Modelación y Simulación Departamento de Ingeniería en Informática Lab Simulación de Eventos Discretos

1 El sistema de cola

El objetivo de este laboratorio es construir un simulador de una cola M/M/1 basado en el algoritmo de eventos discretos visto en clases, y comparar las medidas de rendimientos teóricas con las medidas de rendimiento que entrega la simulación.

Como el sistema es M/M/1, entonces tanto los tiempos inter arribos como los tiempos de servicio se distribuyen exponencialmente; la cola tiene capacidad infinita; y existe 1 servidor.

Los tiempos inter arribos y tiempos de servicios corresponden a procesos estocásticos markovianos, es decir las variables aleatorias correspondientes se distribuyen exponencialmente:

$$f(x) = ae^{-ax}$$

donde a es el parámetro de la pdf exponencial, la que representa una tasa de ocurrencia (o frecuencia). La CDF (distribución cumulativa) de esta distribución es

$$F(x) = 1 - e^{-ax}$$

Una forma de obtener muestras de una distribución es el **Método de la Transformada Inversa**, la cual utiliza la función inversa, F^{-1} de la CDF. Para el caso de la distribución exponencial obtenemos

$$x = F^{-1}(y)$$
$$x = -(1/a)\ln(1-y)$$

Se puede demostrar que y se distribuye uniformemente, y por lo tanto podemos obtener una muestra x exponencial con parámetro a, usando el siguiente procedimiento:

- 1. Generar $u \sim U[0,1]$
- 2. retornar $x = -(1/a)\ln(1-u)$

Para generar la secuencia de tiempos inter arribos y tiempos de servicio, se necesita entonces un generador de números distribuidos uniformemente entre [0, 1]. Para ello utilice la función de librería drandom48().

2 El simulador

Eventos Los eventos permitidos en este sistema son:

- 1. Arrival: la llegada de un job al sistema
- 2. **Departure**: la salida de un job del sistema
- 3. End: término de la simulación

El sistema se debe inicializar con un evento **Arrival** aleatorio, y un evento **End** cuyo tiempo es dado por línea de comando. Es decir, el tiempo total de la simulación estará dado por parámetro.

Los eventos de **Departure** no están asociados a ningún servidor en específico, si no al sistema en general, por lo tanto no es relevante identificar ni registrar la actividad por servidor.

Variables de estado

- 1. A_k : tiempo de arribo del job k
- 2. S_k : tiempo de residencia del job k
- 3. Q_k : suma de tiempos durante el cual la cola ha sido de largo k

Otras variables

- 1. N_a : número de clientes que han llegado
- 2. N_d : número de clientes que han salido
- 3. t: tiempo de simulación

Medidas de rendimiento Sea $Q_N = \sum_{k=0}^N Q_k$, donde N es el largo máximo que tuvo la cola.

1. U: utilización

$$U = 1 - \frac{Q_0}{Q_N}$$

2. X: largo promedio de la cola

$$X = \frac{1}{Q_N} \sum_{k=0}^{\infty} kQ_k$$

3. S: tiempo promedio de residencia

$$S = \frac{1}{N_d} \sum_k S_k$$

3 Ejecución

El simulador se ejecutará de la siguiente forma:

\$ mm1 -a tasadearribos -d tasadesalidas -t tiempoend

donde la opción -a especifica la tasa de arribos (por ejemplo 4 jobs/minutos), -d especifica la tasa de servicio (por ejemplo 6 jobs/minutos), y -t es el tiempo final de simulación. El proceso debe imprimir por pantalla la siguiente información

Numero de cliente que llegaron: N_a Numero de clientes que salieron: N_d

Tiempo total de cola vacía: Q_0

Largo máximo de la cola: N

Tiempo total de cola largo máximo: Q_N

Utilización: U

Largo promedio de la cola: X Tiempo promedio de residencia: S

4 Entregables

La aplicación debe ser diseñada y programada C.

Envíe a fernando.rannou@usach.cl, indicando integrantes del grupo, al menos los siguientes archivos:

- 1. Makefile: archivo para make que compila (el) o los programas
- 2. Uno o más archivos de programas y headers

Fecha de entrega: 30 de agosto 2021, en hora de clases.