

Vaje za pregledni test znanja matematike, 1., 2. in 3. letnik

1. S katerimi izmed števil 2, 3, 4, 5, 6 in 9 je deljivo število 10203040506?

(6 točk, junijski rok 2002) R: 2, 3, 6

2. Izračunajte največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik števil 123, 697 in 533.

(5 točk, junijski rok 1996) R: $D = 41$, $v = 27183$

3. Na realni osi so dani intervali $A = [-1, 7]$, $B = [2, 5]$ in $C = (3, 10)$. V obliki intervala zapišite množice $E = A \cup C$, $F = A \cap (B \cup C)$ in $G = (A - B) \cap C$.

(5 točk, jesenski rok 1997) R: $E = [-1, 10]$ $F = [2, 7]$ $G = (5, 7]$

4. Z okrajšanim ulomkom zapišite vrednost izraza: $2\left(3,1\bar{6} + \frac{7}{9} - 3\right)$.

(5 točk, jesenski rok 1996) R: $\frac{17}{9}$

5. Izračunajte natančno vrednost izraza $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} + 0,25^{-\frac{1}{2}}(2^{-3} - 1)$.

(5 točk, jesenski rok 1998) R: $\frac{1}{2}$

6. Razstavite izraze v množici realnih števil ali pa napišite, da to ni mogoče.

$$2x^3 + x^2, x^2 - 16, x^2 + 25, x^2 - 2x + 15, x^2 - 6x + 8, x^3 + 3x^2 - 9x - 27$$

(7 točk, junijski rok 2010) R: $x^2(2x + 1)$, $(x - 4)(x + 4)$, $/$, $/$, $(x - 4)(x - 2)$, $(x + 3)^2(x - 3)$

7. Poenostavite izraz $\left(\frac{a-3}{a} - \frac{3-a}{a^2-2a}\right) : (1-3a^{-1})$, $a \neq 0$, $a \neq 2$, $a \neq 3$.

(6 točk, jesenski rok 2001) R: $\frac{a-1}{a-2}$

8. Imenoalec ulomka je za 3 večji od števca. Če števec in imenoalec povečamo za 1, ulomek dobi vrednost $\frac{2}{3}$. Izračunajte, kateri ulomek je to.

(5 točk, jesenski rok 1998) R: $\frac{5}{8}$

9. Izdelek se je prvo leto podražil za 35%, drugo leto pa še za 50%. Izračunajte, za koliko odstotkov je ta izdelek ob koncu drugega leta dražji kot v začetku prvega leta.

(6 točk, jesenski rok 1996) R: Izdelek ob koncu drugega leta za 102,5% dražji.

10. V dani koordinatni sistem narišite premico z enačbo $y = -2x + 3$. Izračunajte neznani koordinati točk $A(-2, y_1)$ in $B(x_2, -3)$ na tej premici.

(5 točk, junijski rok 2003) R: $y_1 = 7, x_2 = 3$

11. V enačbi premice $-2x + by + 1 = 0$ določite število b tako, da bo premica potekala skozi točko $A(-1, 3)$. Zapišite enačbo premice v eksplicitni obliki in jo narišite v dani koordinatni sistem.

(5 točk, jesenski rok 2003) R: $y = -2x + 1$

12. Premica je dana z enačbo $\frac{x}{4} - \frac{y}{5} = 1$. Narišite premico v koordinatni sistem in izračunajte ploščino trikotnika, ki ga ta premica omejuje z obema koordinatnima osema.

(5 točk, jesenski rok 1996) R: $S = 10$

13. Narišite premice z enačbami $y = x + 1, y = 4 - 2x, x - 5 = 0$ in izračunajte ploščino trikotnika, ki ga omejujejo.

(6 točk, marec 1996) R: $S = 24$

14. Zapišite enačbi vzporednice in pravokotnice na premico z enačbo $y = \frac{3}{2}x - 2$, če potekata skozi točko $T(-2, 1)$.

(7 točk, jesenski rok 2001) R: vzporednica: $y = \frac{3}{2}x + 4$; pravokotnica: $y = -\frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$

15. Dani sta točki $A(-2, -1)$ in $B(4, 2)$. Določite enačbo premice, ki poteka skozi točko A in je pravokotna na daljico AB .

(5 točk, jesenski rok 1995) R: $y = -2x - 5$

16. Rešite sistem enačb:
- $$\begin{aligned} 2x + 5y - z &= -6 \\ x - y - 2z &= 2 \\ -3x - y + 5z &= 9 \end{aligned}$$

(6 točk, junijski rok 1998) R: $x = 21, y = -7, z = 13$

17. Če od števila b odštejemo dvakratnik števila a , dobimo 2; če zmanjšamo petkratnik števila a za $(b+1)$, pa 6. Izračunajte števili a in b .

(6 točk, junijski rok 1995) R: $a = 3, b = 8$

18. Tone je kupil tri žepne svetilke in dva cepina ter plačal 100 EUR. Tina je po isti ceni kupila štiri žepne svetilke in en cepin ter plačala 80 EUR. Koliko stane svetilka in koliko cepin? Zapišite odgovor.

(6 točk, junijski rok 2012)

R: Svetilka stane 12 EUR, cepin pa 32 EUR.

19. Dani sta funkciji $f(x) = -\frac{1}{3}x - 1$ in $g(x) = \begin{cases} 1; & \text{če je } x < 0 \\ 1 - x; & \text{če je } x \geq 0 \end{cases}$

V koordinatni sistem narišite grafa funkcij f in g . Nato izračunajte abscise točk, v katerih se grafa sekata.

(7 točk, jesenski rok 1999)

R: $x_1 = -6$, $x_2 = 3$

20. Vektorja \vec{a} in \vec{b} oklepata kot $\frac{5\pi}{6}$. Izračunajte $|\vec{a} - \vec{b}|$, če je $|\vec{a}| = 2\sqrt{3}$ in $|\vec{b}| = 3$. Rezultat naj bo točen.

(6 točk, junij 1996)

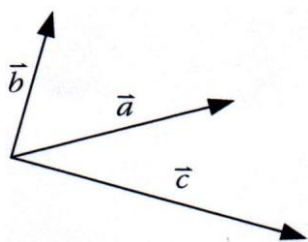
R: $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{39}$

21. Dolžina vektorja \vec{a} je 24, dolžina vektorja \vec{b} je 18, dolžina razlike $\vec{a} - \vec{b}$ pa je 10 enot. Izračunajte dolžino vektorja $\vec{a} + \vec{b}$. Rezultat naj bo točen.

(5 točk, junij 1998)

R: $10\sqrt{17}$

22. Vektorji \vec{a} , \vec{b} in \vec{c} z dolžinami $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$ in $|\vec{c}| = 4$ ležijo v ravnini tako, kot kaže slika. Kot med vektorjema \vec{a} in \vec{b} je 60° , kot med \vec{c} in \vec{a} pa 30° . Izračunajte natančno vrednost $(\vec{a} - \vec{c}) \cdot (\vec{b} - \vec{a})$.



(7 točk, junij 2000)

R: $-6 + 6\sqrt{3}$

23. Izračunajte realno število m tako, da bo kot med vektorjema $\vec{i} = (1, 0, 0)$ in $\vec{a} = (m, m + 5, \sqrt{3})$ enak 60° .

(6 točk, avgust 2000)

R: $m = 7$

24. Dana sta vektorja $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j}$ in $\vec{b} = 5\vec{i} - 2\vec{k}$. Zapišite vektor $\vec{v} = \vec{b} - 2\vec{a}$ v bazi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ in izračunajte kot φ , ki ga oklepata vektorja \vec{v} in \vec{j} . Kot zaokrožite na stotinko stopinje.

(5točk, junij 2001)

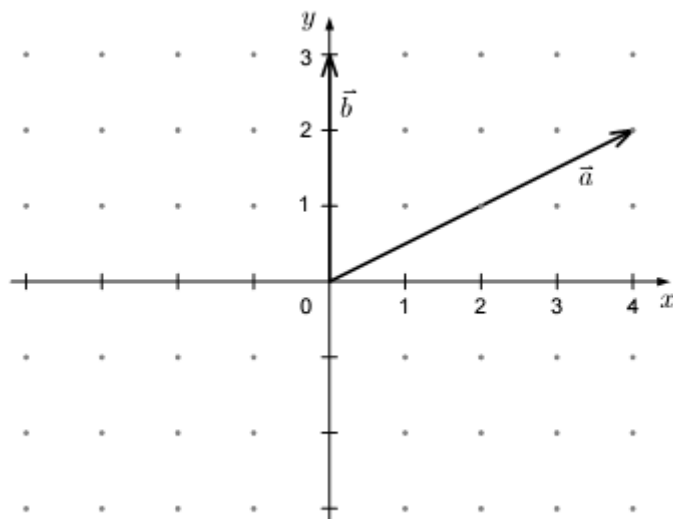
R: $\vec{v} = (1, 2, -2)$ $\varphi = 48,19^\circ$

25. Izračunajte, za kateri vrednosti realnega števila x sta vektorja $\vec{a} = (x - 2, x, 3)$ in $\vec{b} = (2, x + 1, 0)$ pravokotna.
(5 točk, avg. 2001) R: $x_1 = 1, x_2 = -4$
26. Dana sta vektorja $\vec{a} = (2, -1, 3)$ in $\vec{b} = (1, -2, 5)$ v običajni bazi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$. Zapišite komponente vektorjev $\vec{x} = 2\vec{a} - \vec{b}$ in $\vec{y} = \vec{a} + \vec{b}$. Izračunajte točno dolžino vektorja \vec{x} in skalarni produkt $\vec{x} \cdot \vec{y}$.
(6 točk, junij 2002) R: $\vec{x} = (3, 0, 1)$ $\vec{y} = (3, -3, 8)$, $|\vec{x}| = \sqrt{10}$, $\vec{x} \cdot \vec{y} = 17$
27. V pravokotniku ABCD merita stranici $a = 6$ in $b = 4$. Na stranici DC je točka M tako, da je $|DM| : |MC| = 2 : 1$. Narišite sliko in izračunajte ploščino štirikotnika ABCM ter skalarni produkt $\vec{AB} \cdot \vec{AM}$.
(7 točk, avg. 2002) R: $S = 16$; skalarni produkt je 24
28. V pravilnem šestkotniku ABCDEF s stranico dolžine 1 označimo $\vec{a} = \vec{AB}$ in $\vec{b} = \vec{AF}$. Izrazite vektorja \vec{FE} in \vec{FC} kot linearno kombinacijo vektorjev \vec{a} in \vec{b} . Izračunajte skalarni produkt $\vec{FE} \cdot \vec{FC}$. Narišite skico.
(7 točk, avg. 2003) R: $\vec{FE} = \vec{a} + \vec{b}$, $\vec{FC} = 2\vec{a}$, $\vec{FE} \cdot \vec{FC} = 1$
29. Kvadrat ABCD ima stranico dolžine 3. Narišite vektor $\vec{x} = 2\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{AD}$. Izračunajte natančno dolžino vektorja \vec{x} ter na minuto natančno kot φ med vektorjema \vec{x} in \vec{AB} .
(7 točk, junij 2004) R: dolžina vektorja je $\sqrt{37}$, kot je $9^\circ 28'$
30. V pravokotnem koordinatnem sistemu so dane točke $A(2,1)$, $B(-2,3)$ in $C(3,-2)$. Zapišite vektorja \vec{AB} in \vec{AC} s komponentami, izračunajte njun skalarni produkt in kot, ki ga oklepata.
(8 točk, junij 2005) R: skalarni produkt je -10, kot je 135°
31. Kot med vektorjema \vec{a} in \vec{b} je 60° , skalarni produkt vektorjev \vec{a} in \vec{b} je 15, skalarni produkt vektorjev \vec{a} in $(\vec{a} + \vec{b})$ je 51. Izračunajte dolžini vektorjev \vec{a} in \vec{b} .
(6 točk, avg. 2005) R: 6; 5
32. V krog s polmerom 3 cm včrtajte pravilni šestkotnik ABCDEF. Narišite vektor $\vec{x} = \vec{AB} + 2\vec{BC}$ in izračunajte njegovo dolžino. Rezultat zaokrožite na milimetre.
(7 točk, junij 2009) R: $|\vec{x}| = 79$ mm
33. Dan je kvadrat ABCD s stranico a . Točka M je razpolovišče stranice CD. Izračunajte skalarne produkte $\vec{AB} \cdot \vec{AD} =$, $\vec{AB} \cdot \vec{AB} =$, $\vec{AB} \cdot \vec{CD} =$, $\vec{AB} \cdot \vec{AC} =$, $\vec{AB} \cdot \vec{AM} =$
(5 točk, avg. 2009) R: 0, a^2 , $-a^2$, a^2 , $\frac{a^2}{2}$

34. V koordinatnem sistemu sta narisana vektorja \vec{a} in \vec{b} . Narišite vektor $\vec{c} = \frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$. Kolikšni sta točni dolžini vektorjev \vec{a} in \vec{b} ? Koliko meri kot φ med \vec{a} in \vec{b} ? Rezultat zaokrožite na stotinko stopinje.

(8 točk, junij 2010)

R: $|\vec{a}| = 2\sqrt{5}$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = 63,43$



35. V enakostraničnem trikotniku je dolžina stranice $a = 6$ cm. Točka M leži na stranici BC tako, da je $|BM| : |MC| = 5 : 1$. Izrazite vektor \overrightarrow{AM} z vektorjema $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ in $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ ter izračunajte skalarni produkt $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB}$.

(7 točk, avg. 2011)

R: $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \frac{5}{6}\vec{b}$; $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = 21$

36. Poenostavite izraz: $((-a)^4)^3 \cdot (-a)^{-3} : a^9$

(5 točk, spomladanski rok 2011)

R: $x = -1$

37. Imamo kvadratno funkcijo $f(x) = x^2 - 2x - 3$. Izračunajte ničli in koordinati temena ter zapišite presečišče grafa funkcije f z osjo y . Narišite graf funkcije f . Na katerem intervalu je funkcija f negativna?

(8 točk, jesenski rok 2011) R: ničli $x = -1, x = 3$; T(1, -4); pres. z osjo y N(0, -3), negativna na (-1,3)

38. Dani sta kvadratna funkcija $f(x) = -2x^2 + 3x - 4$ in linearna funkcija $g(x) = 2x - 4$. Izračunajte presečišči njunih grafov.

(6 točk, spomladanski rok 2010)

R: A(0, -4), B($\frac{1}{2}$, -3)

39. Izračunajte vrednost izraza $11 \cdot (-1)^{n-1} + (3 - 2 \cdot 2)^n - (-1)^{n+1} + 3 \cdot 1^0$ za vsako sodo naravno število n .

(6 točk, spomladanski rok 2010)

R: -6

40. Dana je kvadratna enačba $ax^2 - 4x + 2 = 0$, $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$. Rešite to enačbo za $a = -2$. Zapišite točni rešitvi. Za katera števila a ima zgornja enačba dve različni realni rešitvi?

(6 točk, spomladanski rok 2009)

$$R: x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{2}, a < 0$$

41. Poenostavite izraz $\frac{a^{\frac{7}{3}} \cdot \sqrt{2a^{-3}}}{\sqrt[6]{8a}}$, $a > 0$

(5 točk, spomladanski rok 2009)

$$R: a^{\frac{2}{3}}$$

42. Zapišite enačbo kvadratne funkcije, ki ima za $x = 1$ ekstremno vrednost 4 in ničlo $x_1 = 3$.

(7 točk, spomladanski rok 2008) R: $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ ali $f(x) = -(x - 3)(x + 1)$

43. Rešite enačbo: $2x + 3 = \sqrt{x + 3}$

(6 točk, spomladanski rok 2008)

$$R: x = -\frac{3}{4}$$

44. Rešite enačbo $x^2 - 4x + 5 = 0$ in narišite rešitvi v kompleksni ravnini.

(6 točk, jesenski rok 2008)

$$R: x_{1,2} = 2 \pm i$$

45. Graf kvadratne funkcije $f(x) = ax^2 + bx + c$ poteka skozi točke $A(-1, 0)$, $B(0, 1)$ in $C(1, 5)$. Izračunajte števila a , b in c ter zapišite predpis funkcije f .

(6 točk, jesenski rok 2007)

$$R: f(x) = \frac{3}{2}x^2 + \frac{5}{2}x + 1$$

46. Kvadratna funkcija ima vodilni koeficient $a = 1$, eno od ničel $x_1 = 3$ in ekstremno vrednost za $x = 1$. Zapišite to funkcijo.

(7 točk, spomladanski rok 2006)

$$R: f(x) = (x - 1)^2 - 4 \text{ ali } f(x) = x^2 - 2x - 3 \text{ ali } f(x) = (x - 3)(x + 1)$$

47. Izračunajte presečišči parabole $y = -x^2 + 2x + 3$ in premice $y = x + 1$.

(6 točk, jesenski rok 2006)

$$R: A(2, 3), B(-1, 0)$$

48. Poenostavite izraz $\frac{\sqrt{a\sqrt{a}} \left(a^{-\frac{1}{2}}b\right)^{\frac{3}{2}}}{(a^0 + b^0)b\sqrt{b}}$; $a, b > 0$

(6 točk, jesenski rok 2004)

$$R: \frac{1}{2}$$

49. Izračunajte realno število x tako, da bo tudi število $z = 5i^3 + 3xi^2 + (x - 1)i + 1$ realno (i je imaginarna enota).

(6 točk, jesenski rok 2004)

$$R: x = 6$$

50. Dano je kompleksno število $z = 3 - 2i$. Izračunajte kompleksno število $w = z^2 - z^{-1} \cdot |z|^2$. Rezultat zapišite v obliki $w = a + bi$; ($a, b \in \mathbb{R}$).

(7 točk, spomladanski rok 2004)

$$R: w = 2 - 14i$$

51. Kompleksno število $z = (5 - 10i)^2 \cdot (2 + i)^{-1}$ zapišite v obliki $a + bi$; ($a, b \in \mathbb{R}$).

(7 točk, jesenski rok 2005)

$$R: -50 - 25i$$

52. Katero kompleksno število z zadošča enačbi $(1 - i)z = 3 + 4i$? Zapišite $Re\ z$ in $Im\ z$ ter izračunajte $|z|$. Vrednost $|z|$ delno korenite.

(7 točk, spomladanski rok 2005)

$$R: Re\ z = -\frac{1}{2}, Im\ z = \frac{7}{2}, |z| = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

53. Narišite število $z = 10i^{2006}(1 - 2i)^{-1}$ v kompleksni ravnini.

(8 točk, spomladanski rok 2006)

$$R: z = -2 - 4i \text{ (slika)}$$

54. V množici kompleksnih števil rešite enačbo $(1 + i)z + 2i = 1$. Zapišite realni in imaginarni del rešitve.

(7 točk, jesenski rok 2006)

$$R: Re\ z = -\frac{1}{2}, Im\ z = -\frac{3}{2}$$

55. V kompleksni ravnini narišite sliko kompleksnega števila $z = 2 - 3i$. Koliko je absolutna vrednost tega kompleksnega števila? Izračunajte še z^2 in $\frac{1}{z}$.

(7 točk, jesenski rok 2007)

$$R: \text{slika}, |z| = \sqrt{13}, z^2 = -5 - 12i, \frac{1}{z} = \frac{2}{13} + \frac{3}{13}i$$

56. Dani sta kompleksni števili $z_1 = 3 + 4i$, $z_2 = 1 - i$. Izračunajte $z_1 + z_2$, z_1^2 , $\bar{z}_1 \cdot z_2$ in $|z_1|$.

(8 točk, spomladanski rok 2007) $R: z_1 + z_2 = 4 + 3i, z_1^2 = -7 + 24i, \bar{z}_1 \cdot z_2 = -1 - 7i, |z_1| = 5$

57. Rešite enačbo: $\log_x(x + 30) = 2$.

(5 točk, jesenski rok 2007)

$$R: x_1 = 6, (x_2 = -5 \text{ ne ustreza})$$

58. Rešite enačbo: $2^{x+3} - 3 \cdot 2^{x+1} = \frac{1}{32}$

(5 točk, spomladanski rok 2007)

$$R: x = -6$$

59. Rešite enačbo: $\frac{\log 20 + \log x}{\log(5x+1)} = 2$.

(6 točk, spomladanski rok 2004)

$$R: x = \frac{1}{5}$$

60. Rešite enačbo: $\log_3(x + 71) + \log_3(x - 9) - \log_3(x - 1) = 2$.

(7 točk, jesenski rok 2006)

$$R: x_1 = 10, (x_2 = -63 \text{ ne ustreza})$$

61. Rešite enačbi:

a) $4^x = \frac{1}{2}$

b) $\log_4 x = \frac{1}{2}$

(2+2 točki, spomladanski rok 2006) R: a) $x = -\frac{1}{2}$, b) $x = 2$

62. Izračunajte presečišče grafov funkcij $f(x) = 2^x$ in $g(x) = 65 \cdot 2^x - 1$.

(6 točk, jesenski rok 2005) R: $P\left(-6, \frac{1}{64}\right)$

63. Poenostavite izraz $\log_2 a + \log_2 4a - \log_2 \sqrt{2} - \log_2 2a^2$, pri čemer je $a > 0$.

(7 točk, spomladanski rok 2005) R: $\frac{1}{2}$

64. V pravokotnem trikotniku ABC s pravim kotom pri oglišču C meri kateta $b = |AC| = 7 \text{ cm}$, kot pri oglišču A pa $\alpha = 51^\circ$. Izračunajte ploščino tega trikotnika. Narišite skico.

(6 točk, spomladanski rok 2009) R: $S = 30,25 \text{ cm}^2$

65. V trikotniku ABC s podatki $c = |AB| = 6 \text{ cm}$, $a = |BC| = 4 \text{ cm}$ in kotom $\beta = 35^\circ 23'$ izračunajte dolžino stranice $b = |AC|$ in v_c (višina na stranico c). Obe dolžini zapišite zaokroženo na dve mesti. Narišite skico.

(7 točk, spomladanski rok 2003) R: $b = 3,6 \text{ cm}$, $v_c = 2,3 \text{ cm}$

66. Izračunajte najmanjšo višino v trikotniku s stranicami $a = 6,5 \text{ cm}$, $b = 7 \text{ cm}$ in $c = 7,5 \text{ cm}$.

(6 točk, spomladanski rok 2007) R: $v_c = 5,6 \text{ cm}$

67. Diagonali romba ABCD merita $e = |AC| = 16 \text{ cm}$ in $f = |BD| = 12 \text{ cm}$. Izračunajte dolžino stranice romba in njegovo ploščino.

(5 točk, spomladanski rok 2004) R: $a = 10 \text{ cm}$, $S = 96 \text{ cm}^2$

68. Izračunajte stranici a in b trikotnika s podatki $S = 60\sqrt{3} \text{ cm}^2$, $a : b = 3 : 5$, $\gamma = 60^\circ$ (S je ploščina trikotnika, γ je kot med stranicama a in b).

(6 točk, spomladanski rok 2002) R: $a = 12 \text{ cm}$, $b = 20 \text{ cm}$

69. Velikosti notranjih kotov enakokrakega trikotnika ABC so v razmerju $5 : 5 : 2$. Osnovnica trikotnika je daljica AB, točka S pa središče trikotniku očrtanega kroga. Izračunajte notranje kote trikotnika in kot ASB. Skica je obvezna.

(6 točk, spomladanski rok 2001) R: 75° , 75° , 30° , $\sphericalangle ASB = 60^\circ$

70. Dolžine robov kvadra so v razmerju $a : b : c = 2 : 1 : 1$. Prostornina kvadra je 1024 cm^3 . Izračunajte dolžine robov in telesne diagonale kvadra. Zadnji rezultat delno korenite.

(6 točk, spomladanski rok 1996) R: $a = 16 \text{ cm}$, $b = 8 \text{ cm}$, $c = 8 \text{ cm}$, $D = 8\sqrt{6} \text{ cm}$