

МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

КАФЕДРА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4.2

Исследование энергетического спектра
 β -частиц

Студенты

Рагимов ИСЛАМ
Петренко АЛЕКСЕЙ
618 группа

Преподаватель

Григорий Евгеньевич
ФЕДОРОВ



7 декабря 2018 г.

1. Теория β -распада

Бета-распадом называется самопроизвольное превращение ядер, при котором их массовое число не изменяется, а заряд увеличивается или уменьшается на единицу. Бета-активные ядра встречаются во всей области значений массового числа A , начиная от единицы (свободный нейтрон) и кончая самыми тяжелыми ядрами. Период полураспада β -активных ядер изменяется от ничтожных долей секунды до 10^{18} лет. Выделяющаяся при единичном акте β -распада энергия варьируется от 18 кэВ (для распада трития 3_1H) до 13,4 МэВ (для распада изотопа бора ${}^{12}_5B$). В данной работе мы будем иметь дело с электронным распадом

$${}^A_ZX \longrightarrow {}^A_{Z+1}X + e^- + \tilde{\nu},$$

при котором кроме электрона испускается антинейтрино. Освобождающаяся при β -распаде энергия делится между электроном, антинейтрино и дочерним ядром, однако доля энергии, передаваемой ядру, исчезающе мала по сравнению с энергией, уносимой электроном и антинейтрино. Практически можно сказать, что эти две частицы делят между собой всю освобождающуюся энергию. Поэтому электроны могут иметь любое значение энергии – от нулевой до некоторой максимальной, которая равна энергии, освобождающейся при β -распаде, и является важной физической величиной.

Вероятность dw того, что при распаде электрон вылетит с импульсом $d^3\vec{p}$, а антинейтрино с импульсом в интервале $d^3\vec{k}$, очевидно, пропорциональна произведению этих дифференциалов. Нужно также учесть закон сохранения энергии, согласно которому импульсы \vec{p} и \vec{k} электрона и антинейтрино связаны соотношением

$$E_e - E - ck = 0, \quad (1)$$

где E_e – максимальная энергия электрона, кинетическая энергия электрона E связана с его импульсом обычным релятивистским соотношением

$$E = c\sqrt{p^2 + m^2c^2} - mc^2, \quad (2)$$

а через ck обозначена энергия антинейтрино с импульсом k . Условие (1) можно учесть введением в выражение для dw δ -функции

$$\delta(E_e - E - ck), \quad (3)$$

по определению не равной нулю только при соблюдении условия (1).

Таким образом, вероятность dw может быть записана в виде

$$dw = D\delta(E_e - E - ck) d^3\vec{p} d^3\vec{k} = D\delta(E_e - E - ck) p^2 dp k^2 dk d\Omega_e d\Omega_{\tilde{\nu}}, \quad (4)$$

где D – некоторый коэффициент пропорциональности, $d\Omega_e$, $d\Omega_{\tilde{\nu}}$ – элементы телесных углов направлений вылета электрона и нейтрино. Вероятность dw непосредственно связана с β -спектром, поскольку для очень большого числа N_0 распадов число dN распадов с вылетом электрона и антинейтрино с импульсами соответственно от \vec{p} до $\vec{p} + d\vec{p}$ и от \vec{k} до $\vec{k} + d\vec{k}$ определяется соотношением

$$dN = N_0 dw. \quad (5)$$

Коэффициент D в формуле (1) с хорошей точностью можно считать для рассматриваемых нами распадов константой.

Величину dw можно проинтегрировать по всем углам и по абсолютному значению импульса нейтрино. Интегрирование по каждому телесному углу дает множитель 4π , а

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\delta(x)dx = f(0). \quad (6)$$

Поэтому, после домножения dw на N_0 имеем

$$dN = \frac{16\pi^2 N_0}{c^2} D p^2 (E_e - E)^2 dp, \quad (7)$$

где dN обозначает уже число электронов, вылетающих из ядра с импульсом, величина которого лежит между p и $p + dp$.

Чтобы получить распределение электронов по энергиям, надо в (7) перейти от dp к dE :

$$dE = \frac{c^2 p}{E + mc^2} dp, \quad (8)$$

после чего выражающая форму β спектра величина $N(E) = dN/dE$ приобретает вид

$$\frac{dN}{dE} = N_0 B c p (E + mc^2) (E_e - E)^2 = N_0 B \sqrt{E(E + 2mc^2)} (E_e - E)^2 (E + mc^2), \quad (9)$$

где $B = (16\pi^2/c^4)D$. В нерелятивистском приближении, которое и имеет место в нашем случае, выражение (9) упрощается, и мы имеем

$$\frac{dN}{dE} \approx \sqrt{E} (E_e - E)^2. \quad (10)$$

Дочерние ядра, возникающие в результате β -распада, нередко оказываются возбужденными. Возбужденные ядра отдают свою энергию либо излучая γ -квант, либо передавая избыток энергии одному из электронов с внутренних оболочек атома. Излучаемые в таком процессе электроны имеют строго определенную энергию и называются конверсионными.

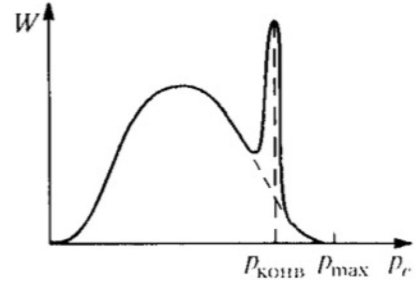


Рис. 1: Форма спектра β -частиц

Итоговая форма спектра представлена на рис. 1. Спектр имеет вид широкого колокола с резким конверсионным максимумом, ширина которого определяется исключительно разрешающей способностью прибора. Кривая плавно отходит от нуля и столь же плавно, по параболе, касается оси абсцисс в области максимальной энергии электронов E_e .

2. Экспериментальная установка

Энергию β -частиц определяют с помощью β -спектрометров. В работе используются магнитный спектрометр с "короткой линзой". Его схема представлена на рис. 2. Электроны,

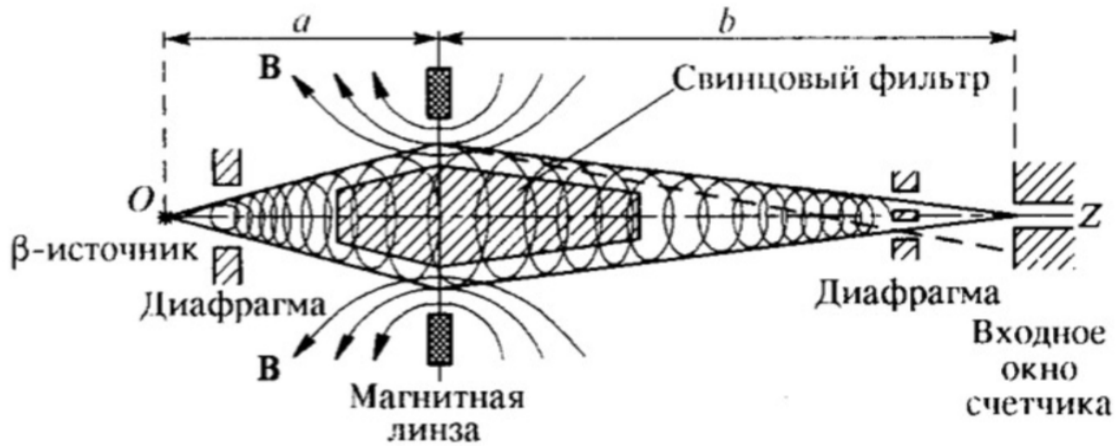


Рис. 2: Схема установки

испускаемые радиоактивным источником, попадают в магнитное поле катушки, ось которой параллельна оси OZ (оси симметрии прибора). Траектории электронов в магнитном поле представляют собой сложные спирали, сходящиеся за катушкой в фокусе, расположенном на оси OZ . В фокусе установлен детектор электронов.

Как показывает расчет, для заряженных частиц тонкая катушка эквивалентна линзе. Ее фокусное расстояние f зависит от импульса электронов p_e и от индукции магнитного поля линзы (т.е. от силы тока I , протекающего через катушку) следующим образом:

$$\frac{1}{f} \propto \frac{I^2}{p_e^2} \quad (11)$$

При заданной силе тока на входное окно счетчика фокусируются электроны с определенным импульсом. Электроны, обладающие другими значениями импульса, при этом не сфокусированы и в основном проходят мимо окна. При изменении тока в катушке на счетчик последовательно фокусируются электроны с разными импульсами. Так как геометрия прибора в течение опыта остается неизменной, импульс сфокусированных электронов пропорционален величине тока I :

$$p_e = kI. \quad (12)$$

Рассмотрим связь между числом частиц, регистрируемых установкой, и функцией $W(p_e) = dW_e/dp_e$, определяемой формулой (10). Как легко понять,

$$N(p_e) \simeq W(p_e)\Delta p_e, \quad (13)$$

где Δp_e — разрешающая способность спектрометра. Формула (11) показывает, что при заданном токе фокусное расстояние магнитной линзы зависит от импульса частиц. Мимо счетчика проходят частицы, для которых фокусное расстояние линзы слишком сильно отличается от нужного, т.е. при недопустимо больших Δf . Дифференцируя формулу (11) при постоянном токе, найдем:

$$\Delta p_e = \frac{1}{2} \frac{\Delta f}{f} p_e. \quad (14)$$

Таким образом, величина интервала Δp_e , регистрируемого спектрометром, пропорциональна величине импульса. Окончательно получаем:

$$N(p_e) = CW(p_e)p_e, \quad (15)$$

где C — некоторая константа.

Ход работы

Измерение фона.

1. Значения фона, при котором проводился эксперимент по измерению спектра, выпишем в таблицу:

Таблица 1: Полученные значения фона

$t_{\text{изм}}$	60	120	500
$N_{\text{ф}}$	0,599	0,6499	0,592
$dN_{\text{ф}}$	0,1	0,074	0,034

2. Имея эти данные мы можем дополнить нашу таблицу путем комбинации данных значений времени и количества частиц. Сделаем это для того, чтобы получить наиболее точное значение с наименьшей погрешностью измерения.

Таблица 2: Расширение таблицы со значением фона за счет имеющихся значений:

$t_{\text{изм}}$	60	120	180	500	680
$N_{\text{ф}}$	0,599	0,6499	0,633	0,592	0,603
$dN_{\text{ф}}$	0,1	0,074	0,059	0,034	0,03

3. Таким образом, наиболее достоверным значением фона для данного опыта является:

$$N_{\text{фон}} = 0,603 \pm 0,03 \left[\frac{\text{частиц}}{\text{с}} \right]$$

4. Стоит отметить, что фон прибора обусловлен главным образом γ -квантами и электронами, рассеянными от стенок β -спектрометра.

Собранные в ходе эксперимента значения

После проведения эксперимента на экране компьютера мы наблюдали следующую картину:

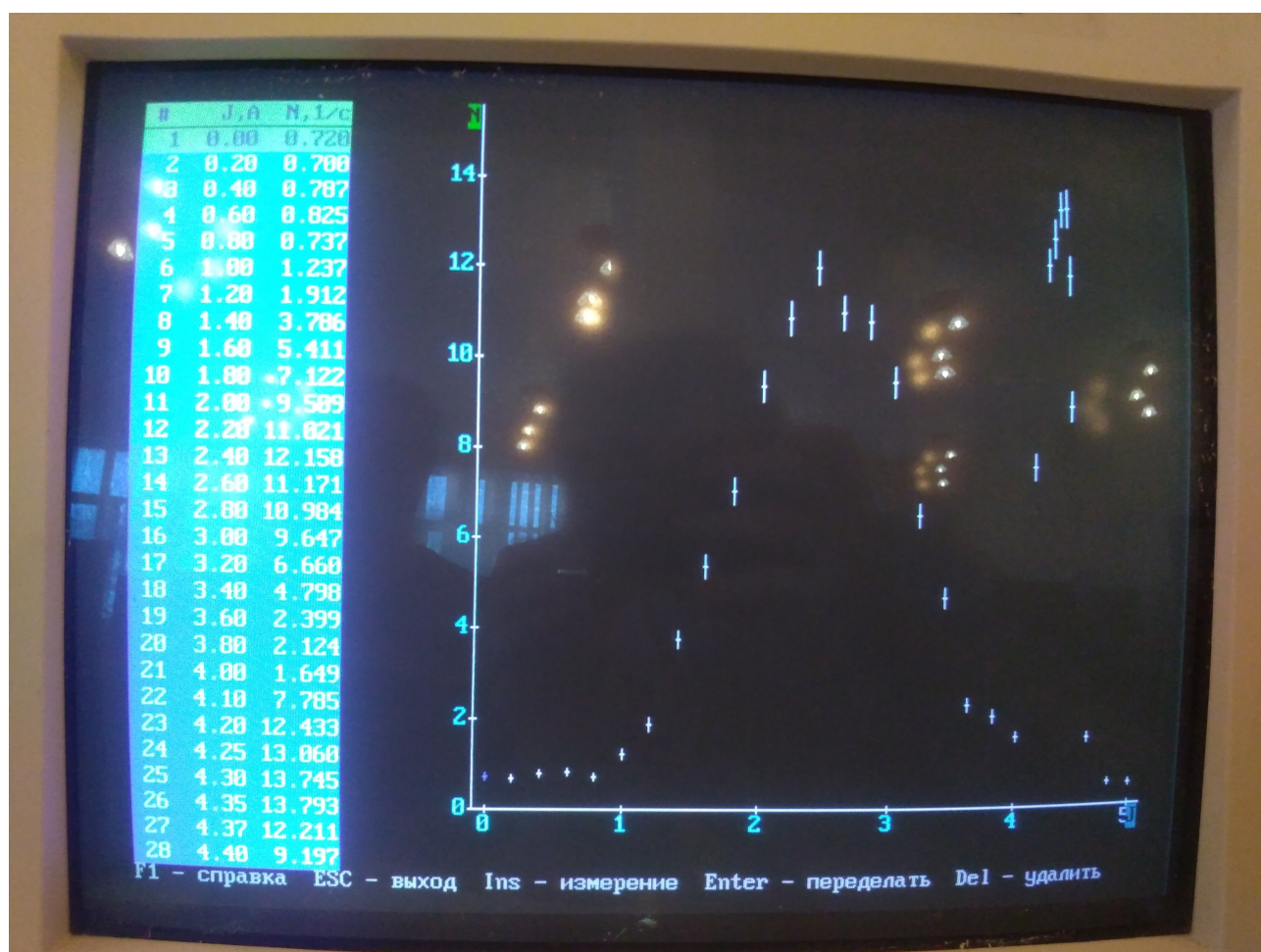


Рис. 3: Собранные данные

Нахождение колебровачной константы k

1. При изменении тока в катушке на счетчик последовательно фокусируются электроны с разными импульсами. Так как геометрия прибора в течении всего опыта остается неизменной, импульс сфокусированных электронов пропорционален величине тока I:

$$p_e = kI$$

2. Таким образом построив зависимость вида $N - N_{\text{фон}}$ от I надем конверсионное значение тока.

Таблица 3: Собранные данные для построения зависимости N(I)

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
I, A	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,2	2,4	2,6	2,8	3
N, 1/c	0,72	0,7	0,787	0,825	0,737	1,237	1,912	3,786	5,411	7,122	9,509	11,021	12,158	11,171	10,984	9,647
N - N _ф , 1/c	0,117	0,097	0,184	0,222	0,134	0,634	1,309	3,183	4,808	6,519	8,906	10,418	11,555	10,568	10,381	9,044

№	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
I, A	3	3,2	3,4	3,6	3,8	4	4,1	4,2	4,25	4,3	4,35	4,37	4,4	4,6	4,8	5
N, 1/c	9,647	6,66	4,798	2,399	2,124	1,649	7,785	12,433	13,06	13,745	13,793	12,211	9,197	1,612	0,55	0,512
N - N _ф , 1/c	9,044	6,057	4,195	1,796	1,521	1,046	7,182	11,83	12,457	13,142	13,19	11,608	8,594	1,009	-0,053	-0,091

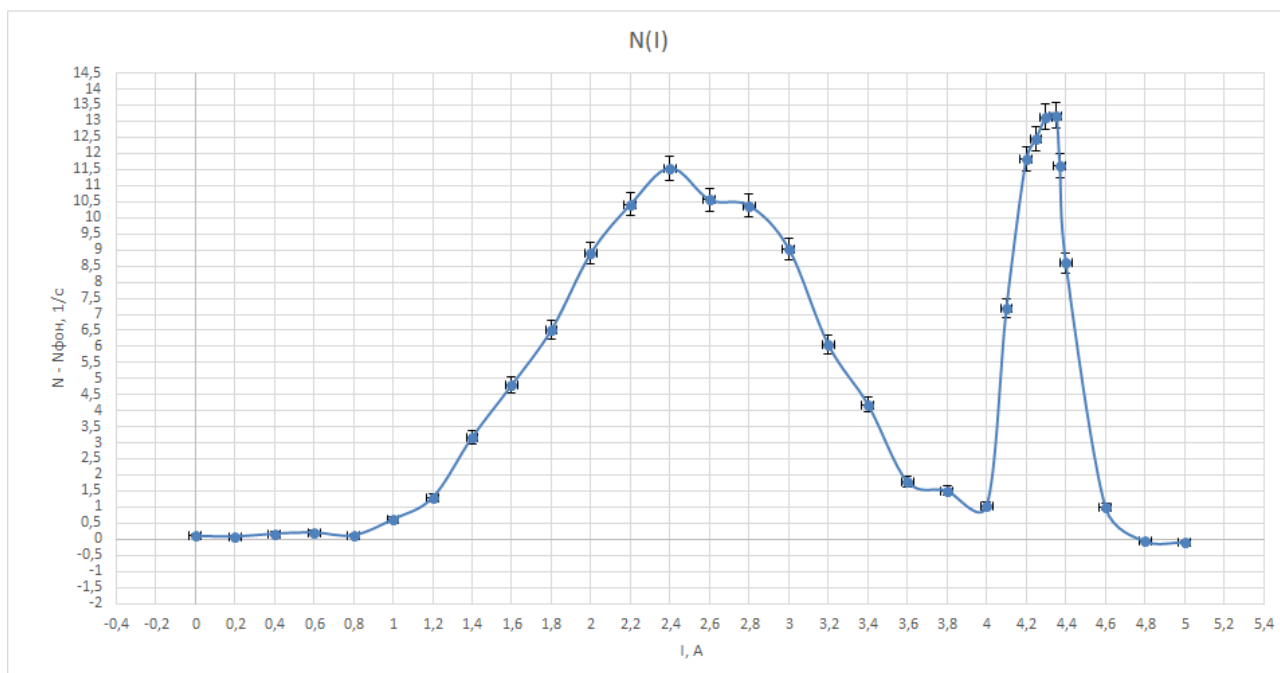


Рис. 4: β - спектр с учетом фона

- Значение пика по количеству частиц в секунду подбиралось таким образом, чтобы получиться как можно более точное значение. При отступе на $\pm 0,03$ А значения получались меньше чем в пике. А учитывая тот факт, что показание амперметра флуктуировали примерно на это же значение, ток $I = 4,35 \pm 0,03$ А (как видно из таблицы) можно считать конверсионным.
- Таким образом, зная, что величина произведения импульса конверсионного электрона на скорость света равна 1013,5 кэВ, получим значение калибровочной константы:

$$k = 233 \pm 0,3 \text{ кэВ}$$

- Стоит отметить, что подобный метод поиска константы был выбран нами не случайно: В следствие того, что погрешности в пике очень велики, значение тока в нем искалось графическим методом. Использовать квадратичную зависимость не имело смысла, так как парабола "утонула" бы в этих погрешностях.

2.1. Построение графика Ферми - Кюри

- Используя значение калибровочной константы, полученной в предыдущем пункте, мы имеем возможность перейти от зависимости $N(I)$ к зависимости $N(p)$. Прделаем это.

2. Проведем необходимые расчеты p для каждого значения тока I :

Таблица 4: преобразованные данные для построения зависимости $N(p)$

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$N - N_{\Phi}, 1/c$	0,117	0,097	0,184	0,222	0,134	0,634	1,309	3,183	4,808	6,519	8,906	10,418	11,555	10,568	10,381	9,044
p/c	0	46,60	93,20	139,79	186,39	232,99	279,59	326,18	372,78	419,38	465,98	512,57	559,17	605,77	652,37	698,97

№	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
$N - N_{\Phi}, 1/c$	9,044	6,057	4,195	1,796	1,521	1,046	7,182	11,83	12,457	13,142	13,19	11,608	8,594	1,009	-0,053	-0,091
p/c	698,97	745,56	792,16	838,76	885,36	931,95	955,25	978,55	990,20	1001,85	1013,50	1018,16	1025,15	1071,75	1118,34	1164,94

3. Таким образом построенный по данным таблицы 4-5 график будет выглядеть следующим образом:

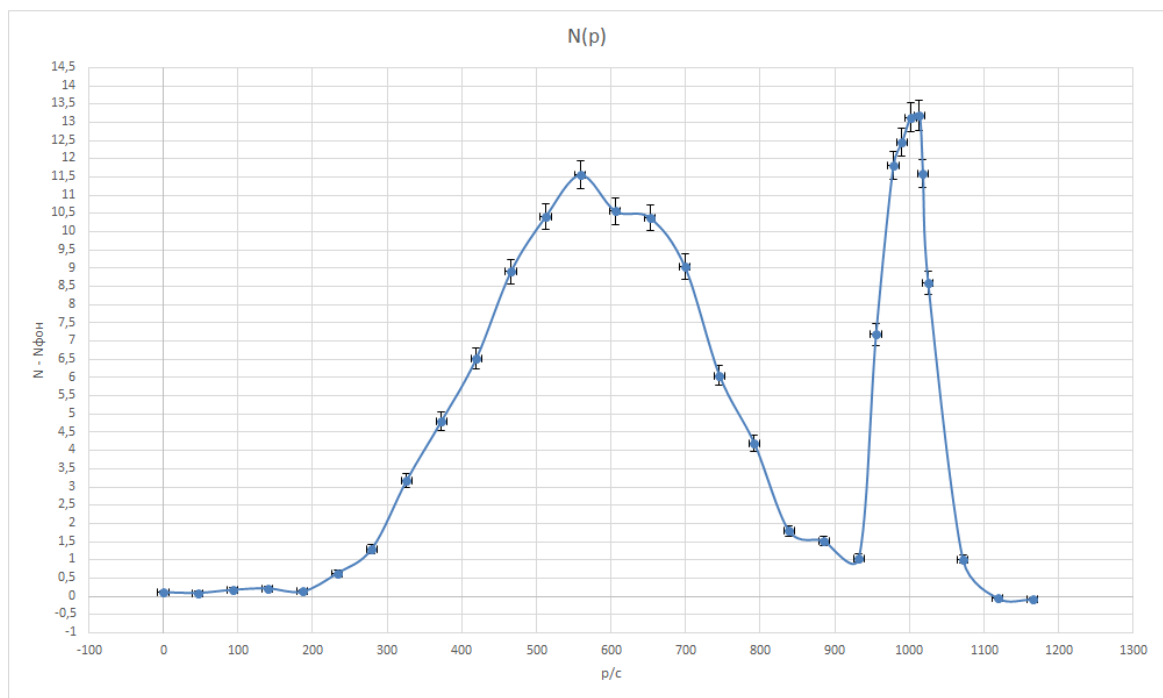


Рис. 5: Зависимость β - спектра от импульса

4. Выполним переход от шкалы импульсов к шкале энергий, используя формулу:

$$T = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4} - m c^2$$

Получим следующие результаты:

Таблица 5: преобразованные данные для построения зависимости $N(E)$

$(pc)^2, \text{ МэВ}$	0,00	2171,35	8685,38	19542,11	34741,53	54283,64	78168,45	106395,94	138966,13	175879,01	217134,58	262732,84	312673,79	366957,43	425583,77	488552,79
№	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00	11,00	12,00	13,00	14,00	15,00	16,00
$N - N_{\Phi}, 1/c$	0,12	0,10	0,18	0,22	0,13	0,63	1,31	3,18	4,81	6,52	8,91	10,42	11,56	10,57	10,38	9,04
$E, \text{ кэВ}$	0,00	2,12	8,43	18,78	32,93	50,61	71,49	95,23	121,52	150,06	180,56	212,78	246,49	281,51	317,68	354,84

$(pc)^2, \text{ МэВ}$	488552,7943	555864,5126	627518,9224	703516,0238	783855,8166	868538,301	912508,0525	957563,4768	980498,3163	1003704,574	1027182,25	1036649,317	1050931,344	1148641,903	1250695,133	1357091,095
№	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
$N - N_{\Phi}, 1/c$	9,044	6,057	4,195	1,796	1,521	1,046	7,182	11,83	12,457	13,142	13,19	11,608	8,594	1,009	-0,053	-0,091
$E, \text{ кэВ}$	354,8370483	392,8725091	431,6709979	471,1503678	511,2410756	551,8543178	572,3416139	592,9404317	603,2797298	613,6446435	624,0344708	628,197225	634,4485341	670,3343687	718,559333	761,0896569

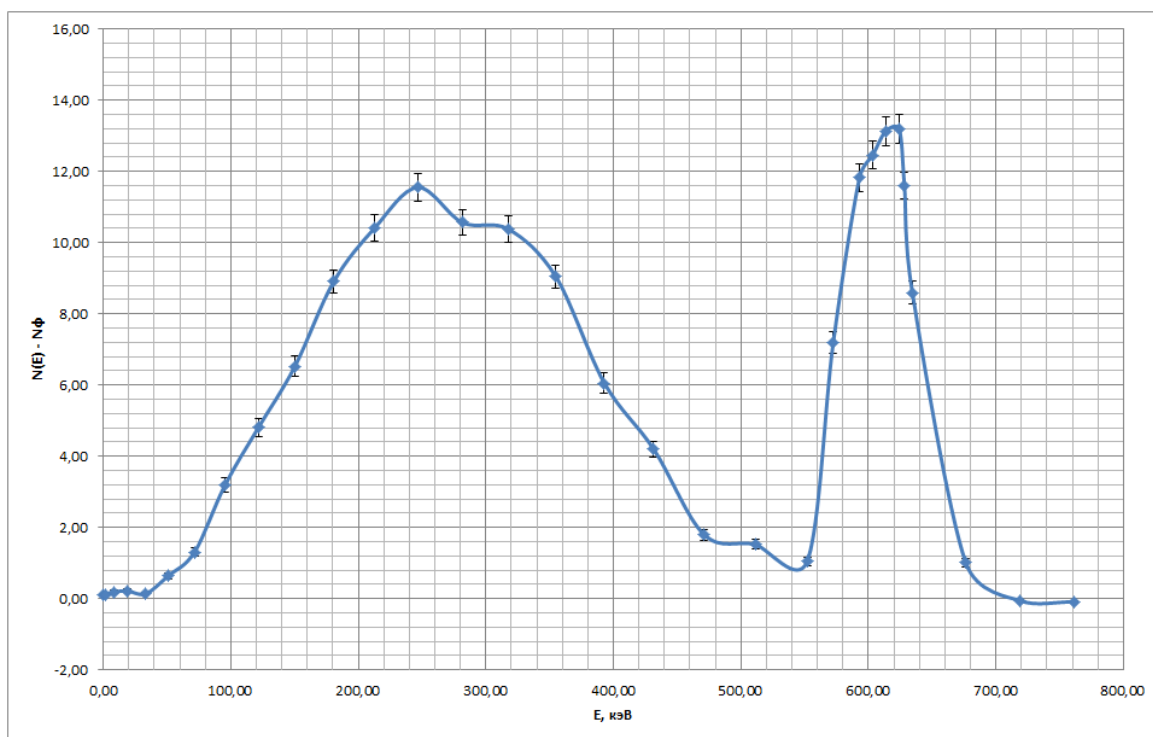


Рис. 6: Зависимость β - спектра от энергии

5. Теперь преобразуем данные с целью построения графика Ферми-Кюри, откладывая по оси ординат $\frac{\sqrt{N(p)}}{p}$, а по оси абсцисс значение энергии:

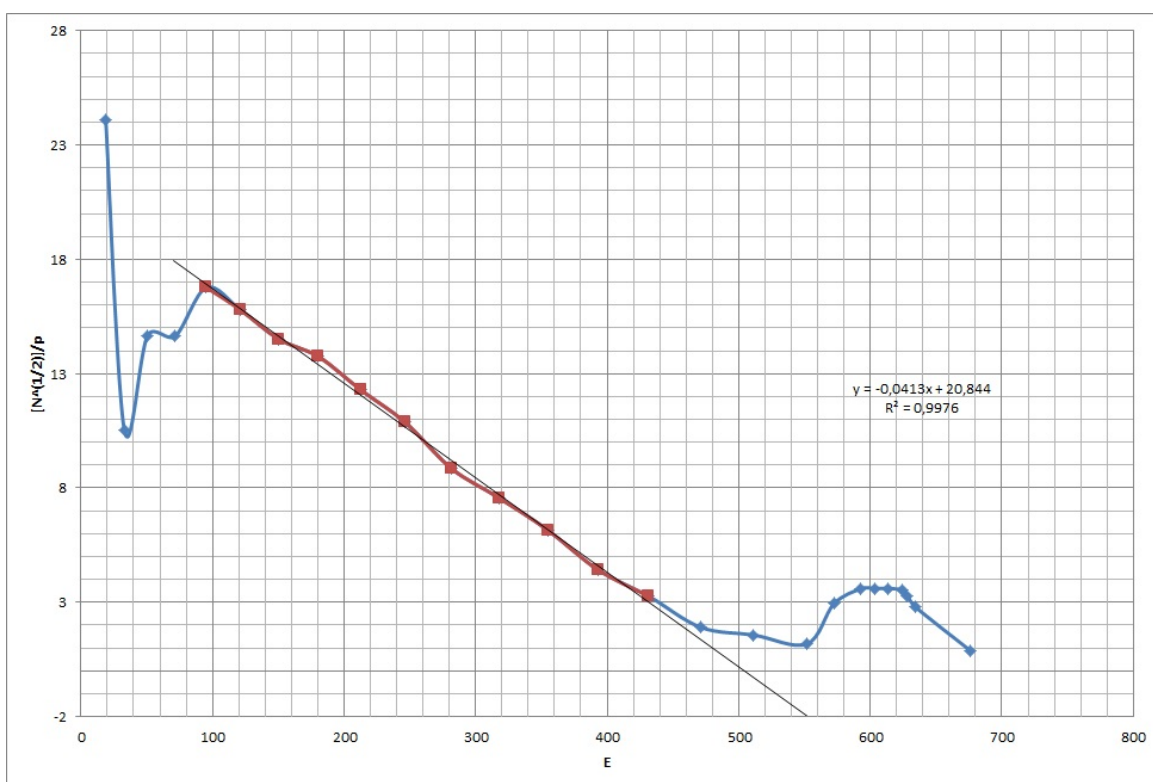


Рис. 7: Зависимость Ферми-Кюри

6. Средняя часть графика аппроксимируется графиком прямой. Путем экстраполяции получаем, что точка пересечения графика с осью абсцисс дает нам следующее значение:

$$E_e \approx (550 \pm 15) \text{кэВ}$$

Вывод

В работе был исследован спектр β -распада ядра ^{137}Cs . Полученная форма спектра совпадает с предсказанной теоретически. Более того полученное значение $E_e = 550 \pm 15$ кэВ, согласующееся с табличным значением 514 кэВ по порядку величины, но не совпадает в пределах погрешности.

Причиной несовпадения данной величины с табличной может служить погрешность определения конверсионного пика: Как видно из графиков в ходе работы, усы погрешности в двух соседних значениях пересекались между собой, что давало пику некоторую подвижность. Именно это могло служить причиной различий полученного значения от табличного. Ведь в определении погрешности пика мы учитывали лишь погрешность флуктуирований тока, но не "свободу" пика.

Более того, были неясности в определении фона, несмотря на попытки максимально точно его измерить, мы получали отрицательные значения параметров $N - N_{\text{ф}}$. Что может служить причиной полагать, что фон менялся с течением времени.