

1. Poišči vse kompleksne rešitve spodnjih (ne)enačb, tj. opiši ali skiciraj množico rešitev v \mathbb{C} .

(a) $2\bar{z} - z^2 = 0$,

(b) $\operatorname{Im}\left(\frac{1}{z}\right) = 1$,

(c) $\operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z^2 = 2$,

(d) $|z - 3 + 2i| = 4$,

(e) $|z + i| < |z - 1|$,

(f) $|z - 1| + |z + 1| = 4$.

2. Poišči vsaj eno enačbo, ki ima za rešitev števila $2 + i$, $2 - i$, $-1 + 2i$ ter $-1 - 2i$ in nima drugih rešitev.

3. Kaj naj velja za število $a \in \mathbb{R}$, da bo imela enačba $z^2 + 2z - 3 + a = 0$ vsaj eno kompleksno rešitev, ki ni realna?

4. Prevedi v polarno obliko, nato pa z uporabo de Moivreove formule izračunaj

(a) $\left(-\frac{1}{2} + \frac{i}{2}\right)^8$,

(b) $(1 + i\sqrt{3})^{20}$,

(c) $(1 - i)^{20}$,

(d) $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{20}$.

5. Naj bo $v = 1 + i\sqrt{3}$ in $w = 1 - i$. V kompleksni ravnini \mathbb{C} opazujemo kvadrat z oglišči 1 , 3 , $3 + 2i$ in $1 + 2i$.

(a) V kaj se ta kvadrat preslika s transformacijo $z \mapsto vz + w$?

(b) V kaj se kvadrat preslika s transformacijo $z \mapsto v\bar{z} + w$ oz. $z \mapsto \overline{vz + w}$?

(c) Poišči kompleksno število t , da bo transformacija $z \mapsto tz$ zasukala kvadrat za kot $\pi/4$ okrog izhodišča $0 \in \mathbb{C}$.

(d) Poišči transformacijo $z \mapsto tz + u$, s katero se bo kvadrat zasukal za kot $\pi/4$ okrog svojega težišča.

6. Reši enačbo $z^4 + 4 = 0$, nato pa razstavi polinom $z^4 + 4$ na dva kvadratna faktorja z realnimi koeficienti.

7. Poišči naslednja števila:

(a) $\sqrt{1+i}$,

(b) $\sqrt[3]{-27 + 27i}$,

(c) $\sqrt[5]{-32i}$,

(d) $\sqrt[3]{-1 + i\sqrt{3}}$.