

1. Preveri pravilnost sklepov s pomočjo dokaza s protislovjem (*reductio ad absurdum*).

$$(a) (p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s), s \wedge q \Rightarrow t, \neg t \models \neg(p \wedge r),$$

$$(b) p \vee q, p \Rightarrow r, q \Rightarrow s \models r \vee s,$$

$$(c) p \vee q, p \vee r, r \Rightarrow s, \neg(q \wedge s) \models p,$$

$$(d) p \Rightarrow r \wedge t, t \vee s \Rightarrow \neg q \models \neg(p \wedge q),$$

$$(e) p \Leftrightarrow q, r \vee s \Rightarrow p, s \vee t, \neg t \vee r \models q,$$

2. Naj bodo področje pogovora naravna števila in naj bodo predikati

$$P(x) : x \text{ je praštevilo.}$$

$$D(x, y) : \text{število } x \text{ deli število } y$$

Določi logične vrednosti formul

$$(a) \forall x(P(x) \vee D(2, x))$$

$$(b) \exists x(P(x) \wedge D(2, x))$$

$$(c) \exists x(P(x) \wedge D(5, x))$$

$$(d) \forall x(P(x) \Rightarrow \neg D(10, x))$$

$$(e) \forall x(D(4, x) \Rightarrow D(2, x))$$

$$(f) \forall x \exists y(P(y) \wedge D(y, x))$$

$$(g) \exists x \forall y(D(x, y) \Rightarrow \neg P(y))$$

$$(h) \forall x \exists y(P(x) \Rightarrow P(y) \wedge D(y, x))$$

Zapiši še negacije formul.

3. Zapiši formulo v preneksni normalni obliki.

$$(a) \forall x(\exists y P(x, y) \Rightarrow \forall y R(y, x) \vee \exists x T(x))$$

$$(b) \neg \forall x(P(x) \vee \exists z Q(x, z)) \vee \exists z(P(z) \Rightarrow \forall x Q(x, z))$$

$$(c) \forall x \forall y(P(x, y) \Rightarrow \exists z(P(x, z) \wedge P(y, z)))$$

4. Ali so katere izmed formul med sabo enakovredne?

$$\neg \forall x \exists y(P(x) \Rightarrow Q(y)), \quad \exists x \forall y(P(x) \wedge \neg Q(y)), \quad \exists x \forall y(\neg P(x) \Rightarrow \neg Q(y))$$

5. Ali so katere izmed formul med sabo enakovredne?

$$\exists x(P(x) \Leftrightarrow Q(x)), \quad \forall x(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow \exists x(P(x) \wedge Q(x)), \quad \exists x P(x) \Leftrightarrow \exists x Q(x)$$