pseudo-ADU) par longueur d’onde, et sont donc reconstruits à partir de la solution en longueur d’onde correspondante. Chaque spectre correspond au spectre moyen sur tout le MLA.

chaque spaxel de chaque nuit. La solution en longueur d’onde nous permet également de passer de l’espace des pixels du CCD à l’espace des longueurs d’onde.

Nous utilisons la médiane de la localisation fittée de chaque raie parmi tous les spaxels, de même pour les écarts types, afin d’éviter les potentiels outliers, notamment sur les bords du MLA (voir [RIGAULT et al. \(2019\)](#)). Les Figure 6.2 et 6.3 montrent la distribution des localisations et écart types médians des 65 nuits pour chaque raie d’émission.

On observe dans la majorité des solutions en longueur d'onde un biais systématique par rapport à la longueur d'onde de la raie de référence de l'ordre de  $3\text{\AA}$  pour les lampes Cd et Hg. Les deux dernières raies de Xenon sont très peu contraintes, et on peut apercevoir une dispersion de l'ordre de  $20\text{\AA}$  entre les différentes nuits d'étude.

La distribution des écarts types propres à chaque raie indique bien une évolution chromatique, avec une résolution spectrale plus fine dans le bleu que dans le rouge. La dispersion sur les nuits sélectionnées est de l'ordre de quelques  $\text{\AA}$ .

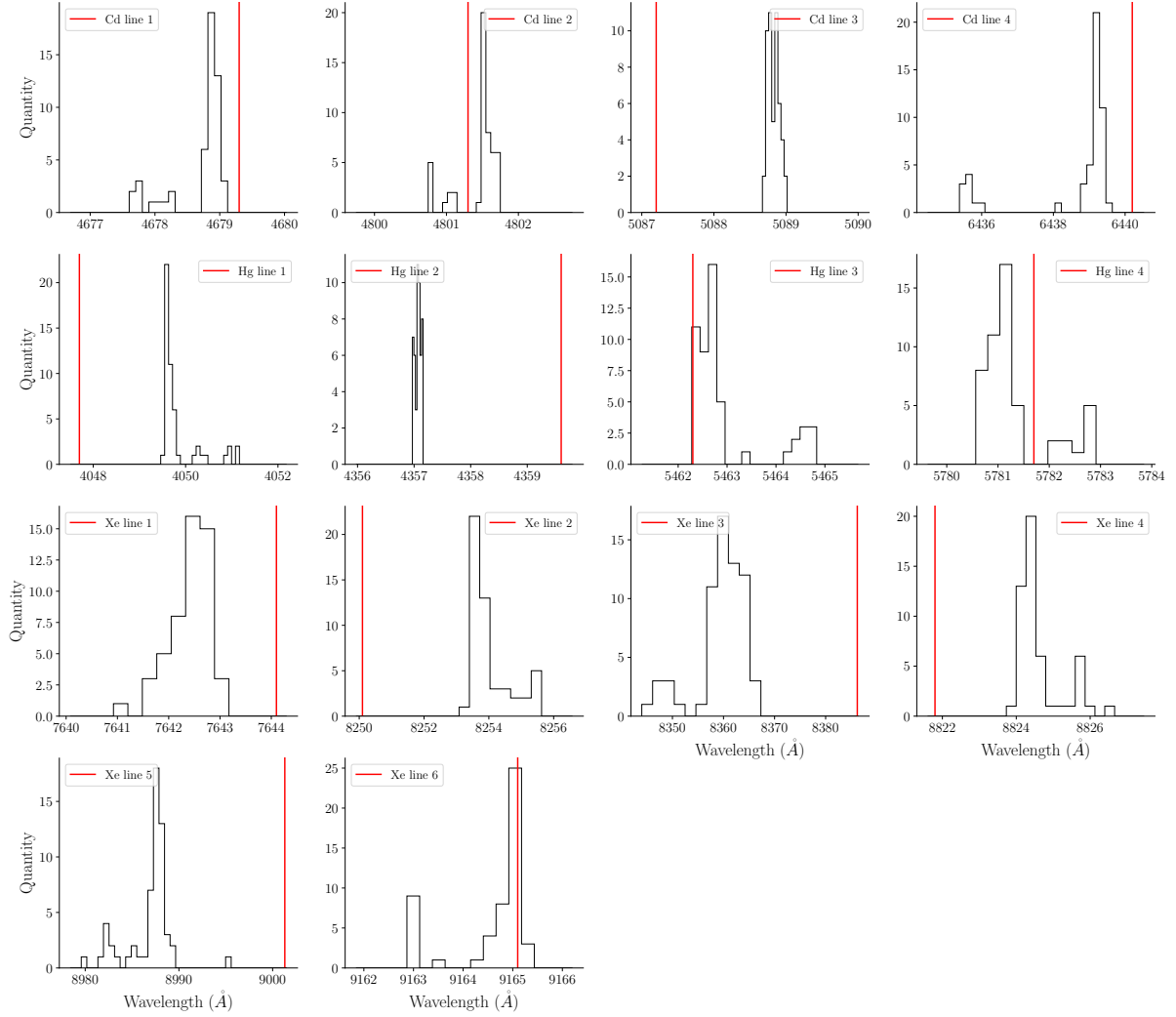


FIGURE 6.2 – Distribution de la localisation des raies des lampes à arc, en considérant la position médiane sur tous les spaxels du MLA pour la solution en longueur d'onde de 65 nuits entre 2018 et 2022. La localisation rouge verticale indique la position de la raie d'émission pour chaque lampe suivant les valeurs de la Table 6.1.

Sachant que les raies d'émission de la lampe à Xenon sont faiblement contraintes, nous choisissons de modéliser la chromaticité de la LSF en utilisant une combinaison linéaire de polynômes de Legendre de degré 2, afin d'éviter un effet d'over-fitting aux extrémités.

Pour rappel, les polynômes de Legendre sont constitués d'une suite de polynômes  $p_n(x)$  de degré  $n$ , et tous les polynômes de la suite sont orthogonaux deux à deux.

On peut les définir sous forme de somme tel que :

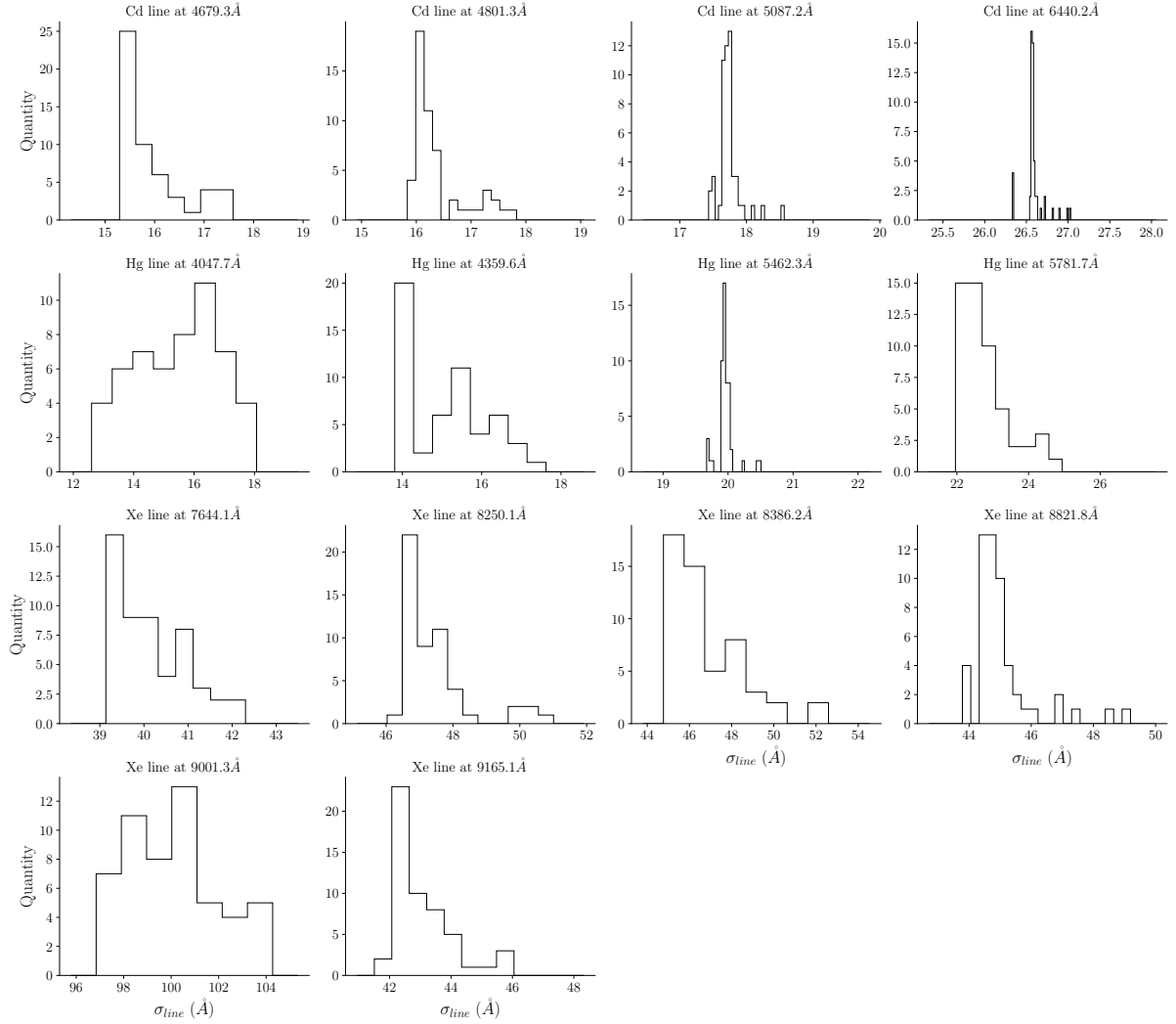


FIGURE 6.3 – Distribution de l'écart type  $\sigma_{line}$  des raies des lampes à arc, en considérant l'écart type médian sur tous les spaxels du MLA pour la solution en longueur d'onde de 65 nuits entre 2018 et 2022.

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n} \sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2 (x-1)^{n-k} (x+1)^k \quad (6.1)$$

Notre modèle de LSF chromatique est donc exprimé tel que :

$$\sigma(\lambda) = \sum_i^{n=2} C_i P_i(\lambda) \quad (6.2)$$

Avec  $P_i$  étant les polynômes de Legendre de degré  $i$  et les  $C_i$  les coefficients associés. Nous montrons dans la Figure 6.4 la modélisation de la LSF chromatique, avec les coefficients  $C_i$  fittés :

$$C_0 = 19.65 \pm 0.32$$

$$C_1 = 26.0 \pm 0.6$$

$$C_2 = 7.3 \pm 0.6$$

Pour des raisons de clarté visuelle, nous avons choisi de montrer sur la Figure 6.4 la distribution des écarts types sous forme de violon, la dispersion de la position de la raie étant trop faible pour être discernable sur la figure. Nous présentons la LSF  $\sigma_\lambda$  en unité de longueur d'onde mais également en unité de tranche équivalente pour la SEDm, connaissant l'échantillonnage du domaine spectral.

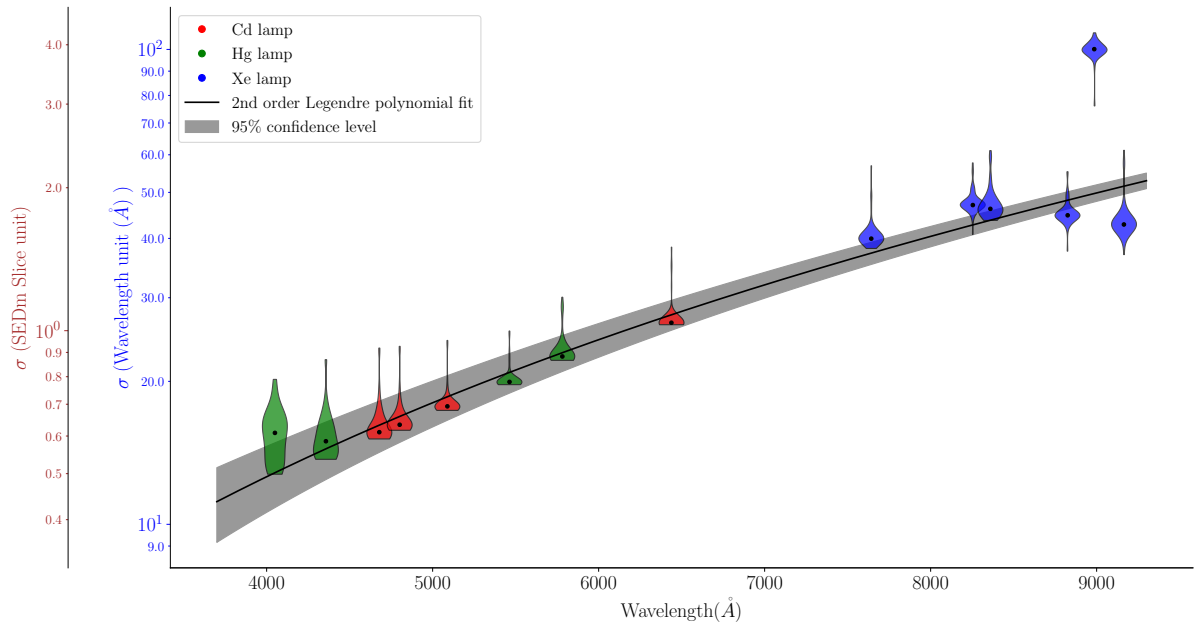


FIGURE 6.4 – Chromaticité de la LSF. Nous montrons ici l'évolution de l'écart type  $\sigma$  des différentes raies d'émission pour les lampes à arc Cd, Hg et Xe en fonction de la longueur d'onde. L'écart type  $\sigma$  est présenté en unité de longueur d'onde ( $\lambda[\text{\AA}]$ ) et en unité d'épaisseur de tranche dans les cubes 3D de la SEDm. Cette étude est réalisée à partir des solutions en longueurs d'onde de 65 nuits étalées entre 2018 et 2022. La dispersion de la position des raies étant très faible et ne pouvant par conséquent être discernable sur la figure, nous présentons la dispersion des  $\sigma$  sous forme de violon. Le code couleur indique la lampe à arc dont est issue la raie d'émission. Le modèle fitté (polynômes de Legendre d'ordre 2) est présenté en courbe noire, et les bandes grises indiquent l'erreur du modèle à 2 sigmas.

Sachant que la largeur à mi-hauteur (FWHM) pour une distribution gaussienne est de  $\text{FWHM} = 2\sqrt{2\ln(2)}\sigma \approx 2.355\sigma$ , nous pouvons également caractériser le pouvoir de résolution de la SEDm, que nous illustrons dans la Figure 6.5. Comme introduit dans [BLAGORODNOVA et al. \(2018\)](#), la résolution spectrale  $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$  est de l'ordre de 100 sur tout le domaine spectral. Néanmoins, nous pouvons apercevoir que cette résolution spectrale décroît vers le rouge, avec  $R_{\lambda=4000\text{\AA}} \sim 135$ ,  $R_{\lambda=6500\text{\AA}} \sim 100$  et  $R_{\lambda=8500\text{\AA}} \sim 80$ .

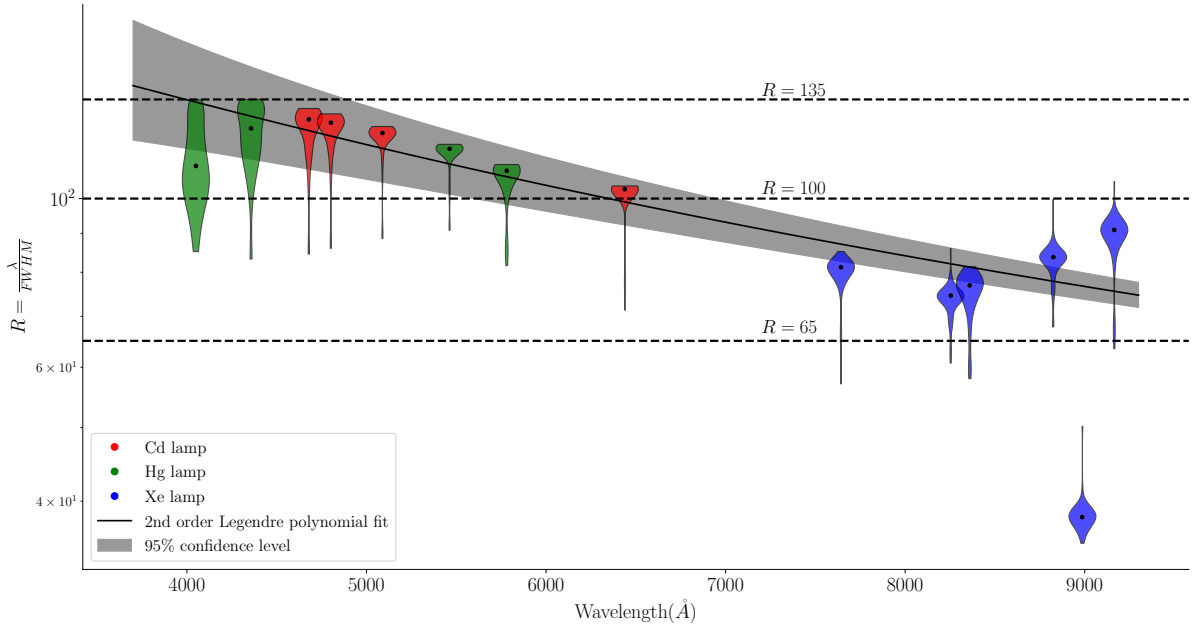


FIGURE 6.5 – Résolution de la SEDm, où  $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ , avec  $\lambda$  la longueur d’onde de la raie d’émission et  $\Delta\lambda$  leur largeur à mi hauteur. Un violon correspond à la distribution en résolution à la position d’une raie d’émission (code couleur pour l’origine de la lampe) dans le même esprit que dans la Figure 6.4. Les lignes horizontales en pointillées indiquent les résolutions  $R = 135$ , 100 et 65. La description de la SEDm (BLAGORODNOVA et al., 2018) indique une résolution  $R \sim 100$ , ce qui est l’ordre de grandeur que nous retrouvons ici.

Nous fixons ainsi le modèle chromatique de LSF de la SEDm. Sachant que la résolution des spectres obtenus avec CIGALE est de l’ordre de  $3\text{\AA}$  sur l’intervalle  $[3200-9500]\text{\AA}$  (correspondant à une résolution de  $R = \lambda/d\lambda \approx 2000$ ; BRUZUAL et CHARLOT (2003)), nous choisissons de convoluer directement les spectres du cube intrinsèque par la LSF de la SEDm.

Cette convolution a donc la particularité d’être effectuée avec un kernel gaussien ayant un écart type variable. Pour effectuer numériquement cette transformation, nous procédons à un étirement des spectres par l’inverse de la largeur du kernel à une position donnée. Nous pouvons alors effectuer une convolution avec un kernel fixe, puis “reformer” les spectres à leur échelle initiale.

La Figure 6.6 montre par exemple l’application du modèle de LSF sur le spectre d’un spaxel du cube intrinsèque (le spectre rouge de la Figure ?? après ré-échantillonnage). Le lissage progressif et croissant avec la longueur d’onde dû à la chromaticité de la LSF est clairement visible.

Nous appliquons cette convolution pour tous les spaxels du cube intrinsèque, ce qui nous permet d’avoir notre galaxie hôte dans l’espace spectral de la SEDm.

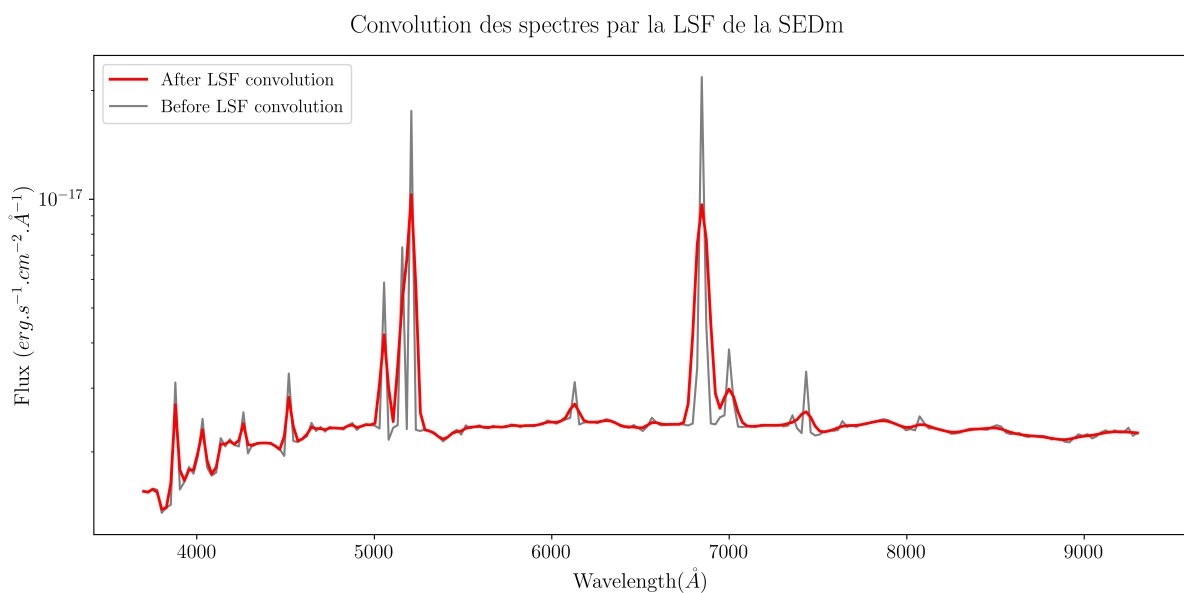


FIGURE 6.6 – Application de la LSF aux spectres du cube intrinsèque obtenu dans le Chapitre ?? (Figure ??). Nous montrons ici un exemple de la convolution sur le spectre après ré-échantillonnage de la Figure ?? (ici en *noir*). Le lissage progressif et croissant avec la longueur d’onde dû à la chromaticité de la LSF est clairement visible. Le résultat de la convolution par le kernel variable est représenté par le spectre *rouge*.



## 6.2 Réponse impulsionnelle spatiale : PSF

La section précédente fut consacrée à la caractérisation de la réponse impulsionnelle spectrale de la SEDm. Nous présentons ici celle de la réponse impulsionnelle spatiale, faite à partir d’observations d’étoiles standards (STDs) qui sont des sources ponctuelles dans le champ de vue de l’IFS.

En associant l’imperfection du système optique et la présence des turbulences atmosphériques (KOLMOGOROV, 1941) dont l’hétérogénéité est dynamique, la structure d’une image varie aléatoirement au cours du temps dans le champ de vue du télescope. Une exposition de quelques secondes est habituellement suffisant pour moyenner ces fluctuations et fixer l’image. Nous pouvons alors relier  $O(\alpha, \lambda)$  le flux d’une source dans une direction  $\alpha$  du ciel à la longueur d’onde  $\lambda$ , et  $\langle I(\alpha, \lambda) \rangle$  la moyenne temporelle du flux observé décrivant l’image obtenue dans le plan focal par la transformation :

$$\langle I(\alpha, \lambda) \rangle = O(\alpha, \lambda) \otimes \langle S(\alpha, \lambda) \rangle \quad (6.3)$$

Avec  $\langle S(\alpha, \lambda) \rangle$  l’image moyenne dans le plan focal d’une source ponctuelle observée à l’infini, qui n’est autre que notre fonction d’étalement de point (PSF). Sa transformée de Fourier, notée  $\langle \tilde{S}(\alpha, \lambda) \rangle$ , est la fonction de transfert du système optique dans son ensemble, qui n’est autre que le produit entre la fonction de transfert du télescope achromatique  $T(f)$ , et la fonction de transfert de l’atmosphère  $B(\lambda, f)$ .

La caractérisation de la PSF est donc cruciale pour une modélisation de scène robuste avec **HYPERGAL**, étant donnée qu’une supernova, qui fera partie des composantes de la scène, est elle même une source ponctuelle à l’instar des STDs.

Cette section est divisée en trois parties. Dans un premier temps nous présenterons le modèle de profil radial utilisé pour la PSF, puis nous détaillerons l’entraînement de ce modèle destiné à le contraindre. Enfin, nous aborderons l’aspect chromatique de cette réponse impulsionnelle ainsi que les effets atmosphériques sur la localisation de la source ponctuelle dans le MLA.

### 6.2.1 Modèle de profil radial

Bien qu’il existe des modèles de PSF dérivés de la théorie des perturbations atmosphériques (KOLMOGOROV, 1941; FRIED, 1966; TOKOVININ, 2002), leur capacité à décrire correctement les données n’est en général pas suffisant. BUTON (2009) montre par exemple dans le cadre de SNfactory que de tels modèles ne permettent pas de bien représenter le “coude” séparant le coeur des ailes du profil radial.

Une simple gaussienne est parfois utilisée comme par KING (1971), mais une telle représentation, quoiqu’efficace pour la représentation du coeur d’une source ponctuelle ne permet pas d’ajuster les ailes du profil radial.

Cette partie de la PSF peut cependant être modéliser par une loi de puissance qui décroît moins vite que la gaussienne, comme introduit par MOFFAT (1969). Des modèles de PSF basés sur cette fonction homonyme (Moffat) ont par exemple été proposés par RACINE (1996); TRUJILLO et al. (2001).

Nous choisissons d’adopter la modélisation proposée dans la thèse de BUTON (2009), qui est également celle utilisée par RIGAULT et al. (2019) pour la description de la PSF de

la SEDm. Ce modèle empirique et analytique a pour but d'introduire une composante pour chaque partie du profil radial, à savoir une Gaussienne pour la description du coeur, et une Moffat pour la description des ailes. Le modèle total est ainsi une simple combinaison linéaire entre ces deux distributions :

$$PSF(r) = N \left[ \eta \times \exp\left(-\frac{r}{2\sigma^2}\right) + \left(1 + \left(\frac{r}{\alpha}\right)^2\right)^{-\beta} \right] \quad (6.4)$$

Les paramètres  $\eta$ ,  $\sigma$ ,  $\alpha$  et  $\beta$  sont les paramètres de forme du profil radial. Il faut cependant prendre également en compte l'éventualité de défaut de focalisation et/ou de fortes variations de guidage du télescope, dont la conséquence sera d'induire une ellipticité à notre source ponctuelle dans le plan focal, et ne sera ainsi plus une image circulaire.

Le rayon  $r$  de l'équation 6.4 est ainsi un rayon elliptique, tel que :

$$r^2 = r_{ell}^2 = (x - x_0)^2 + \mathcal{A}(y - y_0)^2 + 2\mathcal{B}(x - x_0) \times (y - y_0) \quad (6.5)$$

Avec  $x_0$  et  $y_0$  les coordonnées du centre de la source ponctuelle.

Les paramètres  $\mathcal{A}$  et  $\mathcal{B}$  décrivent simultanément le rapport des deux axes  $q$  et l'orientation de l'ellipticité  $\phi$  tel que :

$$q = 1 - \frac{\left(\sqrt{(1 - \mathcal{A})^2 + 4\mathcal{B}^2} - (1 + \mathcal{A})\right)}{\left(-\sqrt{(1 - \mathcal{A})^2 + 4\mathcal{B}^2} - (1 + \mathcal{A})\right)} \quad (6.6)$$

$$\phi = \begin{cases} \frac{1}{2} \cot^{-1}\left(\frac{1-\mathcal{A}}{2\mathcal{B}}\right) & \text{si } \mathcal{A} > 1 \\ \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} \cot^{-1}\left(\frac{1-\mathcal{A}}{2\mathcal{B}}\right) & \text{si } \mathcal{A} < 1 \end{cases} \quad (6.7)$$

Ce formalisme décrit ainsi entièrement la source ponctuelle à l'amplitude près. Il faut cependant également tenir compte du fond du ciel, le *background*. Cette composante ce rajoute donc au profil de PSF. En temps normal, la composante du ciel est censée être uniforme, et une constante devrait suffir à la modéliser. Dans notre cas, les cubes extraits avec PYSEDm (RIGAULT et al., 2019) présentent régulièrement des artefacts indésirables notamment sur les bords du cube, et sont d'autant plus intenses aux extrémités de l'espace spectral couvert par la SEDm. Afin de pallier à ces effets, nous introduisons un background polynomial d'ordre 2, de sorte que :

$$\text{Bkgd}(x, y) = (b_{xx} \times x^2) + (b_{yy} \times y^2) + (b_{xy} \times xy) + (b_x \times x) + (b_y \times y) + b_0 \quad (6.8)$$

Avec  $x$  et  $y$  les coordonnées en spaxel de notre cube, et  $b_0$  une constante qui n'est autre que la composante qui décrit le fond de ciel.

Nous montrons dans la Figure 6.7 un exemple de profil radial fitté sur une meta-tranche à 6244Å pour la STD 25d4655, avec les différentes contributions de la fonction d'étalement de point.

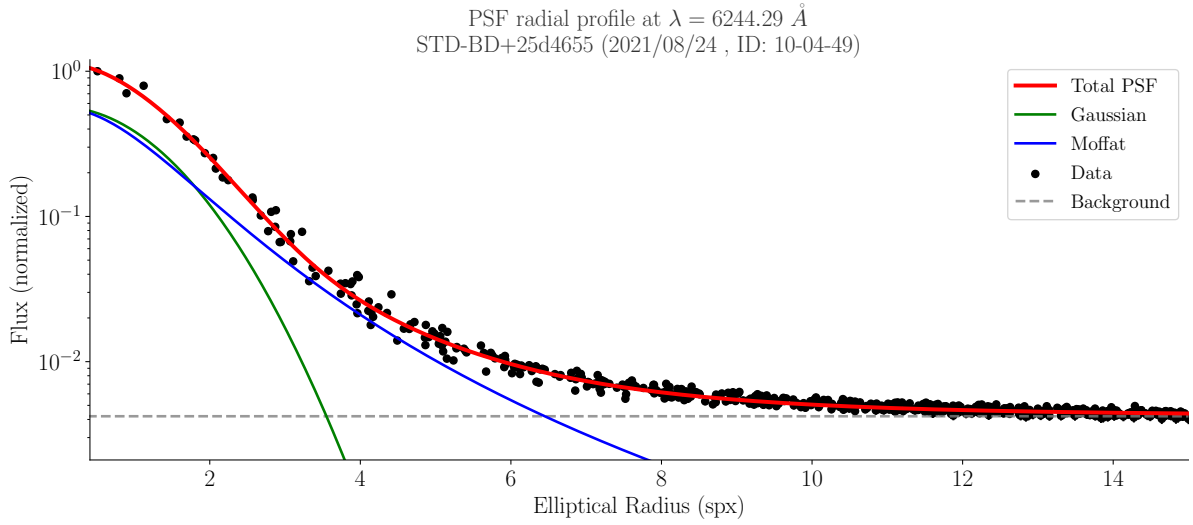


FIGURE 6.7 – Profil radial pour la méta-tranche à  $6244\text{\AA}$  de l'étoile standard 25d4655.

### 6.2.2 Entraînement du modèle

Notre modèle de PSF contient ainsi 4 paramètres de forme ( $\eta, \alpha, \beta, \sigma$ ) et 2 paramètres de focalisation décrivant l'ellipticité et l'orientation. Ces 6 paramètres sont cependant à priori chromatiques, et le nombre de degré de liberté pour décrire une simple source ponctuelle devient trop important.

Nous nous sommes ainsi penchés sur l'étude des corrélations entre ces paramètres et leur chromaticité, afin de contraindre notre modèle de PSF. Pour faire cela, nous avons utilisé environ 150 cubes de données d'étoiles standards, observées avec la SEDm en 2021 toutes saisons confondues.

Dans un premier temps, nous procédons à un ajustement avec la fonction d'étalement de point entièrement libre, pour 9 méta-tranches indépendantes entre 4500 et 9000  $\text{\AA}$ . Nous avons choisi de ne pas considérer les longueurs d'ondes au delà de ces extrémités à cause des artefacts trop intenses générés lors de l'extraction des spectres du CCD, pouvant aller jusqu'à masquer la source astronomique dans le champ de vue du MLA.

Nous avons ainsi commencé par chercher quels paramètres présentaient la plus forte corrélation avec les autres. La Figure 6.8 met ainsi en évidence, d'une part, une très forte corrélation entre  $\alpha$  et  $\beta$ , mais également le fait que  $\alpha$  semble montrer le plus de corrélation avec les autres paramètres de forme. Nous choisissons ainsi  $\alpha$  comme paramètre directeur de notre modèle de PSF.

L'idée est alors de fixer adéquatement les corrélations entre les paramètres, puis de ré-entraîner le modèle de PSF avec ses nouvelles contraintes. On vérifie alors à nouveau la présence ou non d'autres fortes corrélations, et nous les fixons successivement.

Cet entraînement est également réalisé chromatiquement. En effet, même si 2 paramètres sont fortement corrélés sur l'ensemble de l'intervalle spectral étudié, nous ne savons pas a priori si la forme de ces corrélations sont, ou non, chromatiques. Nous analysons ainsi l'évolution de ces corrélations en fonction de la longueur d'onde.

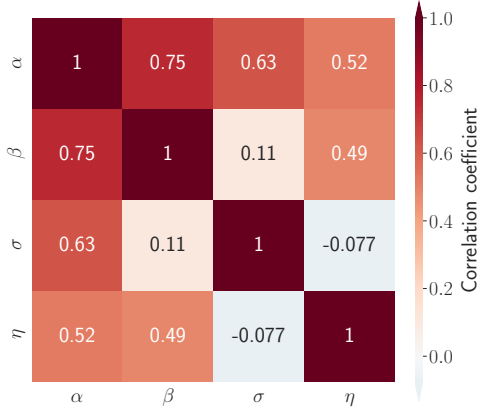


FIGURE 6.8 – Matrice de corrélation des paramètres de PSF toutes méta-tranches confondues, avec tous les paramètres libres.

### 6.2.2.1 Première contrainte : $\alpha$ vs $\beta$

Le rayon ( $\alpha$ ) et l'exposant ( $\beta$ ) de la Moffat sont les deux paramètres qui présentent la plus forte corrélation et de façon significative, nous commençons donc par fixer celle-ci. Nous présentons dans la Figure 6.9 les ajustements linéaires pour chaque méta-tranche. Cet ajustement est effectué par minimisation de  $\chi^2$ , en pondérant donc par les erreurs.

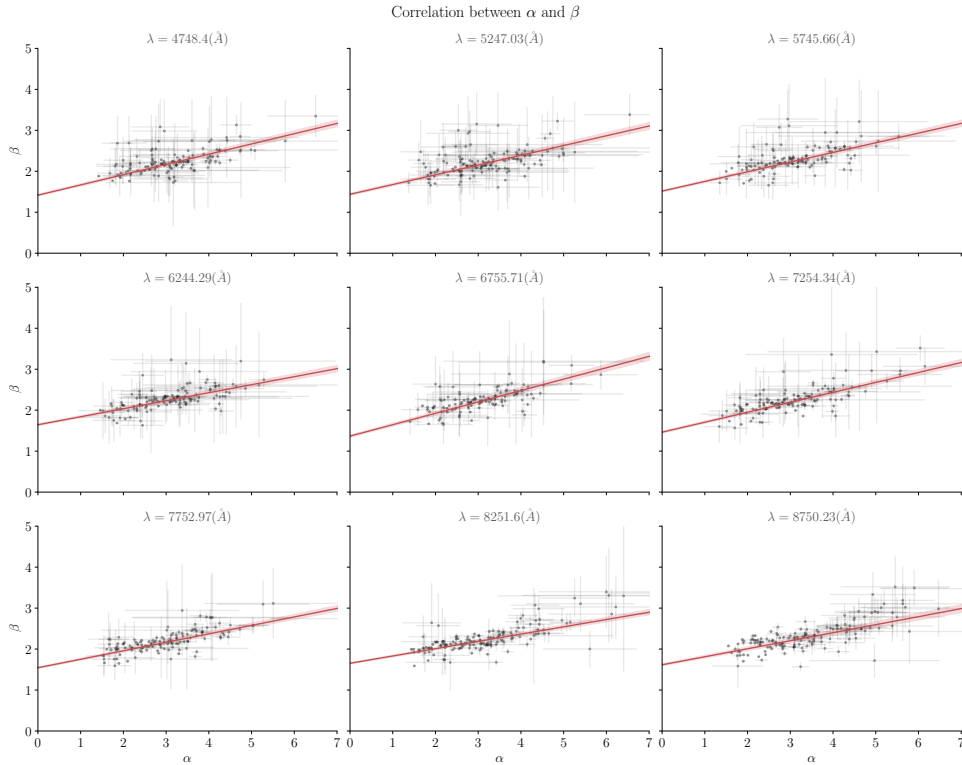


FIGURE 6.9 – Chromaticité des corrélations entre  $\alpha$  et  $\beta$

La chromaticité de ces ajustements est représenté dans la Figure 6.10, où nous montrons l'évolution du point zéro (ordonnée à l'origine) et de la pente en fonction de la longueur d'onde de la meta-tranche considéré. On observe des effets chromatiques de l'ordre de 12% pour la pente, et de 6% pour le point zéro. Nous avons choisi d'ignorer ces effets chromatiques, et de fixer  $\beta(\alpha)$  indépendamment de la longueur d'onde comme une

combinaison linéaire tel que

$$\beta(\alpha) = \beta_1 \times \alpha + \beta_0 \quad (6.9)$$

Avec  $\beta_1$  et  $\beta_0$  fixés.

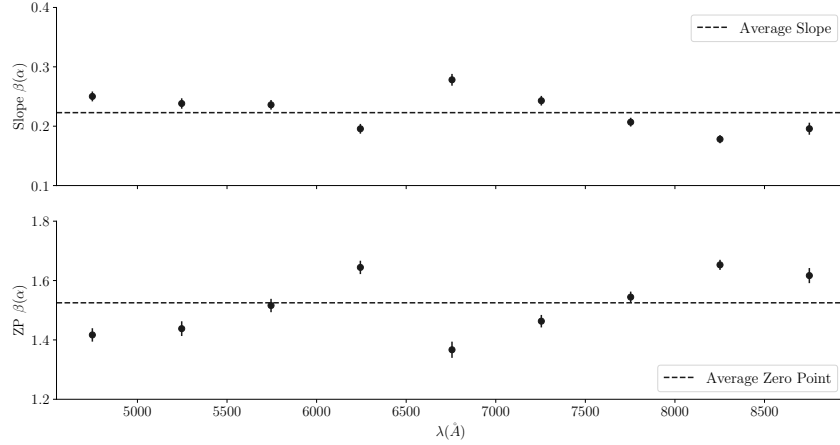


FIGURE 6.10 – Chromaticité de la pente et du point zéro entre  $\alpha$  et  $\beta$

### 6.2.2.2 Seconde contrainte : $\alpha$ vs $\sigma$

Après avoir fixé la corrélation entre  $\alpha$  et  $\beta$ , on effectue une nouvelle fois l'ajustement du modèle de PSF pour les mêmes étoiles standards utilisées précédemment. Nous montrons dans la Figure 6.11 la nouvelle matrice de corrélation entre les paramètres de forme en négligeant la chromaticité, le but étant juste d'avoir une estimation des paramètres présentant les plus fortes corrélations.

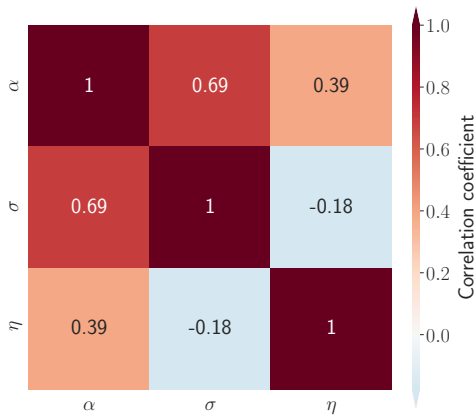
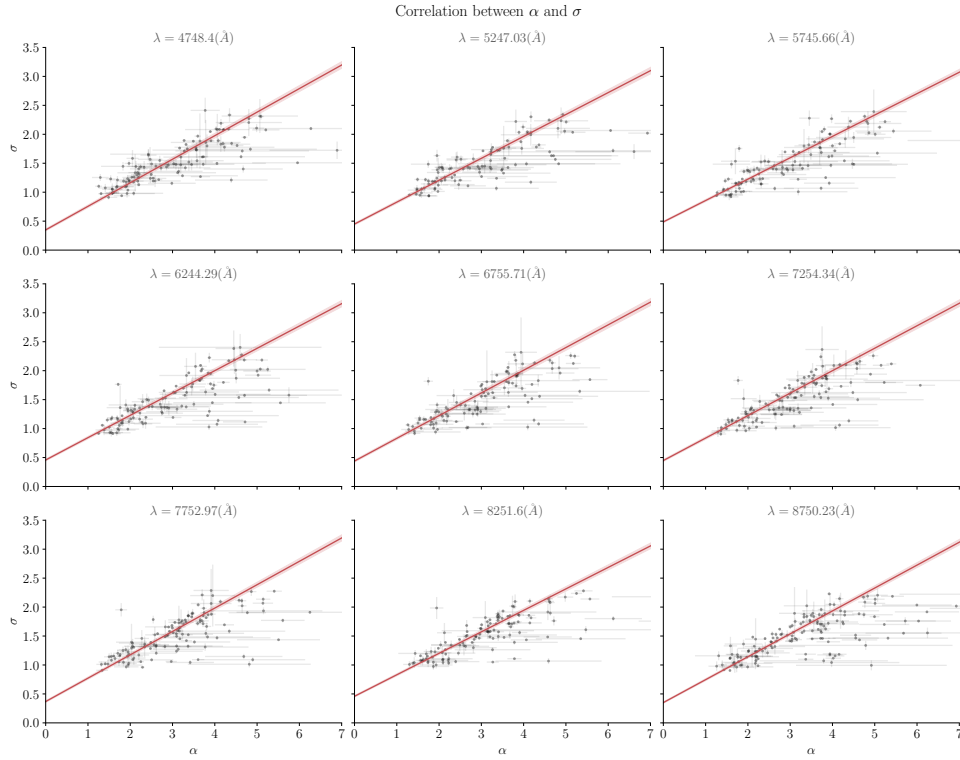


FIGURE 6.11 – Matrice de corrélation des paramètres de PSF toutes méta-tranches confondues, après fixation de  $\beta(\alpha)$ .

Nous nous intéressons donc à présent à la relation entre  $\alpha$  (le rayon de la Moffat) et  $\sigma$ , le rayon de la gaussienne.

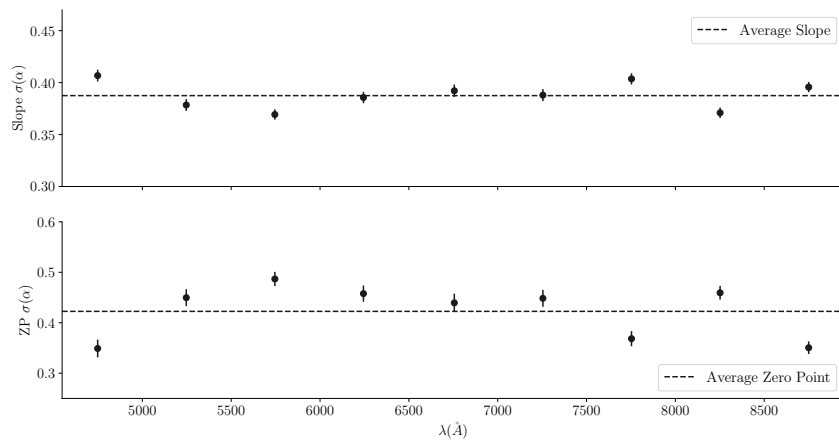
De la même manière que précédemment, nous présentons dans la Figure 6.12 les ajustements linéaires entre ces deux paramètres pour chaque méta-tranche. Il est à noter que cette corrélation est presque aussi significative que celle entre  $\alpha$  et  $\beta$ , ce qui montre à quel point ces trois paramètres sont corrélés entre eux.

FIGURE 6.12 – Chromaticité des corrélations entre  $\alpha$  et  $\sigma$ 

Tout comme précédemment, la chromaticité de ces ajustements est représenté dans la Figure 6.13, où nous montrons l'évolution du point zéro et de la pente en fonction de la longueur d'onde de la meta-tranche considéré. On observe cette fois ci des effets chromatiques de l'ordre de seulement 3% pour la pente, et de 8% pour le point zéro. Nous avons à nouveau choisi d'ignorer ces effets chromatiques, et de fixer  $\sigma(\alpha)$  indépendamment de la longueur d'onde comme une combinaison linéaire tel que

$$\sigma(\alpha) = \sigma_1 \times \alpha + \sigma_0 \quad (6.10)$$

Avec  $\sigma_1$  et  $\sigma_0$  fixés.

FIGURE 6.13 – Chromaticité de la pente et du point zéro entre  $\alpha$  et  $\sigma$

### 6.2.2.3 Cas du poids relatif des distributions gaussienne/Moffat : $\eta$

Le dernier paramètre de forme libre de notre modèle de PSF est le poids relatif entre la gaussienne et la Moffat,  $\eta$ . En refaisant le même travail que précédemment, à savoir relancer l'ajustement du modèle de PSF avec  $\beta$  et  $\sigma$  fixés en fonction de  $\alpha$ , nous nous rendons compte d'une absence totale de corrélation entre  $\alpha$  et  $\eta$ , comme l'atteste la Figure 6.14.

Afin d'éviter un scénario similaire à celui rencontré par BUTON (2009) avec le modèle de Kolmogorov, où le coude dans les données n'est pas bien représenté par le modèle de PSF, nous choisissons de laisser  $\eta$  libre dans notre fonction d'étalement de point.

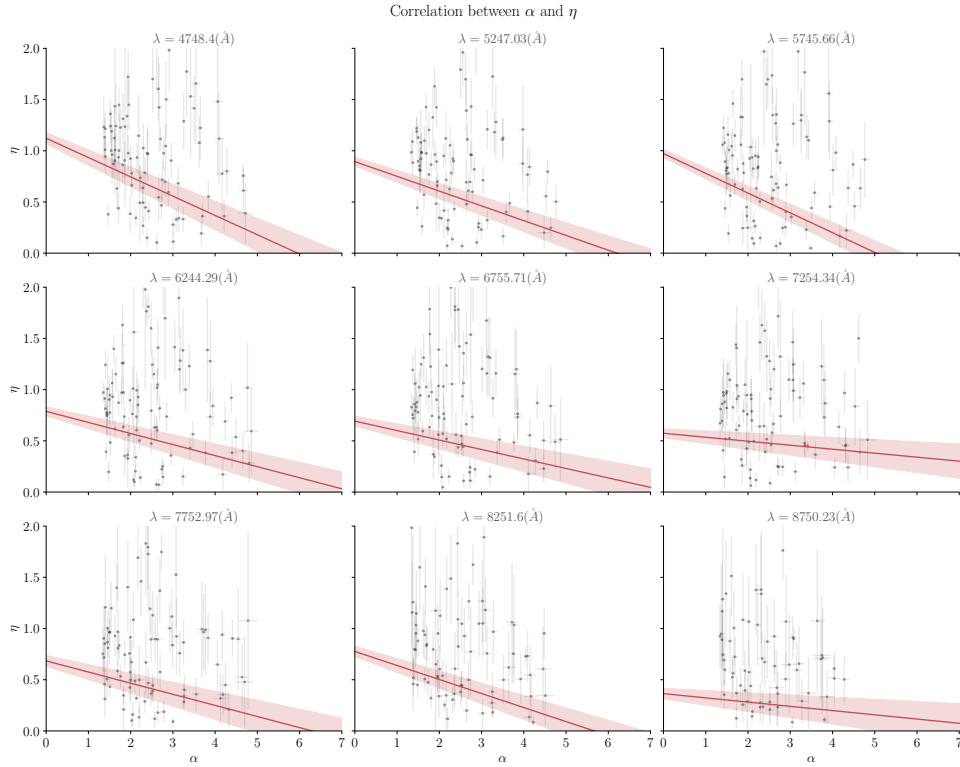


FIGURE 6.14 – Chromaticité des corrélations entre  $\alpha$  et  $\eta$

### 6.2.2.4 Profil radial contraint

La Table 6.2 présente les valeurs obtenues pour la pente et l'ordonnée à l'origine des ajustements linéaires pour  $\beta(\alpha)$  et  $\sigma(\alpha)$ .

TABLE 6.2 – Valeurs des paramètres des ajustements linéaires pour  $\beta(\alpha)$  et  $\sigma(\alpha)$

Paramètre	$\beta$	$\sigma$
Pente	0.22	0.39
Point Zéro	1.53	0.42

Avec les contraintes ainsi ajoutées, le profil radial de l'équation 6.4 s'écrit à présent :

$$PSF(r; \alpha, \eta) = N \left[ \eta \times \exp \left( -\frac{r}{2(\sigma_0 + \sigma_1 \times \alpha)^2} \right) + \left( 1 + \left( \frac{r}{\alpha} \right)^2 \right)^{-(\beta_0 + \beta_1 \times \alpha)} \right] \quad (6.11)$$

Ce nouveau profil radial de la fonction d'étalement de point est ainsi utilisable pour une extraction 2D d'une source ponctuelle, à une longueur d'onde  $\lambda$  donnée donc. Cependant le but est d'extraire le spectre de la source ponctuelle. Intuitivement, nous pourrions appliquer cette extraction 2D à toutes les tranches de notre cube de donnée. Mais ce processus, en plus de demander énormément de ressource numérique, supposerait d'une part que les tranches ne sont pas corrélées entre elles, et d'autre part que le ratio signal sur bruit serait suffisant à l'échelle d'un pixel spectral. Or cela est généralement faux dans les deux cas.

Nous présentons ainsi une méthode d'extraction adéquate dans la section suivante.

## 6.3 Extraction de la source ponctuelle

### 6.3.1 Méthode d'extraction

Puisqu'il n'est pas question d'extraire le flux d'une source ponctuelle à chaque tranche du cube de donnée, l'idée est plutôt d'effectuer un ajustement de la PSF sur  $N$  méta-tranches du cube de données, où le signal sur bruit est suffisamment élevé, et ainsi récupérer un set de  $N \times 2D$  paramètres décrivant la PSF de la source et sa position dans le MLA.

En modélisant adéquatement la chromaticité de ces paramètres, nous fixons alors tous les paramètres d'ajustement sur l'ensemble du domaine spectral. In fine, nous extrayons le spectre de la source ponctuelle en ne laissant libre que les paramètres d'amplitude et de background pour chaque tranche du cube de donnée.

Nous devons ainsi modéliser la chromaticité de 5 paramètres : les paramètres de forme  $\alpha$  et  $\eta$ , les paramètres d'ellipticité et d'orientation  $\mathcal{A}$  et  $\mathcal{B}$ , et l'évolution de la position  $(x_0, y_0)$  de la source ponctuelle dans le MLA, causée par la réfraction atmosphérique.

Commençons par aborder cet effet, présent indépendamment de l'étalement du point.

### 6.3.2 Réfraction atmosphérique différentielle

L'atmosphère ayant un indice de réfraction différent de celui du vide spatial, la lumière d'une source astronomique nous parvenant sur Terre est ainsi réfractée (3<sup>e</sup> loi de Snell/Descartes). Cet indice étant dépendant de la longueur d'onde, la réfraction induite par le passage de la lumière dans l'atmosphère va elle aussi être chromatique : chaque longueur d'onde est ainsi déviée avec un angle de réfraction différent, à la manière d'un prisme. C'est cet effet que l'on appelle réfraction atmosphérique différentielle (*Atmospheric Differential Refraction* ; ADR).

On observe ainsi en spectroscopie un déplacement du centroïde des sources astronomiques du champ de vue le long des tranches spectrales.

Le phénomène d'ADR dépend des conditions d'observations, en prenant en compte d'une part la position de l'objet dans le ciel par rapport au détecteur (contribution achromatique), et d'autre part l'indice de réfraction de l'atmosphère (contribution chromatique).



Cet indice de réfraction varie avec la longueur d'onde de la lumière incidente, mais également avec différents paramètres de l'atmosphère. Il est donc nécessaire de bien connaître les différentes dépendances entre l'indice de réfraction et les conditions atmosphériques lors de l'observation pour modéliser correctement les effets de l'ADR.

Nous utilisons pour cela les équations de [EDLÉN \(1966\)](#) modifiées par [BIRCH et DOWNS \(1993, 1994\)](#) et référencées par [STONE et ZIMMERMAN \(2001\)](#)<sup>1</sup>.

Nous présentons ci dessous les équations permettant de remonter à l'indice de réfraction. On notera  $t$  pour la température (Celsius),  $p$ ,  $p_v$  et  $p_{sv}$  pour les pressions (Pascal) atmosphérique, partielle et saturante de vapeur d'eau, et enfin RH l'humidité relative.

On commence par déterminer  $p_v$ . En définissant les constantes et quantités :

$$\begin{aligned} A_1 &= -13.928169 & A_2 &= 34.7078238 \\ T &= t + 273.15 & t_h &= \frac{T}{273.16} \\ Y &= A_1 \times (1 - t_h^{-1.5}) + A_2 \times (1 - t_h^{-1.25}) \end{aligned}$$

On définit la pression saturante de vapeur d'eau par :

$$p_{sv}(t) = 611.657 \times e^Y \quad (6.12)$$

Et on déduit la pression partielle de vapeur d'eau  $p_v$  à partir de l'humidité relative RH (en pourcentage) par :

$$p_v(RH, t) = \frac{RH}{100} \times p_{sv}(t) \quad (6.13)$$

Passons maintenant à la détermination de l'indice de réfraction  $n(\lambda, RH, t, p)$  On définit dans un premier temps les 7 constantes ci dessous :

$$\begin{aligned} A &= 8342.54 & B &= 2406147 \\ C &= 15998 & D &= 96095.43 & G &= 0.003661 \\ E &= 0.601 & F &= 0.00972 \end{aligned}$$

On défini alors les quantités intermédiaires suivantes, avec la longueur d'onde  $\lambda$  en  $\mu\text{m}$  :

$$\begin{aligned} S &= \lambda^{-2} \\ n_s &= 10^{-8} \left( \frac{A + B}{130 - S} + \frac{C}{38.9 - S} \right) \\ X &= \frac{(1 + 10^{-8} \times (E - F \times t) \times p)}{(1 + G \times t)} \\ n(\lambda, t, p) &= 1 + p \times n_s \times \frac{X}{D} \end{aligned}$$

---

1. <https://emtoolbox.nist.gov/Wavelength/Documentation.asp>

Avec  $n(\lambda, t, p)$  l'indice de réfraction en négligeant la contribution de l'humidité relative. On exprime alors l'indice de réfraction avec toutes les dépendances par :

$$n(\lambda, RH, t, p) = n(\lambda, t, p) - 10^{-10} \times \left( \frac{292.75}{t + 273.15} \right) \times (3.7345 - 0.0401 \times S) \times p_v(RH, p, t) \quad (6.14)$$

Nous pouvons maintenant déterminer la déviation du centroïde de nos objets dans le MLA à partir des indices de réfraction à une longueur d'onde donnée, et une longueur d'onde de référence.

En notant  $(x_0, y_0)$  les coordonnées spatiales à la longueur d'onde de référence  $\lambda_{ref}$ , les nouvelles coordonnées  $(x_\lambda, y_\lambda)$  à la longueur d'onde observée dues aux effets de l'ADR sont déterminées par la transformation :

$$\begin{cases} x(\lambda) &= x_{ref} - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{n^2(\lambda)} - \frac{1}{n^2(\lambda_{ref})} \right) \times \tan(d_z) \sin(\theta) \\ y(\lambda) &= y_{ref} - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{n^2(\lambda)} - \frac{1}{n^2(\lambda_{ref})} \right) \times \tan(d_z) \cos(\theta) \end{cases}$$

Avec  $\theta$  l'angle parallactique et  $d_z = \arccos(\chi^{-1})$  la distance zénithale dans l'approximation d'une atmosphère plan-parallèle, et  $\chi$  la masse d'air le long de la ligne de visée ( $\chi = 1$  correspondant à un objet parfaitement au zénith).

### 6.3.3 Ajustement chromatique

L'ADR et notre modèle de profil radial ayant été rigoureusement définis, nous pouvons à présent procéder à l'ajustement chromatique de notre source ponctuelle afin d'effectuer l'extraction 3D de son spectre.

Dans un premier temps, nous procédons à l'ajustement de la PSF en incluant le ciel pour 9 méta-tranches comprises entre 4500 et 9000Å. L'épaisseur ainsi obtenue ( $\sim 500\text{Å}$ ) permet d'avoir un signal sur bruit suffisamment élevé sans que l'ADR ne produise d'impact significatif.

Pour chacune de ces méta-tranches, les paramètres d'amplitudes de la PSF et les 6 coefficients du background polynomial (équation 6.8) sont des paramètres de nuisance.

La Figure 6.15 illustre l'ajustement de la fonction d'étalement de point (profil radial + contours) de chacune des méta-tranches pour l'étoile standard 25d4655.

La déviation chromatique du centroïde de la source ponctuelle due à l'ADR est présentée dans la Figure 6.16. L'estimation des positions de références  $(x_{ref}, y_{ref})$  associées aux paramètres de masse d'air et d'angle parallactique permet ainsi de dériver la position de l'étoile dans le MLA à n'importe quelle longueur d'onde.

Il ne nous manque ainsi plus qu'à fixer la chromaticité de la fonction d'étalement de point. Nous présentons dans la Figure 6.17 l'évolution chromatique des paramètres de forme de la PSF. Nous ajustons les paramètres d'ellipticité et d'orientation  $\mathcal{A}$  et  $\mathcal{B}$  par une constante, leur évolution étant relativement faible avec la longueur d'onde.

Le poids entre la gaussienne et la Moffat  $\eta$  est également ajusté par une constante. Bien que nous pouvons apercevoir des variations de l'ordre de 5 à 10% autour de la moyenne pondérée, nous n'observons pas de tendance chromatique dans son évolution.

En ce qui concerne le paramètre de forme principal  $\alpha$ , nous utilisons pour l'ajustement une loi de puissance de la forme :

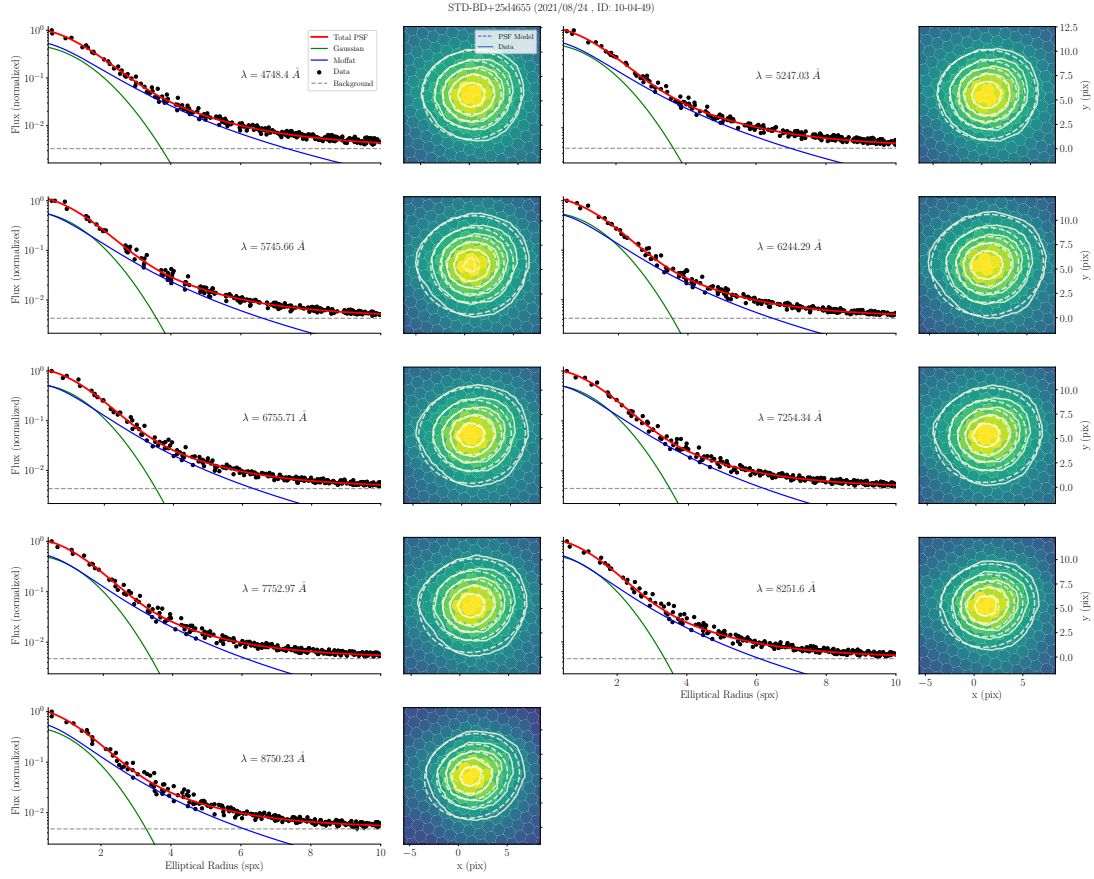


FIGURE 6.15 – Profil radial (à gauche) et contours d'intensité (à droite) des 9 metaslices de la STD 25d4655. Les traits pleins du contour représentent les données et les pointillées l'ajustement du modèle.

$$\alpha(\lambda) = \alpha_{ref} \left( \frac{\lambda}{\lambda_{ref}} \right)^\rho \quad (6.15)$$

Avec  $\alpha_{ref}$  et  $\rho$  les paramètres d'ajustement de la chromaticité.

La Figure 6.18 montre finalement le spectre extrait de l'étoile standard 25d4655 en pseudo-ADU, qui est utilisé pour la calibration en flux.

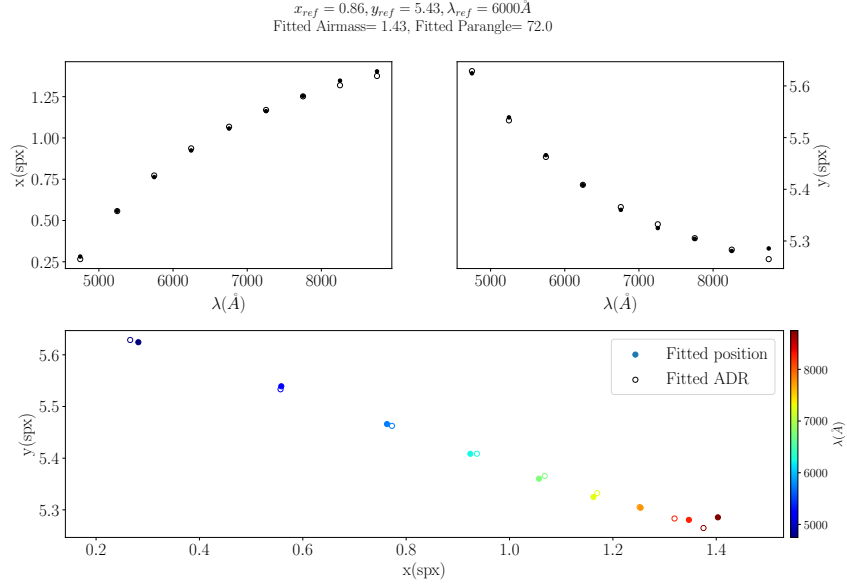


FIGURE 6.16 – Modélisation de la réfraction atmosphérique différentielle pour l'étoile standard 25d4655

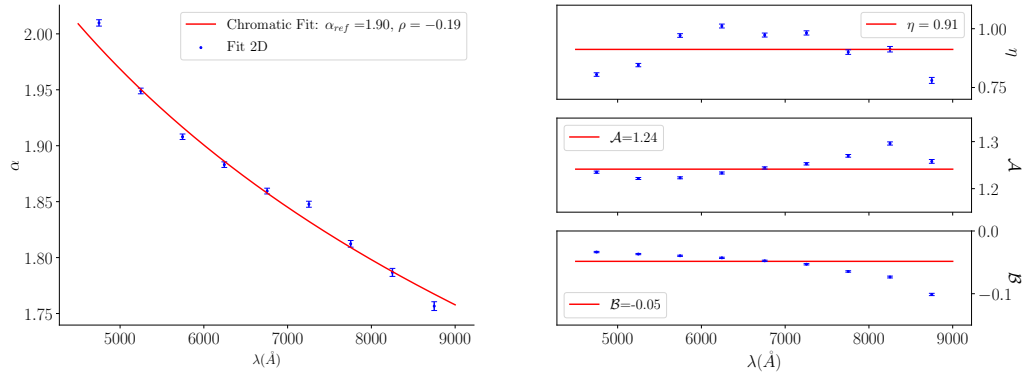


FIGURE 6.17 – Chromaticité des paramètres de forme de la PSF pour l'étoile standard 25d4655.

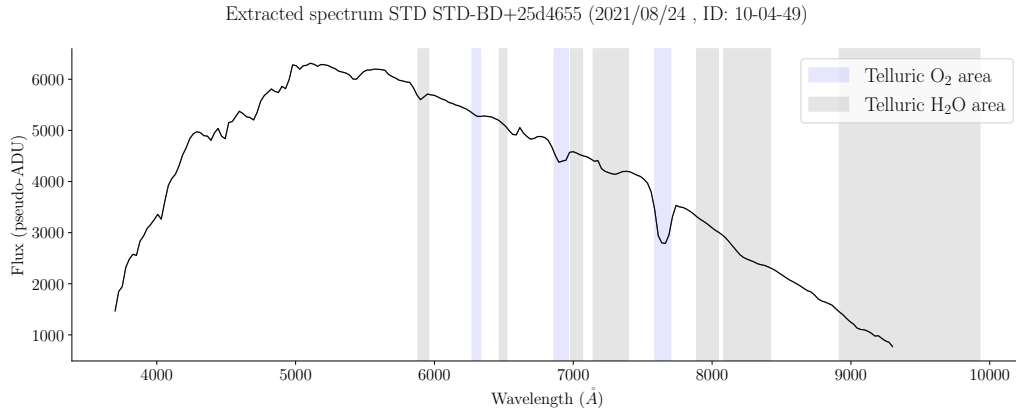


FIGURE 6.18 – Spectre extrait de l'étoile standard 25d4655 en pseudo-ADU. Les bandes correspondent aux zones d'absorption tellurique d'O<sub>2</sub> et d'H<sub>2</sub>O (BUTON et al., 2013).

## 6.4 Calibration en flux

### 6.4.1 Méthode

Afin d’avoir une estimation de la précision de la calibration en flux avec notre modèle de PSF, nous utilisons la méthode de calibration implémentée dans `PYSEDm` (RIGAUULT et al., 2019) décrite dans le chapitre ??.

On rappelle que, pour la SEDm, le formalisme utilisé pour décrire le spectre observé  $S(\lambda, t, z)$  d’une source astronomique est tel que :

$$S(\lambda, t, z) = S^*(\lambda, t) \times [\mathcal{C}(\lambda, t) + \mathcal{T}(\lambda, t, z)]$$

Avec  $S^*(\lambda, t)$  le spectre intrinsèque de la source en unités physiques ( $erg/cm^2/s/\text{\AA}$ ),  $\mathcal{C}(\lambda, t)$  la réponse instrumentale et  $\mathcal{T}$  l’absorption tellurique.

On utilise comme référence le spectre spectrophotométrique correspondant à l’étoile standard observée, obtenu dans les archives calspec<sup>1</sup>.

Les spectres telluriques utilisées sont ceux du Kitt Peak National Observatory<sup>2</sup> (HINKLE et al., 2003), scindés en deux catégories de longueur d’onde : l’O<sub>2</sub> et l’H<sub>2</sub>O. La Figure 6.19 montre les raies d’absorption telluriques utilisées.

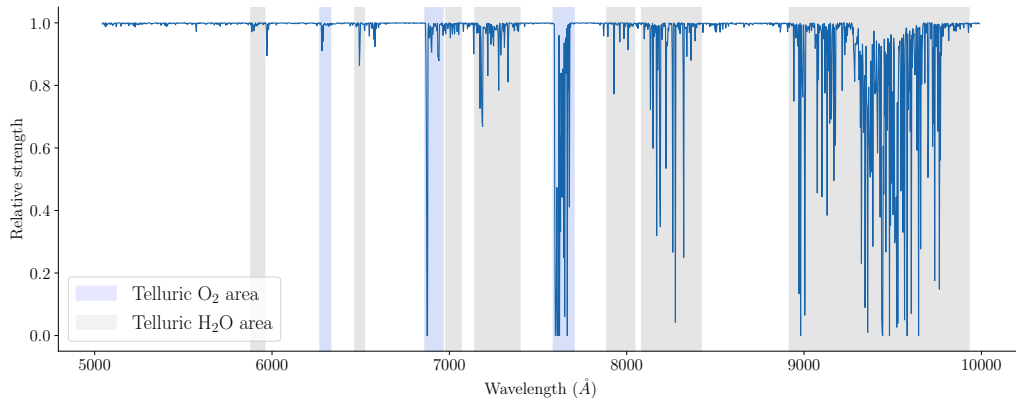


FIGURE 6.19 – Raies d’absorption telluriques du Kitt Peak National Observatory (HINKLE et al., 2003), avec les composantes d’O<sub>2</sub> et d’H<sub>2</sub>O.

L’absorption tellurique est exprimée suivant :

$$\mathcal{T}(z) = \mathcal{T}_{O_2} \times (c_{O_2} + z^{\rho_{O_2}}) + \mathcal{T}_{H_2O} \times (c_{H_2O} + z^{\rho_{H_2O}})$$

Où les amplitudes relatives  $c_i$  et les dépendances en masse d’air  $\rho_i$  sont des paramètres libres. La réponse instrumentale  $\mathcal{C}$  est quant à elle modélisée par un polynôme de Legendre d’ordre 20.

Les composantes de réponse instrumentale  $\mathcal{C}$  et d’absorption telluriques  $\mathcal{T}$  sont alors simultanément ajustées en minimisant la quantité  $(S_{ADU}/S_{ref}) - (\mathcal{C} + \mathcal{T})$ , où la quantité  $(\mathcal{C} + \mathcal{T})$  est appelée la courbe de sensibilité inverse.

1. [https://archive.stsci.edu/hlsps/reference-atlases/cdb/current\\_calspec/](https://archive.stsci.edu/hlsps/reference-atlases/cdb/current_calspec/)

2. <http://www.noao.edu/kpno/>

Ce procédé d’ajustement en distinguant les composantes telluriques de la réponse instrumentale est nécessaire de par la dépendance en masse d’air de l’absorption tellurique. Lorsque l’on applique la calibration en flux ainsi obtenue sur une observation scientifique, nous pouvons ajuster la contribution tellurique en considérant la masse d’air présente lors de l’observation.

La Figure 6.20 illustre ainsi l’ajustement de ces deux contributions pour l’étoile standard 25d4655, après ré-échantillonnage des raies telluriques et du spectre spectrophotométrique Calspec dans l’espace spectral de la SEDm.

Dans ce cas particulier, nous pouvons observer une légère déviation en longueur d’onde lors de l’ajustement des absorptions telluriques. Ce phénomène est assez rare, et résulte d’un mauvais alignement en longueur d’onde à partir des pixels du CCD qui a été mal/non corrigé lors de l’extraction du cube 3D (voir Chapitre ??, étape (d)). [RIGAULT et al. \(2019\)](#) fait également part d’un biais systématique de  $\sim 3\text{\AA}$  dans la calibration en longueur d’onde en cours d’investigation. L’effet est d’autant plus exacerbé par l’intensité de la raie d’O<sub>2</sub> à  $\sim 7600\text{\AA}$ .

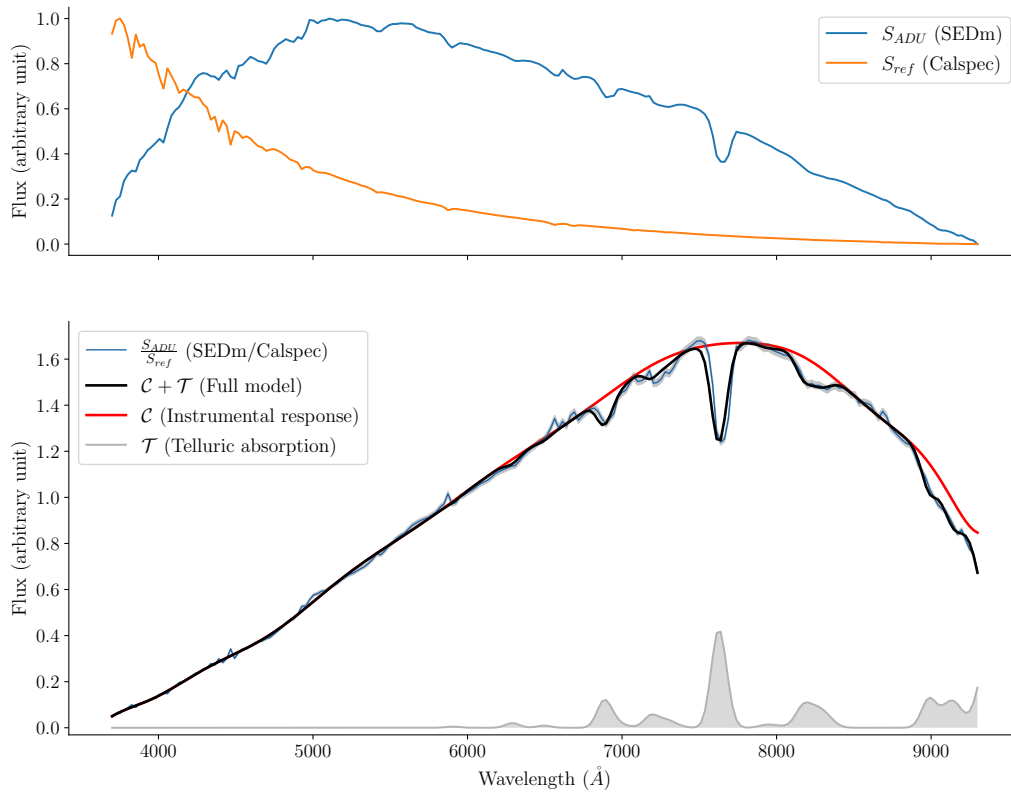


FIGURE 6.20 – Procédure d’ajustement de la calibration en flux pour l’étoile standard 25d4655. *En haut* est illustré le spectre extrait de l’étoile standard en bleu, et le spectre de référence en orange. *En bas* nous montrons le résultat de l’ajustement du modèle composé de la réponse instrumentale (en rouge) et de l’absorption tellurique (en gris). Les données sur lesquelles l’ajustement est effectuée, le ratio  $\frac{S_{ADU}}{S_{ref}}$ , est en bleu.

### 6.4.2 Précision de la calibration

L'ajustement du modèle de sensibilité inversé présenté dans la section précédente permet ainsi de calibrer en flux les observations scientifiques. Afin d'estimer la précision de cette calibration, nous observons à nouveau une étoile standard (dans la même nuit ou la suivante), nous procédons à l'extraction de son spectre en pseudo-ADU, puis nous appliquons la calibration obtenue avec la précédente étoile. Cela nous permet alors de comparer cette étoile calibrée à partir d'une observation antérieure, avec son spectre de référence spectrophotométrique.

Nous avons exploité tout ce chapitre l'étoile standard 25d4655, observée le 24/08/2021 à 10h 04m 49s. La même étoile a été ré-observée la même nuit une demi-heure plus tard, à 10h 38m 16s.

Nous pouvons ainsi extraire le spectre en pseudo-ADU de cette seconde observation tel que détaillé dans la première section de ce chapitre, lui appliquer la calibration en flux déterminée à partir de la première observation, et ainsi vérifier la précision obtenue en comparant le spectre calibré avec celui de référence Calspec. Nous montrons ce résultat dans la Figure 6.21. Le RMS sur tout l'espace spectral est de 1.87%, avec une distribution du ratio entre les deux spectres n'excédant pas les 5%. Cette déviation apparaît notamment à la localisation des raies telluriques les plus intenses ( $O_2$  à  $\sim 7600\text{\AA}$ ), due à une extraction du cube de la première observation de l'image CCD mal corrigée.

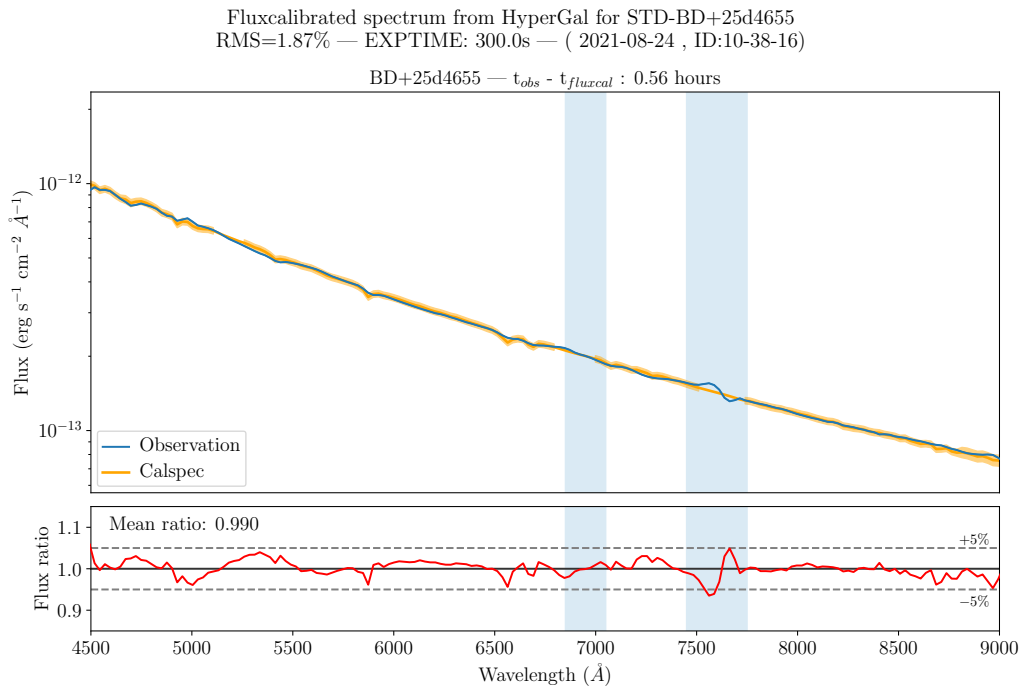


FIGURE 6.21 – Précision de la calibration en flux pour l'étoile standard 25d4655 (ID :10-38-16) à partir de l'observation de la même étoile standard observée  $\sim 33$ min plus tôt. *En haut* sont présentés le spectre extrait calibré (bleu) et celui de référence (orange) en unités physiques. Les bandes bleues indiquent les zones d'absorptions telluriques les plus intenses, dues à l' $O_2$ . En bas est représenté le ratio entre les flux. Le RMS spectral pour cette calibration est de 1.87%.

Dans ce cas de figure, les deux observations ayant eu lieu sur la même étoile à seulement une demi-heure d'intervalle nous avons supposé que l'extinction atmosphérique était constante avec le temps (faible délai entre les observations) et uniforme (faible déviation de la ligne de visée dans le ciel).

Nous avons ainsi extrait le spectre de plus de 2000 étoiles standard observées avec la SEDm entre Juin 2018 et Février 2022, et procédé à la méthode de calibration expliquée précédemment pour chaque paire d'étoile observée successivement dans le temps. Afin de corriger une éventuelle variation d'extinction atmosphérique entre deux observations, nous avons incorporé un terme gris (achromatique) normalisant ainsi le spectre extrait et celui de référence.

La Figure 6.22 présente ainsi le ratio (normalisé par un terme gris) entre les spectres extraits et calibrés en flux avec **HYPERGAL** de 2202 étoiles standards et leur spectre de référence Calspec ré-échantillonné dans l'espace spectral de la SEDm. On y présente le ratio moyen, dont la distribution oscille autour de  $1 - 2\%$ . En considérant également les enveloppes à  $1\sigma$  et  $2\sigma$ , ces résultats nous indiquent une calibration de couleur de l'ordre de quelques pourcents, majoritairement en dessous des 5%.

Nous pouvons également remarquer la dégradation importante aux extrémités du domaine spectral de la SEDm, notamment en deçà de  $4500\text{\AA}$ , et au dessus de  $8500\text{\AA}$ .

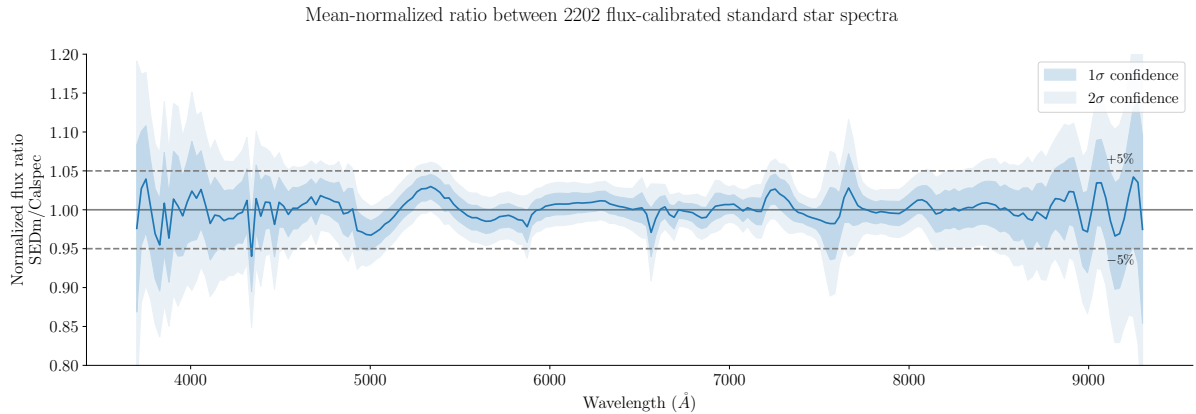


FIGURE 6.22



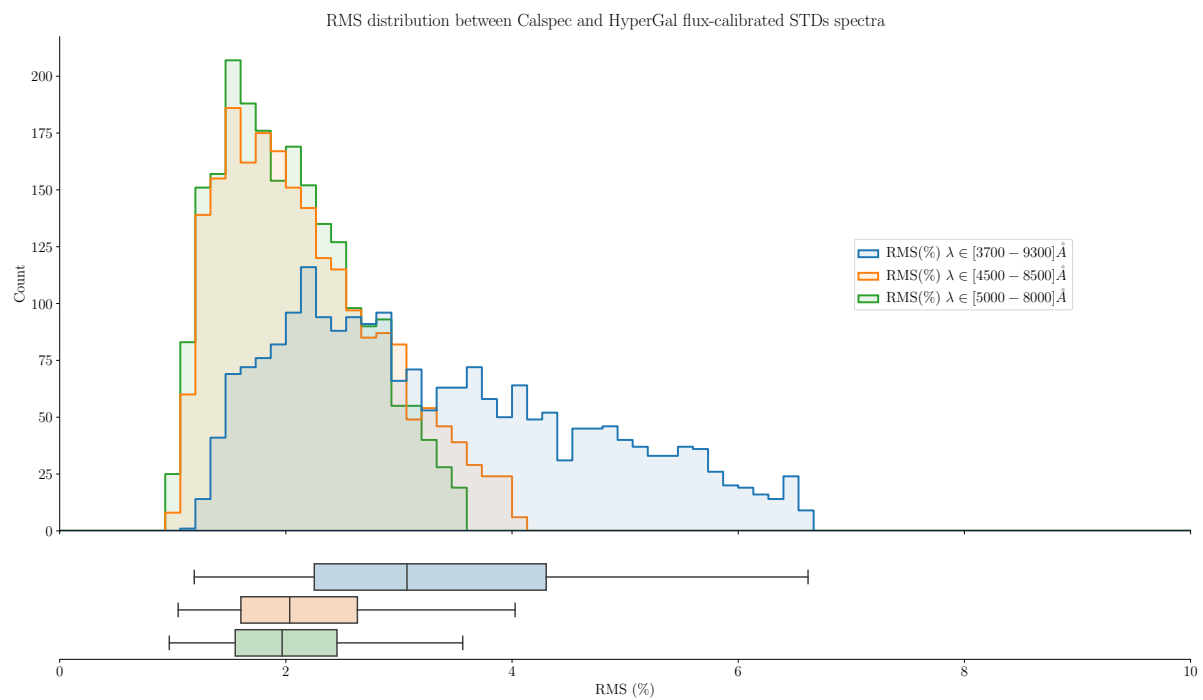


FIGURE 6.23



## Bibliographie

- BIRCH K. P. et DOWNS M. J. 1993, « An Updated Edlén Equation for the Refractive Index of Air », *Metrologia*, 30, 155 ↑ [Section 6.3.2](#)
- BIRCH K. P. et DOWNS M. J. 1994, « LETTER TO THE EDITOR : Correction to the Updated Edlén Equation for the Refractive Index of Air », *Metrologia*, 31, 315 ↑ [Section 6.3.2](#)
- BLAGORODNOVA N., NEILL J. D., WALTERS R. et al. 2018, « The SED Machine : A Robotic Spectrograph for Fast Transient Classification », *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 130, 035003 ↑ [Section 6.1.2](#), ↑ [Section 6.5](#)
- BRUZUAL G. et CHARLOT S. 2003, « Stellar population synthesis at the resolution of 2003 », *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 344, 1000 ↑ [Section 6.1.2](#)
- BUTON C. 2009, « Étalonnage spectro-photométrique du SuperNova Integral Field Spectrograph dans le cadre du projet the Nearby Supernova Factory », Theses, Université Claude Bernard - Lyon I, ↑ [Section 6.2.1](#), ↑ [Section 6.2.2.3](#)
- BUTON C., COPIN Y., ALDERING G. et al. 2013, « Atmospheric extinction properties above Mauna Kea from the Nearby SuperNova Factory spectro-photometric data set », *Astronomy and Astrophysics*, 549, A8 ↑ [Section 6.18](#)
- EDLÉN B. 1966, « The Refractive Index of Air », *Metrologia*, 2, 71 ↑ [Section 6.3.2](#)
- FRIED D. L. 1966, « Optical Resolution Through a Randomly Inhomogeneous Medium for Very Long and Very Short Exposures », *Journal of the Optical Society of America* (1917-1983), 56, 1372 ↑ [Section 6.2.1](#)
- HINKLE K. H., WALLACE L. et LIVINGSTON W. 2003, « Atmospheric Transmission Above Kitt Peak, 0.5 to 5.5 microns », dans *American Astronomical Society Meeting Abstracts*, Vol. 203, American Astronomical Society Meeting Abstracts, 38.03 ↑ [Section 6.4.1](#), ↑ [Section 6.19](#)
- KING I. R. 1971, « The Profile of a Star Image », *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 83, 199 ↑ [Section 6.2.1](#)
- KOLMOGOROV A. 1941, « The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds' Numbers », *Akademiia Nauk SSSR Doklady*, 30, 301 ↑ [Section 6.2](#), ↑ [Section 6.2.1](#)
- MOFFAT A. F. J. 1969, « A Theoretical Investigation of Focal Stellar Images in the Photographic Emulsion and Application to Photographic Photometry », *Astronomy and Astrophysics*, 3, 455 ↑ [Section 6.2.1](#)
- RACINE R. 1996, « The Telescope Point Spread Function », *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 108, 699 ↑ [Section 6.2.1](#)

- RIGAULT M., NEILL J. D., BLAGORODNOVA N. et al. 2019, « Fully automated integral field spectrograph pipeline for the SEDMachine : pysedm », *Astronomy and Astrophysics*, 627, A115 [↑ Section 6.1.1](#), [↑ Section 6.1.2](#), [↑ Section 6.2.1](#), [↑ Section 6.2.1](#), [↑ Section 6.4.1](#), [↑ Section 6.4.1](#)
- STONE J. et ZIMMERMAN J. 2001, « Index of Refraction of Air » [↑ Section 6.3.2](#)
- TOKOVININ A. 2002, « From Differential Image Motion to Seeing », *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 114, 1156 [↑ Section 6.2.1](#)
- TRUJILLO I., AGUERRI J. A. L., CEPÁ J. et GUTIÉRREZ C. M. 2001, « The effects of seeing on Sérsic profiles - II. The Moffat PSF », *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 328, 977 [↑ Section 6.2.1](#)