

### 3. kolokvij iz Osnov verjetnosti in statistike (Ljubljana, 14. 04. 2014)

Čitljivo napišite svoje ime in priimek ter študentsko številko. Preberi celotno besedilo vsake naloge.

Čas reševanja: 60 minut. Vsaka naloga je vredna 20 točk. Dovoljena je uporaba dveh A4 listov s formulami.

1. V trgovini prodajajo moko v paketih, katerih teža je normalno porazdeljena s pričakovano vrednostjo 1kg in standardnim odklonom 40g.
  - (a) Za pecivo po receptu potrebujemo 950g moke. Kakšna je verjetnost, da bomo v enem paketu imeli dovolj moke za peko peciva.
  - (b) Za dvakratno količino peciva potrebujemo seveda 1900g moke. Kakšna je verjetnost, da bomo v dveh paketih skupaj imeli dovolj moke za pecivo.
  - (c) Denimo, da 80% paketov vsebuje več kot  $x$  gramov moke. Izračunaj  $x$ .

2. Dana je sledeča porazdelitvena tabela:

$Y \backslash X$	1	2	3
-1	0	0	$\frac{1}{6}$
0	$\frac{1}{4}$	$c$	$\frac{1}{12}$
1	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$

Določi konstanto  $c$  ter izračunaj kovarianco  $K(X, Y)$ . Ali sta slučajni spremenljivki  $X$  in  $Y$  neodvisni?

3. 100-krat vržemo običajno igralno kocko. Število pik na  $i$ -ti kocki,  $i = 1, \dots, 100$ , označimo z  $X_i$ , vsoto vseh pik po 100 metih pa označimo z  $S = X_1 + \dots + X_{100}$ .
  - (a) Izračunaj upanje  $E(X_i)$  in disperzijo  $D(X_i)$ .
  - (b) S pomočjo centralnega limitnega izreka oceni porazdelitev vsote  $S$ .
  - (c) Približno koliko je verjetnost, da bo vsota  $S$  manjša od 320 ali večja od 370?

Vse odgovore dobro utemelji!
------------------------------

(Svoje odgovore na zadnje vprašanje (4.), ki šteje za bonus pri izpitu, pišite na ta list (hrbta stran), sicer Vaših odgovorov ne bomo upoštevali.

(a) [3 točke], (b) [1 točka], (c) [3 točke], (d) [2 točki], (e) [1 točka].)

4. (OVS ima svoje momente, standardizacija, binomska in normalna porazdelitev)
- (a) Za slučajno spremenljivko  $X$  definiraj pričakovano vrednost  $E(X)$  (ne pozabi omeniti tudi, kdaj obstaja), standardni odklon  $\sigma_X$  in varianco  $D(X)$ .
- (b) Če je slučajna spremenljivka  $X$  porazdeljena normalno  $N(\mu, \sigma)$  in standardizirana v  $Z$ , ali lahko iz katerih koli treh vrednosti izmed  $x$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$  in  $z$  vedno izračunamo preostalo (četrto) vrednost (odgovor utemelji)?
- (c) Za standardizirano slučajno spremenljivko  $Z$  slučajne spremenljivke  $X$  iz (a) izračunaj pričakovano vrednost  $E(Z)$  in odklon  $\sigma_Z$  (izpeljavi utemelji).
- (d) Ali lahko vsako binomsko porazdelitev aproksimiramo zelo natančno z ustrezno normalno porazdelitvijo (odgovor utemelji)?
- (e) Za neko binomsko porazdeljeno slučajno spremenljivko ( $B(n, p)$ ) je pričakovana vrednost  $\mu = 4$  in standardni odklon  $\sigma = \sqrt{3}$ . Določi verjetnost  $p$  z izbiro med:
- (A) 4,    (B) 1/2,    (C) 1/3,    (D) 1/4,    (E) 1/5,    (F) 1/6,    (G) 1,    (H) 0.