

INVERZNA PRESLIKAVA

Trditev 1 Naj bo $f : A \rightarrow B$. Potem je

(a) f^{-1} funkcija natanko tedaj, ko je f injektivna in

(b) f^{-1} je preslikava iz B v A , $f^{-1} : B \rightarrow A$, natanko tedaj, ko je f bijektivna.

Preslikavo f smemo smatrati kot relacijo, vsebovano v $A \times B$. Zato je f^{-1} relacija in velja $f^{-1} \subseteq B \times A$.

Za dokaz (a) je treba premisliti, da je f^{-1} funkcija (=enolična relacija) natanko tedaj, ko je f injektivna. Računajmo:

$$\begin{aligned} f^{-1} \text{ je enolična} &\iff \forall x, y \in A, ; \forall z \in B : (zf^{-1}x \text{ in } zf^{-1}y \Rightarrow x = y) \\ &\iff \forall x, y \in A, \forall z \in B : (xfz \text{ in } yfz \Rightarrow x = y) \\ &\iff \forall x, y \in A, \forall z \in B : (z = f(x) \text{ in } z = f(y) \Rightarrow x = y) \\ &\iff \forall x, y \in A : (f(x) = f(y) \Rightarrow x = y) \\ &\iff f \text{ je injektivna} \end{aligned}$$

Sledi dokaz točke (b), privzamemo, da (a) velja.

$$\begin{aligned} f^{-1} : B \rightarrow A &\iff f^{-1} \text{ enolična in } \mathcal{D}_{f^{-1}} = B \\ &\iff f \text{ injektivna in } \mathcal{Z}_f = B \\ &\iff f \text{ injektivna in } f \text{ surjektivna} \\ &\iff f \text{ je bijektivna} \end{aligned}$$