

Primer Gaussove eliminacije z enolično rešitvijo

Fakulteta za računalništvo in informatiko
Univerza v Ljubljani

Gaussova eliminacija: enolična rešitev

pivot: spravlja poddiagonalce na 0

poddiagonalni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

zgornjetrikotna oblika

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 4 \\ -2 & -6 & 1 & -1 & -7 \\ 2 & 4 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right)$$

Gaussova eliminacija: enolična rešitev

pivot: spravlja poddiagonalce na 0

poddiagonalni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

zgornjetrikotna oblika

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 4 \\ -2 & -6 & 1 & -1 & -7 \\ 2 & 4 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right)$$

Gaussova eliminacija: enolična rešitev

pivot: spravlja poddiagonalce na 0

poddiagonalni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

zgornjetrikotna oblika

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 4 \\ -2 & -6 & 1 & -1 & -7 \\ 2 & 4 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ // - I \\ III + 2I \\ IV - 2I \end{array} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right)$$

Gaussova eliminacija: enolična rešitev

pivot: spravlja poddiagonalce na 0

poddiagonalni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

zgornjetrikotna oblika

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 4 \\ -2 & -6 & 1 & -1 & -7 \\ 2 & 4 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ // - I \\ III + 2I \\ IV - 2I \end{array} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right)$$

Gaussova eliminacija: enolična rešitev

pivot: spravlja poddiagonalce na 0

poddiagonalni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

zgornjetrikotna oblika

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 4 \\ -2 & -6 & 1 & -1 & -7 \\ 2 & 4 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right) \begin{array}{l} // - I \\ \\ III + 2I \\ IV - 2I \end{array}$$
$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right)$$

Gaussova eliminacija: enolična rešitev

pivot: spravlja poddiagonalce na 0

poddiagonalni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

zgornjetrikotna oblika

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 4 \\ -2 & -6 & 1 & -1 & -7 \\ 2 & 4 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ // - I \\ III + 2I \\ IV - 2I \end{array} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ \\ III + 2II \\ \end{array}$$
$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right)$$

Gaussova eliminacija: enolična rešitev

pivot: spravlja poddiagonalce na 0

poddiagonalni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

zgornjetrikotna oblika

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 4 \\ -2 & -6 & 1 & -1 & -7 \\ 2 & 4 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right) \begin{array}{l} // - I \\ \\ III + 2I \\ IV - 2I \end{array} \quad \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ \\ III + 2II \\ \end{array}$$
$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right)$$

Gaussova eliminacija: enolična rešitev

pivot: spravlja poddiagonalce na 0

že urejeno območje: ne spreminjamo več

poddiagonalni element

zgornjetrikotna oblika

$$\begin{pmatrix} \boxed{1} & \boxed{2} & \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{3} \\ \boxed{1} & \boxed{3} & \boxed{0} & \boxed{1} & \boxed{4} \\ \boxed{-2} & \boxed{-6} & \boxed{1} & \boxed{-1} & \boxed{-7} \\ \boxed{2} & \boxed{4} & \boxed{2} & \boxed{3} & \boxed{8} \end{pmatrix} \begin{array}{l} // - I \\ \\ \\ IV - 2I \end{array}$$
$$\begin{pmatrix} \boxed{1} & \boxed{2} & \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{3} \\ \boxed{0} & \boxed{1} & \boxed{0} & \boxed{1} & \boxed{1} \\ \boxed{0} & \boxed{-2} & \boxed{1} & \boxed{-1} & \boxed{-1} \\ \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{2} & \boxed{3} & \boxed{2} \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ \\ III + 2II \\ \end{array}$$
$$\begin{pmatrix} \boxed{1} & \boxed{2} & \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{3} \\ \boxed{0} & \boxed{1} & \boxed{0} & \boxed{1} & \boxed{1} \\ \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{1} & \boxed{1} & \boxed{1} \\ \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{2} & \boxed{3} & \boxed{2} \end{pmatrix} IV - 2III$$
$$\begin{pmatrix} \boxed{1} & \boxed{2} & \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{3} \\ \boxed{0} & \boxed{1} & \boxed{0} & \boxed{1} & \boxed{1} \\ \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{1} & \boxed{1} & \boxed{1} \\ \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{1} & \boxed{0} \end{pmatrix}$$

Gaussova eliminacija: enolična rešitev

pivot: spravlja poddiagonalce na 0

že urejeno območje: ne spreminjamo več

poddiagonalni element

zgornjetrikotna oblika

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 4 \\ -2 & -6 & 1 & -1 & -7 \\ 2 & 4 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right) \begin{array}{l} // - I \\ \\ III + 2I \\ IV - 2I \end{array}$$
$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ \\ III + 2II \\ \end{array}$$
$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right) IV - 2III$$
$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

Gaussova eliminacija: enolična rešitev

pivot: spravlja poddiagonalce na 0

že urejeno območje: ne spreminjamo več

poddiagonalni element

zgornjetrikotna oblika

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 4 \\ -2 & -6 & 1 & -1 & -7 \\ 2 & 4 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right) \begin{array}{l} // - I \\ \\ \\ IV - 2I \end{array} \quad \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ III + 2II \\ \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right) IV - 2III \quad \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

$$IV \quad 1w = 0 \implies w = 0;$$

Gaussova eliminacija: enolična rešitev

pivot: spravlja poddiagonalce na 0

poddiagonalni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

zgornjetrikotna oblika

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 4 \\ -2 & -6 & 1 & -1 & -7 \\ 2 & 4 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right) \begin{array}{l} // - I \\ \\ III + 2I \\ IV - 2I \end{array} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ \\ III + 2II \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right) IV - 2III \quad \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

$$IV \quad 1w = 0 \implies w = 0;$$

$$III \quad z + w = 1 \implies z = 1$$

Gaussova eliminacija: enolična rešitev

pivot: spravlja poddiagonalce na 0

že urejeno območje: ne spreminjamo več

poddiagonalni element

zgornjetrikotna oblika

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 4 \\ -2 & -6 & 1 & -1 & -7 \\ 2 & 4 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ II - I \\ III + 2I \\ IV - 2I \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right) IV - 2III$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

$$IV \quad 1w = 0 \implies w = 0;$$

$$III \quad z + w = 1 \implies z = 1$$

$$II \quad y + w = 1 \implies y = 1$$

Gaussova eliminacija: enolična rešitev

pivot: spravlja poddiagonalce na 0

že urejeno območje: ne spreminjamo več

poddiagonalni element

zgornjetrikotna oblika

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 4 \\ -2 & -6 & 1 & -1 & -7 \\ 2 & 4 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ II - I \\ III + 2I \\ IV - 2I \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ \\ III + 2II \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right) IV - 2III$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

$$IV \quad 1w = 0 \implies w = 0;$$

$$III \quad z + w = 1 \implies z = 1$$

$$II \quad y + w = 1 \implies y = 1$$

$$I \quad x + 2y = 3 \implies x = 1$$

Gaussova-Jordanova eliminacija: alternativa vstavljanju

Gaussova-Jordanova eliminacija: alternativa vstavljanju

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

Gaussova-Jordanova eliminacija: alternativa vstavljanju

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

Gaussova-Jordanova eliminacija: alternativa vstavljanju

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

Gaussova-Jordanova eliminacija: alternativa vstavljanju

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ // - IV \\ /// - IV \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

Gaussova-Jordanova eliminacija: alternativa vstavljanju

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ // - IV \\ /// - IV \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

Gaussova-Jordanova eliminacija: alternativa vstavljanju

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ // - IV \\ /// - IV \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

Gaussova-Jordanova eliminacija: alternativa vstavljanju

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ // - IV \\ /// - IV \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

Gaussova-Jordanova eliminacija: alternativa vstavljanju

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & | & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & | & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & | & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ // - IV \\ /// - IV \\ \end{array}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & | & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & | & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & | & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{pmatrix} I - 2II \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & | & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & | & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & | & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{pmatrix}$$

Gaussova-Jordanova eliminacija: alternativa vstavljanju

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & | & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & | & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & | & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ // - IV \\ /// - IV \\ \end{array}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & | & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & | & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & | & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{pmatrix} I - 2II$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & | & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & | & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & | & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{pmatrix}$$

Gaussova-Jordanova eliminacija: alternativa vstavljanju

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} // - IV \\ III - IV \end{array}$$
$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right) I - 2II \quad \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

I $x = 1$

II $y = 1$

III $z = 1$

IV $w = 0$