



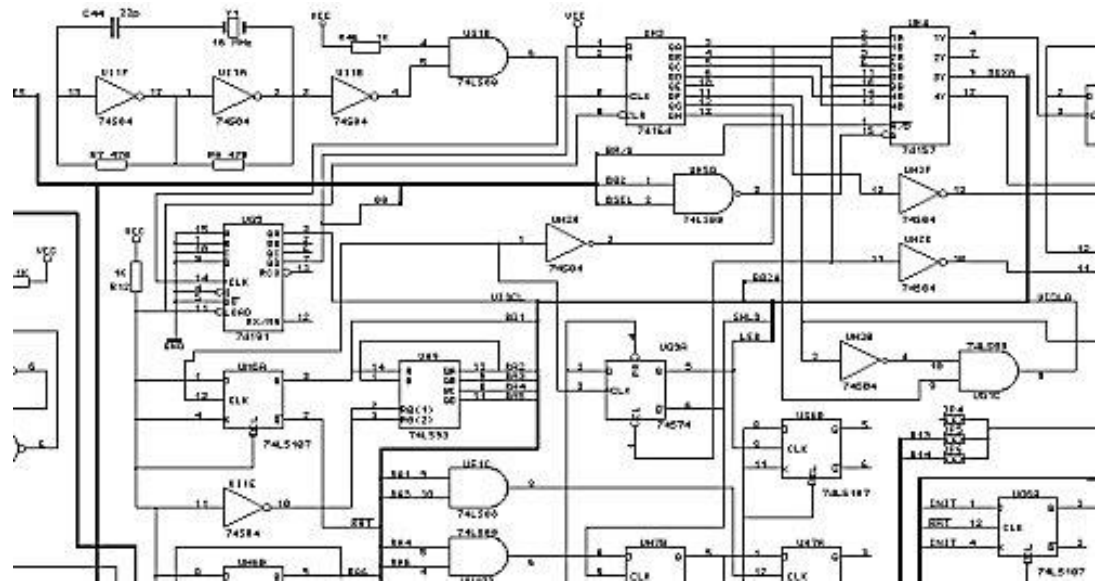
# Digitalna vezja UL, FRI



Predavanje 1

# Uvod

- ▶ Predavanja – gradivo za vaje, kolokvij/izpit
- ▶ Vaje:
  - ▶ Kviz – preverjanje gradiva za vaje
  - ▶ Laboratorijske vaje (naloge)
  - ▶ Seminar (naloga – rešitev - poročilo)
  - ▶ Orodja: papir, logisim, 'protoboard'
- ▶ Spletna učilnica
- ▶ Način dela in ocenjevanje



<http://www.digital-design.com/custom-equipment/digital-and-analog-circuit-design.html>

---

▶ Vsebina predmeta:

- ▶ Logične funkcije
- ▶ Kombinacijska vezja
- ▶ Sekvenčna vezja
- ▶ Avtomati: semafor, kavni avtomat, ...

▶ Literatura:

- ▶ R.H. Katz, G. Borriello, Contemporary Logic Design, Pearson, 2005
- ▶ W. Kleitz: Digital Electronics, A practical approach, Pearson, 2005
- ▶ J.F. Wakerly: Digital Design: Principles and Practices, Prentice-Hall, 2001
- ▶ Trebar Mira, Osnove logičnih vezij, 2005

# Uvod v računalništvo (1.letnik) - pregled

## ► Številski sistemi

- Desetiški (D) in dvojiški (B)
- Pretvorba:  $D \Leftrightarrow B$

Pozicijski zapis

$$N = \sum_{i=-p}^{n-1} b_i r^i$$

## Ponovitev

Desetiško število (D):  $r=10$ ;  $b: 0, 1, 2, \dots, 9$

$$2345,3_{10} = 2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^{-1}$$

Dvojiško število (B):  $r=2$ ;  $b: 0, 1$  Pretvorba  $B \Rightarrow D$

$$\begin{aligned} 1011,1_2 &= 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} = \\ &1 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 0.5 = 11,5_{10} \end{aligned}$$

Pretvorba  $D \Rightarrow B$

$$13:2 = 6 \text{ ost}=1 \quad (b_0)$$

$$6:2 = 3 \text{ ost}=0 \quad (b_1)$$

$$3:2 = 1 \text{ ost}=1 \quad (b_2)$$

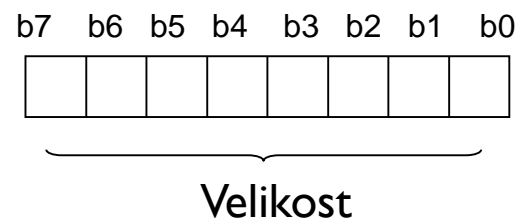
$$1:2 = 0 \text{ ost}=1 \quad (b_3)$$

Rezultat:  $1101_2$

► Nepredznačena števila:

- $n$  – število bitov

Območje števil:  $0 \leq N \leq 2^n - 1$

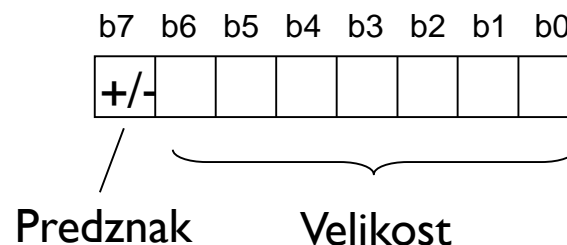


► Predznačena števila:

- $n$  – število bitov
- Bit  $b_{n-1}$  (najbolj levi bit) predstavlja predznak po pravilu
  - $b_{n-1} = 0 \rightarrow$  pozitivno število
  - $b_{n-1} = 1 \rightarrow$  negativno število
- Preostali biti predstavljajo vrednost (velikost) števila

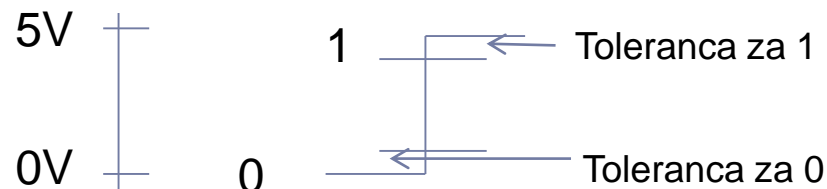
- Zapis: Dvojiški komplement:

Območje števil:  $-(2^{n-1}) \leq N \leq (2^{n-1} - 1)$



► Binarna logika:

True/False, T/F, I/O



► Negacija: NE (NOT):

Izhod = 1, če je x=0

Izhod = 0, če je x=1

$$x = \sim x = x' = \overline{x}$$



► Konjunkcija: IN (AND):

Izhod = 1, če je x=y=1

Izhod = 0, sicer

$$x \& y = x \wedge y = x.y = x y$$



► Disjunkcija: ALI (OR):

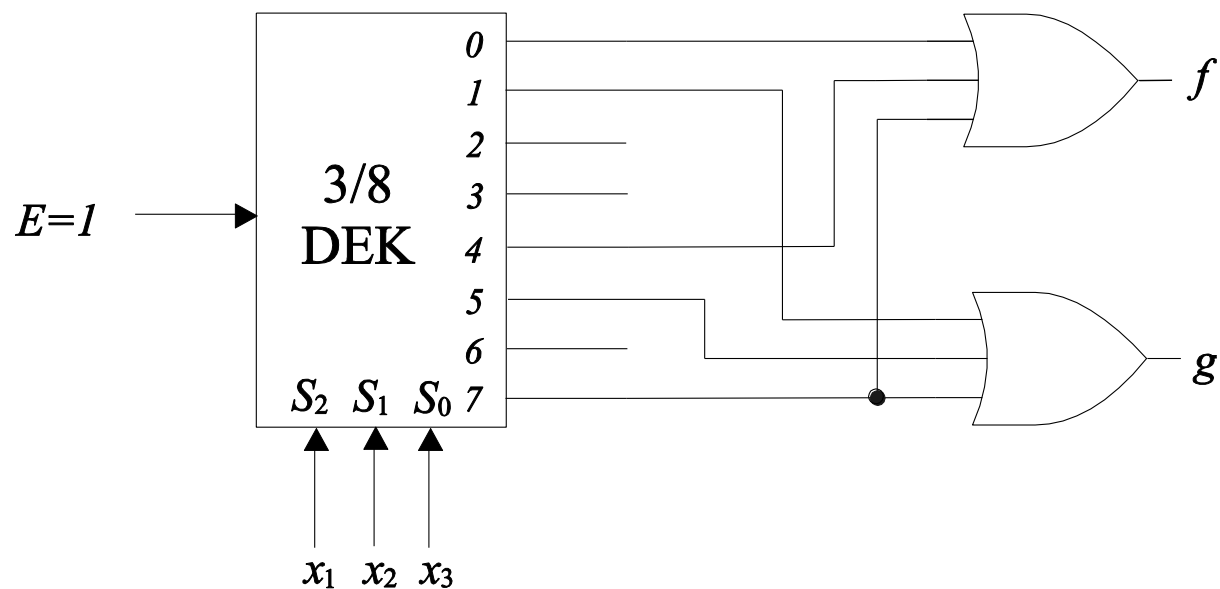
Izhod = 0, če je x=y=0

Izhod = 1, sicer

$$x \vee y = x + y$$

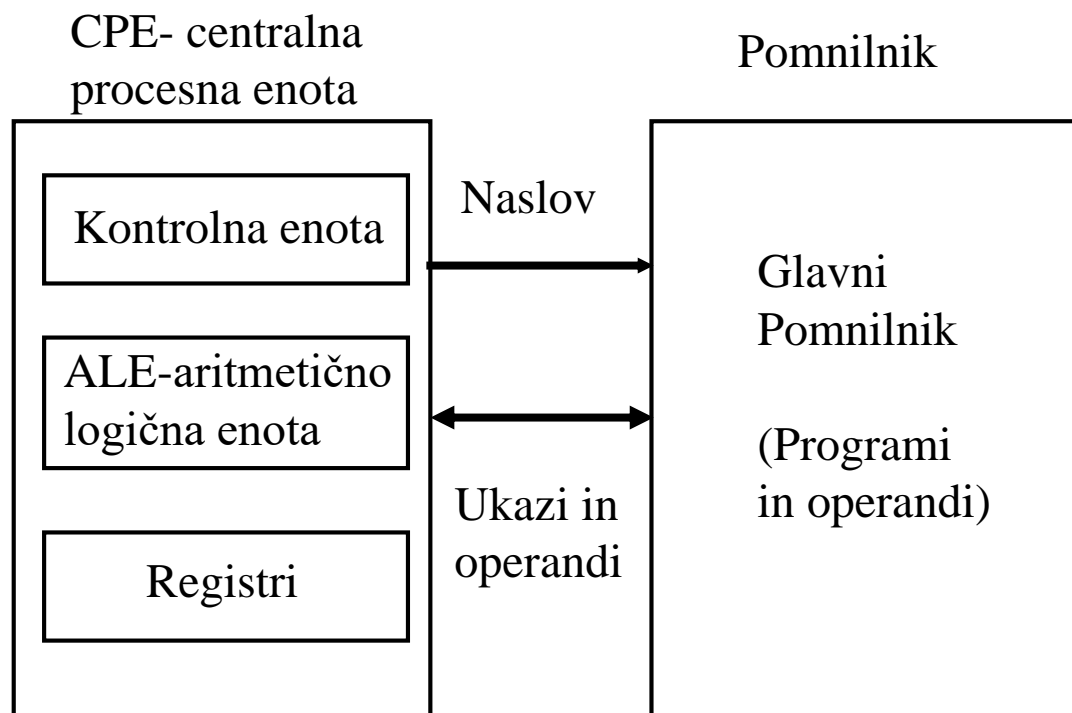


- ▶ Gradnja digitalnih vezij (računalniških vezij- ?)
- ▶ Kombinacijska
- ▶ Sekvenčna
- ▶ Algoritem: vsota produktov
- ▶ Vezje za primerjanje
- ▶ Seštevalnik
- ▶ Kontrolna vezja
- ▶ Izbirnik
- ▶ Dekodirnik



## Računalniški sistem (Von Neumannova arhitektura)

- ▶ CPE
  - ▶ ALE
  - ▶ Krmilna enota
  - ▶ Registri
  - ▶ Dekodirnik ukazov
- ▶ Pomnilnik
- ▶ V/I naprave
- ▶ Izvajanje ukazov - zbirnik





# P1 Vsebina

---

- ▶ Dvojiški številski sistem
  - ▶ Predstavitev
  - ▶ Računanje
- ▶ Kode:
  - ▶ ASCII
  - ▶ Grayeva
- ▶ Booleova algebra

# Dvojiški številski sistem

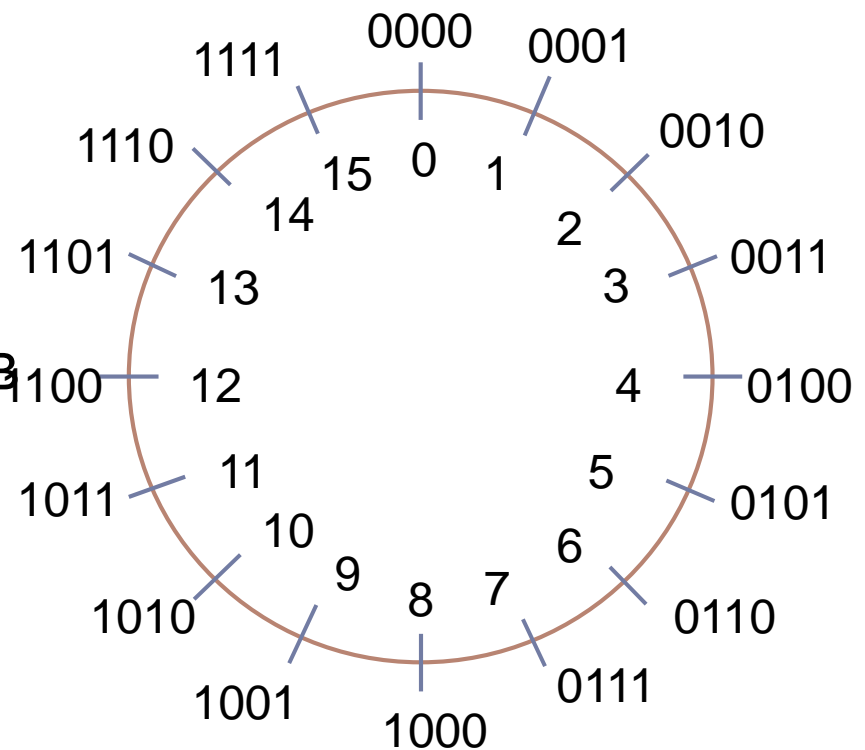
- ▶ Zapis števil od 0 – 31 v dvojiškem številskem sistemu: 00000 – 11111

Desetiško	Dvojiškio	Desetiško	Dvojiškio	Desetiško	Dvojiškio	Desetiško	Dvojiškio
0	00000	8	01000	16	10000	24	11000
1	00001	9	01001	17	10001	25	11001
2	00010	10	01010	18	10010	26	11010
3	00011	11	01011	19	10011	27	11011
4	00100	12	01100	20	10100	28	11100
5	00101	13	01101	21	10101	29	11101
6	00110	14	01110	22	10110	30	11110
7	00111	15	01111	23	10111	31	11111

- ▶ Pretvorba: B => D ( $n=5$ ,  $2^5 = 32$ ), števila od 0 do 31  
uporabimo zapis:  $1*2^4 + 1*2^3 + 1*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0 = 16+8+4+2+1$   
 $01001 = 0*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 = 8 + 1 = 9$

# Nepredznačena števila

- ▶ Število bitov:  $n$
- ▶ Območje števil:  $0 \leq N \leq 2^n - 1$
- ▶ **Seštevanje:**  $Z = X + Y$ , prenos - C
- ▶ D:  $X=5, Y=3 \rightarrow Z=5+3=8, C=0$
- ▶ B:  $X=0101, Y=0011$   
 $Z=1000, C=0$
- ▶ **Odštevanje:**  $D = X - Y$ , sposodek - B
- ▶ D:  $X=5, Y=3 \rightarrow Z=5-3=2, B=0$
- ▶ B:  $X=0101, Y=0011$   
 $Z=0010, B=0$
- ▶ Množenje:  $P = X * Y$



# Predznačena števila

- ▶ Območje:  $-(2^{n-1}) \leq N \leq (2^{n-1} - 1)$
- ▶ Pretvorba v Dvojiški komplement:
  - ▶ X - Dvojiško število
  - ▶ X' - eniški komplement
  - ▶  $Y = X' + 1$
- ▶ Primer:  $X=6 \rightarrow Y=-6$ 
  - ▶  $X = 0110$
  - ▶  $X' = 1001$
  - ▶  $Y = 1001 + 1 = 1010$
- ▶ Primer:  $X=-3 \rightarrow Y=3$ 
  - ▶  $X = 1101$
  - ▶  $X' = 0010$
  - ▶  $Y = 0010 + 1 = 0011$

Desetiško število	Dvojiški zapis	Desetiško število	Dvojiški zapis
0	0000	-8	1000
1	0001	-7	1001
2	0010	-6	1010
3	0011	-5	1011
4	0100	-4	1100
5	0101	-3	1101
6	0110	-2	1110
7	0111	-1	1111

**Preliv** (V-overflow) = 1, če je

- rezultat vsote števil z enakim predznakom nasprotnega predznaka:

$(+, +) \rightarrow -$  ali  $(-, -) \rightarrow +$  ali

$C_n \neq C_{n-1}$  - zadnja dva prenosa sta različna

► **Seštevanje:**  $Z = X + Y$ , prenos C, preliv V

D:  $X=5, Y=3 \rightarrow Z=5+3=-8, V=1$

B:  $X=0101, Y=0011$

$Z=1000, C=0, V=1$

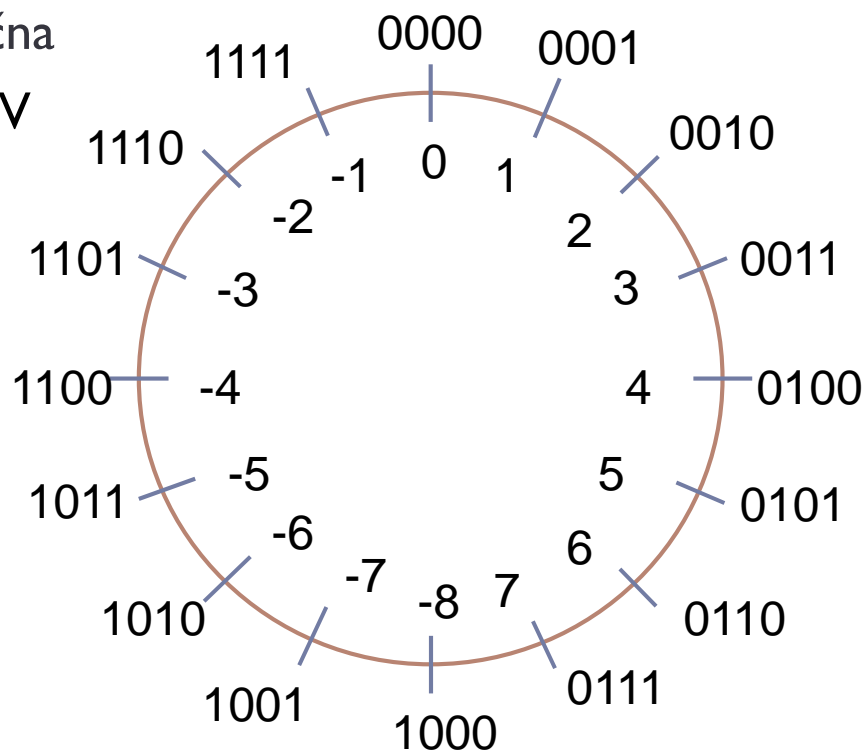
► **Odštevanje:**  $D = X - Y =$

Seštevanje:  $= X + (-Y)$

D:  $X=5, Y=-3 \rightarrow Z=5+(-3)=2, V=0$

B:  $X=0101, Y=1101$

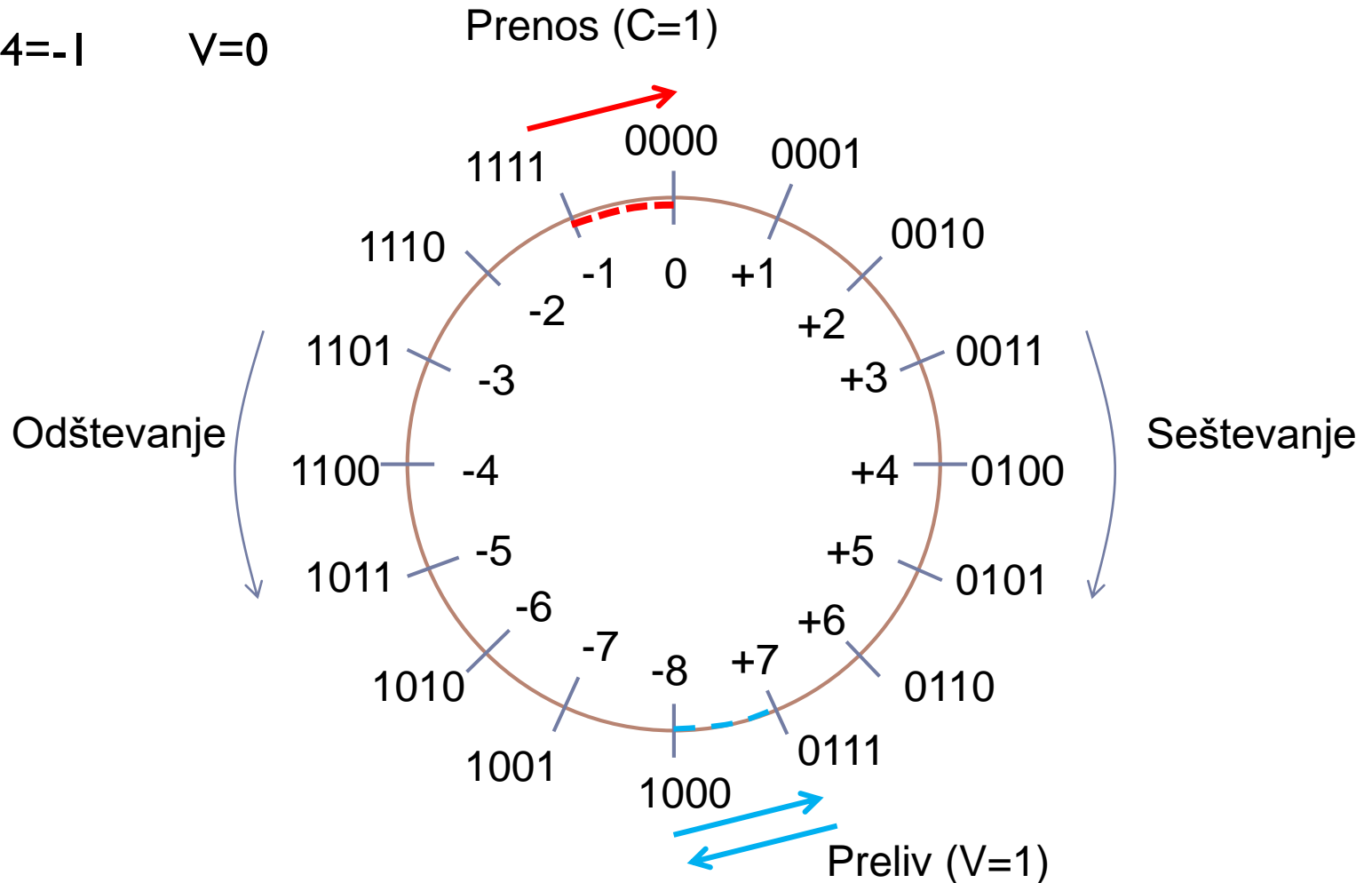
$Z=0010, V=0$



# Naloge

1.  $5+3=8$   $V=1$

2.  $-5+4=-1$   $V=0$



# Kode

## 1. ASCII

- ▶ A) Bit 7 = 0 - osnovna oblika
- ▶ B) Bit 7 = 1 - razširjena ASCII koda, definiranih je dodatnih 128 znakov
- ▶

b7	b6	b5	b4	b3	b2	b1	b0
0	1	0	0	0	0	0	1
$2^7$	$2^6$	$2^5$	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$

Zapis:

Znak A: 0100 0001 = 41(hex)

## 2. Grayeva koda

- ▶ Vsaka koda v naslednji vrstici se od prejšnje razlikuje samo na enem bitu.

	B		G	
0	0	0	0	0
1	0	1	0	1
2	1	0	1	1
3	1	1	1	0

# Booleova algebra

---

- ▶ George Boole, 1815-1864
- ▶ Matematično orodje za analizo in sintezo digitalnih logičnih vezij
- ▶ Operacije: not, and, or
- ▶ Postulati, zakoni:
  - ▶ Množica  $X$  vsebuje vsaj dva elementa  $x, y \in X$ , tako da velja  $x \neq y$ .
  - ▶ *Zaprtaost*: Za vsak  $x, y \in X$  velja:  $x \vee y \in X, x \cdot y \in X$
  - ▶ *Komutativnost*
  - ▶ *Distributivnost*
  - ▶ *Obstoj nevtralnih elementov*.  $0, 1$
  - ▶ *Komplementarnost*:  $x, x'$
- ▶ Izreki:
  - ▶ Asociativnost
  - ▶ Dvojna negacija
  - ▶ DeMorganov izrek
  - ▶ ...



► Komutativni zakon

$$x.y = y.x$$

$$x \vee y = y \vee x$$

► Distributivni zakon

$$x.(y \vee z) = (x.y) \vee (x.z) = x.y \vee x.z$$

$$x \vee (y.z) = (x \vee y).(x \vee z)$$

► Nevtralni element - Konstanta (0,1):

$$x.0 = 0$$

$$x \vee 0 = x$$

x	0	$x.0=0$	$x \vee 0=x$
0	0	<b>0</b>	<b>0</b>
1	0	<b>0</b>	<b>1</b>

$$x.1 = x$$

$$x \vee 1 = 1$$

x	1	$x.1=x$	$x \vee 1=1$
0	1	<b>0</b>	<b>1</b>
1	1	<b>1</b>	<b>1</b>

- Komplement (negirana x):  $x' = \bar{x}$

$$x.x' = 0$$

$$x \vee x' = 1$$

x	x'	$x.x'=0$	$x \vee x'=1$
0	1	<b>0</b>	<b>1</b>
1	0	<b>0</b>	<b>1</b>

- Dvojna negacija (x):  $x'' = \bar{\bar{x}}$

$$x'' = (x')' = x$$

D:  $x=0: (0')'=(1)'=0$

$x=1: (1')'=(0)'=1$

x	x'	x''
0	1	<b>0</b>
1	0	<b>1</b>

- Vsebovanost:

$$x.(x \vee y) = x$$

$$x \vee (x.y) = x$$

x	y	$x \vee y$	$x.(x \vee y)=x$
0	0	<b>0</b>	<b>0</b>
0	1	<b>1</b>	<b>0</b>
1	0	<b>1</b>	<b>1</b>
1	1	<b>1</b>	<b>1</b>

---

► Enakost

$$x \cdot x = x$$

$$x \vee x = x$$

► Asociativni zakon

$$(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$$

$$(x \vee y) \vee z = x \vee (y \vee z)$$

- velja za n členov

► DeMorganov izrek

$$\overline{x \cdot y} = \overline{x} \vee \overline{y}$$

$$\overline{x \cdot y \cdot z} = \overline{x} \vee \overline{y} \vee \overline{z}$$

$$\overline{x \vee y} = \overline{x} \cdot \overline{y}$$

$$\overline{x \vee y \vee z} = \overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{z}$$

- velja za n členov

# Priprava za laboratorijske vaje

---

## List A4:

- ▶ Tabela logičnih operacij:
  - not
  - and
  - or
- ▶ Booleova algebra:
  - Postulati
  - Izreki

Zapiske obvezno prinesete na I. laboratorijske vaje.

# Naloge

---

- ▶ Pretvorba števil

$$52_{10} = 110100_2$$

$$116_{10} = 01110100_2$$

$$110010_2 = 50_{10}$$

$$10110_2 = 22_{10}$$

- ▶ Dvojiški komplement:

$$25_{10} = 011001_2 \Rightarrow 100110 + 1 = 100111_2 = -25_{10}$$

$$01011_2 = 11_{10} \Rightarrow 10100 + 1 = 10101_2 = -11_{10}$$

- ▶ Seštejte števili X in Y in določite prenos C in preliv V.

$$X=10010, Y=01110$$

Ali je rezultat pravilen, če sta X in Y:

a) nepredznačeni števili?

b) predznačeni števili?

- 
- ▶ Poenostavite izraze z uporabo Booleove algebre

- ▶ A)  $f = \bar{x}.\bar{y}.\bar{z} \vee x.\bar{y}.\bar{z} \vee x.\bar{y}.z =$

$$= \bar{y}.\bar{z}(x \vee \bar{x}) \vee x.\bar{y}.z =$$

$$= \bar{y}.\bar{z} \vee x.\bar{y}.z =$$

$$= \bar{y}.\bar{z} \vee x.\bar{y}.z =$$

$$= \bar{y}.\bar{z} \vee x.\bar{y}.z =$$

→

$$a) = \bar{y}.\bar{z} \vee \bar{y}.x = \bar{y}.\bar{z} \vee x.\bar{y}$$

$$b) = \bar{y}.\bar{z} \vee \bar{y}.x = \bar{y}(\bar{z} \vee x)$$

- ▶ B)  $x \vee 1 = 1$

$$(x \vee 1).1 = (x \vee 1).(x \vee \bar{x}) = x \vee 1.\bar{x} = x \vee \bar{x} = 1$$

- ▶ C)  $(x \vee y)(y \vee z)(x \vee z).\bar{x} =$

- ▶ D)  $\overline{(x \vee y) \vee z(x \vee z).\bar{x}} =$