

Preverjanje znanja pred 4. kontrolno nalogo, 4. letnik
Šolsko leto 2014/2015

1. Dano je zaporedje s splošnim členom $a_n = 8 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{n}{2} - 2}$. Izračunaj prvi, drugi, četrti in stoti člen zaporedja. Kateri člen je enak 2^{-27} ?
2. Naj bo $a_1 = \frac{1}{2}$, $a_2 = \frac{1}{4}$ in $a_{n+2} = 2a_n + 8a_{n+1}$. Izračunaj še tri člene tega zaporedja.
3. Vsota prvega in drugega člena aritmetičnega zaporedja je 13, vsota prvih dvajsetih členov pa 670. Napiši splošni člen tega zaporedja.
4. Koliko je vseh 3-mestnih naravnih števil, ki so deljiva s 23, in koliko je njihova vsota?
5. Najmanj koliko členov zaporedja 15, 12, 9 ... moramo sešteti, da bo vsota manjša od $-2\,000$?
6. Dani so izrazi $4x - 1$, $2x - 4$, $x + 3$. Določi x tako, da bodo to zaporedni členi
 - a. aritmetičnega zaporedja,
 - b. geometrijskega zaporedja.
7. Določi x tako, da bodo izrazi 25^{x+1} , $0,2^{2x-1}$, 5^{3x-2} zaporedni členi geometrijskega zaporedja. Ali je zaporedje padajoče ali naraščajoče?
8. Dano je zaporedje s splošnim členom $a_n = \frac{2n-1}{n}$. Dokaži, da je to zaporedje naraščajoče.
9. Med števili 4 in 324 vrini tri števila tako, da nastane končno geometrijsko zaporedje.
10. Ničle polinoma $p(x) = 16x^3 - 42x^2 + 21x - 2$ so prvi trije členi padajočega geometrijskega zaporedja. Napiši splošni člen tega zaporedja.
11. Med števili 3 in 41 vrini števila tako, da nastane končno aritmetično zaporedje z vsoto vseh števil (vključno s 3 in 41) enako 440.
12. Koliko je prvi in koliko zadnji člen 5-členskega geometrijskega zaporedja z vsoto $1\frac{49}{162}$ in količnikom $\frac{2}{3}$?
13. Če v aritmetičnem zaporedju z diferenco 4 prištejemo prvemu členu 1, tretjemu pa 2, dobimo tričlensko geometrijsko zaporedje. Zapiši aritmetično zaporedje.

vektorji

Rešitve:

1. $a_1 = 64, a_2 = 32, a_4 = 8, a_{100} = 8 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{48} = 2^{-93}$; odgovor na to, kateri člen je neka 2^{-27} , dobimo, če rešimo enačbo $8 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{n}{2}-2} = 2^{-27}$. Rešitev: 34. člen.
2. $a_3 = 2a_1 + 8a_2 = 3, a_4 = 2a_2 + 8a_3 = \frac{49}{2}, a_5 = 2a_3 + 8a_4 = 202$
3. $d = 3, a_1 = 5$, splošni člen: $a_n = 2 + 3n$
4. Takih števil je 39, njihova vsota je 21 528.
5. Sešteti moramo najmanj 43 členov.
6. a) $x = -10$ b) $x = \frac{19}{27}$
7. $x = \frac{2}{9}$
8. Izračunamo $a_{n+1} - a_n = \frac{2n+1}{n+1} - \frac{2n-1}{n} = \frac{1}{n(n+1)} > 0$. To pomeni, da je zaporedje naraščajoče.
9. 1. rešitev: 4, 12, 36, 108, 324, 2. rešitev: 4, -12, 36, -108, 324
10. $a_n = 2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$
11. Podatki: $a_1 = 3, a_n = 41, S_n = 440$. Upoštevamo formulo za S_n in dobimo rešitev $n = 20$. Upoštevamo še formulo za a_n in dobimo, da je diferenca $d = 2$.
Rešitev: 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41
12. $a_1 = \frac{1}{2}, a_5 = \frac{27}{81}$
13. Aritmetično zaporedje: $a_1, a_1 + 4, a_1 + 8$; geometrijsko zaporedje: $a_1 + 1, a_1 + 4, a_1 + 10$. S formulo za geometrijsko sredino dobimo, da je $a_1 = 2$. Rešitev: aritmetično zaporedje je 2, 6, 10.