UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE

FACULTAD DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INFORMÁTICA

Modelación y Simulación

Tarea dos

Juan Arredondo – Flavio Ramos

Profesor: Fernando Rannou

Santiago - Chile

1-2021

$\boxed{NF = 6.1}$

2.0

Parte 1

La descripción del autómata obtenido es la siguiente:

(E, X, Γ, f, x0)

E = {a, t, d}

a: arrival, llega un paquete a la máquina M1

t: transfer, pasa un paquete de la máquina M1 a M2 → este evento es condicional, pues solo ocurre cuando M2 está desocupada. Los eventos ocurren o No ocurren.

→ Mejor expresarlo como M1 termina

d: departure, un paquete sale de la máquina M2

X = {Ø, M1, M2, M1M2}

Ø: Estado Nulo

M1: Máquina 1 ocupada ✓

M2: Máquina 2 ocupada ✓

M1M2: Ambas máquinas ocupadas ✓

aquí falta M1 se bloquea.

→ debe expresar explícitamente M1 ocupada y M2 desocupada, M1 ocupada y M2 ocupada etc.

Γ(Ø) = {a}

Γ(M1) = {a, t}

Γ(M2) = {a, d}

Γ(M1M2) = {a, t, d}

f(Ø, a) = {M1}

f(M1, a) = {M1}

f(M1, t) = {M2}

f(M2, a) = {M1M2}

f(M2, d) = { Ø }

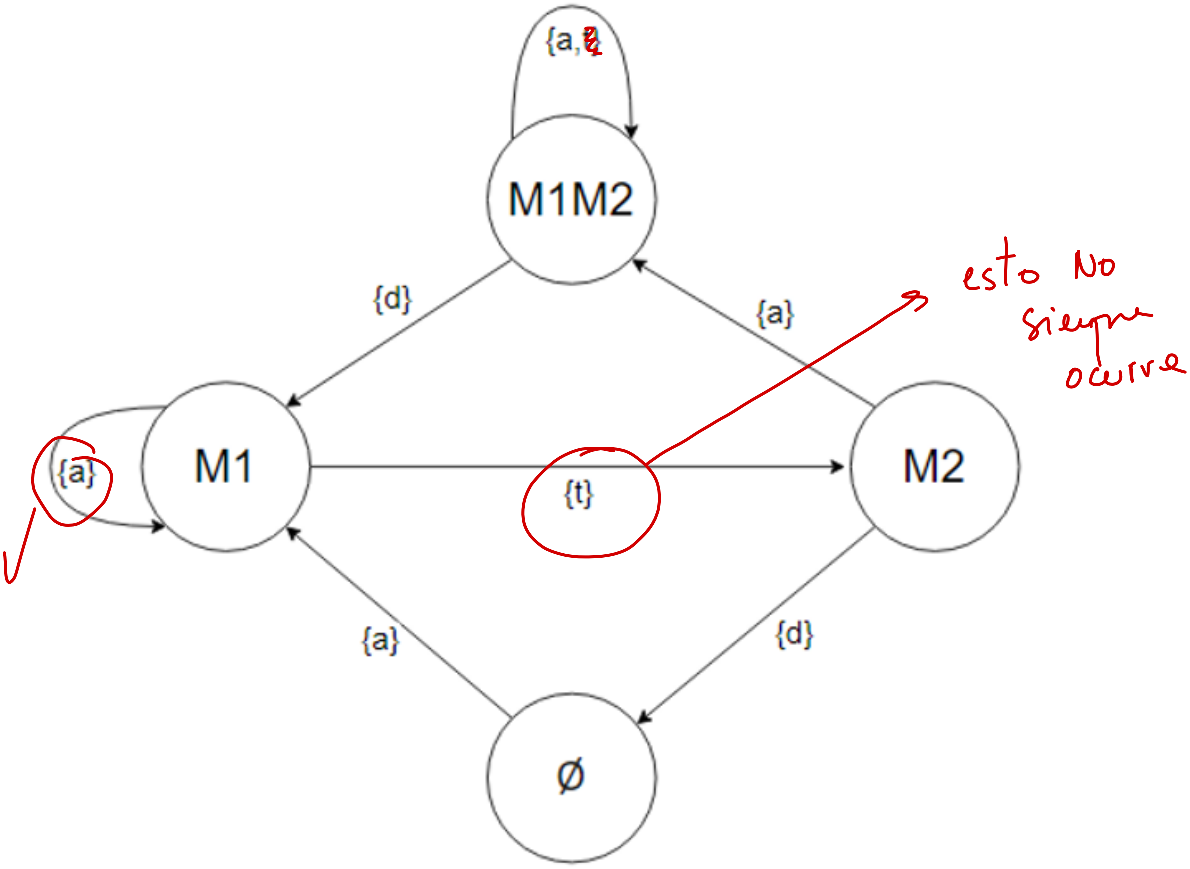
f(M1M2, a) = {M1M2}

f(M1M2, t) = {M1M2}

f(M1M2, d) = {M1}

x0 = { Ø }

Por lo tanto, el gráfico de este autómata es el siguiente:

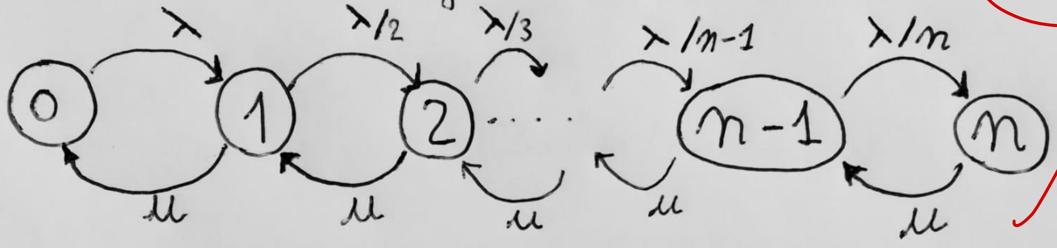


Parte 2

Parte 2

(a) Dibuje el diagrama de estados

0.5



(b) Muestre que $\pi_j = \frac{(\lambda \cdot \tau)^j}{j!} e^{-\lambda \tau}$

donde $\tau = \mu^{-1}$

Sol. $\pi_j = \pi_0 \prod_{j=0}^{n-1} \frac{\lambda}{\mu(j+1)} = \pi_0 \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^j \cdot \frac{1}{j!}$

→ $\pi_0 = \frac{1}{\underbrace{\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \cdot \frac{1}{n!}}_{S_0}}$

→ Sabemos que $S_0 = 1 + \frac{\lambda}{\mu} + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^3 \cdot \frac{1}{6} + \dots$

→ Podemos usar la propiedad: $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \dots$

→ $S_0 = e^{\frac{\lambda}{\mu}}$

. Reemplazando ...

$$\pi_0 = \frac{1}{e^{\frac{\lambda}{\mu}}} = e^{-\frac{\lambda}{\mu}}$$

1.5

. $\boxed{\pi_i = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^j \cdot \frac{e^{-\lambda/\mu}}{j!}}$ Se demuestra lo planteado.

Parte 3

Parte N°3

Datos:

$$\lambda = 20 \text{ [Clientes / hora]}$$

$$\mu = \frac{1}{\overline{T}} = \frac{1}{2} \text{ [Clientes / Minuto]} \cdot 60 = 30 \text{ [Clientes / Hora]}$$

(a) A través de las leyes de Little se sabe que

Utilización $U = P$

de modo que el tiempo desocupado es $1-U$

$$D = 1 - U = 1 - P = 1 - \frac{\lambda}{\mu} = 1 - \frac{20}{30} = 1 - 0,\overline{6} = 0,\overline{3} = 33,3\,\%$$

La enfermera tiene 33,3% de su tiempo desocupado.

0.5

(b) A través de las leyes de Little se sabe que

Permanencia $E(s) = E(w) + \overline{T}$

de modo que

$$E(s) = \frac{P}{\mu - \lambda} + \frac{1}{\mu} = \frac{\frac{\lambda}{\mu} + \frac{\mu}{\mu} - \frac{\lambda}{\mu}}{\mu - \lambda} = \frac{1}{\mu - \lambda} = \frac{1}{30-20} = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ [Horas]}$$

La permanencia es de 0,1 [Horas] o 6 [minutos]

0.5

(c) A través de las leyes de Little se sabe que

Probabilidad $\Pi_n = P^n \cdot \Pi_0$

de modo que

$$\cancel{\Pi_2} = P^2 \cdot (1-P) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{2}{3}\right) = \frac{4}{27} = 0,1481$$

∴ La probabilidad de haber dos clientes en la fila es de 14,81%.

0.1

Π_n: prob. que haya n clientes en el sistema.

⇒ 2 clientes en la cola ⇒ 3 en el sistema.