

## 4. kolokvij iz Osnov verjetnosti in statistike (Ljubljana, 05. 05. 2014)

Čitljivo napišite svoje ime in priimek ter študentsko številko. Preberi celotno besedilo vsake naloge.

Čas reševanja: 60 + 15 minut. Vsaka naloga je vredna 20 točk.

Dovoljena je uporaba dveh A4 listov s formulami in izreki (a le, če niso tiskani) in tabel.

1. Zavarovalnica ima  $n$  zavarovancev. Verjetnost, da zavarovanec uveljavi zavarovanje, je 2%, višina zahtevka pa je normalno porazdeljena slučajna spremenljivka s pričakovano vrednostjo 2000€ in standardnim odklonom 400€. Z  $X_i$  označimo slučajno spremenljivko, ki je enaka 1, če  $i$ -ti zavarovanec uveljavi zavarovanje in 0 sicer, z  $Y_i$  pa označimo višino zahtevka.

- (a) Strošek, ki ga ima zavarovalnica zaradi  $i$ -tega zavarovanca lahko zapišemo kot  $Z_i = X_i Y_i$ . Izračunaj  $E(Z_i)$  in  $\sigma(Z_i)$ . Pri tem upoštevaj neodvisnost slučajnih spremenljivk  $X_i$  in  $Y_i$ .
- (b) Naj bo  $n = 10\,000$  in višina zavarovalne premije 45€. Koliko je verjetnost, da bodo premije pokrile stroške zaradi izplačil?
- (c) Koliko zavarovancev bi morala zavarovalnica imeti, da bi lahko s premijo v višini 43€ z verjetnostjo 95% pokrili stroške?

Če ti ne uspe rešiti (a) naloge, lahko privzameš, da je  $E(Z_i) = 41$  in  $\sigma(Z_i) = 300$  in vseeno rešiš nalogi (b) in (c).

2. Denimo, da želimo najeti dvosobno stanovanje v nekem mestu. Povprečna mesečna najemina za slučajni vzorec 10 stanovanj, ki jih oglašujejo v časopisu, je 540€. Predpostavi, da je standardni odklon  $\sigma$  enak 80€.

- (a) Določi interval zaupanja za povprečno mesečno najemnino v tem mestu pri stopnji zaupanja 95%.
- (b) Denimo, da želimo, da ima interval pri tej stopnji zaupanja dolžino kvečjemu 40€. Kako velik mora biti vzorec?

3. Dan je sledeč vzorec vrednosti za slučajno spremenljivko  $X$ :

2.00,   5.00,   -2.00,   3.50,   0.50,   -6.00

Izračunaj interval zaupanja za  $E(X)$  pri stopnji zaupanja  $\beta = 90\%$ .

**Vse odgovore dobro utemelji!**

(Svoje odgovore na zadnje vprašanje (4.), ki šteje za bonus pri izpitu, pišite na ta list (hrbta stran), sicer Vaših odgovorov ne bomo upoštevali.

(a) [3 točke], (b) [1 točka], (c) [2 točki], (d) [2 točki], (e) [2 točki].)

4. (Centralni limitni izrek – CLI)

(a) Predstavi CLI za vzorčenje.

Naj bo  $X$  slučajna spremenljivka z  $E(X) = \mu$  in  $D(X) = \sigma^2$ .  
Za njen slučajni vzorec  $(X_1, \dots, X_n)$

(b) definiraj vzorčno povprečje in popravljeni vzorčni odklon  $\bar{X}$

ter napiši (skupaj z utemeljitvijo), kaj se dogaja ob naraščanjem velikosti vzorca s

(c) pričakovano vrednostjo vzorčnega povprečja  $E(\bar{X})$  in

(d) z disperzijo vzorčnega povprečja  $D(\bar{X})$ .

(e) Pojasni pomen CLI (kaj nam omogoča).