

1. S pomočjo matematične indukcije dokaži, da za vse $n \in \mathbb{N}$ velja:

$$(a) \quad 1 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^2 + \dots + n \cdot 2^n = (n-1) \cdot 2^{n+1} + 2,$$

$$(b) \quad 1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \dots + n \cdot n! = (n+1)! - 1,$$

$$(c) \quad 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2},$$

$$(d) \quad 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

2. S pomočjo matematične indukcije dokaži, da je

$$(1+x)^n \geq 1+nx$$

za vsa naravna števila $n \in \mathbb{N}$ in vse realne $x \geq -1$.

3. S pomočjo matematične indukcije dokaži:

(a) da pri triangulaciji konveksen n -kotnik razdelimo na natanko $n-2$ trikotnika.

(b) da n premic v splošni legi v ravnini razdeli ravnino na $1 + \frac{n(n+1)}{2}$ območij.

4. Določi logične vrednosti enostavnih izjav p, q, r, s , nato pa še vrednosti iz njih dobljenih sestavljenih izjav A, B, C .

$p \equiv$ Obstajajo izjavni izrazi, ki so tautologije.

$q \equiv$ Vsi izjavni vezniki so dvomestni.

$r \equiv$ Izjavni veznik \neg ima prednost pred izjavnim veznikom \vee .

$s \equiv$ Vsak izjavni izraz je nevtralen.

$$(a) \quad A \equiv p \wedge q \Rightarrow s \vee r.$$

$$(b) \quad B \equiv (p \Rightarrow s) \vee (q \Leftrightarrow r).$$

$$(c) \quad C \equiv (\neg s \Rightarrow \neg p) \vee q.$$

5. Majhna otoška državnica ima samo dve mesti: Zgornje Butale in Spodnje Butale. Kadar prebivalec otoka govori s someščanom, vedno govori resnico, če se pogovarja z nekom iz drugega mesta, pa se laže.

(a) Otočan Anže reče otočanu Bojanu: "Ti si iz Zgornjih Butal."

(b) Otočan Cene reče otočanki Danici: "Ni res, da sva oba iz Spodnjih Butal."

(c) Otočanka Eva reče otočanki Franji: "Ti si iz Zgornjih Butal, jaz sem pa iz Spodnjih Butal."

Ali lahko ugotoviš, od kod prihajajo?

6. Učitelj vpraša študente, ali so samostojno rešili domačo nalogo (vsak jo je bodisi rešil samostojno bodisi prepisal). Dobi naslednje odgovore:

Anja: Nismo vsi samostojno rešili domače naloge.

Bine: Če sta domačo nalogo samostojno rešili Anja ali Cvetka, potem jo je David prepisal.

Cvetka: Anja je sama rešila nalogo ali pa jo je sam rešil Bine.

David: Bine je sam rešil nalogo ali pa jo je sama rešila Cvetka.

- (a) Ali lahko vsi govorijo resnico?
- (b) Ali lahko vsi lažejo?
- (c) Tisti, ki so domačo nalogo naredili, govorijo resnico, tisti, ki so jo prepisali, pa lažejo. Kdo vse je domačo nalogo prepisal?