

МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

КАФЕДРА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.3

Изучение рассеяния
медленных электронов на атомах
(Эффект Рамзауэра)

Студенты

Рагимов ИСЛАМ
Алексей ПЕТРЕНКО
618 группа

Преподаватель

Григорий Евгеньевич
ФЕДОРОРОВ



28 сентября 2018 г.

Цель работы: Исследовать энергетическую зависимость вероятности рассеяния электронов атомами ксенона, определить энергию электронов при которых наблюдается «просветление» ксенона и оценить размер его внешней электронной оболочки.

Теоритический аспект

К. Рамзауэр в 1921 г. исследовал зависимость поперечных сечений упругого рассеяния электронов (с энергией до 10 эВ) на атомах аргона. В результате этих исследований было обнаружено явление, получившее название эффекта Рамзауэра.

эффективное сечение реакции (иногда его называют поперечным сечением или просто сечением реакции) — это величина, характеризующая вероятность перехода системы двух сталкивающихся частиц в результате их рассеяния (упругого или неупругого) в определенное конечное состояние. Сечение σ равно отношению числа N таких переходов в единицу времени к плотности nv потока рассеиваемых частиц, падающих на мишень, т. е. к числу частиц, проходящих в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную к их скорости v (n — плотность числа падающих частиц)

$$\sigma = \frac{N}{nv} \quad (1)$$

Таким образом, сечение имеет размерность площади.

Качественно результат экспериментов Рамзауэра при энергии электронов порядка десятков электрон-вольт на аргоне показан на рис. 1. По мере уменьшения энергии электрона от нескольких десятков электрон-вольт поперечное сечение его упругого рассеяния растет, как это и следует из очень простых рассуждений: чем меньше скорость электрона, тем медленнее он "проскакивает" мимо атома, тем больше время взаимодействия электронов с атомом и, тем самым, большее вероятность этого взаимодействия, т. е. сечение реакции. Однако в эксперименте наблюдалось, что при энергиях меньше 16 эВ сечение начинает уменьшаться, а при $E \sim 1$ эВ практически равно нулю, т. е. аргон становится прозрачным для электронов. При дальнейшем уменьшении энергии электронов сечение рассеяния опять начинает возрастать. Объяснение этого эффекта требует учета волновой природы электронов.

Схема эксперимента Рамзауэра показана на рис. 2.

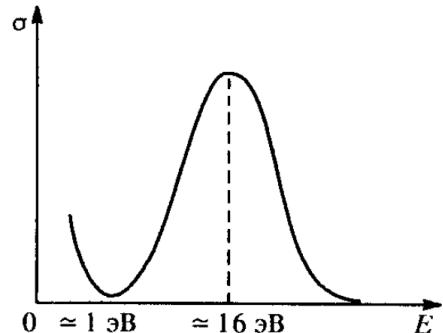


Рис. 1: Качественная картина результатов измерения упругого рассеяния электронов в аргоне

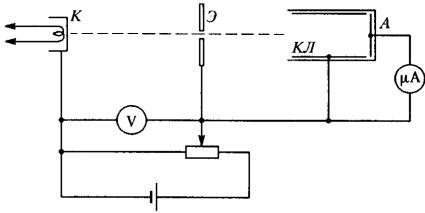


Рис. 2: Схема установки для измерения сечения рассеяния электронов в газах

Пучок электронов, вылетая из накаленного катода K , проходит ускоряющую разность потенциалов V , приложенную между катодом и электродом \mathfrak{e} , и приобретает тем самым энергию $E = mv^2/2 = eV$. При прохождении через газ часть электронов рассеивается на атомах, уходит в сторону и собирается коллектором KL , а прошедшие без рассеяния электроны попадают на анод A и создают анодный ток I . Ток I пропорционален числу прошедших электронов, и поэтому непосредственно характеризует проницаемость газа для электронного пучка в зависимости от его скорости (ускоряющего напряжения). Согласно классическим представлениям, с ростом напряжения V , как указывалось выше, сечение рассеяния уменьшается, и ток должен монотонно возрастать.

С точки зрения квантовой теории картина рассеяния выглядит иначе. Внутри атома потенциальная энергия налетающего электрона U отлична от нуля, скорость электрона изменяется, становясь равной v' в соответствии с законом сохранения энергии

$$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{mv'^2}{2} + U, \quad (2)$$

а значит, изменяется и его длина волны де Броиля. Таким образом, по отношению к электронной волне атом ведет себя как преломляющая среда с относительным показателем преломления

$$n = \frac{\lambda}{\lambda'} = \sqrt{1 - \frac{U}{E}}. \quad (3)$$

для качественного анализа вопроса рассмотрим следующую модель: будем считать, что электрон рассеивается на одномерной потенциальной яме конечной глубины. Форму ямы для качественных оценок можно считать прямоугольной. Модель прямоугольной потенциальной ямы является хорошим приближением для атомов тяжелых инертных газов, отличающихся наиболее компактной структурой и резкой внешней границей.

Уравнение Шредингера в данном случае имеет вид:

$$\psi'' + k^2\psi = 0, \quad (4)$$

где

$$k^2 = \begin{cases} k_1^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} & \text{- в областях I и III} \\ k_2^2 = \frac{2m(E+U_0)}{\hbar^2} & \text{- в области II} \end{cases} \quad (5)$$

Коэффициент прохождения равен отношению квадратов амплитуд прошедшей и падающей волн и определяется выражением

$$D^{-1} = 1 + \frac{(k_1^2 - k_2^2)^2}{4k_1^2 k_2^2} \sin^2(k_2 l) = 1 + \frac{U_0^2}{4E(E+U_0)} \sin^2(k_2 l) \quad (6)$$

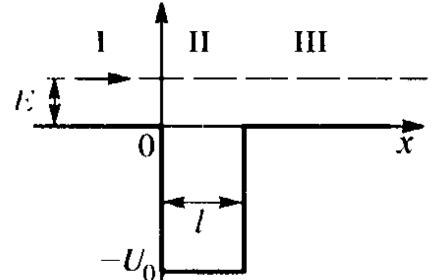


Рис. 3: Схематическое изображение прямоугольной ямы, над которой пролетает частица с энергией E

Мы видим, что коэффициент прохождения частицы над ямой имеет, в зависимости от её энергии, ряд чередующихся максимумов и минимумов. В частности, если $k_2 l = \pi$, то $\sin k_2 l = 0$ и коэффициент прохождения равен единице, т. е. отраженная волна отсутствует, и электрон беспрепятственно проходит через атом, что является квантовым аналогом просветления оптики. Таким образом, коэффициент прохождения электронов максимальен при условии

$$k_2 l = \sqrt{\frac{2m(E + U_0)}{\hbar^2}} l = \pi n, n = 1, 2, 3\dots$$

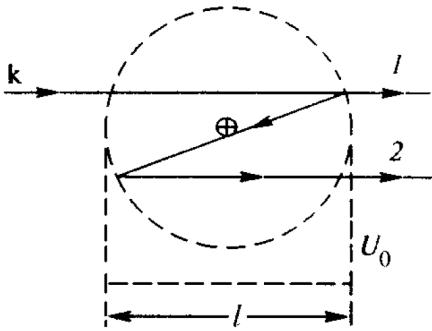


Рис. 4: Схема интерференции волн де Броиля при рассеянии на атоме

и задней границы атома (эти волны когерентны).

Прошедшая волна 1 усиливается волной 2, если геометрическая разность хода между ними $\Delta = 2l = \lambda'$, что соответствует условию первого интерференционного максимума, т. е. при условии

$$2l = \frac{h}{\sqrt{2m(E_1 + U_0)}} \quad (7)$$

Здесь E_1 – энергия электрона, соответствующая этому условию.

С другой стороны, прошедшая волна ослабится, если $\Delta = 2l = (3/2)\lambda'$, т.е. при условии

$$2l = \frac{3}{2} \frac{h}{\sqrt{2m(E_2 + U_0)}} \quad (8)$$

Решая совместно эти два уравнения, можно исключить U_0 и найти эффективный размер атома l

$$l = \frac{h\sqrt{5}}{\sqrt{32m(E_2 - E_1)}} \quad (9)$$

Понятно, что энергии E_1 и E_2 соответствует энергиям электронов, прошедших разность потенциалов V_1 и V_2 , т.е. $E_1 = eV_1$ и $E_2 = eV_2$.

Из формул (7) и (8) можно также по измеренным величинам E_1 и E_2 рассчитать эффективную глубину потенциальной ямы атома:

$$U_0 = \frac{4}{5}E_2 - \frac{9}{5}E_1 \quad (10)$$

Экспериментальная установка

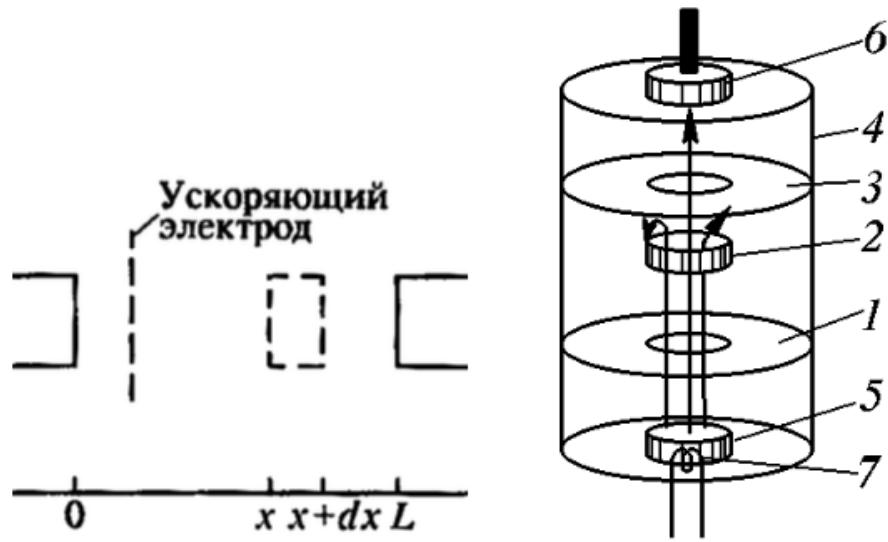


Рис. 5: Схематическое изображение тиратрона (слева) и его конструкция (справа): 1, 2, 3 – сетки; 4 – внешний металлический цилиндр; 5 – катод; 6 – анод; 7 – накаливаемая спираль

Уравнение ВАХ тиратрона:

$$I_a = I_0 e^{-C\omega(V)}, C = L n_a \Delta_a, \quad (11)$$

где $I_0 = eN_0$ – ток катода, $I_a = eN_a$ – анодный ток, $\omega(V)$ – вероятность рассеяния электрона на атоме, Δ_a – площадь поперечного сечения атома, n_a – концентрация атомов газа в лампе, N_0 – поток электронов у катода, N_a – поток электронов у анода, L – длина лампы.

Согласно классическим представлениям сечение рассеяния электрона на атоме должно падать монотонно с ростом V (обратно пропорционально скорости электрона, т. е. обратно пропорционально квадратному корню из его энергии), а значит, ВАХ будет монотонно возрастающей функцией, как это показано на рис. (6)а. По квантовым соображениям вероятность рассеяния электронов и соответствующая ВАХ должны иметь вид, показанный на рис. (6)б .

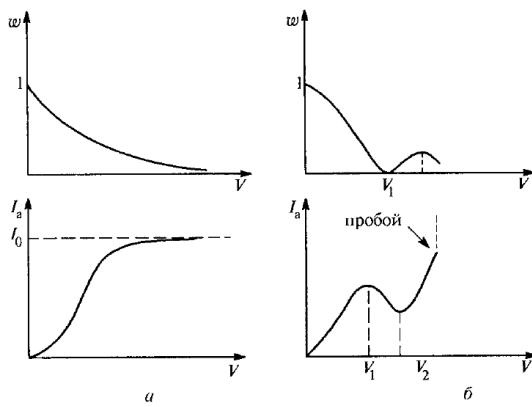


Рис. 6: Качественный вид вероятности рассеяния электрона атомом инертного газа и ВАХ тиатрона при классическом (а) и квантовом (б) рассмотрении

Согласно формуле (11) по измеренной ВАХ тиатрона можно определить зависимость вероятности рассеяния электрона от его энергии из соотношения:

$$\omega(V) = -\frac{1}{C} \log \frac{I_a(V)}{I_0} \quad (12)$$

Ход работы

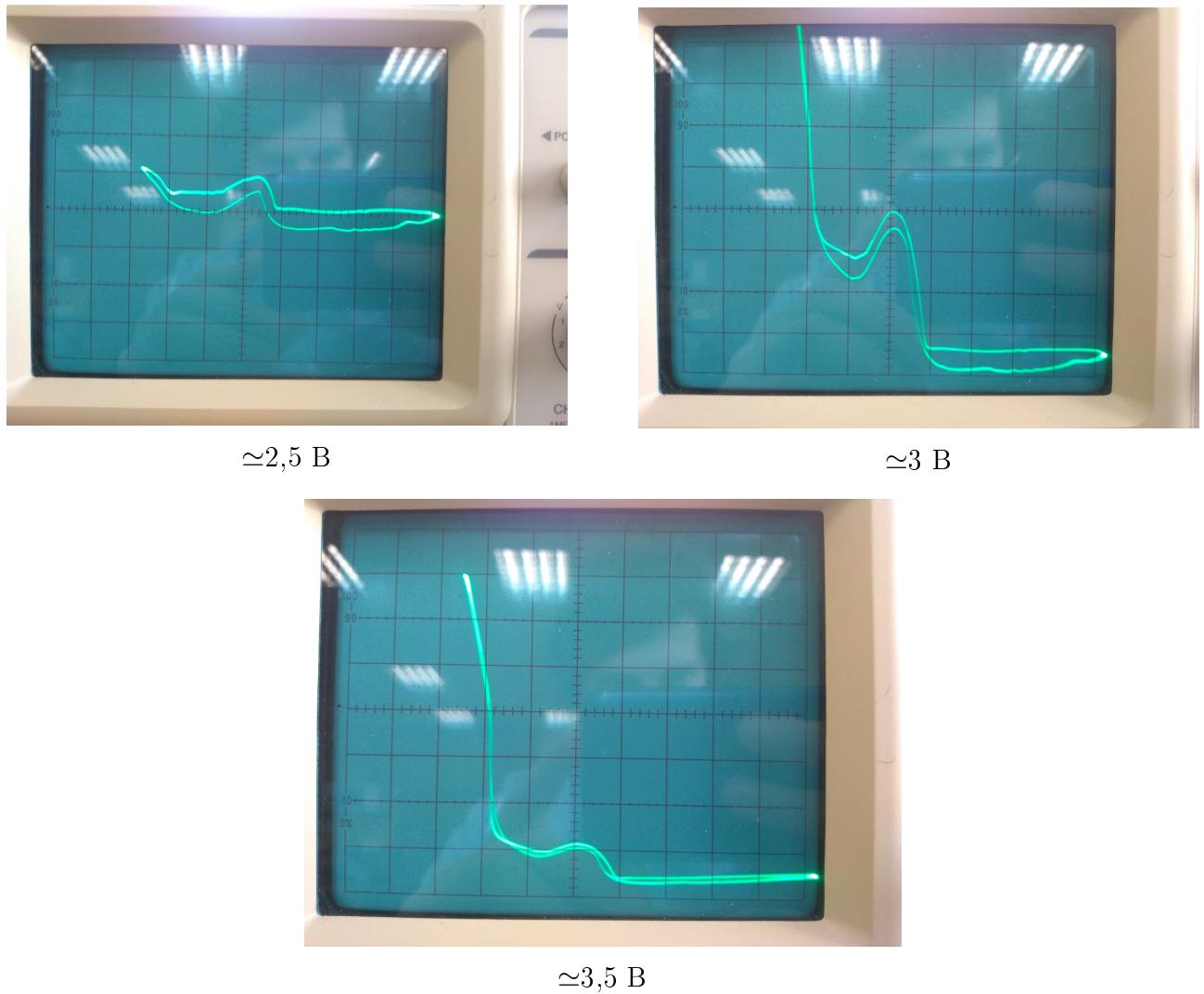
Получение вольт-амперной характеристики тиатрона $I_k = f(V_a)$ на экране осциллографа С1-83.

- Мы проследили за ходом ВАХ тиатрона на экране ЭО при увеличении ускоряющего напряжения $V_{\text{катод-сетка}}$ от 0 до max.
- Перемещая сигнал ручками и меняя чувствительность канала Y, мы добились размещения картин в центре экрана.
- Установливая напряжение накала лампы (ручка $V_{\text{накала}}$) в диапазоне 2,5 - 3,5 В, мы получили следующие изображения на экране осциллографа при значениях указанных в таблице 1:

Таблица 1

№ фото	$V_{\text{накала}}, \text{В}$	Канал Y, мВ/дел	Канал X, В/дел
фото 1	$\sim 2,5$	20	5
фото 2	~ 3	50	5
фото 3	$\sim 3,5$	100	5

Рис. 7: зависимость осцилограммы от напряжения накала.



4. По полученным осцилограммам при максимальном ускоряющем напряжении расчитаем размер электронной оболочки атома тремя способами, используя формулы (8), (7) и, исключив U_0 - глубине атомного потенциала по формуле полученной из (9).

$$l = \frac{h\sqrt{5}}{\sqrt{32me(V_2 - V_1)}} \quad (13)$$

Полученные в ходе эксперимента значения:

№ фото	$V_{\text{нач. отсчета}}, \text{ В}$	$V_{\max}, \text{ В}$	$V_{\min}, \text{ В}$	$\Delta V, \text{ В}$
1	18,5	5 ± 1	$11,5 \pm 1$	6,5
2	18,5	6 ± 1	11 ± 1	5
3	18,5	$5,5 \pm 1$	$10,5 \pm 1$	5

Для погрешности ΔV из рассмотрения трех значений посчитаем погрешность по фор-

мule:

$$\sigma \Delta V = \sqrt{\sum_{i=1}^n (V - V_i)^2 / n} \quad (14)$$

$$\sigma \Delta V \simeq 0,71 \text{В}$$

Тогда погрешность величины l для формул (7) и (8) будет равна:

$$\begin{aligned} \sigma l_1 &= 1/4 \frac{h(e \cdot \sigma V)}{\sqrt{2m} \sqrt{(E_1 + U_0)^3}} \\ \sigma l_2 &= 3/8 \frac{h(e \cdot \sigma V)}{\sqrt{2m} \sqrt{(E_2 + U_0)^3}} \end{aligned}$$

А для формулы (13):

$$\sigma l_3 = \frac{h\sqrt{5}(e \cdot \sigma \Delta V)}{\sqrt{32m} \sqrt{(E_2 - E_1)^3}} \quad (15)$$

Тогда полученные результаты приведены в таблице:

l_1 , Анг.	l_2 , Анг.	l_3 , Анг.
$2,5 \pm 0,25$	$2,39 \pm 0,11$	$2,93 \pm 0,41$

Заметим, что полученные значения l размера электронной оболочки атома инертного газа расчитанной в этом эксперименте совпадают в пределах погрешности.

Расчет данной величины проводился при заданном значении величины U_0 - глубины атомного потенциала. Оценим его используя собранные нами значения по формуле (10):

$$U_0 \simeq 1,5 \text{В}$$

5. К сожалению нам не удалось оценить напряжение пробоя, так как наша установка не позволила нам наблюдать резкий скачок тока в конце кривой.

6. Зафиксируем осцилограмму полученную на экране, поднеся к лампе постоянный магнит. Одно из полученных на осциллографе изображений:

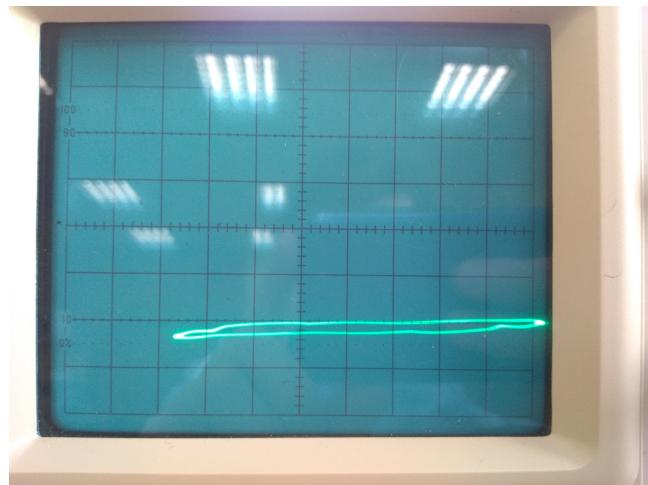


Рис. 8: Влияние магнита

Стоит отметить, что влияние магнита координально зависит от ориентации магнита. Магнитное поле влияет на эффект Рамзауэра, так как оно отклоняет любой электрон, испытавший упругое столкновение. На фотографии видна ситуация в результате которой поток электронов в следствии действия магнитного поля не доходя до анода ушел на коллектор. Если поменять ориентацию, будет наблюдаться противоположный эффект - усиления размаха между максимумом и минимумом.

Далее перейдем к обработке результатов полученных при измерениях в статическом режиме.

Получение вольт-амперной характеристики $I_k = f(V_a)$ в статическом режиме.

1. Проведили измерения ВАХ тиатрона для 3-х значений напряжения накала.

Выпишем полученные данные в таблицы 2-4

Таблица 2: $V_{\text{накала}} \simeq 2,5$ В

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
I анода, мкА	0	0	0,75	13,6	16,6	17,2	17,6	17,78	17,45	15,76	14,86	13,51	10,8	8,8	8,2	8,5	9,3
V катода, В	0,99	2,05	3,02	3,5	4,04	4,2	4,5	4,7	5,05	6,02	6,5	7,03	8,07	9,1	10,1	11,1	12,3

Таблица 3: $V_{\text{накала}} \simeq 3$ В

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
I анода, мкА	0	0	0	22,5	53,9	63,67	69,3	73,78	72,79	67,08	59,6	55,5	55,45	59,3
V катода, В	0	1,045	2,031	3,033	4,037	4,536	4,999	5,966	6,64	7,55	8,59	9,53	10,07	11,034

Таблица 4: $V_{\text{накала}} \simeq 3,43$ В

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
I анода, мкА	0	0,01	33	61,3	71,1	76,6	79,7	81,3	81,24	80,73	78,02	71,25	65,6	64,7	69,02
V катода, В	0	2,03	3,12	4,04	4,56	5,03	5,51	6,06	6,29	6,54	7,07	8,03	9,06	9,63	10,66

2. По собранным данным построим графики зафисимости $I_a = f(V_c)$ для статического режима.

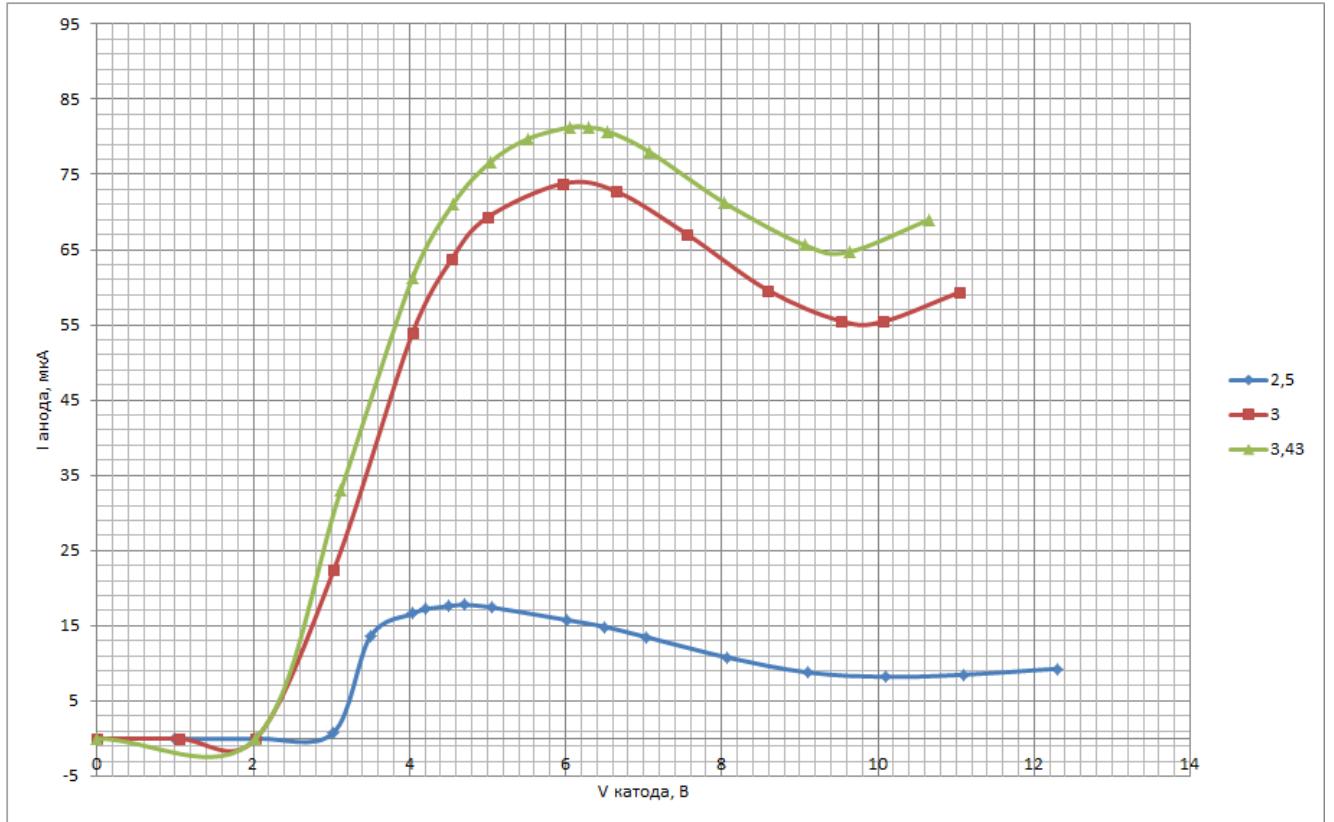


Рис. 9: Зависимость $I_a = f(V_c)$

Из графика получены следующие данные:

$V_{\text{накала}}$	$V_{\text{мин}}$, В	$V_{\text{ макс}}$, В	ΔV , В
2,5	4,7	10,1	5,4
3	5,96	10,07	4,11
3,43	6,06	9,63	3,57

3. Тогда, используя формулы (9), (14) и (15), получим следующие значение для l:

$$\sigma \Delta V = 0,64 \text{ В}$$

$$\Delta V = 4,76 \pm 0,64 \text{ В}$$

$$\sigma l = 0,4 \text{ Анг.}$$

$$l = 3 \pm 0,4 \text{Анг.}$$

Стоит отметить, что значение эффективного размера атома l полученного в статическом методе с учетом погрешности совпадает с числом полученным в динамическом.

4. Используя найденное нами значение для первого максимума в передыдущих опытах оценим положения следующих максимумов:

$$\begin{aligned} k_2 l &= \sqrt{\frac{2m(E_n + U_0)}{\hbar^2}} l = \pi n, n = 1, 2, 3 \dots \\ &\quad \downarrow \\ \sqrt{\frac{E_n + U_0}{E_1 + U_0}} &= n \\ &\quad \downarrow \\ E_n &= (E_1 + U_0)n^2 - U_0 \\ U_0 &= 1.5 \text{эВ} \\ E_1 &= 5.3 \text{эВ} \\ &\quad \downarrow \\ E_2 &= 25.7 \text{ эВ} \\ E_3 &= 59.7 \text{ эВ} \end{aligned}$$

Стоит отметить, что в диапозоне от 0 до 12 В лежить только одно значение энергии E_1 , что мы и видим на них граффиках осцилограммах - только первый максимум.

5. На основе Формулы (12) Найдем зависимость вероятности рассеяния электронов(с точностью до константы) от энергии и построим соответствующий график:

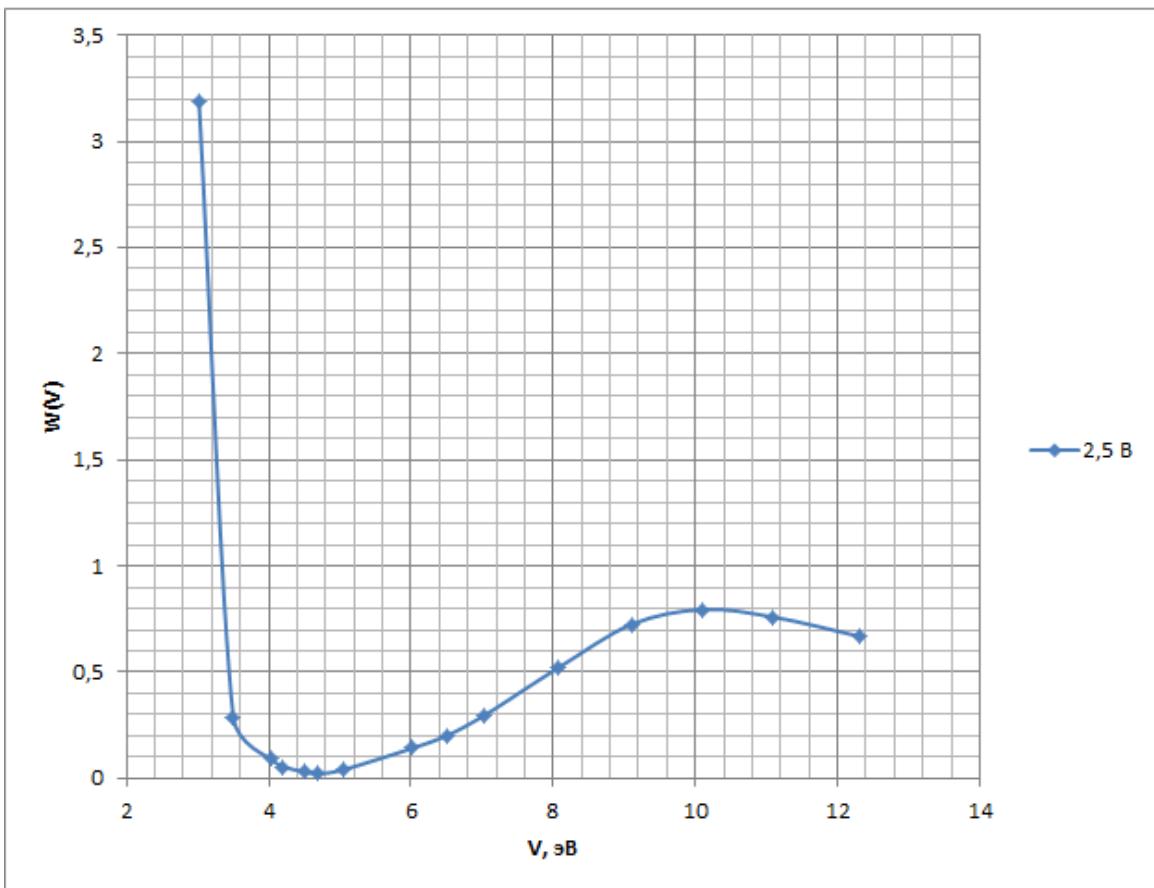


Рис. 10: Зависимость вероятности рассеяния электрона на атоме от его энергии

1. Вывод

В результате проведенных экспериментов было подтверждено, что описание рассеяния электрона на атоме является неточным, а именно имеет место эффект Рамзаура. Нами были получены такие значения, как эффективный размер атома l , который во всех экспериментах совпадал в пределах погрешности. К сожалению, нам не удалось найти табличного значения данной физической величины, однако, если сравнивать полученные нами значения с радиусом иона ксенона, которая равна 1,9 Ангстрем, то мы получаем величину равную по порядку. Полученные значения:

Также в ходе лабораторной работы нами была получена зависимость вероятности рассеяния электрона. Которая наглядно показывает зависимость вероятности взаимодействия электрона с атомом от энергии электрона.

Более того, нами был получен и рассмотрен эффект влияния постоянного магнита а проведение эксперимента.