1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	$\sum$

FAKULTETA ZA RAČUNALNIŠTVO IN INFORMATIKO

Izpit iz verjetnosti in statistike 2013/2014

27. januar 2014

Ime in priimek: ____________________ Vpisna št.: | | | | | | | | |

Navodila

Na **I.** vprašanje se odgovarja pisno in je vredno 30 točk. 10 vprašanj iz **II. skupine** je True/False (vedno drži/ne drži vedno): za pravilen odgovor dobite 1 točko, za neodgovorjen 0 in za nepravilen pa -1 točko. 10 vprašanj iz **III. skupine** je na zaokroževanje pravilnega odgovora (pravilen je en sam): za pravilen odgovor dobite 4 točke, za nepravilen odgovor pa $-0{\cdot}5$ točke. Vse odgovore (P/N in a-x) je potrebno vpisati na prvo stran. Čas pisanja je 1 ura. *Veliko uspeha!*

I. Centralni limitni izrek

(a) Predstavi centralni limitni izrek (CLI) iz vzorčenja za **pričakovano vrednost**.

(b) Predstavi centralni limitni izrek (CLI2) iz vzorčenja za **delež**.

Naj bo X slučajna spremenljivka z $\mathsf{E}X = \mu$ in $\mathsf{D}X = \sigma^2$. Za njen slučajen vzorec $\{X_i\}_{i=1}^n$

(c) definiraj vzorčno povprečje $\overline{X}$

in *izpelji*, kaj se dogaja z naraščanjem velikosti vzorca s

(d) pričakovano vrednostjo vzorčnega povprečja $\mathsf{E}\bar{X}$ in

(e) z disperzijo vzorčnega povprečja $\mathsf{D}\bar{X}$.

II. skupina

1. Če za dogodka A in B velja

$$P(A) = P(\overline{A}) \quad \text{in} \quad P(B) = P(\overline{B}),$$

potem je $P(AB) = 1/4$.

2. Dogodka, ki sta nezdružljiva, sta lahko tudi neodvisna.

3. Dogodki vzorčnega prostora, ki pripadajo različnim vrednostim slučajne spremenljivke tvorijo listo paroma nezdružljivih dogodkov.

4. Pri binomski porazdelitvi parameter p predstavlja verjetnost, da se bo dogodek zgodil enkrat pri n ponovitvah.

5. Predpostavimo, da je X slučajna spremenljivka, ki je porazdeljena $N(\mu, \sigma)$. Če je X standardizirana v Z, potem lahko iz katerih koli treh vrednosti izmed x, μ, σ in z vedno izračunamo preostalo (četrto) vrednost.

6. Za binomsko porazdelitev s fiksno vrednostjo p, postaja z naraščanjem velikosti n binomska porazdelitev vse bolj podobna normalni.

7. Vsako binomsko porazdelitev lahko aproksimiramo zelo natančno z ustrezno normalno porazdelitvijo.

8. Če vzorčimo iz populacije, ki je porazdeljena normalno s pričakovano vrednostjo 100 in standardnim odklonom 10, potem za vzorčno povprečje $\overline{X}$ velja

$$P(90 < X < 100) < P(90 < \overline{X} < 100).$$

9. Porazdelitev vzorčnih povprečij je normalna za vzorce vseh velikosti, pod pogojem da je začetna porazdelitev normalna.

10. Pri preverjanju domnev z α označimo verjetnost napake prve vrste in z β verjetnost napake druge vrste. Če pri testu povečamo α, se β vedno zmanjša.

III. skupina

11. Iz kupa igralnih kart (52) na slepo izberemo eno karto in jo nato vrnemo nazaj. Postopek ponovimo 5-krat. Kakšna je verjetnost, da bomo videli dvakrat srce, po enkrat pa pika, križa in karo?

(a) 0

(b) 1/4

(c) 0·05859

(d) 0·04859

(e) 0·03859

(f) $\binom{5}{2}$

(g) $1/2^5$

(h) 1

12. V škatli imamo 3 neizpravne in 17 izpravnih enot. Dve enoti si izberemo (brez vračanja). Kakšna je verjetnost, da sta obe enoti neizpravni, če je bila prva, ki smo jo izbrali neizpravna?

(a) 0·967

(b) 0·666

(c) 0·750

(d) 0·257

(e) 0·105

(f) 0·987

(g) 0·1

(h) 0

13. Naj bo $p(x) = (6 - |x - 7|)/36$ za $x = 2, 3, \ldots, 12$ verjetnostna funkcija. Koliko je $P(6 < x < 8)$?

(a) 0
(b) 1/6
(c) 4/9
(d) 1/2
(e) 5/36
(f) 5/18
(g) 1
(h) $p(x)$ ni verjetnostna funkcija.

14. Za neko binomsko porazdeljeno slučajno spremenljivko $(B(n, p))$ je pričakovana vrednost $\mu = 4$ in standardni odklon $\sigma = \sqrt{3}$. Določi verjetnost p.

(a) 4
(b) 1/2
(c) 1/3
(d) 1/4
(e) 1/5
(f) 1/6
(g) 1
(h) 0

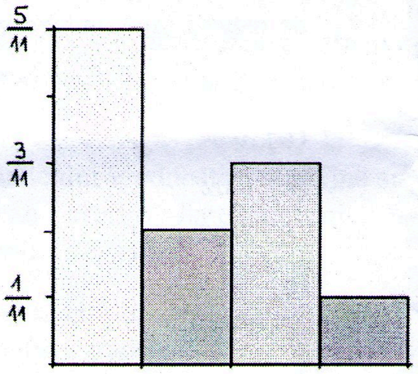
15. Naprava izdeluje dele, od katerih je 2% defektnih. Če izberani naključni vzorec petih delov vsebuje dva ali več defektnih delov, je potrebno napravo zaustaviti in poklicati serviserja. Izračunaj verjetnost, da bo potrebno zaustavit napravo na osnovi omenjenega načrta.

(a) 0·996
(b) 0·94
(c) 0·02
(d) 0·03
(e) 0·04
(f) 0·0002
(g) 0·004
(h) 0·05

16. Ploščina pod standardizirano normalno krivuljo med $z = 0{\cdot}0$ in $z = 2{\cdot}0$ je

(a) 0·9772
(b) 0·7408
(c) 0·1359
(d) 0·4772
(e) 0·67
(f) 0·82
(g) 0·4998
(h) 0·2365

17. Histogram prikazuje, koliko odstotkov vseh točk je v povprečju študent nabral pri vsaki nalogi na 1. kolokviju ViS. Če veš, da so študentje v povprečju pri zadnji nalogi zbrali 5 točk, koliko točk so v povprečju dosegli na 1. kolokviju?



(a) 11
(b) 11/4
(c) 11/3
(d) 12
(e) 55
(f) 50
(g) 45
(h) Iz histograma tega ne moremo ugotoviti.

18. Populacija ima $\mu = x$ in $\sigma = y$. Poišči 90. centil za vzorčno porazdelitev, če izbiramo vzorce velikosti 64:

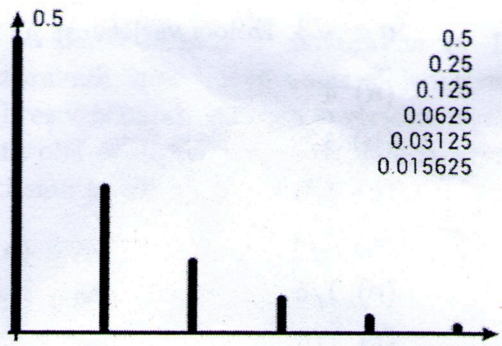
(a) x
(b) $x + y$
(c) $x + 0{\cdot}16y$
(d) 64
(e) $x + 0{\cdot}67y$
(f) 0·90
(g) 0·45
(h) $x + 0{\cdot}12y$

19. Če vzorčimo iz $N(50, 5)$, izračunaj kakšna mora biti velikost vzorca, da bo 90% vzorčnega povprečja med 48·5 in 51·5?

(a) 22
(b) 26
(c) 30
(d) 31
(e) 38
(f) 42
(g) 18
(h) 34

(V pomoč naštejmo vrednosti $z_{\alpha/2}$ za nekaj najbolj standardnih tveganj:
- $\alpha = 0{\cdot}10, \quad z_{\alpha/2} = 1{\cdot}65$,
- $\alpha = 0{\cdot}05, \quad z_{\alpha/2} = 1{\cdot}96$,
- $\alpha = 0{\cdot}01, \quad z_{\alpha/2} = 2{\cdot}58$.)

20. Katera porazdelitev je na sliki, če veš, da je njen edini parameter enak 0·5?



(a) Pascalova
(b) Poissonova
(c) Geometrijska
(d) Binomska
(e) Normalna
(f) Polinomska
(g) Enakomerna diskretna v $\mathbb{R}^n$, pri čemer je n omenjeni parameter.
(h) Nimamo dovolj podatkov, da bi jo natančno določili.