



Digitalna vezja UL, FRI



Vaja 1

Booleova algebra – operacije, vrata

Negacija NE (NOT):

$$\bar{x} = x'$$



x	\bar{x}
0	1
1	0

Konjunkcija: IN (AND)

$$x \& y = x \wedge y = x.y = x y$$



x	y	$x.y$	$x \vee y$
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	1

Disjunkcija: OR (ALI)

$$x \vee y = x + y$$



Booleova algebra – postulati in izreki

Komutativni zakon:

$$x.y = y.x \quad x \vee y = y \vee x$$

Distributivni zakon

$$x.(y \vee z) = (x.y) \vee (x.z) = x.y \vee x.z$$

$$x \vee (y.z) = (x \vee y).(x \vee z)$$

Konstanta (0,1):

$$x \vee 0 = x \quad x.1 = x$$

Komplement (x, x')

$$x.\bar{x} = 0 \quad x \vee \bar{x} = 1$$

Asociativni zakon

$$(x.y).z = x.(y.z) = x.y.z$$

$$(x \vee y) \vee z = x \vee (y \vee z) = x \vee y \vee z$$

Konstanta (0,1)

$$x . 0 = 0 \quad x \vee 1 = 1$$

Idempotenca

$$x . x = x \quad x \vee x = x$$

Vsebovanost

$$x.(x \vee y) = x \quad x \vee (x.y) = x$$

Dvojna negacija

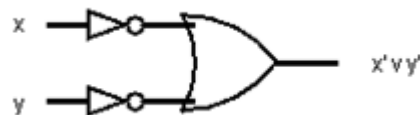
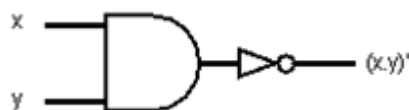
$$\begin{aligned} &= \\ \bar{\bar{x}} &= x \end{aligned}$$



Booleova algebra - de Morganov izrek

- Negacija konjunkcije \equiv disjunkcija negiranih spremenljivk

$$\overline{x \cdot y} = \bar{x} \vee \bar{y}$$

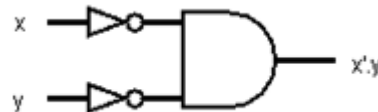
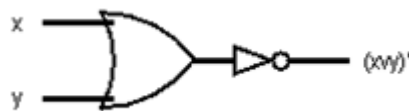


$$\overline{x \cdot y \cdot z} = \bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z}$$

Velja za poljubno število vhodov

- Negacija disjunkcije \equiv konjunkcija negiranih spremenljivk

$$\overline{x \vee y} = \bar{x} \cdot \bar{y}$$



$$\overline{x \vee y \vee z} = \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z}$$

Velja za poljubno število vhodov

Naloga 1: Dokazi izrekov s postulati

► Primer 1:

$$X \vee X = X$$

$$(X \vee X).1 = (X \vee X).(X \vee \bar{X}) = X \vee X.\bar{X} = X \vee 0 = X$$

► Primer 2:

$$X.X = X$$

Naloga 2: Poenostavljanje funkcij

► Primer

$$f = \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z \vee \bar{x} \cdot y \cdot z = \bar{x} \cdot z (\bar{y} \vee y) = \bar{x} \cdot z \cdot 1 = \bar{x} \cdot z$$

$$\begin{aligned} g &= \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z \vee x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} \vee x \cdot \bar{y} \cdot z \vee \bar{x} \cdot y \cdot z = \\ &= \bar{x} \cdot z (\bar{y} \vee y) \vee x \cdot \bar{y} (\bar{z} \vee z) = \bar{x} \cdot z \vee x \cdot \bar{y} \end{aligned}$$

► Poenostavite zapis logičnih funkcij h, k, m, n :

$$h = \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z \vee x \cdot y \cdot z \vee x \cdot y \cdot \bar{z} \vee x \cdot \bar{y} \cdot z = ?$$

$$k = \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z \cdot u \vee x \cdot y \cdot z \cdot u \vee x \cdot y \cdot \bar{z} \cdot u \vee x \cdot y \cdot z \cdot \bar{u} = ?$$

$$m = \overline{(\bar{x} \cdot \bar{y} \vee x \cdot y)} = ?$$

$$n = \overline{(\bar{x} \cdot \bar{y} \vee y \cdot z)} \vee (x \vee z) = ?$$

Naloga 3: Grayeva koda (n=3)

V tabeli zapišite vrednosti izhodov g_2, g_1, g_0

	b_2	b_1	b_0	g_2	g_1	g_0
0	0	0	0			
1	0	0	1			
2	0	1	0			
3	0	1	1			
4	1	0	0			
5	1	0	1			
6	1	1	0			
7	1	1	1			



Naloga 4 Funkcije (n=3)

V tabelo zapišite funkciji:

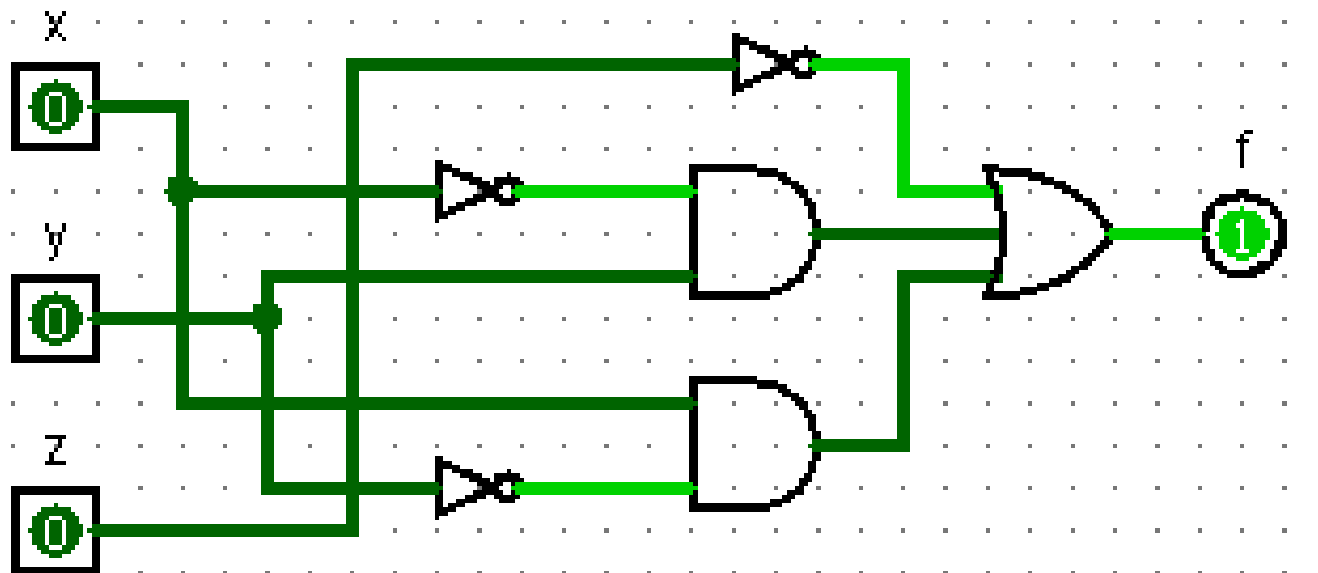
$$F = \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} = \overline{x \vee y \vee z}$$

$$G = \bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z} = \overline{x \cdot y \cdot z}$$

A	B	C	F	G
0	0	0		
0	0	1		
0	1	0		
0	1	1		
1	0	0		
1	0	1		
1	1	0		
1	1	1		

Naloga 5

Zapišite funkcijo f z operatorji NOT, AND, OR



$$f = \bar{z} \vee \bar{x}.y \vee x.\bar{y}$$