

## Izpit iz Osnov verjetnosti in statistike

### 6. julij 2012

- Čas pisanja: **45 minut**
- Vse rezultate zapišite na ta papir, pomožni izračuni z utemeljitvijo morajo biti priloženi.
- Vsi deli nalog so enakovredni.
- Prepisovanje, pogovarjanje in uporaba knjig, zapiskov, prenosnega telefona in drugih pripomočkov je prepovedano.

1. [25 točk] Pogojna verjetnost.

(a) Zapiši formulo pogojne verjetnosti dogodka  $A$  pri pogoju, da se zgodi dogodek  $B$ .

Mečemo rdečo in modro kocki. Naj bosta  
dogodek  $A$  — na rdeči kocki pada 4, 5 ali 6;  
dogodek  $B$  — vsota točk na obeh kockah je 5.

(b) Izračunaj  $P(A)$ ,  $P(B)$ ,  $P(A \cup B)$  in  $P(A \cap B)$ .

(c) Izračunaj  $P(A|B)$  in  $P(B|A)$ . Ali sta  $A$  in  $B$  neodvisna dogodka?

(d) Kaj veš o Bayesovem obrazcu?

(e) Napiši primer (besedilno nalogo), za rešitev katerega se da uporabiti Bayesov obrazec, in opiši postopek rešitve (naloge ni treba popolnoma rešiti).

2. [15 točk] Diskretne porazdelitve

- (a) Kaj veš o geometrijski porazdelitvi? (porazdelitvena tabela, matematično upanje, disperzija,...)
- (b) V posodi imamo  $R$  rdečih in  $B$  belih kroglic. Naključno izberemo  $n$  kroglic. Naj slučajna spremenljivka  $X$  šteje število rdečih kroglic med izbranimi. Kakšno (znano) porazdelitev ima  $X$ ? Kaj je  $P(X = k)$ ?
- (c) V posodi imamo 5 rdečih in 5 belih kroglic. Naključno izberemo 5 kroglic. Naj slučajna spremenljivka  $X$  šteje število rdečih kroglic med izbranimi. Izračunaj  $P(X = 1)$ .

3. [25 točk] Normalna porazdelitev.

- (a) Naj bo  $X \sim N(\mu, \sigma)$ . Zapiši formulo za gostoto verjetnosti spremenljivke  $X$  in razloži, kaj pomeni standardizacija spremenljivke  $X$ .
- (b) Naj bo spet  $X \sim N(\mu, \sigma)$ . Izračunaj  $P(X = \mu)$ ,  $P(X \geq \mu)$  in  $P(X \leq 0)$ .

Kovanec vržemo 100-krat. Naj slučajna spremenljivka  $X$  šteje število grbov.

- (c) Katero (diskretno) porazdelitev ima  $X$ ? Kaj sta  $E(X)$  in  $D(X)$ ?

(d) Iz centralnega limitnega izreka (ali pa iz Laplaceovega točkovnega obrazca) sledi, da je  $X$  porazdeljena približno kot zvezna slučajna spremenljivka  $N(\mu, \sigma)$ . Določi  $\mu$  in  $\sigma$ .

(e) Oцени  $P(45 \leq X \leq 55)$  in  $P(35 \leq X \leq 65)$ .

4. [20 točk] Predstavitev kvantitativnih podatkov.

Telesne višine nogometašev nogometnega društva so: 177, 168, 185, 184, 176, 181, 180, 176, 187, 182, 180, 174, 170 cm.

(a) Uredi podatke v ranžirano vrsto, izračunaj mediano, modus, 1. in 2. kvantil.

(b) Zapiši podatke v frekvenčno tabelo, ki vsebuje 5 razredov enake širine. Ne pozabi poiskati frekvence in relativne frekvence razredov.

5. [20 točk] Statistični testi

(a) Kaj je stopnja značilnosti in kritično območje testa?

(b) Kaj je napaka 1. in 2. vrste?

Znano je, da je povprečna vrednost IQ testa enaka 100 s standardnim odklonom 15. Želimo testirati hipotezo o standardnem odklonu. Naključno izberemo vzorec 20 ljudi. Popravljen vzorčni standardni odklon je 19.4.

(c) Kaj bo ničelna in kaj alternativna hipoteza?

$H_0$ : \_\_\_\_\_

$H_A$ : \_\_\_\_\_

(d) Kako določimo kritično območje testa (opiši samo postopek, naloge ni treba reševati do konca)?