

МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

КАФЕДРА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 10.4

Магнитные моменты легких ядер

Студент
Рагимов ИСЛАМ
618 группа

Преподаватель
Григорий Евгеньевич
ФЕДОРОВ



30 ноября 2018 г.

Цель работы: Вычислить магнитные моменты протона, дейтрона и ядра фтора на основе измерения их g -факторов методом ядерного магнитного резонанса (ЯМР). Полученные данные сравнить с вычислениями магнитных моментов на основе кварковой модели адронов и одночастичной оболочечной модели ядер.

1. Теория

Отношение γ магнитного момента к механическому называется гиромагнитным отношением:

$$\vec{\mu} = \gamma \vec{M}. \quad (1)$$

Зачастую, вместо γ используют более простую величину - g -фактор. Он также является отношением магнитного момента к механическому, но при этом магнитный момент измеряется в ядерных магнетонах Бора ($\mu_{\text{я}} = e\hbar/2m_p c$), а механический момент – в единицах \hbar :

$$g = \frac{\mu/\mu_{\text{я}}}{M/\hbar} = \frac{\mu}{\mu_{\text{я}}} \frac{\hbar}{M} = \frac{\hbar}{\mu_{\text{я}}} \gamma. \quad (2)$$

Отсюда

$$\vec{\mu} = \frac{\mu_{\text{я}}}{\hbar} g \vec{M}. \quad (3)$$

Проецируя M и μ на направление вектора B , получаем:

$$\mu_B = \frac{\mu_{\text{я}}}{\hbar} g M_B = \mu_{\text{я}} g m. \quad (4)$$

Наибольшее значение μ_B равно $\mu_{\text{я}} g I$. Его принято называть магнитным моментом ядра.

Расстояние между двумя соседними компонентами расщепившегося в магнитном поле уровня:

$$\Delta E = B \Delta \mu_B = B \mu_{\text{я}} g \Delta m = B \mu_{\text{я}} g. \quad (5)$$

Между компонентами расщепившегося уровня могут происходить электромагнитные переходы. Энергия квантов при этом определяется выражением (5), и явление носит резонансный характер. Частота излучения:

$$\nu = \frac{\Delta E}{h} = \frac{B \mu_{\text{я}} g}{h}. \quad (6)$$

Возбуждение переходов между компонентами расщепившегося ядерного уровня — ядерный магнитный резонанс (ЯМР).

В данной работе g -фактор определяется с помощью явления ЯМР. Изменяя частоту переменного магнитного поля, мы можем найти положение максимума поглощения, т.е. частоту резонанса. По этому максимуму определяется g -фактор из соотношения (6).

2. Экспериментальная установка

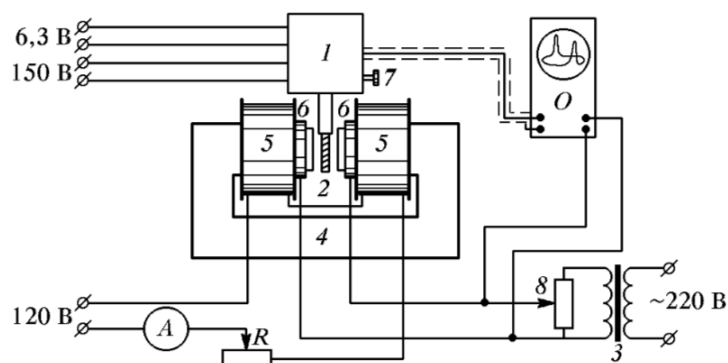


Рис. 1: Схема установки: 1 — часть индикаторной установки, 2 — исследуемый образец, 3 — трансформатор, 4 — электромагнит, 5 - катушки, 6 - модулирующие катушки, 8 - потенциометр

3. Ход работы

Убедившись в готовности оборудования к проведению эксперимента, начнем, помещая разные образцы между полюсами электромагнита и устанавливая частоту f_0 индикаторной установки ~ 10 МГц, плавно менять магнитное поле в зазоре электромагнита, пока не обнаруживали сигнал ЯМР для образцов в следующем порядке.

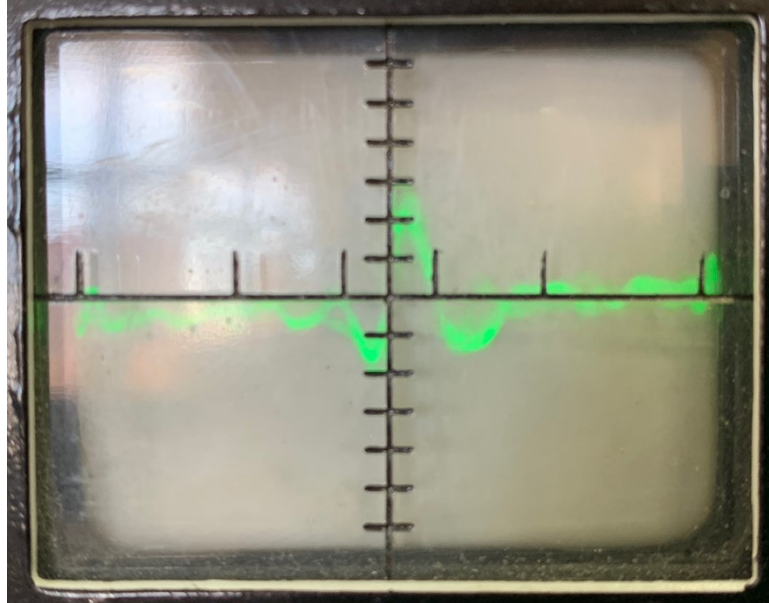
Таблица 1: Порядок выбора образцов в проводимом эксперименте

номер	№3	№1	№2	№5
образец	вода	резина	тефлон	тяжелая вода (D_2O)
ЯМР на ядрах	водорода	водорода	фтора	дейтерия

Ядерный магнитный резонанс на ядрах водорода

1. Результаты, полученные при опыте с образцом №3 - водой.
2. Ток в катушке электромагнита, установленный в соответствии с калибровочным графиком зависимости магнитного поля от тока в катушках, соответствующий диапазону значений $B \in [225; 245]$ мТл – $J = 1,8$ А.
3. Получен следующий сигнал Ядерного Магнитного Резонанса на осциллографическом индикаторе прибора Ш1-9:

Рис. 2: сигнал ЯМР на ядрах водобора - образец №3



4. Показания частотомера – значение резонансной частоты $f_0 = 9,88230$ МГц
5. Показание датчика Хола на экране прибора Ш1-10 $B_0 = 230$ мТл
6. Таким образом значения g-фактора ядер водорода в данном эксперименте:

$$g_{\text{я}} = \frac{\hbar\omega_0}{\mu_{\text{я}}B_0} = \frac{hf_0}{\mu_{\text{я}}B_0}, \quad (7)$$

где $\mu_{\text{я}} = \frac{e\hbar}{2Mc}$, M - масса протона. $\mu_{\text{я}} \approx 0,50504 \cdot 10^{-23} \left[\frac{\text{эрг}}{\text{Гс}} \right]$.

$$g_{\text{ядер водорода}} = 5,694$$

7. Рассчитаем ошибку данного измерения по формуле:

$$\sigma_g = \sqrt{\left(\sigma_f \cdot \frac{h}{\mu_{\text{я}}B_0} \right)^2 + \left(\sigma_B \cdot \frac{hf_0}{\mu_{\text{я}}B_0^2} \right)^2}, \quad (8)$$

где будем считать, что $\sigma_f \approx 10$ Гц, и $\sigma_B \approx 10$ мТл. Первая величина погрешности выбрана как последнее значащее число на индикаторах прибора, определяющего эту величину. В то время как второе, менялось в зависимости от расположения моей руки примерно на указанные 10 мТл.

$$\sigma_g \approx 0,025$$

8. Таким образом:

$$g = 5,694 \pm 0,25$$

$$\varepsilon(g) = 4,4\%$$

9. Учитывая, что угловой момент протона определяется только его спином, рассчитаем момент протона по следующей формуле:

$$\mu = g_{\text{я}} \mu_{\text{я}} I, \quad (9)$$

где I – полный момент количества движения ядра. Для водорода $I = \frac{1}{2}$

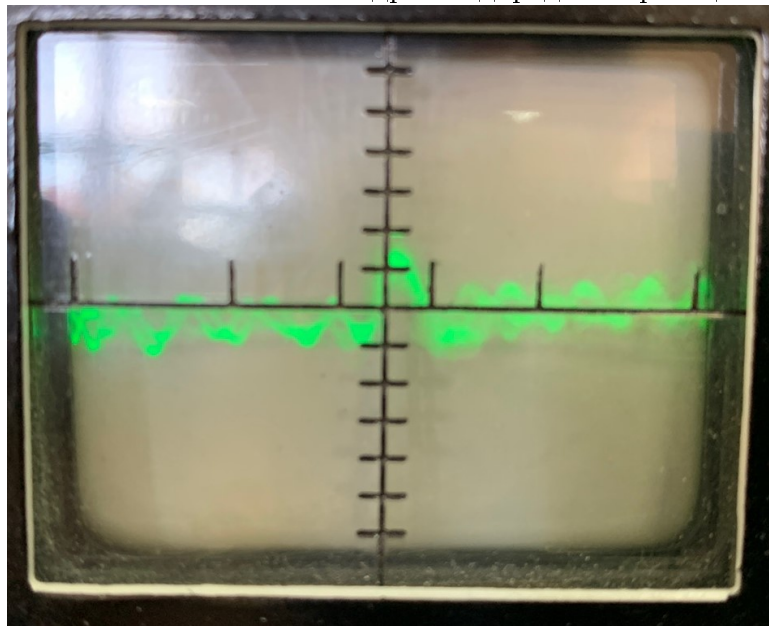
10. Таким образом найдем величину μ в единицах $\mu_{\text{я}}$. Относительная погрешность такой величины будет совпадать с относительной погрешностью измерения $g_{\text{ядер}}$ водорода :

$$\mu = 2,850 \pm 0,13$$

$$\varepsilon(\mu) = 4,4\%$$

11. Далее перейдем к результатам полученными при опыте с образцом №1 - резиной
12. Значение тока в катушке $J = 1,8$ А.
13. Получен следующий сигнал Ядерного Магнитного Резонанса на на осциллографическом индикаторе прибора Ш1-9:

Рис. 3: сигнал ЯМР на ядрах водорода - образец №1



14. Показания частотометра – значение резонансной частоты $f_0 = 9,9962$ МГц
15. Показание датчика Хола на экране прибора Ш1-10 $B_0 = 235$ мТл
16. Таким образом значения g -фактора ядер водорода в данном эксперименте, найденное по формуле (7) составляет:

$$g_{\text{ядер водорода}} = 5,581$$

17. Рассчитаем ошибку данного измерения по формуле (8):

$$\sigma_g \approx 0,25$$

18. Таким образом:

$$g = 5,581 \pm 0,024$$

$$\varepsilon(g) = 4,3\%$$

19. Найдем величину μ в единицах $\mu_{\text{я}}$ по формуле (9) при условии, что $I = \frac{1}{2}$. Относительная погрешность такой величины будет совпадать с относительной погрешностью измерения $g_{\text{ядер водорода}}$:

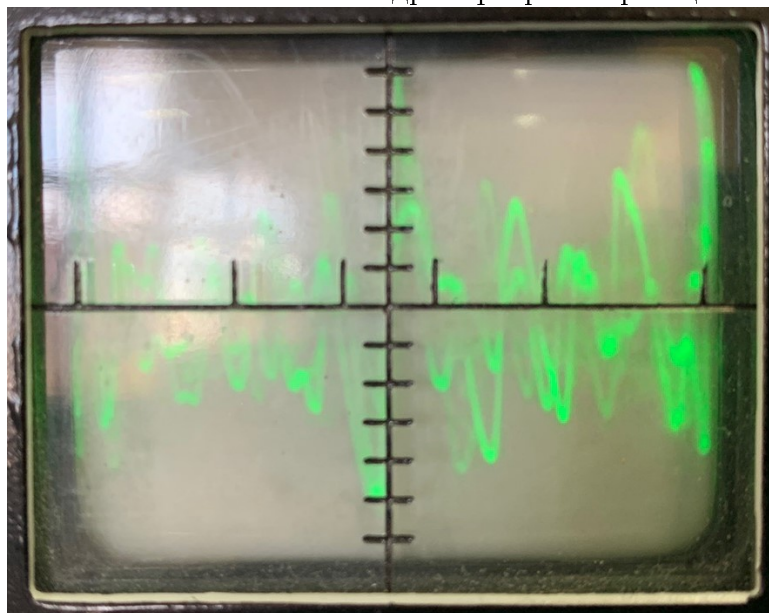
$$\mu = 2,791 \pm 0,12$$

$$\varepsilon(\mu) = 4,3\%$$

Ядерный магнитный резонанс на ядрах фтора

1. Результаты, полученные при опыте с образцом №2 - тефлон.
2. Значение тока в катушке $J = 1,94$ А.
3. Получен следующий сигнал Ядерного Магнитного Резонанса на осциллографическом индикаторе прибора Ш1-9:

Рис. 4: сигнал ЯМР на ядрах фтора - образец №2



4. Показания частотометра – значение резонансной частоты $f_0 = 9,99470$ МГц
5. Показание датчика Хола на экране прибора Ш1-10 $B_0 = 247$ мТл

6. Таким образом значения g-фактора ядер фтора в данном эксперименте, найденное по формуле (7) составляет:

$$g_{\text{ядер водорода}} = 5,314$$

7. Рассчитаем ошибку данного измерения по формуле (8):

$$\sigma_g \approx 0,21$$

8. Таким образом:

$$g = 5,31 \pm 0,21$$

$$\varepsilon(g) = 4,3\%$$

9. Найдем величину μ в единицах $\mu_{\text{я}}$ по формуле (9) при условии, что $I = \frac{1}{2}$. Относительная погрешность такой величины будет совпадать с относительной погрешностью измерения $g_{\text{ядер водорода}}$:

$$\mu = 2,662 \pm 0,11$$

$$\varepsilon(\mu) = 4,3\%$$

Ядерный магнитный резонанс на ядрах дейтерия

1. Результаты, полученные при опыте с образцом №5 - тяжелая вода (D_2O).
2. Ток в катушке электромагнита, установленный в соответствии с калибровочным графиком зависимости магнитного поля от тока в катушках, соответствующий диапазону значений $B \in [525; 545] \text{ мТл}$ – $J = 4,63 \text{ А}$.
3. К сожалению шумов в данном эксперименте были настолько велики, что различить сигнал на фото не представляется возможным.
4. Показания частотометра – значение резонансной частоты $f_0 = 3,4991 \text{ МГц}$
5. Показание датчика Хола на экране прибора Ш1-10 $B_0 = 534 \text{ мТл}$
6. Таким образом значения g-фактора ядер дейтерия в данном эксперименте, найденное по формуле (7) составляет:

$$g_{\text{ядер водорода}} = 0,860$$

7. Рассчитаем ошибку данного измерения по формуле (8):

$$\sigma_g \approx 0,016$$

8. Таким образом:

$$g = 0,860 \pm 0,016$$

$$\varepsilon(g) = 1,9\%$$

9. Найдем величину μ в единицах $\mu_{\text{я}}$ по формуле (9) при условии, что $I = 1$. Относительная погрешность такой величины будет совпадать с относительной погрешностью измерения $g_{\text{ядер водорода}}$:

$$\mu = 0,860 \pm 0,016$$

$$\varepsilon(g) = 1,9\%$$

Сопоставление полученных данных с табличными значениями

1. Выпишем полученные результаты с приведенными рядом табличными значениями промеренных величины:

Таблица 2: Таблица результатов

Образец №	I	$g_{\text{я}}$	$g_{\text{я, табл.}}$	μ (в $\mu_{\text{я}}$)	$\mu_{\text{табл.}}, \mu_{\text{я}}$
1. Ядро водорода (вода)	0.5	$5.694 \pm 0,25$	5.58	$2.850 \pm 0,13$	2.79
2. Ядро водорода (резина)	0.5	$5.581 \pm 0,24$	5.58	$2.791 \pm 0,12$	2.79
3. Ядро фтора (тефлон)	0.5	$5.31 \pm 0,21$	5.26	$2.66 \pm 0,11$	2.63
5. Ядро дейтерия (D_2O)	1	$0.860 \pm 0,016$	0.86	$0.86 \pm 0,016$	0.86

Величина вклада состояния 3D_1 в магнитный момент дейтрона

Учитывая тот факт, что полученный нами значения магнитного момента протона с учетом погрешности совпали с табличными, в данном вычислении будем использовать табличные величины:

$$\mu_p = 2,792763\mu_{\text{я}}$$

$$\mu_n = -1,91315\mu_{\text{я}}$$

Предполагая, что основное состояние дейтрона является смесь двух орбитальных состояний: 3S_2 и 3D_1 , вычислим величину вклада P_D по следующей формуле:

$$\mu_d = \mu_n + \mu_p - \frac{3}{2} \left(\mu_n + \mu_p - \frac{1}{2} \right) P_D$$

\Downarrow

$$P_D = \frac{2}{3} \cdot \frac{\mu_n + \mu_p - \mu_d}{\mu_n + \mu_p - \frac{1}{2}}$$

Где будем использовать значение μ_d полученное экспериментально в предыдущем опыте:

$$P_D = 0,034$$

Вывод

Полученные значения сошлись с табличными в пределах погрешностей. Теория Ядерного Магнитного Резонанса описанная в Лабораторного практикума применима в исследуемых материалах.