

МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

КАФЕДРА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.3

Эффект Комптона

Студенты

Рагимов Ислам
Алексей ПЕТРЕНКО
618 группа

Преподаватель

Григорий Евгеньевич
ФЕДОРОРОВ



11 октября 2018 г.

Цель работы: С помощью сцинтилляционного спектрометра исследуется энергетический спектр γ -квантов, рассеянных на графите. Определяется энергия рассеянных γ -квантов в зависимости от угла рассеяния, а также энергия покоя частиц, на которых происходит комптоновское рассеяние.

Теоритический аспект

Рассеяние γ -лучей в веществе относится к числу явлений, в которых особенно ясно проявляется двойственная природа излучения. Волновая теория хорошо объясняющая рассеяние длинноволнового излучения, испытывает трудности при описании рассеяния рентгеновских и γ -лучей. Эта теория, в частности, не может объяснить, почему в составе рассеянного излучения кроме исходной волны, с частотой ω_0 , появляется дополнительная длинноволновая компонента, отсутствующая в спектре первичного излучения.

Появление этой компоненты легко объяснимо, если считать, что γ -излучение представляет с собой поток квантов(фotonов), имеющих энергию $\hbar\omega_0$ и импульс $p = \frac{\hbar\omega}{c}$. Эффект Комптона – увеличение длины волны рассеянного излучения по сравнению с падающим – интерпритируется как результат упругого соударения двух частиц: γ -кванта и свободного электрона.

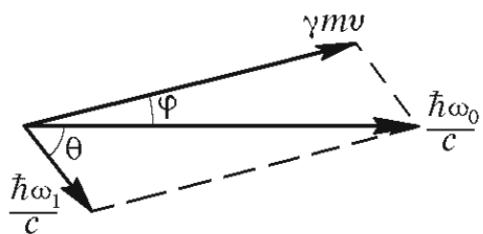


Рис. 1: Векторная диаграмма рассеяния

Рассмотрим элементарную теорию эффекта Комптона. Пусть электрон до соударения покоялся (его энергия равна энергии покоя mc^2), а γ -квант имел начальную энергию $\hbar\omega_0$ и импульс $\frac{\hbar\omega}{c}$. После соударения электрон приобретает энергию γmc^2 и импульс γmv , где $\gamma = (1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}}$, $\beta = \frac{v}{c}$, а γ -квант рассеивается на некоторый угол θ по отношению к первоначальному направлению движения. Энергия и импульс γ -кванта становятся соответственно равными $\hbar\omega_1$ и $\frac{\hbar\omega}{c}$ (рис. 1).

Запишем для рассматриваемого процесса законы сохранения импульса (по обеим осям: вертикальной и горизонтальной) и энергии. +

$$\text{ЗСЭ: } mc^2 + \hbar\omega_0 = \gamma mc^2 + \hbar\omega_1$$

$$\text{ЗСИ по горизонтали: } \frac{\hbar\omega_0}{c} = \frac{\hbar\omega_1 \cos \theta}{c} + \gamma m v \cos \varphi$$

$$\text{ЗСИ по вертикали: } \gamma m v \sin \varphi = \frac{\hbar\omega_1}{c} \sin \theta$$

Решая совместно эти уравнения и переходя от частот ω_0 и ω_1 к длинам волн λ_0 и λ_1 нетрудно получить, что изменение длины волны рассеянного излучения равно:

$$\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_0 = \frac{h}{mc}(1 - \cos \theta) = \Lambda_k(1 - \cos \theta) \quad (1)$$

где λ_0 и λ_1 - длины волн γ -кванта до и после рассеивания, а величина $\Lambda_k = \frac{h}{mc} = 2.42 \cdot 10^{-10}$ см — комптоновская длина волны электрона.

Из формулы (1) следует, что комптоновское смещение не зависит ни от длины волны первичного излучения, ни от рода вещества, в котором наблюдается рассеяние. В приведенном выводе электрон в атоме считается свободным. Для γ -квантов с энергией в несколько десятков, а тем более сотен килоэлектрон-вольт, связь электронов в атоме, действительно, мало существенна, так как энергия их связи не превосходит нескольких килоэлектрон-вольт, а для большинства электронов еще меньше.

Эффект Комптона проявляется наиболее отчетливо при использовании в качестве рассеивателя легких элементов и при энергии γ -лучей порядка нескольких сотен килоэлектрон-вольт. Также стоит упомянуть, что кроме рассеивания γ -кванты испытывают в среде поглощение, вызываемое фотоэффектом и рождением электро-позитронных пар. Процесс рождения пар пороговый, он возможен лишь при энергии $gatma$ -квантов более $2mc^2 = 1.02\text{МэВ}$ и в рассматриваемом энергетическом диапазоне не происходит.

Основной целью данной работы является проверка соотношения (1). Применительно к условиям нашего опыта формулу (1) следует преобразовать переходом от длин волн к энергии γ -квантов. Соответствующее соотношение имеет вид:

$$\frac{1}{\varepsilon(\theta)} - \frac{1}{\varepsilon_0} = 1 - \cos \theta \quad (2)$$

Где $\varepsilon_0 = \frac{E_0}{mc^2}$ — выражение в единицах mc^2 энергия γ -квантов падающих на рассеиватель, $\varepsilon(\theta)$ — выраженная в тех же единицах энергия квантов, импетивших комптоновское рассеяние на угол θ , m -масса электрона.

Экспериментальная установка

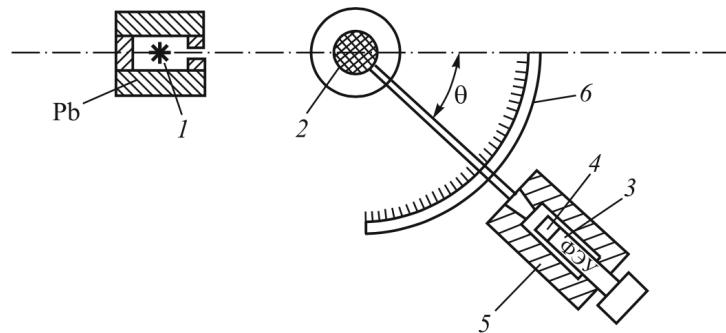


Рис. 2: Блок - схема установки по изучению рассеяния γ -квантов: 1 - источник излучения (^{137}Cs), 2 - графитовая мишень, 3 - фотоэлектронный умножитель (ФЭУ), 4 - сцинтиллятор, 5 - свинцовый коллиматор, 6 - лимб

Блок-схема установки изображен на рис. 2. Источником излучения служит ^{137}Cs , испускающий γ -лучи с энергией 662 кэВ. Он помещен в тостостенный свинцовый контейнер с коллиматором. Сформированный коллиматором узкий пучок узкий пучок γ -квантов попадает на графитовую мишень 2 (цилиндром диаметром 40 мм и высотой 100 мм).

Кванты испытывавшие комптоновское рассеяние в мишени, регистрируются сцинтилационным счетчиком, который состоит из фотоэлектронного умножителя(ФЭУ) 3 и осциллятора 4. Сцинтилятором служит кристалл NaI(Tl) цилиндрической формы диаметром 40 мм и и высотой 40 мм, его выходное окно находится в оптическом контакте с фотокатолом ФЭУ. Сигналы, возникающие на аноде ФЭУ подаются на ЭВМ для амплитудного анализа. Кристалл и ФЭУ расположены в светонепроницаемом блоке, укрепленном на горизонтальной штанге. Штанга может вращаться относительно мишени, угол поворота отсчитывается по лимбу 6. Головная часть сцинтилляционного блока закрыта свинцовым коллиматором 5, который формирует входной пучок и защищает детектор от постороннего излучения. Основной вклад в это излучение вносят γ -кванты, проходящие из источника 1 через 6-санитметровые стенки защитного контейнера. Этот фон особенно замечен при исследовании комптоновского рассеяния на большие углы ($\sim 120^\circ$), когда расстояние между детектором и источником уменьшается.

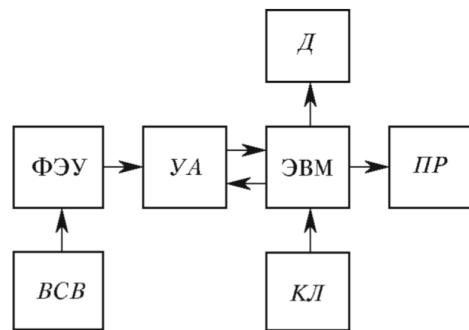


Рис. 3: Блок - схема измерительного комплекса: Д - дисплей, ПР - принтер, ВСВ - высоковольтный выпрямитель, УА - усилитель - анализатор, КЛ - клавиатура

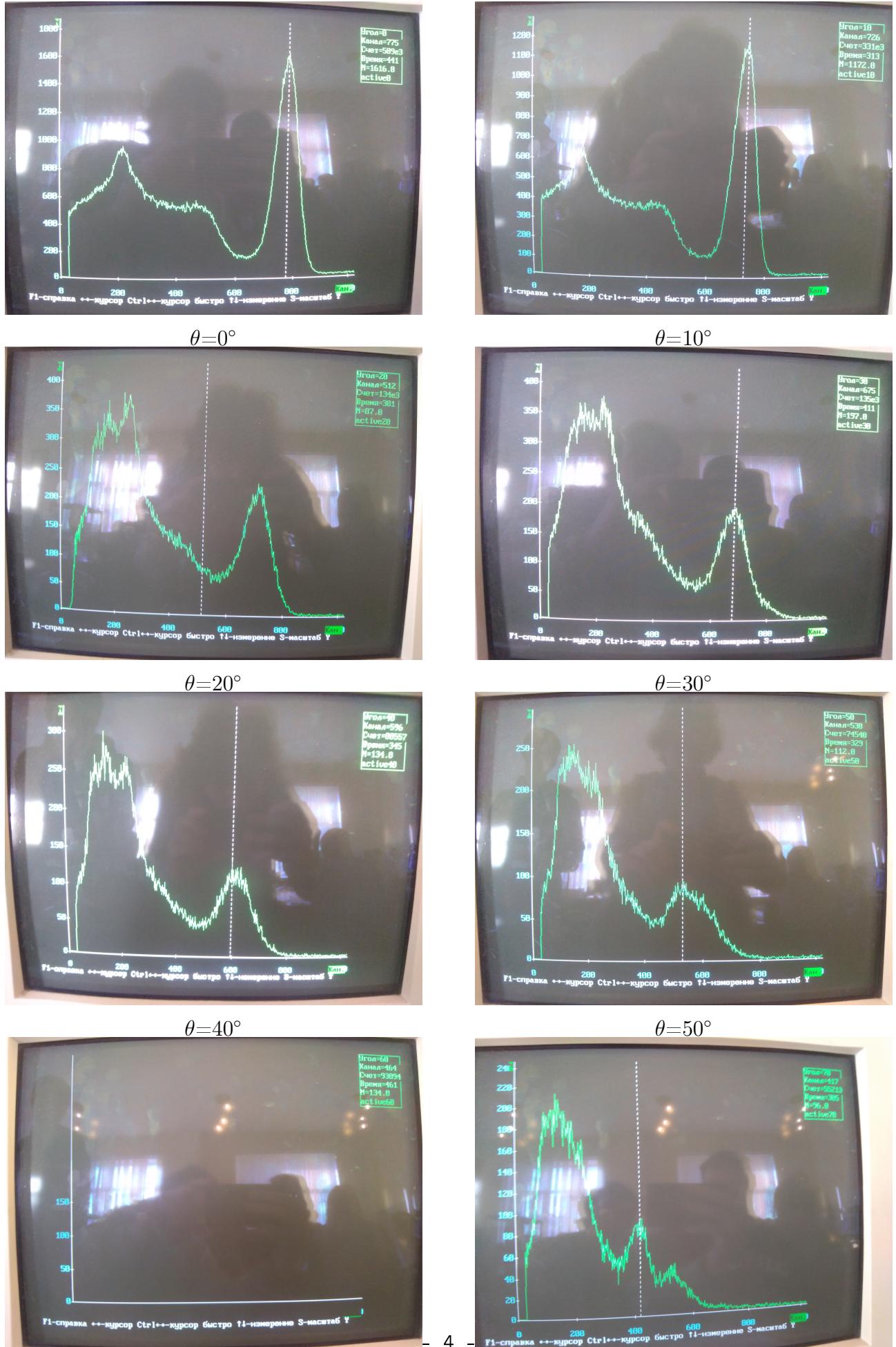
На рис. 3 представлена функциональная блок-схема измерительного комплекса, который состоит из ФЭУ, питаемого от высоковольтного выпрямителя ВСВ, обеспечивающего работу ФЭУ в спектрометрическом режиме, усилителя-анализатора УА, являющегося исходным интерфейсом ЭВМ, управляемоц клавиатуры КЛ. В ходе проведения эксперимента информация отражается на экране дисплея Д.

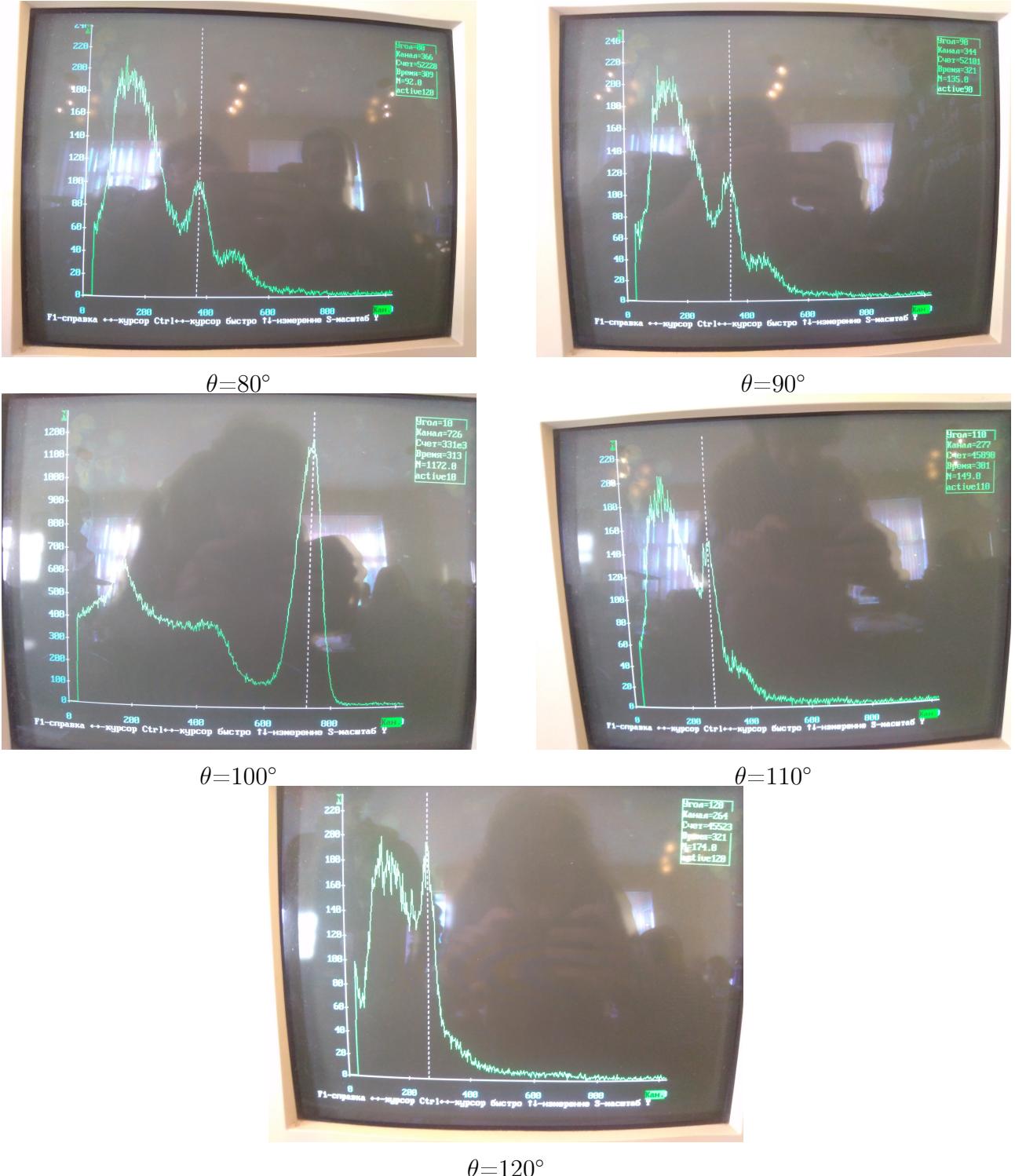
Ход работы

1. Устанавливая сцинтилляционный счётчик под разными углами θ к первоначальному направлению полёта γ -квантов, и вводя значения этих углов в ЭВМ, снимем амплитудные спектры и определили положение фотопиков для каждого значения угла θ .

На экране ЭВМ были получены следующие спектры:

Рис. 4: зависимость спектра на экране ЭВМ от θ





2. Таким образом собранные нами данные запишем в таблицу:

Таблица 1: Собранные данные

θ°	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
Канал $\equiv N(\theta)$	775	726	512	675	596	530	464	417	366	344	312	277	264
N_{max}	1616	1172	87	197	134	112	134	96	93	135	137	149	174

3. Заменим в формуле (2) энергию квантов, испытавших комптоновское рассеяние на угол θ , номером Канала $N(\theta)$, соответствующее вершине фотопика при указанном угле θ . Обозначая буквой A неизвестный коэффициент пропорциональности между $\epsilon(\theta)$ и $N(\theta)$, найдем:

$$\frac{1}{N(\theta)} - \frac{1}{N(0)} = A(1 - \cos \theta) \quad (3)$$

4. Используя данные таблицы (1) построим зависимость $1/N(\theta)$ от $1-\cos(\theta)$

К сожалению из рассмотрения придется убрать точку со значением $\theta=20^\circ$ так как она черезчур сильно отличается от значения аппроксимирующей кривой. За погрешность измерения $N(\theta)$ будем брать 20 каналов. Относительная погрешность какой-либо величины не отличается от относительной погрешности обратной. Таким образом:

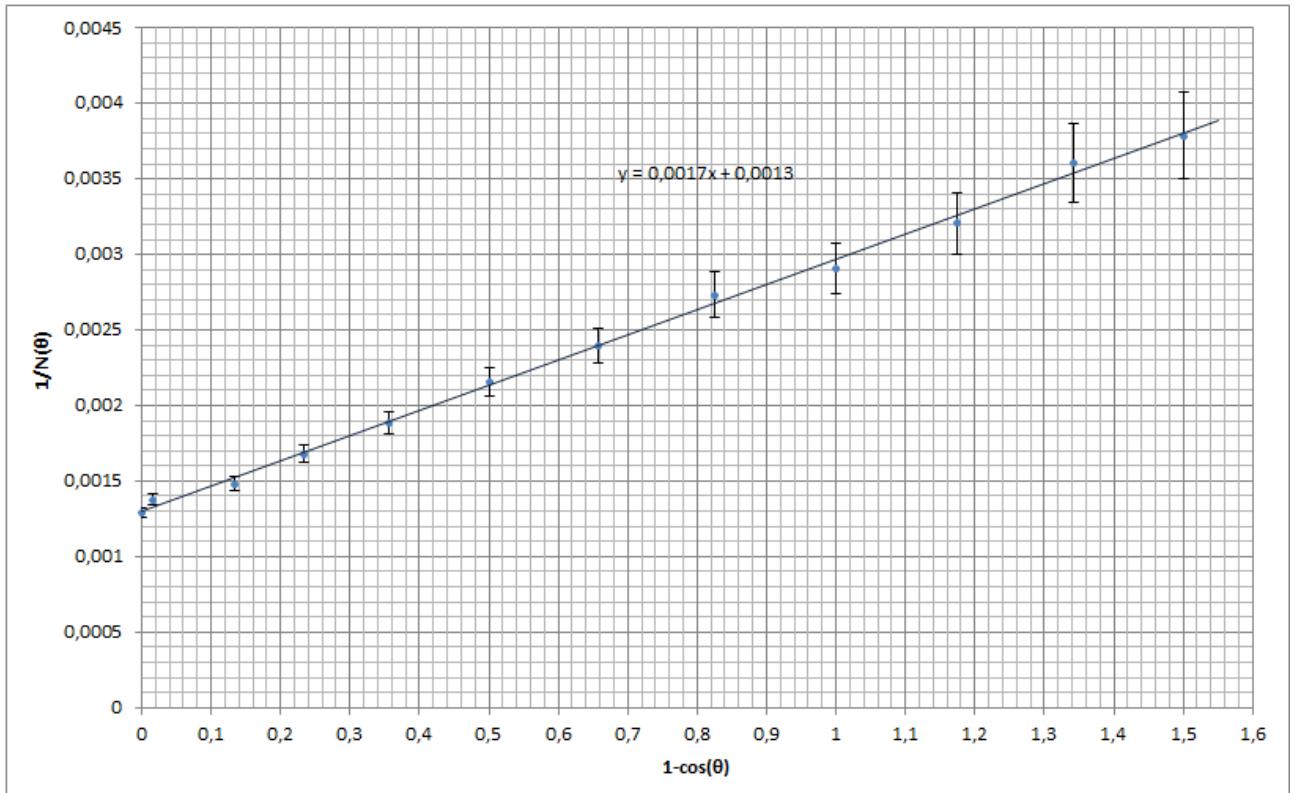
$$\sigma\left(\frac{1}{N(\theta)}\right) = \frac{20}{N(\theta)} \cdot \frac{1}{N(\theta)} \quad (4)$$

Таблица 2: Данные для построения графика зависимости $N(\theta)$ от $1-\cos(\theta)$

$1-\cos(\theta)$	0	0,015	0,06	0,134	0,234	0,357	0,5	0,658	0,826	1	1,174	1,342	1,5
$1/N(\theta)$	0,001290	0,001378	0,001953	0,001481	0,001678	0,001887	0,002155	0,002398	0,002732	0,002907	0,003205	0,003610	0,003788
$\sigma\left(\frac{1}{N(\theta)}\right)$	0,0000666	0,0000759	0,000153	0,0000877	0,000112	0,000142	0,000185	0,000230	0,000298	0,000338	0,000411	0,000521	0,000574

Построим график по методу наименьших квадратов:

Рис. 5: График зависимости $\frac{1}{N(\theta)} - \frac{1}{N(0)} = A(1 - \cos \theta)$



5. Оценим достоверность аппроксимации методом χ^2 по формуле:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{y_{i,exp} - y_{i,theor}}{\sigma_i} \right)^2 \quad (5)$$

$\chi^2 = 3,901592883 \Rightarrow$ /из таблицы на странице 431 Лаб. прак./ Достоверность аппроксимации 95

Теперь найдем погрешность метода для коэффициента перед x - k и свободного члена - b ; Тогда:

$$k = 0,0017 \pm 0,00009315 \Rightarrow \varepsilon_k = 5,48\%$$

$$b = 0,0013 \pm 0,00004659 \Rightarrow \varepsilon_b = 3,58\%$$

6. Согласно формуле (3) экспериментальные точки должны лежать на одной прямой. Пересечение этой прямой с осью координат определяется наилучшее значение $N_{\text{наил.}}(0)$. Это значение учиывает не только непосредственно измеренную величины $N(0)$, но и измерения сделанное под другим углами, а пересечение линии с прямой $\cos(\theta) = 0$ позволяет найти $N_{\text{наил.}}(90)$. Сравнение результатов опыта с теоретическими оценками позволяет найти энергию покоя частиц, на которых происходит комптоновское рассеяние (по нашему предположению электронов). Для этого снова обратимся к формуле (2). Возвращаясь от переменной ε к энергии E ($\varepsilon = \frac{E}{mc^2}$), мы получаем, что при $\theta = 90^\circ$ формула (2) принимает вид:

$$mc^2 \left(\frac{1}{E(90)} - \frac{1}{E(0)} \right) = 1$$

⇓ (или)

$$mc^2 = E(0) \frac{E(90)}{E(0) - E(90)} \Leftrightarrow E_\gamma \cdot \frac{N(90)}{N(0) - N(90)}, \quad (6)$$

где E_γ — энергия γ -лучей, рассеянных источником.

Таким образом из граффика:

$$\frac{1}{N_{\text{наил.}}(0)} = 0,0013 \Rightarrow N_{\text{наил.}}(0) = 769,23$$

$$\frac{1}{N_{\text{наил.}}(90)} = 0,003 \Rightarrow N_{\text{наил.}}(90) = 333,33$$

$$E_\gamma = 662 \text{КэВ}$$

$$E_{\text{эксп.}} = mc^2 = 662 \text{КэВ} \cdot \frac{333,33}{769,23 - 333,33}$$

⇓

$$E_{\text{эксп.}} \approx 506 \text{КэВ}$$

7. Рассчитаем погрешности измерений:

$$\frac{\sigma_{N(0)}}{N(0)} = \frac{\sigma_b}{b} \approx 0,0358$$

$$\frac{\sigma_{N(90)}}{N(90)} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_k}{k}\right)^2} = \sqrt{(0,0358)^2 + (0,0548)^2} \approx 0.0654$$

$$\sigma(E_{\text{эксп.}}) = E_\gamma \cdot \sqrt{\left(\sigma_{N(90)} \cdot \frac{N(0) - 2N(90)}{(N(0) - N(90))^2}\right)^2 + \left(\sigma_{N(0)} \cdot \frac{N(90)}{(N(0) - N(90))^2}\right)^2}$$

↓

$$\sigma(E_{\text{эксп.}}) = 32,87 \text{КэВ}$$

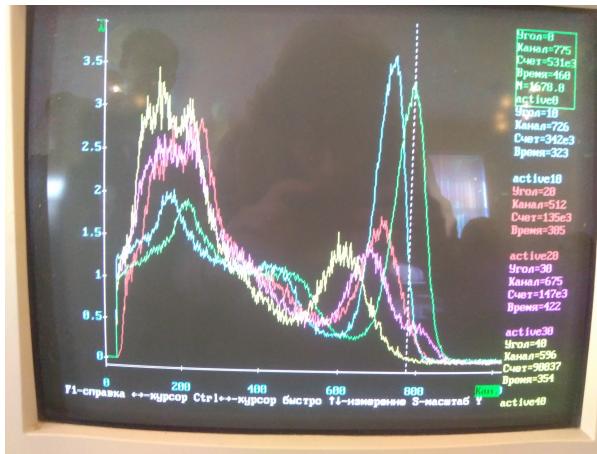
Таким образом величина энергии покоя частицы, на которой происходит комптоновское рассеяние первичных γ -квантов:

$$E_{\text{покоя}} = (506 \pm 33) \text{КэВ}$$

Вывод

В данной работе мы исследовали энергетический спектр γ -квантов, рассеянных на графите. Пронаблюдая зависимость спектров рассеивания на экране ЭВМ, мы попытались аппроксимировать его линейной функцией. Как показал метод χ^2 , полученные в ходе эксперимента значения аппроксимируются прямолинейным графиком вида $y = 0,0017x + 0,0013$ с достоверностью 95%, что означает, справедливость формулы $\frac{1}{N(\theta)} = 0,0017 \cdot (1 - \cos \theta) + 0,0013$, где N - номер канала в анализаторе, θ - угол рассеяния. Использовав полученный результат, мы определили энергию покоя частицы, на которой происходит рассеяние: $E_{\text{эксп.}} = 506 \pm 33$ КэВ. Стоит отметить, что полученная величина оказалась равна энергии покоя электрона в пределах погрешностей, величина которой: $E_{\text{электр.}} \approx 511$ КэВ. Таким образом нам удалось подтвердить, что рассеяние происходит на электронах. Относительная погрешность полученного значения энергии составляет $\approx 6,5\%$.

Еще у нас есть это!



$\theta=0^\circ - 40^\circ$



$\theta=50^\circ - 90^\circ$



$\theta=100^\circ - 120^\circ$