

1. Smrtnost piščancev na piščančji farmi je 5%. S smrtjo vsakega piščanca ima farma 5€ izgube.
 - (a) Kako verjetno je, da bodo imeli v skupini 200 piščancev zaradi smrti živali manj kot 30€ izgube?
 - (b) Kolikšna je ta verjetnost, če jim uspe smrtnost zmanjšati za 1%.
 - (c) Na koliko morajo zmanjšati smrtnost, če želijo imeti z verjetnostjo 90% manj kot 30€ izgube?
2. Letalski prevoznik prodaja vozovnice za let na letalu, ki ima 200 sedežev. Vemo, da v povprečju 4% ljudi, ki kupi letalsko vozovnico, v zadnjem hipu odpove let.
 - (a) Recimo, da letalski prevoznik proda 200 vozovnic. Kolikšna je verjetnost, da bo vsaj 5 sedežev na letalu praznih?
 - (b) Letalska družba hoče čim manj praznih sedežev na letalu, zato se odloči prodati več kot 200 vozovnic. Seveda pa noče, da bi potniki prišli na letališče in ne bi imeli prostora na letalu. Največ koliko vozovnic lahko prodajo, da bo z verjetnostjo vsaj 95% dovolj sedežev za potnike?
3. Pri francoski ruleti igralec stavi 1€. Igralec izgubi stavo (in s tem vloženi denar) z verjetnostjo $\frac{19}{37}$ in dobi stavo (in s tem podvoji vloženi denar) z verjetnostjo $\frac{18}{37}$.
 - (a) Kolikšna sta pričakovani dobiček in standardni odklon dobička igralca/igralnice po eni odigrani igri?
 - (b) Igralec odigra 20 stav. Ocení verjetnost, da bo dobil več denarja, kot ga je vložil.
 - (c) Izračunaj razpon dobitka po 20 stavah, ki se bo zgodil z 90% verjetnostjo.
 - (d) Igralnica odigra 1000 stav s svojimi strankami. Koliko je razpon dobička, ki se bo zgodil z 99% verjetnostjo? Kolikšna je verjetnost, da bo igralnica po 1000 odigranih stavah imela izgubo? Kaj pa po 10000 stavah?
4. 100-krat vržemo običajno igralno kocko. Število pik na i -ti kocki, $i = 1, \dots, 100$, označimo z X_i , vsoto vseh pik po 100 metih pa označimo z $S = X_1 + \dots + X_{100}$.
 - (a) Izračunaj upanje $E(X_i)$ in disperzijo $D(X_i)$.
 - (b) S pomočjo centralnega limitnega izreka oceni porazdelitev vsote S .
 - (c) Približno koliko je verjetnost, da bo vsota S manjša od 320 ali večja od 370?
5. Potapljac se potaplja, dokler ne nabere 80 biserov. Pri vsakem potopu nabere največ en biser, pa še tega le z verjetnostjo 20%. Potopi so med seboj neodvisni.
 - (a) Kolikšno je pričakovano število potopov (matematično upanje)?
 - (b) Ocenite verjetnost, da se bo moral potopiti več kot 450-krat. Odgovor utemeljite (možni sta dve uporabi centralnega limitnega izreka)!

6. Igralnica se domisli naslednje igre na srečo: v vsaki igri vržemo dve standardni kocki, igralec pa plača 1 € in stavi na število pik na obeh kockah. Nagrada se izplača igralcu v primeru, da je uganil vsaj en izid, in je obratno sorazmerna verjetnosti izida, ki ga je uganil (torej glede na to ali je uganil število pik na eni ali obeh kockah).

Kakšna naj bo nagradna shema, da bo igralnica z 99% gotovostjo imela dobiček po $n = 1000$ igrah?

7. Na dobrodelno prireditev je bilo povabljenih 100 gostov. Vsak od njih donira 20 evrov z verjetnostjo 25%, 50 evrov z verjetnostjo 60% in 100 evrov z verjetnostjo 15%. Dobrodelni prispevki gostov so med seboj neodvisni.

- (a) Kolikšna je pričakovana skupna vrednost doniranih sredstev?
- (b) Kolikšna je verjetnost, da bodo gostje skupaj donirali med 4500 in 5500 evrov?
- (c) Najmanj koliko gostov bi morali povabiti na prireditev, če naj bo verjetnost, da bodo skupaj donirali več kot 6000 evrov, večja od 95%?

8. Z računalnikom naključno generiramo pravokotnike tako, da je dolžina vsake stranice enakomerno porazdeljena na intervalu $[0, 1]$ in neodvisna od druge stranice.

- (a) Kolikšna sta povprečna ploščina in obseg takih pravokotnikov? Kaj pa standardni odklon za obseg in ploščino?
- (b) Recimo, da zgeneriramo $n = 10000$ takih pravokotnikov. Kolikšna je verjetnost, da se povprečni obseg in ploščina na tem vzorcu razlikujeta od matematičnega upanja za manj kot 1%?

9. Slučajne spremenljivke U_1, \dots, U_{100} so porazdeljene enakomerno na intervalu $[0, 1]$, slučajne spremenljivke V_1, \dots, V_{100} pa diskretno po shemi:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2/3 & 1/3 \end{pmatrix}$$

- (a) Definirajmo $X_i = U_i V_i$. Izračunajte $E(X_i)$ in $D(X_i)$.
- (b) Naj bo $S = (X_1 + \dots + X_{100})/100$. Približno izračunajte $P(S < 3/5)$.

10. Zavarovalnica ima n zavarovancev. Verjetnost, da zavarovanec uveljavi zavarovanje, je 2%, višina zahtevka pa je normalno porazdeljena slučajna spremenljivka s pričakovano vrednostjo 2000€ in standardnim odklonom 400€. Z X_i označimo slučajno spremenljivko, ki je enaka 1, če i -ti zavarovanec uveljavi zavarovanje in 0 sicer, z Y_i pa označimo višino zahtevka.

- (a) Strošek, ki ga ima zavarovalnica zaradi i -tega zavarovanca lahko zapišemo kot $Z_i = X_i Y_i$. Izračunaj $E(Z_i)$ in $\sigma(Z_i)$. Pri tem upoštevaj neodvisnost slučajnih spremenljivk X_i in Y_i .
- (b) Naj bo $n = 10\,000$ in višina zavarovalne premije 45€. Koliko je verjetnost, da bodo premije pokrile stroške zaradi izplacil?

- (c) Koliko zavarovancev bi morala zavarovalnica imeti, da bi lahko s premijo v višini 43€ z verjetnostjo 95% pokrili stroške?