

Logic System Assignment 2 – A simple CAD tool based on Quine-McCluskey (QM) Method					
系級	電機 115	學號	E24116071	姓名	劉又慈
Language : C++					

## ● Code explanation

### 一、 合併階段

我使用 `vector<vector<pair<set<int>, string>>>` 的結構來實現 QM 法中的每個 column，另外宣告了一個全域 `set<int> nothing = { -1 }`，用來放置於僅需要 string 資料的 pair 當中，以下圖示說明該結構：

	0	1	2
0	<minterm 編號, binary>	<nothing, 是否使用過 <sup>1</sup> >	<nothing, group <sup>2</sup> >
...	...	...	...

註、1:用"x"表示該項未被合併，"v"表示該項已被合併。

2:用 string 型態的數字紀錄這一項有幾個 1。

每一次的合併使用雙重迴圈遍歷整個二維 vector，在遍歷的過程中依照以下判斷順序來決定兩項是否合併：

1. 比對 group 的是否相鄰，此處使用 `stoi()` 將 string 型態的 group 轉成 int，然後將迴圈當前指到的兩項 group 相減，若為 1，即表示兩 group 相鄰。
2. 比對兩項的 binary 相異位數是否為 1，此處使用 function `NumOfDiff` 做判斷，如果該 function 回傳值為 1，代表 binary 相異位數為 1，即兩項可以合併。

如果可以合併，就會使用 `set.insert()` 的功能將 minterm 編號合併，binary 相異的位置改成 '-'，然後預設此新合併出的項使用狀態為"x"，反之，進行合併的兩項使用狀態改為"v"，代表已經被使用，重新計算新合併的 group 後，存入下一個二維 vector。當雙重迴圈結束遍歷，代表下一個 column 已經建立完成，此時會回去看上一個 column 是否有未被合併的項(即使用狀態為"x")，若有該項就是 prime implicant，會將他存入一個名為 PI 的 `vector<pair<set<int>, string>>` 結構，以上將重複操作直到合併次數等於 numVar。

### 二、 找 minimum SOP 階段

使用 `removeSamePI` 的 function 首先去除都是 don't care 組成的 prime implicant，此處使用三層迴圈，計算這個 prime implicant 裡面的包住的有幾個 don't care，如果計算而得的這個數量等於 prime implicant 所包含的項的數量，就表示整個 prime implicant 都是 don't care 組成的，要將其去除。接著使用

set 結構內資料不重複的性質去除重複的 prime implicant，由此我們會得到一個精簡過的  $\text{vector}\langle\text{pair}\langle\text{set}\langle\text{int}\rangle, \text{string}\rangle\rangle$  叫做 newPI，用於存放所有 prime implicant。

下一步要從 newPI 中找到 essential prime implicant，作法是先用雙重迴圈尋找哪個 minterm 只有被一個 prime implicant 包含，記錄這個 minterm 後再用雙重迴圈找出有這個 minterm 的 prime implicant，把這個 prime implicant 存入 esPI，是一個  $\text{vector}\langle\text{pair}\langle\text{set}\langle\text{int}\rangle, \text{string}\rangle\rangle$  的結構，然後就可以把這個 prime implicant 從 newPI 當中刪除，完成以上操作後可以得到 essential prime implicant 和剩下的 prime implicant，分別儲存於兩個二維 vector 中。

接著我使用 Patrick Method 來尋找 minimum SOP:

1. 把已經被 esPI 包含的 minterm 刪去，找到還沒有被涵括的 minterm 有哪些。
2. 使用雙重迴圈尋找有這幾個 minterm 的 prime implicant，將這個 prime implicant，在 newPI 的 index 存入 pat，是一個  $\text{vector}\langle\text{set}\langle\text{int}\rangle\rangle$  的結構，一格裡存一個 minterm 找到的結果，以下圖示說明:

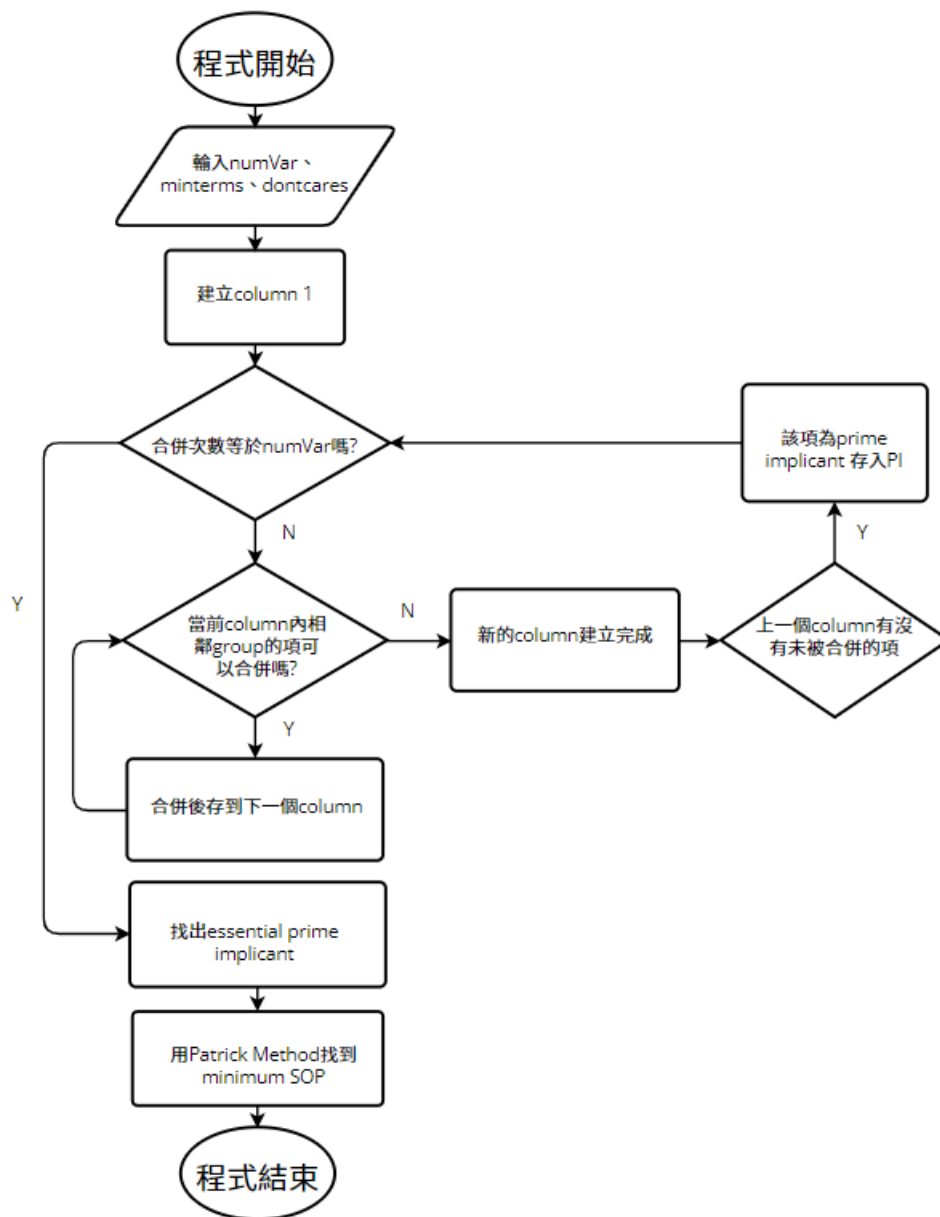
0	1	2	...
<newPI 的 index>	<newPI 的 index>	<newPI 的 index>	...

舉例來說，假如 5、7、112 這幾個 minterm 沒有被 essential prime implicant 包含，那上圖 0 這一格就會存有包含 5 這個 minterm 的 prime implicant 在 newPI 中的 index，包含 7 這個 minterm 的 prime implicant 在 newPI 中的 index 就會被放到 1 這一格，以此類推。

3. 用遞迴的方式生成 pat 集合中元素的所有可能組合，並把他們存在 allSOP 這個  $\text{set}\langle\text{set}\langle\text{int}\rangle\rangle$  中。遞迴的邏輯如下:
  - i. Function 'expand' 接受四個參數:
    - ◆ pat: 儲存每個尚未被包含的 minterm 有出現的 prime implicant。
    - ◆ level: 是 int，表示現在在 pat 的哪一格當中。
    - ◆ product: 一個  $\text{set}\langle\text{int}\rangle$ ，表示到目前為止元素的乘積。
    - ◆ allSOP: 儲存結果的二維 set。
  - ii. 遞迴中，當 level 等於 pat 的大小時，當下 product 中存的資料表示一個完整的組合，也就是一種 SOP，因此插入到 allSOP 中。
  - iii. 遞迴中會遍歷 pat 中每個 level 中的每個元素。把元素插入到 product 後再對 level + 1 進行遞迴。

- iv. 在進行遞迴之前，會檢查當前元素是否已在 product 中。如果已有，那麼在該次遞迴結束後，要把它從 product 中 erase，以恢復 product 的原狀態。
4. 找到所有有可能的 SOP 之後，用互相比較的方式找到最小的那些 set，因為這代表他們將剩下的 minterm 都含括時所使用的 prime implicant 數最少，再加上 essential prime implicant 就找到 minimum SOP。

## ● Flow Chart



## ● Some test results

測資一																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
numVar = 8																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
minterms = [0, 2, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 13, 14, 15]																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
dontcares = [255]																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
<table><tr><td><table><tr><th colspan="2">Column 1</th></tr><tr><td>v</td><td>00000000: 0</td></tr><tr><td>v</td><td>00000010: 2</td></tr><tr><td>v</td><td>00001000: 8</td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr><tr><td>v</td><td>00000101: 5</td></tr><tr><td>v</td><td>00000110: 6</td></tr><tr><td>v</td><td>00001010: 10</td></tr><tr><td>v</td><td>00001100: 12</td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr><tr><td>v</td><td>00000111: 7</td></tr><tr><td>v</td><td>00001101: 13</td></tr><tr><td>v</td><td>00001110: 14</td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr><tr><td>v</td><td>00001111: 15</td></tr><tr><td>d</td><td>11111111: 255</td></tr></table></td><td></td><td><table><tr><th colspan="2">Column 2</th></tr><tr><td>v</td><td>000000-0: 0 2</td></tr><tr><td>v</td><td>0000-000: 0 8</td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr><tr><td>v</td><td>00000-10: 2 6</td></tr><tr><td>v</td><td>0000-010: 2 10</td></tr><tr><td>v</td><td>000010-0: 8 10</td></tr><tr><td>v</td><td>00001-00: 8 12</td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr><tr><td>v</td><td>000001-1: 5 7</td></tr><tr><td>v</td><td>0000-101: 5 13</td></tr><tr><td>v</td><td>0000011-: 6 7</td></tr><tr><td>v</td><td>0000-110: 6 14</td></tr><tr><td>v</td><td>00001-10: 10 14</td></tr><tr><td>v</td><td>0000110-: 12 13</td></tr><tr><td>v</td><td>000011-0: 12 14</td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr><tr><td>v</td><td>0000-111: 7 15</td></tr><tr><td>v</td><td>000011-1: 13 15</td></tr><tr><td>v</td><td>0000111-: 14 15</td></tr></table></td><td></td><td><table><tr><th colspan="2">Column 3</th></tr><tr><td></td><td>0000-0-0: 0 2 8 10</td></tr><tr><td>x</td><td>0000-0-0: 0 2 8 10</td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr><tr><td></td><td>0000--10: 2 6 10 14</td></tr><tr><td>x</td><td>0000--10: 2 6 10 14</td></tr><tr><td></td><td>00001--0: 8 10 12 14</td></tr><tr><td>x</td><td>00001--0: 8 10 12 14</td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr><tr><td></td><td>0000-1-1: 5 7 13 15</td></tr><tr><td>x</td><td>0000-1-1: 5 7 13 15</td></tr><tr><td></td><td>0000-11-: 6 7 14 15</td></tr><tr><td>x</td><td>0000-11-: 6 7 14 15</td></tr><tr><td></td><td>000011--: 12 13 14 15</td></tr><tr><td>x</td><td>000011--: 12 13 14 15</td></tr></table></td></tr></table> <table><tr><th colspan="12">Prime Implicant Chart</th></tr><tr><td></td><td>0</td><td>2</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>10</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td></tr><tr><td>a'b'c'd'f'h'</td><td>x</td><td>x</td><td></td><td></td><td></td><td>x</td><td>x</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>a'b'c'd'gh'</td><td></td><td>x</td><td></td><td>x</td><td></td><td></td><td>x</td><td></td><td></td><td>x</td><td></td></tr><tr><td>a'b'c'd'fh</td><td></td><td></td><td>x</td><td></td><td>x</td><td></td><td></td><td></td><td>x</td><td></td><td>x</td></tr><tr><td>a'b'c'd'fg</td><td></td><td></td><td></td><td>x</td><td>x</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>x</td><td>x</td></tr><tr><td>a'b'c'd'eh'</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td></td><td>x</td><td></td></tr><tr><td>a'b'c'd'ef</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>x</td><td>x</td><td>x</td><td>x</td></tr></table> <table><tr><td colspan="12">prime implicants:</td></tr><tr><td colspan="12">a'b'c'd'f'h' a'b'c'd'gh' a'b'c'd'fh a'b'c'd'fg a'b'c'd'eh' a'b'c'd'ef</td></tr><tr><td colspan="12">minimun SOPs:</td></tr><tr><td colspan="12">a'b'c'd'gh' a'b'c'd'fh a'b'c'd'eh' a'b'c'd'f'h'</td></tr><tr><td colspan="12">a'b'c'd'gh' a'b'c'd'fh a'b'c'd'ef a'b'c'd'f'h'</td></tr><tr><td colspan="12">a'b'c'd'fh a'b'c'd'fg a'b'c'd'eh' a'b'c'd'f'h'</td></tr><tr><td colspan="12">a'b'c'd'fh a'b'c'd'fg a'b'c'd'ef a'b'c'd'f'h'</td></tr></table> <table><tr><th colspan="10">說明</th></tr><tr><td colspan="10"><p>1. 首先會先建立儲存 column 1 資料的二維 vector，並判斷哪幾項可以合併 (原理已在上個部分說明)，合併後的項會放入儲存 column 2 資料的二維 vector，重複此步驟直到合併次數等於 numVar，測資一最多合併兩次，所以第三到第八次的合併會因為程式碼中 if 的判斷條件沒有符合，所以沒有資料被放入後面的 column。</p><p>2. 圖片中沒有打勾的項就是 prime implicant，將這些項目儲存於一維 vector。</p></td></tr></table>										<table><tr><th colspan="2">Column 1</th></tr><tr><td>v</td><td>00000000: 0</td></tr><tr><td>v</td><td>00000010: 2</td></tr><tr><td>v</td><td>00001000: 8</td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr><tr><td>v</td><td>00000101: 5</td></tr><tr><td>v</td><td>00000110: 6</td></tr><tr><td>v</td><td>00001010: 10</td></tr><tr><td>v</td><td>00001100: 12</td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr><tr><td>v</td><td>00000111: 7</td></tr><tr><td>v</td><td>00001101: 13</td></tr><tr><td>v</td><td>00001110: 14</td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr><tr><td>v</td><td>00001111: 15</td></tr><tr><td>d</td><td>11111111: 255</td></tr></table>	Column 1		v	00000000: 0	v	00000010: 2	v	00001000: 8			v	00000101: 5	v	00000110: 6	v	00001010: 10	v	00001100: 12			v	00000111: 7	v	00001101: 13	v	00001110: 14			v	00001111: 15	d	11111111: 255		<table><tr><th colspan="2">Column 2</th></tr><tr><td>v</td><td>000000-0: 0 2</td></tr><tr><td>v</td><td>0000-000: 0 8</td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr><tr><td>v</td><td>00000-10: 2 6</td></tr><tr><td>v</td><td>0000-010: 2 10</td></tr><tr><td>v</td><td>000010-0: 8 10</td></tr><tr><td>v</td><td>00001-00: 8 12</td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr><tr><td>v</td><td>000001-1: 5 7</td></tr><tr><td>v</td><td>0000-101: 5 13</td></tr><tr><td>v</td><td>0000011-: 6 7</td></tr><tr><td>v</td><td>0000-110: 6 14</td></tr><tr><td>v</td><td>00001-10: 10 14</td></tr><tr><td>v</td><td>0000110-: 12 13</td></tr><tr><td>v</td><td>000011-0: 12 14</td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr><tr><td>v</td><td>0000-111: 7 15</td></tr><tr><td>v</td><td>000011-1: 13 15</td></tr><tr><td>v</td><td>0000111-: 14 15</td></tr></table>	Column 2		v	000000-0: 0 2	v	0000-000: 0 8			v	00000-10: 2 6	v	0000-010: 2 10	v	000010-0: 8 10	v	00001-00: 8 12			v	000001-1: 5 7	v	0000-101: 5 13	v	0000011-: 6 7	v	0000-110: 6 14	v	00001-10: 10 14	v	0000110-: 12 13	v	000011-0: 12 14			v	0000-111: 7 15	v	000011-1: 13 15	v	0000111-: 14 15		<table><tr><th colspan="2">Column 3</th></tr><tr><td></td><td>0000-0-0: 0 2 8 10</td></tr><tr><td>x</td><td>0000-0-0: 0 2 8 10</td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr><tr><td></td><td>0000--10: 2 6 10 14</td></tr><tr><td>x</td><td>0000--10: 2 6 10 14</td></tr><tr><td></td><td>00001--0: 8 10 12 14</td></tr><tr><td>x</td><td>00001--0: 8 10 12 14</td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr><tr><td></td><td>0000-1-1: 5 7 13 15</td></tr><tr><td>x</td><td>0000-1-1: 5 7 13 15</td></tr><tr><td></td><td>0000-11-: 6 7 14 15</td></tr><tr><td>x</td><td>0000-11-: 6 7 14 15</td></tr><tr><td></td><td>000011--: 12 13 14 15</td></tr><tr><td>x</td><td>000011--: 12 13 14 15</td></tr></table>	Column 3			0000-0-0: 0 2 8 10	x	0000-0-0: 0 2 8 10				0000--10: 2 6 10 14	x	0000--10: 2 6 10 14		00001--0: 8 10 12 14	x	00001--0: 8 10 12 14				0000-1-1: 5 7 13 15	x	0000-1-1: 5 7 13 15		0000-11-: 6 7 14 15	x	0000-11-: 6 7 14 15		000011--: 12 13 14 15	x	000011--: 12 13 14 15	Prime Implicant Chart													0	2	5	6	7	8	10	12	13	14	15	a'b'c'd'f'h'	x	x				x	x					a'b'c'd'gh'		x		x			x			x		a'b'c'd'fh			x		x				x		x	a'b'c'd'fg				x	x					x	x	a'b'c'd'eh'						x	x	x		x		a'b'c'd'ef								x	x	x	x	prime implicants:												a'b'c'd'f'h' a'b'c'd'gh' a'b'c'd'fh a'b'c'd'fg a'b'c'd'eh' a'b'c'd'ef												minimun SOPs:												a'b'c'd'gh' a'b'c'd'fh a'b'c'd'eh' a'b'c'd'f'h'												a'b'c'd'gh' a'b'c'd'fh a'b'c'd'ef a'b'c'd'f'h'												a'b'c'd'fh a'b'c'd'fg a'b'c'd'eh' a'b'c'd'f'h'												a'b'c'd'fh a'b'c'd'fg a'b'c'd'ef a'b'c'd'f'h'												說明										<p>1. 首先會先建立儲存 column 1 資料的二維 vector，並判斷哪幾項可以合併 (原理已在上個部分說明)，合併後的項會放入儲存 column 2 資料的二維 vector，重複此步驟直到合併次數等於 numVar，測資一最多合併兩次，所以第三到第八次的合併會因為程式碼中 if 的判斷條件沒有符合，所以沒有資料被放入後面的 column。</p> <p>2. 圖片中沒有打勾的項就是 prime implicant，將這些項目儲存於一維 vector。</p>									
<table><tr><th colspan="2">Column 1</th></tr><tr><td>v</td><td>00000000: 0</td></tr><tr><td>v</td><td>00000010: 2</td></tr><tr><td>v</td><td>00001000: 8</td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr><tr><td>v</td><td>00000101: 5</td></tr><tr><td>v</td><td>00000110: 6</td></tr><tr><td>v</td><td>00001010: 10</td></tr><tr><td>v</td><td>00001100: 12</td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr><tr><td>v</td><td>00000111: 7</td></tr><tr><td>v</td><td>00001101: 13</td></tr><tr><td>v</td><td>00001110: 14</td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr><tr><td>v</td><td>00001111: 15</td></tr><tr><td>d</td><td>11111111: 255</td></tr></table>	Column 1		v	00000000: 0	v	00000010: 2	v	00001000: 8			v	00000101: 5	v	00000110: 6	v	00001010: 10	v	00001100: 12			v	00000111: 7	v	00001101: 13	v	00001110: 14			v	00001111: 15	d	11111111: 255		<table><tr><th colspan="2">Column 2</th></tr><tr><td>v</td><td>000000-0: 0 2</td></tr><tr><td>v</td><td>0000-000: 0 8</td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr><tr><td>v</td><td>00000-10: 2 6</td></tr><tr><td>v</td><td>0000-010: 2 10</td></tr><tr><td>v</td><td>000010-0: 8 10</td></tr><tr><td>v</td><td>00001-00: 8 12</td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr><tr><td>v</td><td>000001-1: 5 7</td></tr><tr><td>v</td><td>0000-101: 5 13</td></tr><tr><td>v</td><td>0000011-: 6 7</td></tr><tr><td>v</td><td>0000-110: 6 14</td></tr><tr><td>v</td><td>00001-10: 10 14</td></tr><tr><td>v</td><td>0000110-: 12 13</td></tr><tr><td>v</td><td>000011-0: 12 14</td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr><tr><td>v</td><td>0000-111: 7 15</td></tr><tr><td>v</td><td>000011-1: 13 15</td></tr><tr><td>v</td><td>0000111-: 14 15</td></tr></table>	Column 2		v	000000-0: 0 2	v	0000-000: 0 8			v	00000-10: 2 6	v	0000-010: 2 10	v	000010-0: 8 10	v	00001-00: 8 12			v	000001-1: 5 7	v	0000-101: 5 13	v	0000011-: 6 7	v	0000-110: 6 14	v	00001-10: 10 14	v	0000110-: 12 13	v	000011-0: 12 14			v	0000-111: 7 15	v	000011-1: 13 15	v	0000111-: 14 15		<table><tr><th colspan="2">Column 3</th></tr><tr><td></td><td>0000-0-0: 0 2 8 10</td></tr><tr><td>x</td><td>0000-0-0: 0 2 8 10</td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr><tr><td></td><td>0000--10: 2 6 10 14</td></tr><tr><td>x</td><td>0000--10: 2 6 10 14</td></tr><tr><td></td><td>00001--0: 8 10 12 14</td></tr><tr><td>x</td><td>00001--0: 8 10 12 14</td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr><tr><td></td><td>0000-1-1: 5 7 13 15</td></tr><tr><td>x</td><td>0000-1-1: 5 7 13 15</td></tr><tr><td></td><td>0000-11-: 6 7 14 15</td></tr><tr><td>x</td><td>0000-11-: 6 7 14 15</td></tr><tr><td></td><td>000011--: 12 13 14 15</td></tr><tr><td>x</td><td>000011--: 12 13 14 15</td></tr></table>	Column 3			0000-0-0: 0 2 8 10	x	0000-0-0: 0 2 8 10				0000--10: 2 6 10 14	x	0000--10: 2 6 10 14		00001--0: 8 10 12 14	x	00001--0: 8 10 12 14				0000-1-1: 5 7 13 15	x	0000-1-1: 5 7 13 15		0000-11-: 6 7 14 15	x	0000-11-: 6 7 14 15		000011--: 12 13 14 15	x	000011--: 12 13 14 15																																																																																																																																																																																																																		
Column 1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
v	00000000: 0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
v	00000010: 2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
v	00001000: 8																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
v	00000101: 5																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
v	00000110: 6																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
v	00001010: 10																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
v	00001100: 12																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
v	00000111: 7																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
v	00001101: 13																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
v	00001110: 14																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
v	00001111: 15																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
d	11111111: 255																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Column 2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
v	000000-0: 0 2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
v	0000-000: 0 8																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
v	00000-10: 2 6																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
v	0000-010: 2 10																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
v	000010-0: 8 10																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
v	00001-00: 8 12																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
v	000001-1: 5 7																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
v	0000-101: 5 13																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
v	0000011-: 6 7																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
v	0000-110: 6 14																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
v	00001-10: 10 14																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
v	0000110-: 12 13																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
v	000011-0: 12 14																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
v	0000-111: 7 15																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
v	000011-1: 13 15																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
v	0000111-: 14 15																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Column 3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
	0000-0-0: 0 2 8 10																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
x	0000-0-0: 0 2 8 10																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
	0000--10: 2 6 10 14																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
x	0000--10: 2 6 10 14																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
	00001--0: 8 10 12 14																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
x	00001--0: 8 10 12 14																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
	0000-1-1: 5 7 13 15																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
x	0000-1-1: 5 7 13 15																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
	0000-11-: 6 7 14 15																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
x	0000-11-: 6 7 14 15																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
	000011--: 12 13 14 15																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
x	000011--: 12 13 14 15																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Prime Implicant Chart																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
	0	2	5	6	7	8	10	12	13	14	15																																																																																																																																																																																																																																																																																																																	
a'b'c'd'f'h'	x	x				x	x																																																																																																																																																																																																																																																																																																																					
a'b'c'd'gh'		x		x			x			x																																																																																																																																																																																																																																																																																																																		
a'b'c'd'fh			x		x				x		x																																																																																																																																																																																																																																																																																																																	
a'b'c'd'fg				x	x					x	x																																																																																																																																																																																																																																																																																																																	
a'b'c'd'eh'						x	x	x		x																																																																																																																																																																																																																																																																																																																		
a'b'c'd'ef								x	x	x	x																																																																																																																																																																																																																																																																																																																	
prime implicants:																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
a'b'c'd'f'h' a'b'c'd'gh' a'b'c'd'fh a'b'c'd'fg a'b'c'd'eh' a'b'c'd'ef																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
minimun SOPs:																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
a'b'c'd'gh' a'b'c'd'fh a'b'c'd'eh' a'b'c'd'f'h'																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
a'b'c'd'gh' a'b'c'd'fh a'b'c'd'ef a'b'c'd'f'h'																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
a'b'c'd'fh a'b'c'd'fg a'b'c'd'eh' a'b'c'd'f'h'																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
a'b'c'd'fh a'b'c'd'fg a'b'c'd'ef a'b'c'd'f'h'																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
說明																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
<p>1. 首先會先建立儲存 column 1 資料的二維 vector，並判斷哪幾項可以合併 (原理已在上個部分說明)，合併後的項會放入儲存 column 2 資料的二維 vector，重複此步驟直到合併次數等於 numVar，測資一最多合併兩次，所以第三到第八次的合併會因為程式碼中 if 的判斷條件沒有符合，所以沒有資料被放入後面的 column。</p> <p>2. 圖片中沒有打勾的項就是 prime implicant，將這些項目儲存於一維 vector。</p>																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												

3. 找出 essential prime implicant，由 prime implicant chart 可以看出這筆測資的 essential prime implicant 是  $a'b'c'd'fh$  和  $a'b'c'd'f'h'$ ，因為 minterm 2 和 minterm 5 分別只有被這兩個 prime implicant 包含。
4. 用 Patrick Method 找出剩下的 prime implicant 可包含所有 minterm 的所有組合。左圖是遞迴找到的所有組合，數字對應 prime implicant 在 newPI 裡的 index，右圖是 newPI 裡存的資料:

<pre> 0 1 2 3 0 1 2 3 4 0 1 2 4 0 1 3 0 1 3 4 0 1 4 1 2 3 1 2 3 4 1 2 4 </pre>	<pre> newPI: 0號 prime implicant 含括的minterm:2 6 10 14 prime implicant的binary:0000--10 1號 prime implicant 含括的minterm:5 7 13 15 prime implicant的binary:0000-1-1 2號 prime implicant 含括的minterm:6 7 14 15 prime implicant的binary:0000-11- 3號 prime implicant 含括的minterm:8 10 12 14 prime implicant的binary:00001--0 4號 prime implicant 含括的minterm:12 13 14 15 prime implicant的binary:000011-- </pre>
--	--

5. 找出使用最少 prime implicant 的組合，也就是上面左圖的第四、六、七、九行，把這些編號轉換回對應的 prime implicant 再加上 essential prime implicant 就找到所有 minimum SOP 了。

## 測資二

numVar = 9

minterms = [24 37 83 138 217 228 269 354 368 376 415 476 508]

dontcares = [54 175 214 301 316 332 336 358 398 412 428 473]

Column 1	Column 2	Column 3
000011000: 24	101-10000: 336 368	0000-0-0: 0 2 8 10 x 0000-0-0: 0 2 8 10
000100101: 37 010001010: 138 d 101010000: 336	100-01101: 269 301 101100-10: 354 358 10111-000: 368 376	0000--10: 2 6 10 14 x 0000--10: 2 6 10 14 00001--0: 8 10 12 14 x 00001--0: 8 10 12 14
001010011: 83 011100100: 228 v 100001101: 269 v 101100010: 354 v 101110000: 368 d 000110110: 54 d 101001100: 332	-11011001: 217 473 11-011100: 412 476 111-11100: 476 508	0000-1-1: 5 7 13 15 x 0000-1-1: 5 7 13 15 0000-11-: 6 7 14 15 x 0000-11-: 6 7 14 15 000011--: 12 13 14 15 x 000011--: 12 13 14 15
v 011011001: 217 v 101111000: 376 d 011010110: 214 d 100101101: 301 d 100111100: 316 d 101100110: 358 d 110001110: 398 d 110011100: 412 d 110101100: 428		
v 111011100: 476 d 010101111: 175 d 111011001: 473		
110011111: 415 v 111111100: 508		

Prime Implicant Chart	24	37	83	138	217	228	269	354	368	376	415	476	508
a'b'c'd'efg'h'i'	x												
a'b'c'd'e'f'gh'i'		x											
a'b'cd'ef'g'hi'			x										
a'bc'd'e'fg'hi'				x									
bcd'efg'h'i'					x								
a'bcde'f'gh'i'						x							
ab'c'e'fgh'i'							x						
ab'cef'g'h'i'									x				
ab'cde'f'hi'								x					
ab'cdeg'h'i'									x	x			
abd'efgh'i'												x	
abc'd'efghi											x		
abcefg'h'i'												x	x

prime implicants:  
a'b'c'd'efg'h'i' a'b'c'd'e'f'gh'i' a'b'cd'ef'g'hi' a'bc'd'e'fg'hi' bcd'efg'h'i' a'bcde'f'gh'i' ab'c'e'f'gh'i' ab'cef'g'h'i' ab'cde'f'hi' ab'cdeg'h'i' abd'efgh'i' abc'd'efghi abcefg'h'i'  
minimun SOPs:  
a'b'c'd'e'f'gh'i' a'b'cd'ef'g'hi' a'bc'd'e'fg'hi' bcd'efg'h'i' a'bcde'f'gh'i' ab'c'e'f'gh'i' ab'cde'f'hi' ab'cdeg'h'i' abc'd'efghi abcefg'h'i' a'b'c'd'efg'h'i'

### 測資三

numVar = 10

minterms = [0, 1, 16, 17, 128, 343, 512, 640, 1023]

dontcares = [341]

#### Column 1

```
v 0000000000: 0
v 0000000001: 1
v 0000010000: 16
v 0010000000: 128
v 1000000000: 512
v 0000010001: 17
v 1010000000: 640
d 0101010101: 341
v 0101010111: 343
1111111111: 1023
```

#### Column 2

```
v 0000000000-: 0 1
v 00000-0000: 0 16
v 00-0000000: 0 128
v -000000000: 0 512
v 00000-0001: 1 17
v 000001000-: 16 17
v -010000000: 128 640
v 10-0000000: 512 640
01010101-1: 341 343
```

#### Column 3

```
00000-000-: 0 1 16 17
x 00000-000-: 0 1 16 17
-0-0000000: 0 128 512 640
x -0-0000000: 0 128 512 640
```

#### Prime Implicant Chart

	0	1	16	17	128	343	512	640	1023
a'b'c'd'e'g'h'i'	x	x	x	x					
b'd'e'f'g'h'i'j'	x				x		x	x	
a'bc'de'fg'hj						x			
abcdefghij									x

prime implicants:

a'b'c'd'e'g'h'i' b'd'e'f'g'h'i'j' a'bc'de'fg'hj abcdefghij

minimun SOPs:

a'b'c'd'e'g'h'i' b'd'e'f'g'h'i'j' a'bc'de'fg'hj abcdefghij