

1. (a) Poišči vsaj eno preslikavo $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, ki je surjektivna, ni pa injektivna.
(b) Poišči vsaj eno preslikavo $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, ki je injektivna, ni surjektivna in ima v zalogi vrednosti samo števila, ki so tuja 6.
(c) Poišči vsaj eno preslikavo $h: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, ki je bijektivna in zanjo velja, da je razlika $|h(n) - n|$ *poljubno velika*.
(To pomeni, da *ne obstaja* naravno število M , pri katerem je za vsak argument $n \in \mathbb{N}$ razlika $|h(n) - n| \leq M$.)

2. Na množici $\{1, \dots, 8\}$ definiramo relacijo R s predpisom

$$aRb \Leftrightarrow |a - b| \leq 2 \pmod{4}.$$

Katere lastnosti ima relacija R ? Če je R ekvivalenčna relacija, poišči njene ekvivalenčne razrede.

3. Na množici $\{1, \dots, 8\}$ definiramo relacijo R s predpisom

$$aRb \Leftrightarrow |a - b| = 2.$$

Katere lastnosti ima relacija R , R^2 , R^+ ? Če je ekvivalenčna, poišči njene ekvivalenčne razrede.

4. Na množici $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ je definirana relacija

$$R = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6), (6, 7), (7, 8), (8, 9), (9, 1), (1, 5)\}.$$

- (a) Nariši grafa relacij R in R^{2013} .
- (b) Pokaži, da je R^{2013} ekvivalenčna relacija.
- (c) Določi ekvivalenčne razrede relacije R^{2013} .

5. Naj bo $|$ relacija deljivosti na množici naravnih števil \mathbb{N} , tj.

$$a|b \text{ pomeni } \exists n \in \mathbb{N} : b = na.$$

- (a) opiši relacije $|^{-1}$, $|^2$, $|^k$ za $k > 0$.
- (b) Ali je $|$ refleksivna, simetrična, tranzitivna?

6. Na množici $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ definiramo relacijo

$$(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow \max(a, b) = \max(c, d).$$

Pokaži, da je R relacija ekvivalenčna in poišči ekvivalenčne razrede.

7. Na množici $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ je definirana relacija R s predpisom

$$(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow a - c = d - b.$$

- (a) Pokaži, da je relacija R ekvivalenčna relacija.
- (b) Določi ekvivalenčni razred elementov $(1, 3)$ in $(5, 2)$.
- (c) Določi vse ekvivalenčne razrede relacije R .

8. Na množici \mathbb{R} definiramo relacijo R s predpisom

$$xRy \Leftrightarrow x - y \in \mathbb{Z}.$$

- (a) Pokaži, da je relacija R ekvivalenčna relacija.
- (b) Določi ekvivalenčni razred števil $1, \frac{5}{2}, \pi$.
- (c) Določi vse ekvivalenčne razrede relacije R .

9. Na množici $A = \{1, \dots, 20\}$ je dana relacija R : $aRb \Leftrightarrow a - b$ je praštevilo.

- (a) Poišči vsa števila $a \in A$, za katera je $aR17$, in vsa števila $b \in A$, za katera je $17Rb$.
- (b) Naj bo R^+ tranzitivna ovojnica relacije R . Za katere $a \in A$ je aR^+17 in za katere $b \in A$ je $17R^+b$?
- (c) Opiši relacijo R^+ .

10. Na množici $A = \{\wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow, \underline{\vee}\}$ definiramo relacijo R s predpisom

$$aRb \text{ ntk. } a \text{ ima v pravilnostni tabeli kvečjemu toliko enic kot } b.$$

- (a) Dokaži, da je relacija R refleksivna in tranzitivna.
- (b) Nariši graf relacije R^2 in določi R^+ .

11. Na množici $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ je dana relacija R s predpisom

$$aRb \Leftrightarrow 5 \text{ deli } a^2 + b^2.$$

- (a) Nariši graf relacije R .
- (b) Ali je R refleksivna, simetrična, tranzitivna?
- (c) Denimo, da relacijo R definiramo na množici $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ z istim predpisom. Poišči

$$\{b \in B \mid 2Rb\}.$$

12. Na množici $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ je definirana relacija

$$R = \{(1, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 4), (4, 5), (5, 6), (6, 7), (7, 8), (8, 3)\}$$

- (a) Nariši grafe relacij R , R^3 in R^6 ? Ali je katera izmed teh relacij simetrična oz. refleksivna?
- (b) Nariši graf relacije R^9 . Pokaži, da je to ekvivalenčna relacija in določi ekvivalenčne razrede.