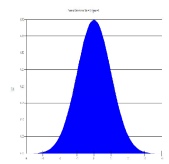
Kaj veš o slučajnih spremenljivkah, standardnem odklonu in normalni porazdelitvi (omeni tudi postopek standardizacije in CLI)?



Slučajne spremenljivke so spremenljivke, katerih vrednosti so odvisne od slučaja. Zanje moramo poznati zalogo vrednosti in porazdelitveni zakon. Obravnavali smo **diskretne** in **zvezne** slučajne spremenljivke: prve opišemo s tabelo $\begin{pmatrix} x_1\ x_2\ \dots\ x_n \dots \\ p_1\ p_2\ \dots\ p_n \dots \end{pmatrix}$, kjer je P($X$ = x_i)=$p_i \geq 0$, i = 1,2,…,n,… in $\sum_{i=1}^{\infty} p_i = 1$, druge pa s porazdelitveno funkcijo $p(x)$, kjer je $p(x) \geq 0$, za vsak x iz definicijskega območja (podmnožica realnih števil) in $\int_{-\infty}^{\infty} p(x)dx = 1.$

Normalna porazdelitev je natanko določena s parametroma **μ** (pričakovana vrednost) in **σ** (standardni odklon). Zaloga vrednosti normalne slučajne spremenljivke so vsa realna števila, gostota verjetnosti pa je $p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$. Če je slučajna spremenljivka X porazdeljena normalno s parametroma **μ** in **σ** zapišemo: $X \sim N(\mu,\sigma)$.

Standardizacija: $\mu = EX$ (matematično upanje) ; $\sigma = \sqrt{DX}$, $DX = EX^2 - (EX)^2$;

Za slučajno spremenljivko X, ki ima matematično upanje μ in standardni odklon σ, ima nova spremenljivka, ki je definirana z $\boldsymbol{Z} = \frac{\boldsymbol{X}-\mu}{\boldsymbol{\sigma}}$, matematično upanje 0 in standardni odklon 1 (npr. za $X \sim N(\mu,\sigma)$ je $Z \sim N(0,1)$).

Centralni limitni izrek (CLI): Za zaporedje slučajnih spremenljivk X_i, i = 1,2,…,n, ki so neodvisne, enako porazdeljene, s končnim matematičnim upanjem in končnim odklonom, velja centralni limitni zakon. Le-ta pravi, da slučajna spremenljivka S_n, ki je enaka vsoti ali povprečju teh slučajnih spremnljivk, za dovolj velik n (npr. n>30) teži k normalni porazdelitvi. Bolj natančno, za vsak realno število x velja $\lim_{n\to\infty} P\left(\frac{S_n - E(S_n)}{\sigma(S_n)} < x\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$.