

# Primer Gaussove eliminacije sistema z neskončno rešitvami

Fakulteta za računalništvo in informatiko  
Univerza v Ljubljani

# Gaussova eliminacija: sistem z neskončno rešitvami

**pivot**

**podpivotni element**

že urejeno območje: ne spreminjamo več

**odsočnost pivota**

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 2 & 4 & 7 & 13 & 3 \\ -1 & -2 & -2 & -3 & 0 \\ -3 & 0 & -7 & -10 & 3 \end{array} \right)$$

# Gaussova eliminacija: sistem z neskončno rešitvami

**pivot**

**podpivotni element**

že urejeno območje: ne spreminjamo več

**odsočnost pivota**

$$\left( \begin{array}{c|cccc} \mathbf{1} & 2 & 3 & 4 & 0 \\ \mathbf{2} & 4 & 7 & 13 & 3 \\ \mathbf{-1} & -2 & -2 & -3 & 0 \\ \mathbf{-3} & 0 & -7 & -10 & 3 \end{array} \right)$$

# Gaussova eliminacija: sistem z neskončno rešitvami

**pivot**

**podpivotni element**

že urejeno območje: ne spreminjamo več

**odsočnost pivota**

$$\left( \begin{array}{ccc|c} \text{1} & 2 & 3 & 4 & 0 \\ \text{2} & 4 & 7 & 13 & 3 \\ -1 & -2 & -2 & -3 & 0 \\ -3 & 0 & -7 & -10 & 3 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ II - 2I \\ III + I \\ IV + 3I \end{array}$$

# Gaussova eliminacija: sistem z neskončno rešitvami

**pivot**

**podpivotni element**

že urejeno območje: ne spreminjamo več

**odsotnost pivota**

$$\left( \begin{array}{cccc|c} \text{1} & 2 & 3 & 4 & 0 \\ \text{2} & 4 & 7 & 13 & 3 \\ -1 & -2 & -2 & -3 & 0 \\ -3 & 0 & -7 & -10 & 3 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ // - 2I \\ III + I \\ IV + 3I \end{array} \quad \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 \end{array} \right)$$

# Gaussova eliminacija: sistem z neskončno rešitvami

**pivot**

**podpivotni element**

že urejeno območje: ne spreminjamo več

**odsočnost pivota**

$$\left( \begin{array}{cccc|c} \text{1} & 2 & 3 & 4 & 0 \\ \text{2} & 4 & 7 & 13 & 3 \\ -1 & -2 & -2 & -3 & 0 \\ -3 & 0 & -7 & -10 & 3 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ // - 2I \\ III + I \\ IV + 3I \end{array}$$
$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 \end{array} \right)$$

# Gaussova eliminacija: sistem z neskončno rešitvami

**pivot**

**podpivotni element**

že urejeno območje: ne spreminjamo več

**odsočnost pivota**

$$\left( \begin{array}{cccc|c} \text{1} & 2 & 3 & 4 & 0 \\ \text{2} & 4 & 7 & 13 & 3 \\ -1 & -2 & -2 & -3 & 0 \\ -3 & 0 & -7 & -10 & 3 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ // - 2I \\ III + I \\ IV + 3I \end{array}$$
$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 \end{array} \right)$$

# Gaussova eliminacija: sistem z neskončno rešitvami

**pivot**

**podpivotni element**

že urejeno območje: ne spreminjamo več

**odsočnost pivota**

$$\left( \begin{array}{cccc|c} \text{1} & 2 & 3 & 4 & 0 \\ \text{2} & 4 & 7 & 13 & 3 \\ -1 & -2 & -2 & -3 & 0 \\ -3 & 0 & -7 & -10 & 3 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ // - 2I \\ III + I \\ IV + 3I \end{array}$$
$$\left( \begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 \end{array} \right)$$



# Gaussova eliminacija: sistem z neskončno rešitvami

**pivot**

**podpivotni element**

že urejeno območje: ne spreminjamo več

**odsočnost pivota**

$$\left( \begin{array}{c|ccc} \text{1} & 2 & 3 & 4 & 0 \\ \text{2} & 4 & 7 & 13 & 3 \\ -1 & -2 & -2 & -3 & 0 \\ -3 & 0 & -7 & -10 & 3 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ II - 2I \\ III + I \\ IV + 3I \end{array}$$

$$\left( \begin{array}{c|ccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ III - II \\ III - II \\ IV - 2II \end{array}$$

# Gaussova eliminacija: sistem z neskončno rešitvami

**pivot**

**podpivotni element**

že urejeno območje: ne spreminjamo več

**odsočnost pivota**

$$\left( \begin{array}{cccc|c} \textcolor{red}{1} & 2 & 3 & 4 & 0 \\ \textcolor{blue}{2} & 4 & 7 & 13 & 3 \\ \textcolor{blue}{-1} & -2 & -2 & -3 & 0 \\ \textcolor{blue}{-3} & 0 & -7 & -10 & 3 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ II - 2I \\ III + I \\ IV + 3I \end{array}$$

$$\left( \begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & \textcolor{green}{0} & \textcolor{red}{1} & 5 & 3 \\ 0 & 0 & \textcolor{blue}{1} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \textcolor{blue}{2} & 2 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ III - II \\ IV - 2II \end{array}$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & -8 & -6 \end{array} \right)$$

# Gaussova eliminacija: sistem z neskončno rešitvami

**pivot**

**podpivotni element**

že urejeno območje: ne spreminjamo več

**odsočnost pivota**

$$\left( \begin{array}{cccc|c} \text{1} & 2 & 3 & 4 & 0 \\ \text{2} & 4 & 7 & 13 & 3 \\ -1 & -2 & -2 & -3 & 0 \\ -3 & 0 & -7 & -10 & 3 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ II - 2I \\ III + I \\ IV + 3I \end{array}$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ \\ III - II \\ IV - 2II \end{array}$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & -8 & -6 \end{array} \right)$$

# Gaussova eliminacija: sistem z neskončno rešitvami

**pivot**

**podpivotni element**

že urejeno območje: ne spreminjamo več

**odsočnost pivota**

$$\left( \begin{array}{cccc|c} \textcolor{red}{1} & 2 & 3 & 4 & 0 \\ \textcolor{blue}{2} & 4 & 7 & 13 & 3 \\ \textcolor{blue}{-1} & -2 & -2 & -3 & 0 \\ \textcolor{blue}{-3} & 0 & -7 & -10 & 3 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ II - 2I \\ III + I \\ IV + 3I \end{array}$$

$$\left( \begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & \textcolor{green}{0} & \textcolor{red}{1} & 5 & 3 \\ 0 & 0 & \textcolor{blue}{1} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \textcolor{blue}{2} & 2 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ III - II \\ IV - 2II \end{array}$$

$$\left( \begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & \textcolor{red}{-4} & \textcolor{red}{-3} \\ 0 & 0 & 0 & \textcolor{blue}{-8} & \textcolor{blue}{-6} \end{array} \right)$$

# Gaussova eliminacija: sistem z neskončno rešitvami

**pivot**

**podpivotni element**

že urejeno območje: ne spreminjamo več

**odsočnost pivota**

$$\left( \begin{array}{cccc|c} \text{1} & 2 & 3 & 4 & 0 \\ \text{2} & 4 & 7 & 13 & 3 \\ -1 & -2 & -2 & -3 & 0 \\ -3 & 0 & -7 & -10 & 3 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ II - 2I \\ III + I \\ IV + 3I \end{array}$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & \text{1} & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ III - II \\ IV - 2II \end{array}$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & -8 & -6 \end{array} \right) IV - 2III$$

# Gaussova eliminacija: sistem z neskončno rešitvami

**pivot**

**podpivotni element**

že urejeno območje: ne spreminjamo več

**odstotnost pivota**

$$\left( \begin{array}{cccc|c} \text{1} & 2 & 3 & 4 & 0 \\ \text{2} & 4 & 7 & 13 & 3 \\ -1 & -2 & -2 & -3 & 0 \\ -3 & 0 & -7 & -10 & 3 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ II - 2I \\ III + I \\ IV + 3I \end{array}$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ \\ III - II \\ IV - 2II \end{array}$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & -8 & -6 \end{array} \right) IV - 2III$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

# Gaussova eliminacija: sistem z neskončno rešitvami

**pivot**

**podpivotni element**

že urejeno območje: ne spreminjamo več

**odstotnost pivota**

$$\left( \begin{array}{cccc|c} \text{1} & 2 & 3 & 4 & 0 \\ \text{2} & 4 & 7 & 13 & 3 \\ -1 & -2 & -2 & -3 & 0 \\ -3 & 0 & -7 & -10 & 3 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ II - 2I \\ III + I \\ IV + 3I \end{array}$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ \\ III - II \\ IV - 2II \end{array}$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & -8 & -6 \end{array} \right) IV - 2III$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$IV \quad 0 = 0$$

# Gaussova eliminacija: sistem z neskončno rešitvami

**pivot**

**podpivotni element**

že urejeno območje: ne spreminjamo več

**odstotnost pivota**

$$\left( \begin{array}{cccc|c} \textcolor{red}{1} & 2 & 3 & 4 & 0 \\ \textcolor{blue}{2} & 4 & 7 & 13 & 3 \\ \textcolor{blue}{-1} & -2 & -2 & -3 & 0 \\ \textcolor{blue}{-3} & 0 & -7 & -10 & 3 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ // - 2I \\ III + I \\ IV + 3I \end{array}$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & \textcolor{green}{0} & \textcolor{red}{1} & \textcolor{red}{5} & 3 \\ 0 & \textcolor{green}{0} & \textcolor{blue}{1} & \textcolor{blue}{1} & 0 \\ 0 & \textcolor{green}{0} & \textcolor{blue}{2} & \textcolor{blue}{2} & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ \\ III - II \\ IV - 2II \end{array}$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & \textcolor{red}{-4} & \textcolor{red}{-3} \\ 0 & 0 & 0 & \textcolor{blue}{-8} & \textcolor{blue}{-6} \end{array} \right) IV - 2III$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$IV \quad 0 = 0$$

$$III \quad -4w = -3 \implies w = 3/4$$



# Gaussova eliminacija: sistem z neskončno rešitvami

**pivot**

**podpivotni element**

že urejeno območje: ne spreminjamo več

**odstotnost pivota**

$$\left( \begin{array}{cccc|c} \textcolor{red}{1} & 2 & 3 & 4 & 0 \\ \textcolor{blue}{2} & 4 & 7 & 13 & 3 \\ \textcolor{blue}{-1} & -2 & -2 & -3 & 0 \\ \textcolor{blue}{-3} & 0 & -7 & -10 & 3 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ // - 2I \\ III + I \\ IV + 3I \end{array}$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & \textcolor{green}{0} & \textcolor{red}{1} & \textcolor{red}{5} & 3 \\ 0 & \textcolor{blue}{0} & \textcolor{blue}{1} & \textcolor{blue}{1} & 0 \\ 0 & \textcolor{blue}{0} & \textcolor{blue}{2} & \textcolor{blue}{2} & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ \\ III - II \\ IV - 2II \end{array}$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & \textcolor{red}{-4} & \textcolor{red}{-3} \\ 0 & 0 & 0 & \textcolor{blue}{-8} & \textcolor{blue}{-6} \end{array} \right) IV - 2III$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$IV \quad 0 = 0$$

$$III \quad -4w = -3 \implies w = 3/4$$

$$II \quad z + 5w = 3 \implies z = 3/4$$

# Gaussova eliminacija: sistem z neskončno rešitvami

**pivot**

**podpivotni element**

že urejeno območje: ne spreminjamo več

**odstotnost pivota**

$$\left( \begin{array}{cccc|c} \text{1} & 2 & 3 & 4 & 0 \\ \text{2} & 4 & 7 & 13 & 3 \\ -1 & -2 & -2 & -3 & 0 \\ -3 & 0 & -7 & -10 & 3 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ II - 2I \\ III + I \\ IV + 3I \end{array}$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ \\ III - II \\ IV - 2II \end{array}$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & -8 & -6 \end{array} \right) IV - 2III$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$IV \quad 0 = 0$$

$$III \quad -4w = -3 \implies w = 3/4$$

$$II \quad z + 5w = 3 \implies z = 3/4$$

$$I \quad x + 2y + 3z + 4w = 0 \implies x = -21/4 - 2y$$

# Gaussova eliminacija: sistem z neskončno rešitvami

**pivot**

**podpivotni element**

že urejeno območje: ne spreminjamo več

**odstotnost pivota**

$$\left( \begin{array}{cccc|c} \textcolor{red}{1} & 2 & 3 & 4 & 0 \\ \textcolor{blue}{2} & 4 & 7 & 13 & 3 \\ \textcolor{blue}{-1} & -2 & -2 & -3 & 0 \\ \textcolor{blue}{-3} & 0 & -7 & -10 & 3 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ II - 2I \\ III + I \\ IV + 3I \end{array}$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & \textcolor{green}{0} & \textcolor{red}{1} & \textcolor{red}{5} & 3 \\ 0 & 0 & \textcolor{blue}{1} & \textcolor{blue}{1} & 0 \\ 0 & 0 & \textcolor{blue}{2} & \textcolor{blue}{2} & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ \\ III - II \\ IV - 2II \end{array}$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & \textcolor{red}{-4} & \textcolor{red}{-3} \\ 0 & 0 & 0 & \textcolor{blue}{-8} & \textcolor{blue}{-6} \end{array} \right) IV - 2III$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$IV \quad 0 = 0$$

$$III \quad -4w = -3 \implies w = 3/4$$

$$II \quad z + 5w = 3 \implies z = 3/4$$

$$I \quad x + 2y + 3z + 4w = 0 \implies x = -21/4 - 2y$$

stolpec  $y$  nima pivota

na  $y$  ni pogoja

$y$  poljubna:  $y \in \mathbb{R}$