

Autonomous optical navigation technology for Mars probe based on image edge information

刘付成, 朱庆华, 孙建党, 李爽, 肖东东 and 姜丽辉

Citation: [中国科学: 技术科学](#) **50**, 1160 (2020); doi: 10.1360/SST-2020-0272

View online: <http://engine.scichina.com/doi/10.1360/SST-2020-0272>

View Table of Contents: <http://engine.scichina.com/publisher/scp/journal/SST/50/9>

Published by the [《中国科学》杂志社](#)

Articles you may be interested in

[Autonomous navigation method with high accuracy for cruise phase of Mars probe](#)

SCIENTIA SINICA Informationis **42**, 936 (2012);

[Research on the technology of femtosecond laser micromachining based on image edge tracing](#)

Chinese Science Bulletin **55**, 877 (2010);

[Integrated navigation for the approach phase of Mars probe](#)

SCIENTIA SINICA Technologica **50**, 1150 (2020);

[Autonomous celestial navigation method of asteroid probe based on angle measurement and velocity measurement](#)

SCIENTIA SINICA Physica, Mechanica & Astronomica **49**, 084510 (2019);

[Study on autonomous navigation based on pulsar timing model](#)

Science in China Series G-Physics, Mechanics & Astronomy **52**, 303 (2009);



基于图像边缘信息的火星探测器自主光学导航技术

刘付成^{1,2}, 朱庆华^{1,2}, 孙建党^{1,2}, 李爽^{3*}, 肖东东^{1,2}, 姜丽辉^{1,2}

1. 上海航天控制技术研究所, 上海 201109;
2. 上海市空间智能控制技术重点实验室, 上海 201109;
3. 南京航空航天大学航天学院, 南京 211106

*E-mail: lishuang@nuaa.edu.cn

收稿日期: 2020-07-01; 接受日期: 2020-07-20; 网络版发表日期: 2020-09-11

国家自然科学基金(批准号: 11672126, 61273051)资助项目

摘要 由于存在比较大的通信时延, 加之可见测控弧段的约束, 传统的地基无线电测控模式无法胜任深空探测任务关键节点对导航实时性和精度的需求。本文以火星探测为潜在的工程应用背景, 发展了基于图像边缘信息的深空探测自主光学导航技术, 对影响导航精度的光轴偏差进行了在轨实时估计和标定。首先, 对于地-火转移段, 发展了基于火星中心及地平矢量的自主导航方法; 其次, 针对环火绕飞段, 提出了基于火星本体局部边缘点信息的自主导航方法; 然后, 针对导航系统中的导航相/机光轴偏差, 采用基于EM-EKF的参数估计算法实现近实时的光轴偏差参数估计, 以补偿系统误差, 从而实现高精度的自主光学导航。仿真结果表明, 本文所发展的自主光学导航技术显著提高了探测器自主导航的导航精度, 可作为地面测控导航模式的可靠备份, 从而确保火星探测任务的成功实施。

关键词 火星探测, 自主光学导航, 导航模型, 边缘提取, 偏差估计, EM-EKF

1 引言

2020年适逢火星探测燃耗最优发射窗口, 中国、美国和阿联酋都计划择机发射自己的火星探测器。由于探测器距离地球远, 传统的利用地面测控站的导航方式一方面通信时延较长, 不能满足火星探测任务实时导航的需求; 另一方面, 地面站可测控的轨道弧段受到地理条件的约束, 无法满足持续不断观测的需求。因此, 自主导航技术对于实现火星探测器的实时自主

轨道确定、提高探测器的生存能力具有重要意义^[1]。

20世纪60年代, 美国发射的“阿波罗8号”飞船使用携带的空间六分仪, 通过测量地球或月球相对恒星的视线夹角来解算飞船的位置。后续发射的水手号、海盗号和旅行者号系列探测器以及伽利略探测器均利用所携带的摄像机对天体进行成像, 通过对恒星背景下的图像进行处理, 获得目标天体的星光角距以及目标几何中心在像平面的像元像线, 再结合地面多普勒测量, 确定探测器的位置速度信息^[2-5]。1998年10月, 美

引用格式: 刘付成, 朱庆华, 孙建党, 等. 基于图像边缘信息的火星探测器自主光学导航技术. 中国科学: 技术科学, 2020, 50: 1160–1174
Liu F C, Zhu Q H, Sun J D, et al. Autonomous optical navigation technology for Mars probe based on image edge information (in Chinese). Sci Sin Tech, 2020, 50: 1160–1174, doi: 10.1360/SST-2020-0272

国发射的深空一号探测器完全不依赖地面测控, 仅利用拍摄的小行星和恒星图像第一次实现真正意义上的自主导航。后续自主光学导航技术在深度撞击任务、智能一号任务以及罗塞塔等任务中均得以应用。自主光学导航敏感器的视场几乎都在 1° 以内, 测量信息主要有星光矢量、目标天体的视线矢量以及由二者组合得到的星光角距信息, 其本质均是利用测角信息来进行导航解算^[2-5]。单一的观测量对于探测器的位置来说不是完全可观的, 为了保证系统具有较高的能观度, 需要观测惯性空间中三个或三个以上不同方向的矢量才能获得较高的导航精度。而受限于导航相机视场及导航天体在惯性空间中位置, 对多目标观测需要配置多个导航相机, 在任务前期需要对可能的观测目标进行筛选和规划以获得最佳的观测方案^[6]。此外, 受探测器实时姿态的约束, 很难在任意飞行弧段均能保证可以同时观测到多个目标, 且不同的任务轨道所对应的观测方案各异, 导致自主光学导航方案设计困难。

由于深空环境的不确定性, 不同任务阶段所采用的自主导航和控制方式必须充分考虑各自不同的特性。在地-火转移段, 自主光学导航系统主要在距火星 1×10^7 km到 1×10^5 km阶段开机工作, 辅助完成探测器制捕获任务。随着探测器与火星的距离越来越近, 火星在导航相机里的图像存在“由点到面”以及“由弱到强”的变化特点, 采用可见光导航敏感器可实现全过程的高精度自主光学导航。对于环火绕飞段, 由于存在通信延迟和长时间日凌通信中断的情况, 自主导航作为备份手段也显得尤为必要^[1]。相较于巡航段和接近段的自主导航环境, 在环绕段探测器能够捕获到近距离高清的目标天体图像, 有利于提高自主导航的精度。但环火轨道是一个大椭圆轨道, 为保证导航精度满足任务需求, 导航敏感器的光学视场不能选择太大, 因此火星只能在像平面部分成像。考虑到环火阶段探测器在部分时段会处于火影区, 可见光导航相机的性能下降, 因此选择红外可见光双波段导航敏感器。同时由于地面标定精度有限、火箭发射过程中振动、深空巡航段热胀冷缩等原因, 自主光学导航系统中导航相机光轴实际值与标称值之间会产生一定的偏差, 从而导致自主光学导航精度下降; 同时导航系统中其他参数的不确定性也会影响导航精度, 因此需要有效的参数估计算法, 估计导航系统误差参数并补偿, 以提升自主导航精度。

本文以火星探测为潜在的工程应用背景, 对火星探测巡航段和环绕段的自主光学导航技术进行了全面的梳理和系统地研究, 对影响导航精度的光轴偏差进行了在轨实时估计和标定。地-火转移段采用基于火星中心及地平矢量的自主导航方法; 环火绕飞段采用基于火星本体局部边缘点信息的自主导航方法; 针对导航系统中的导航相机光轴偏差, 采用基于EM-EKF的参数估计算法实现近实时的光轴偏差参数估计, 以补偿系统误差, 实现高精度的自主光学导航。火星探测自主光学导航技术的结构框图如图1所示。

2 基于火星中心及地平矢量的自主导航方法

地-火转移段自主光学导航方法的流程为: 可见光导航相机获取火星图像, 经图像处理程序(包括阈值选取、边缘检测和椭圆拟合)解算出导航观测量, 最后结合火星星历设计滤波器进行状态估计, 为探测器提供高精度的状态信息。

2.1 自主光学导航模型

2.1.1 成像投影模型

图2为火星与导航相机观测图像的几何关系示意图^[7,8]。火星椭球的标准方程可用式(1)表示:

$$\mathbf{p}^T \begin{pmatrix} \frac{1}{a^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{b^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{c^2} \end{pmatrix} \mathbf{p} = \mathbf{p}^T \mathbf{A} \mathbf{p} = 1, \quad (1)$$

式中, \mathbf{p} 表示椭球表面上的任一点, a, b, c 为椭球的三个半主轴, 对于火星来说 $a=b=3397$ km, $c=3377$ km。

图2中, \mathbf{r}_c 为火星中心指向导航相机的矢量, \mathbf{s} 为导航相机指向火星表面 \mathbf{p} 点的矢量, 在火心惯性坐标系下有

$$\mathbf{s} = \mathbf{p} - \mathbf{r}_c = n \cdot \mathbf{e}_i, \quad (2)$$

式中, \mathbf{e}_i 为 \mathbf{s} 的单位矢量。将式(2)代入式(1), 得

$$[n \cdot \mathbf{e}_i + \mathbf{r}_c]^T \mathbf{A} [n \cdot \mathbf{e}_i + \mathbf{r}_c] = 1, \quad (3)$$

将式(3)展开成以 n 为变量的一元二次方程:

$$[\mathbf{e}_i^T \mathbf{A} \mathbf{e}_i] n^2 + [\mathbf{e}_i^T \mathbf{A} \mathbf{r}_c + \mathbf{r}_c^T \mathbf{A} \mathbf{e}_i] n + [\mathbf{r}_c^T \mathbf{A} \mathbf{r}_c - 1] = 0, \quad (4)$$

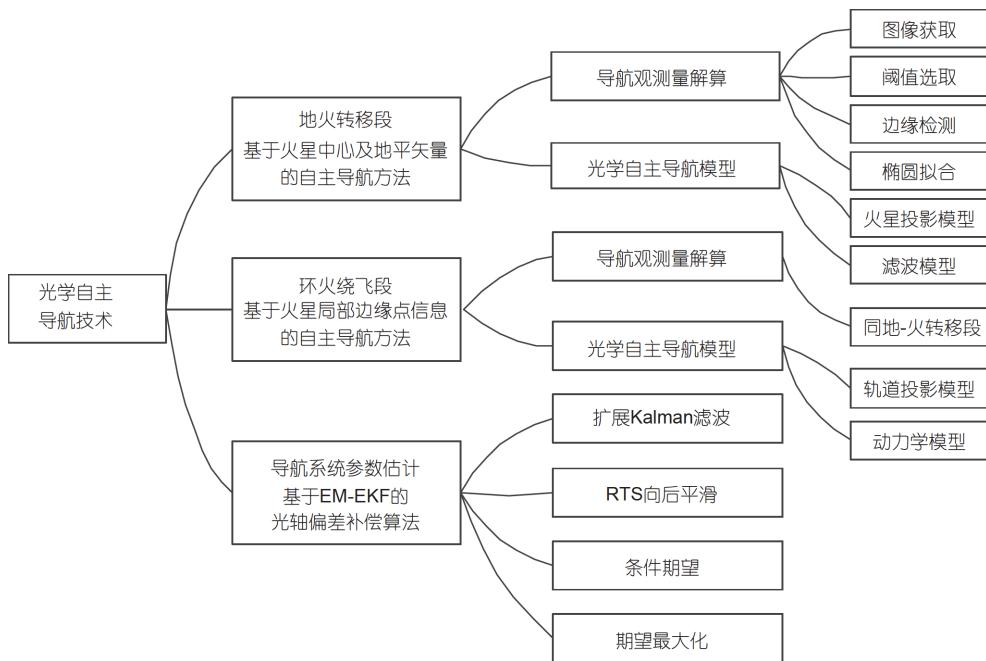
**图 1** 火星探测自主光学导航技术结构图

Figure 1 Structure of autonomous optical navigation technology for Mars exploration.

式(4)中, n 存在实根, 意味着选择的任一点 \mathbf{p} 能够投影到导航相机的探测平面上, n 存在实根的充分必要条件为

$$[\mathbf{e}_i^T \mathbf{A} \mathbf{r}_c + \mathbf{r}_c^T \mathbf{A} \mathbf{e}_i]^2 - 4[\mathbf{e}_i^T \mathbf{A} \mathbf{e}_i] \cdot [\mathbf{r}_c^T \mathbf{A} \mathbf{r}_c - 1] \geq 0, \quad (5)$$

一般情况下, 如果 \mathbf{s} 与火星相切, 则 n 有两个相等的实根; 如果 \mathbf{s} 横穿火星, 则 n 有两个不等的实根。此时, 较小的那个根所对应的点为能够“投影”到导航相机探测平面上的点, 较大的那个根对应图2中的火星背面的点 \mathbf{p}' 。

假定 \mathbf{p} 在导航相机探测平面上投影的点在探测平面二维坐标系下的坐标为 $[x_p, y_p]$, 则有

$$\mathbf{e}_i = \mathbf{T}_{BI} \cdot \mathbf{T}_{BS} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{x_p^2 + y_p^2 + f^2}} \begin{bmatrix} -x_p \\ -y_p \\ f \end{bmatrix} \right), \quad (6)$$

式中, \mathbf{T}_{BI} 为惯性系到火星探测器的姿态转换矩阵, \mathbf{T}_{BS} 为导航相机测量坐标系到火星探测器的姿态转换矩阵, f 为导航相机的焦距。

导航相机相对于火星中心的位置 \mathbf{r}_c 为待求量, 由图2所示几何关系

$$\mathbf{p} = \mathbf{s} + \mathbf{r}_c = n \cdot \mathbf{e}_i - \rho \cdot \mathbf{e}_c, \quad (7)$$

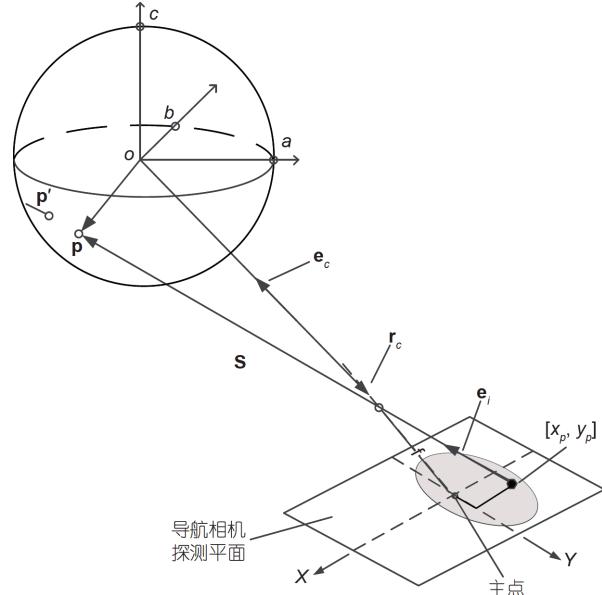
**图 2** 火星与导航相机探测平面上图像的几何关系

Figure 2 Geometric relationship between Mars and images on the plane of navigation camera.

其中, \mathbf{e}_c 为 \mathbf{r}_c 单位向量的反方向。

如果点 \mathbf{p} 为观测火星“地平线”上的点, 则 \mathbf{s} 与 \mathbf{p} 点表面的法线 \mathbf{p}_n 垂直, 即

$$\mathbf{s} \cdot \mathbf{p}_n = (\mathbf{p} - \mathbf{r}_c)^T \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{p} = 0, \quad (8)$$

由于点 \mathbf{p} 为火星表面上的点, 有

$$\mathbf{r}_c^T \mathbf{A} \cdot \mathbf{p} = 1, \quad (9)$$

将式(7)代入式(1)和(9), 整理可得关于 ρ 和 t 的二元一次方程组

$$\begin{cases} \rho^2 [\mathbf{e}_c^T \mathbf{A} \mathbf{e}_c] - \rho n [\mathbf{e}_c^T \mathbf{A} \mathbf{e}_i] = 1, \\ \rho^2 [\mathbf{e}_c^T \mathbf{A} \mathbf{e}_c] - 2\rho n [\mathbf{e}_c^T \mathbf{A} \mathbf{e}_i] + n^2 [\mathbf{e}_i^T \mathbf{A} \mathbf{e}_i] = 1. \end{cases} \quad (10)$$

求解式(10)可得

$$\rho = \left[(\mathbf{e}_c^T \mathbf{A} \mathbf{e}_c) - \frac{(\mathbf{e}_c^T \mathbf{A} \mathbf{e}_i)^2}{\mathbf{e}_i^T \mathbf{A} \mathbf{e}_i} \right]^{-\frac{1}{2}}, \quad (11)$$

其中, \mathbf{e}_i 为地平矢量, 而一旦求出 \mathbf{e}_c , 则 \mathbf{r}_c 便可求出.

2.1.2 自主光学导航系统模型

火星探测器进入地-火转移段时, 中心引力天体为太阳. 若考虑完整的轨道动力学模型, 还应当包括大行星的引力摄动, 太阳光压摄动和推进系统推力等的作用. 简化后的系统状态方程为

$$\dot{\mathbf{X}} = f(\dot{\mathbf{X}}) + \mathbf{W}$$

$$= \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ -\mu_s \frac{r_{sp}}{r_{sp}^3} + \sum_{i=1}^{n_0} \mu_i \left[\frac{r_{si}}{r_{pi}^3} - \frac{r_{sp}}{r_{pi}^3} \right] \\ -\mu_s \frac{r_{sy}}{r_{sp}^3} + \sum_{i=1}^{n_0} \mu_i \left[\frac{r_{siy}}{r_{pi}^3} - \frac{r_{sy}}{r_{pi}^3} \right] \\ -\mu_s \frac{r_{sz}}{r_{sp}^3} + \sum_{i=1}^{n_0} \mu_i \left[\frac{r_{siz}}{r_{pi}^3} - \frac{r_{sz}}{r_{pi}^3} \right] \end{bmatrix} + \mathbf{W}, \quad (12)$$

其中, $\mathbf{X} = [x \ y \ z \ v_x \ v_y \ v_z]$ 为系统状态变量, \mathbf{W} 为模型噪声.

自主导航系统的观测模型中需包含有探测器位置(或速度、姿态)信息与相关天体之间的几何关系的测量信息, 通常包括探测器相对于目标天体的视线矢量、径向速度以及距离等. 建立以火星视线矢量为观测量的观测方程

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}(t) &= h(\mathbf{X}) + \mathbf{V} \\ &= \begin{bmatrix} K_x f \frac{\mathbf{A}_{11}(x_a - x) + \mathbf{A}_{12}(y_a - y) + \mathbf{A}_{13}(z_a - z)}{\mathbf{A}_{31}(x_a - x) + \mathbf{A}_{32}(y_a - y) + \mathbf{A}_{33}(z_a - z)} + p_0 \\ K_y f \frac{\mathbf{A}_{11}(x_a - x) + \mathbf{A}_{12}(y_a - y) + \mathbf{A}_{13}(z_a - z)}{\mathbf{A}_{31}(x_a - x) + \mathbf{A}_{32}(y_a - y) + \mathbf{A}_{33}(z_a - z)} + l_0 \\ k \frac{R_m}{\sqrt{r_i^2 - R_m^2}} f \end{bmatrix} + \mathbf{V}, \end{aligned} \quad (13)$$

其中, K_x, K_y 为距离到相机像素的转换系数, 由像元尺寸决定, $\mathbf{A}_{ij}(i=1, 2, 3; j=1, 2, 3)$ 为惯性坐标系到导航敏感器测量坐标系的坐标转换矩阵中对应的元素, f 表示光学导航相机的焦距, 单位为毫米, p_0, l_0 分别为导航敏感器中心的像元和像线, R_m 为火星半径.

2.2 自主导航观测量解算方法

导航相机在得到星空背景下的火星图像后, 经过阈值选取、二值化、边缘检测以及椭圆拟合等操作, 解算出探测器指向火星中心矢量以及地平矢量. 其中阈值选取是图像处理过程中的关键环节, 阈值选取合适与否直接决定图像处理的性能, 并最终影响自主导航的精度^[9,10].

2.2.1 阈值选取

阈值选取的目的是对图像进行分割, 其本质是一个分类问题, 即将导航相机获取的图像分为背景星空及火星本体两类. 而图像分类的核心是阈值选取的准则函数, 根据不同的准则函数类型, 阈值选取的方法大致可分为最大熵法^[11]、最小交叉熵法^[12]、最大相关法^[13]、最小误差法^[14]以及最大类间方差(Otsu)法^[15,16], 其中Otsu法以其计算简单、不受图像亮度和对比度影响等优点, 成为应用最广泛的阈值选取算法. 但Otsu法侧重同区域灰度的均匀性, 对于真实背景星空下的火星图像, 在星空图像与火星图像的边缘, 梯度变化剧烈, 直接应用Otsu算法会导致损失真实火星边缘, 造成边缘提取误差, 因此, 本文有针对性地提出一种改进Otsu算法方法^[17], 具体如下所述.

设一幅图像按灰度梯度可划分为 $1, 2, \dots, L$, 共 L 阶灰度, 其中每个梯度的像素块个数分别为 n_1, n_2, \dots, n_L 个, 满足关系

$$n_1 + n_2 + \dots + n_L = N, \quad (14)$$

其中, N 为灰度图像的总像素块数. 那么, 任一像素块的灰度值为*i*阶的概率为

$$p_i = \frac{n_i}{N} \left(p_i \geq 0, \sum_{i=1}^L p_i = 1 \right), \quad (15)$$

假设该灰度图像的阈值为*k*, 定义灰度图像中灰度值小于等于*k*的所有像素块构成的集合为*C*₀区域, 灰度值大于*k*的所有像素块构成的集合为*C*₁区域, 定义

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \sum_{i=1}^k p_i = \omega(k), \omega_1 = \sum_{i=k+1}^L p_i = 1 - \omega(k), \\ \mu_0 &= \sum_{i=1}^k \frac{ip_i}{\omega_0} = \frac{\mu(k)}{\omega(k)}, \mu_1 = \sum_{i=k+1}^L \frac{ip_i}{\omega_1} = \frac{\mu_T - \mu(k)}{1 - \omega(k)}, \end{aligned} \quad (16)$$

其中, $\mu_T = \sum_{i=1}^L ip_i$ 为整幅图像的平均灰度值; ω_0, ω_1 分别为某一像素块落在区域*C*₀, *C*₁的概率; μ_0, μ_1 为*C*₀, *C*₁区域的平均灰度值.

为根据图像灰度值的统计特性确定阈值, 有如下定义:

$$\begin{aligned} \sigma_0^2 &= \sum_{i=1}^k (i - \mu_0)^2 P(i | C_0) = \sum_{i=1}^k (i - \mu_0)^2 \frac{p_i}{\omega_0}, \\ \sigma_1^2 &= \sum_{i=k+1}^L (i - \mu_1)^2 P(i | C_1) = \sum_{i=k+1}^L (i - \mu_1)^2 \frac{p_i}{\omega_1}, \end{aligned} \quad (17)$$

其中, σ_0^2, σ_1^2 分别为*C*₀, *C*₁区域的方差. 选择 σ_1^2 作为目标函数. 式(17)中的 σ_1^2 可写为

$$\sigma_1^2(k) = \frac{\sigma_{y1}^2}{1 - \omega(k)} - \frac{[\mu_T - \mu(k)]^2}{[1 - \omega(k)]^2}, \quad (18)$$

其中, $\sigma_{y1}^2 = \sum_{i=k+1}^L i^2 p_i$ 为*C*₁区域的二阶原点矩, 也是*k*的函数. 该算法的准则函数表示为

$$k^* = \operatorname{argmax}_{0 \leq k \leq L-1} \left\{ [\sigma_1^2(k)]' \right\}. \quad (19)$$

阈值的选取原则: 对求得的 σ_1^2 做一阶差分, 差分值最大(*C*₁区域的灰度方差变化最剧烈)处的灰度值即为该图像的阈值.

2.2.2 边缘检测

随机采样一致算法(random sample consensus, RANSAC)经常被用来进行边缘检测. RANSAC算法的

原理为: 假设共有*N*个待拟合数据, 既包含真实数据点也包含误检测边缘点(称为野值点), 且野值点比例未知. 通过从所有数据中随机选取*M*个数据($M < (1-\varepsilon)N$), 若随机采样的次数足够多, 必存在某一次采样, 在该次采样中, 所有*M*个数据点均为真实数据点. 在实际应用时, 通常设置置信概率*P*, 在置信概率*P*下, *m*次采样中至少有一次采样中的数据全是真实数据点.

为保证算法在各种情况下的实用性, 有如下考虑: 通过图像处理得到的边缘点数据仅有 $(1-\varepsilon)N$ 是真实数据点, 所以每次从*N*个数据中随机选出*M*个数据, 且这*M*个数据均为真实数据点的概率为

$$p = \frac{C_{(1-\varepsilon)N}^M}{C_N^M} = \frac{(1-\varepsilon)N \cdot [(1-\varepsilon)N-1] \cdots [(1-\varepsilon)N-M+1]}{N(N-1)(N-M+1)}. \quad (20)$$

分析上式可知

$$\left(\frac{(1-\varepsilon)N-M+1}{N-M+1} \right)^M < p < (1-\varepsilon)^M, \quad (21)$$

而当*M* ≪ *N*时

$$\frac{(1-\varepsilon)N-M+1}{N-M+1} \approx 1-\varepsilon, \quad (22)$$

因此, 当*M* ≪ *N*成立时

$$p \approx (1-\varepsilon)^M, \quad (23)$$

在*m*次随机采样中, 至少有一次选到的全是真实数据点的概率, 即置信概率*P*为

$$P = 1 - [1 - (1-\varepsilon)^M]^m, \quad (24)$$

剔除误检测边缘点, 提高真实边缘点比例, 可以将所有数据点与初步拟合得到的椭圆作对比, 每次剔除掉一部分(下面算法中设置为5%)“明显”的误检测边缘点. 算法流程如下:

- (1) 设置一个较大的误差初始值error_max=1000, 该值表示所有边缘点到真实火星椭圆的最远距离;
- (2) 从*N*个待拟合数据中随机选取*M*个数据点并作拟合;
- (3) 利用(2)中得到的*M*个数据点, 采用最小二乘方法拟合得到椭圆;
- (4) 计算*N*个待拟合数据点到(3)中拟合得到的椭圆的几何距离, 并将所得到的距离值排序;

- (5) 剔除掉步骤(4)得到的距离中最大的前5%的点(即“明显的”误检测边缘点), 此时 $N=0.95\times N$;
- (6) 整理剔除结束后所有剩余数据点到(3)中拟合得到的椭圆的距离, 并找出其最大值;
- (7) 设置迭代停止条件, 如 $\text{error_max}<0.8$, 若满足则跳出循环, 停止迭代, 如不满足则重新回到步骤(2)开始下一次迭代.

2.2.3 椭圆拟合

对拍摄的火星图像进行椭圆拟合, 椭圆的一般方程为

$$\begin{aligned} F(x,y) &= Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F \\ &= 0, \end{aligned} \quad (25)$$

其中, 各项系数与圆心坐标、长半轴、短半轴的关系, 方位分别如下:

$$\begin{cases} x_0 = \frac{2CD-BE}{B^2-4AC}, \\ y_0 = \frac{2AE-BD}{B^2-4AC}, \end{cases} \quad (26)$$

$$\begin{cases} a = \sqrt{\frac{2[AE^2+CD^2-BDE+F(B^2-4AC)]}{(B^2-4AC)[\sqrt{(A-C)^2+B^2}-A-C]}}, \\ b = \sqrt{\frac{2[AE^2+CD^2-BDE+F(B^2-4AC)]}{(B^2-4AC)[-\sqrt{(A-C)^2+B^2}-A-C]}}, \end{cases} \quad (27)$$

$$\phi = \begin{cases} 0, & B = 0 \text{ 和 } A < C, \\ \pi/2, & B = 0 \text{ 和 } A > C, \\ 0.5\cot^{-1}[(A-C)/B], & B \neq 0 \text{ 和 } A < C, \\ \pi/2 + 0.5\cot^{-1}[(A-C)/B], & B \neq 0 \text{ 和 } A > C, \end{cases} \quad (28)$$

其中, ϕ 表示 X 坐标轴到椭圆主轴的夹角. 由于成像的垂轴放大率不同, 椭圆图像的圆心指向焦点的矢量并不是总过火星中心, 可通过简单的几何关系进行修正, 在此不再赘述.

2.3 仿真结果分析

原始图像由“水手9号”火星探测器的电视摄像系统获取, 探测器距离火星约 1×10^6 km, 其相机参数为: 矩形视场 $11^\circ \times 14^\circ$, 焦距50 mm, 图像尺寸 320×360 (单位: 像元). 采用改进的阈值选取算法后效果如图3

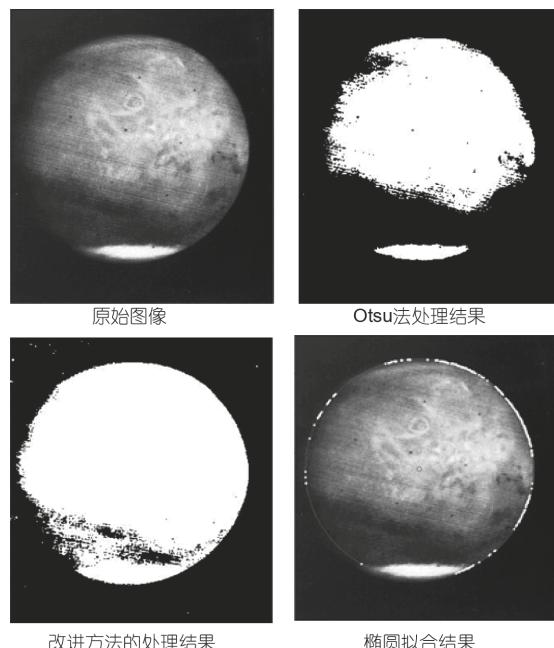


图 3 (网络版彩图)导航观测量提取过程

Figure 3 (Color online) Process of navigation observation extraction.

所示.

改进算法得到的火星边缘轮廓清晰, 几乎没有丢失有效的边缘信息. 应用以上阈值选取算法, 经图像形态学操作后, 结合RANSAC误边缘剔除算法和最小二乘椭圆拟合算法后, 即可得到火星视线矢量, 用作自主光学导航系统的观测量输入.

假定火星探测器地-火转移时间是从2020年7月18日至2022年1月18日. 自主光学导航系统的仿真条件设置如下: 探测器距离火星 1×10^6 km, 导航初始位置、速度误差分别为 $[100, 100, 100]$ km、 $[0.1, 0.1, 0.1]$ km/s, 系统方程误差协方差阵为 $\mathbf{Q}=1\times 10^{-4} \times \text{diag}([1 \ 1 \ 1 \ 1 \times 10^{-10} \ 1 \times 10^{-10} \ 1 \times 10^{-10}])$, 图像处理误差为0.1像元, 导航相机光轴偏差设为 $[10, 20, 10]$ 像元, 仿真步长0.5 s. 地-火转移段自主导航仿真结果如图4所示.

由仿真结果可知, 探测器距离火星 1×10^6 km时, 自主光学导航精度可达100 km以内, 此时地面测控导航精度为100 km, 两种导航方案精度相当, 满足地-火转移段的导航要求. 但探测器进入火星影响球后, 制动捕获所需的导航精度较高, 因此必须采取适当的算法估计出自主导航系统的系统误差, 其中影响最大的是导航相机的光轴偏差, 并加以补偿, 以保证探测器可以准确进入火星影响球进而被捕获.

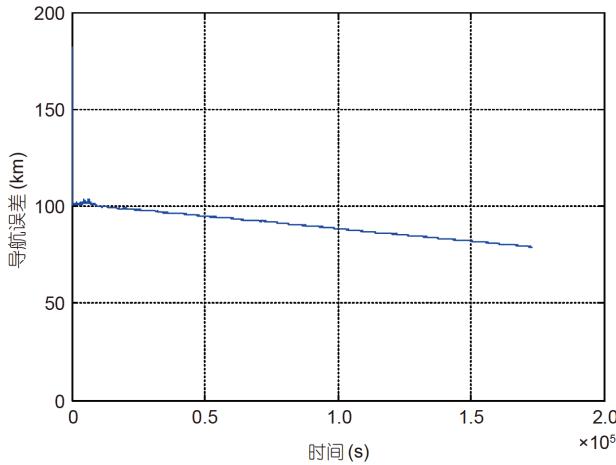


图 4 (网络版彩图)地-火转移段自主光学导航仿真结果
Figure 4 (Color online) Simulation results of autonomous optical navigation for the Earth-Mars transfer phase.

3 基于火星局部边缘点信息的自主导航方法

在环火绕飞段, 导航观测量的解算方法同地-火转移段一致, 如2.2节所述。建立自主导航模型时, 首先利用火星轨道信息与像平面投影图边缘点的投影数学模型进行迭代拟合解算火星位置, 避免拟合椭圆过程中引入的中间误差, 再根据轨道动力学以及卡尔曼滤波算法获得轨道参数, 最终得到高精度的导航信息。

3.1 自主导航系统模型建立

环火绕飞段, 探测器与火星距离小于火星引力影响球半径(5.77×10^5 km), 轨道动力学考虑火星中心引力和二阶带谐项 J_{m2} 影响, 状态方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{v}} \\ \dot{\mathbf{r}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ -\mu_m \frac{x}{r^3} - \mu_m \frac{x}{r^3} \left(\frac{3}{2}\right)(J_{m2}) \left(\frac{R_m}{r}\right)^2 \left(1 - 5\frac{z^2}{r^2}\right) \\ -\mu_m \frac{y}{r^3} - \mu_m \frac{y}{r^3} \left(\frac{3}{2}\right)(J_{m2}) \left(\frac{R_m}{r}\right)^2 \left(1 - 5\frac{z^2}{r^2}\right) \\ -\mu_m \frac{z}{r^3} - \mu_m \frac{z}{r^3} \left(\frac{3}{2}\right)(J_{m2}) \left(\frac{R_m}{r}\right)^2 \left(3 - 5\frac{z^2}{r^2}\right) \end{bmatrix}, \quad (29)$$

其中, $\mathbf{r} = [x \ y \ z]^T$ 为火星惯性系下位置向量, $\mathbf{v} = [v_x \ v_y \ v_z]^T$ 为速度向量, R_m 为火星平均半径, μ_m 为

火星引力常数, r 为距离火星位置向量模。

观测方程为同地-火转移段, 详见式(13)。

3.2 边缘点与轨道信息投影

接2.1.1节的分析可知, $\mathbf{r}_c = [x \ y \ z]^T$ 为轨道信息, 当式(5)等于0时, 即可得图像边缘点与轨道信息的投影关系:

$$\begin{aligned} & [(\mathbf{e}_{ie})_I^T \mathbf{A} \mathbf{r}_c + \mathbf{r}_c^T \mathbf{A} (\mathbf{e}_{ie})_I]^2 \\ & - 4[(\mathbf{e}_{ie})_I^T \mathbf{A} (\mathbf{e}_{ie})_I] [\mathbf{r}_c^T \mathbf{A} \mathbf{r}_c - 1] = 0, \end{aligned} \quad (30)$$

其中, \mathbf{e}_{ie} 为图像边缘点对应的视线方向, 为 \mathbf{e}_i 的一部分。分解上式可得

$$(\mathbf{e}_{ie})_I^T [\mathbf{A} \mathbf{r}_c \mathbf{r}_c^T \mathbf{A} - [\mathbf{r}_c^T \mathbf{A} \mathbf{r}_c - 1] \mathbf{A}] (\mathbf{e}_{ie})_I = 0. \quad (31)$$

根据相机模型:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_{ie} \\ v_{ie} \\ 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} d_x & 0 & u_p \\ 0 & d_y & v_p \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i/z_l \\ y_i/z_l \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} d_x & 0 & u_p \\ 0 & d_y & v_p \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} (\mathbf{e}_{ie})_I, \end{aligned} \quad (32)$$

可得

$$\begin{aligned} (\mathbf{e}_{ie})_I &= \begin{bmatrix} 1/d_x & 0 & -u_p/d_x \\ 0 & 1/d_y & -v_p/d_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{ie} \\ v_{ie} \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{F} \begin{bmatrix} u_{ie} \\ v_{ie} \\ 1 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (33)$$

则式(32)可表示为

$$\begin{aligned} & \left(\mathbf{F} \begin{bmatrix} u_{ie} \\ v_{ie} \\ 1 \end{bmatrix} \right)^T [\mathbf{A} \mathbf{r}_c \mathbf{r}_c^T \mathbf{A} - [\mathbf{r}_c^T \mathbf{A} \mathbf{r}_c - 1] \mathbf{A}] \\ & \cdot \left(\mathbf{F} \begin{bmatrix} u_{ie} \\ v_{ie} \\ 1 \end{bmatrix} \right) = 0, \end{aligned} \quad (34)$$

即得轨道信息 \mathbf{r}_c 与图像边缘点 $\mathbf{r}_c = [u_{ie} \ v_{ie} \ 1]^T$ 投影关系, 可以利用此模型根据边缘点求解轨道信息。根据数学模型可以将问题简化为下式的求解:

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{r}_c} \sum_{i=0}^n \frac{1}{2} \left\| \begin{pmatrix} \mathbf{F} \begin{pmatrix} u_{ie} \\ v_{ie} \\ 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix}^T \right. \\ & \cdot [\mathbf{A} \mathbf{r}_c \mathbf{r}_c^T \mathbf{A} - [\mathbf{r}_c^T \mathbf{A} \mathbf{r}_c - 1] \mathbf{A}] \left. \begin{pmatrix} \mathbf{F} \begin{pmatrix} u_{ie} \\ v_{ie} \\ 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \right\|^2 \\ & = \min_{\mathbf{r}_c} \sum_{i=0}^n \frac{1}{2} \|\mathbf{f}_i(\mathbf{r}_c)\|^2, \end{aligned} \quad (35)$$

采用L-M迭代算法解算符合上式的 $[x \ y \ z]^T$ ^[7], 即得到轨道信息.

因此有雅克比矩阵

$$\mathbf{J}_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial x} & \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial y} & \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial z} \end{bmatrix}, \quad (36)$$

则根据L-M算法求解迭代方向

$$(\mathbf{r}_c)_{i+1} = (\mathbf{r}_c)_i - (\mathbf{J}_i^T \mathbf{J}_i + \lambda \mathbf{I}_{3 \times 3})^{-1} \mathbf{J}_i^T \mathbf{f}_i, \quad (37)$$

其中, λ 根据残差大小变化, 当迭代过程前后误差小于阈值或者迭代次数满足一定数量时结束迭代.

3.3 仿真结果分析

环火绕飞段, 为模拟绕飞过程中轨道高度变化引起的火星投影变化, 采用实拍火星图像以生成火星投影图, 探测器距离火星800~20000 km, 边缘提取后效果如图5所示.

假定可见光导航相机像元为 2048×2048 , 像元尺寸为 $5.5 \mu\text{m} \times 5.5 \mu\text{m}$, 红外导航相机像元为 1024×768 , 像元尺寸为 $17 \mu\text{m} \times 17 \mu\text{m}$. 导航初始位置、速度误差分别为 $[10, 10, 10]$ km、 $[0.05, 0.05, 0.05]$ km/s, 系统方程误

差协方差阵为 $\mathbf{Q}=1 \times 10^{-2} \times \text{diag}([1 \ 1 \ 1 \ 1 \times 10^{-10} \ 1 \times 10^{-10} \ 1 \times 10^{-10}])$, 图像处理误差为0.1像元. 红外/可见光双波段自主光学导航仿真结果如图6所示.

由图6可知, 在环火绕飞段, 自主光学导航精度可达到1 km, 此时地面测控导航精度为2 km, 自主光学导航精度略优于地面导航. 在近火点附近, 火星在像平面内的视半径较大, 可实现更高精度的自主导航, 满足环火绕飞段的科学探测和中继通信需求.

4 自主光学导航系统相机光轴偏差估计算法

深空探测任务中, 由于敏感器件安装误差、振动误差、热噪声误差以及测量误差的存在, 传统的自主光学导航的精度较低, 这也成为制约其应用的重要原因之一^[18,19]. 由于深空探测器在轨运行期间, 光学导航相机无法测得其姿态基准, 因此难以实现光轴偏差的在轨校正. 为在轨估计导航相机和星敏感器的光轴偏差, 根据期望最大化(expectation-maximization algorithm, EM)算法的原理, 提出了一种基于EM-EKF的光轴偏差估计与补偿算法.

4.1 深空自主光学系统模型建立

以地-火转移段为例, 建立深空自主光学导航系统的状态空间模型为^[20-22]

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_k &= \mathbf{f}(\mathbf{X}_{k-1}, k-1) + \mathbf{W}_{k-1}, \\ \mathbf{Z}_k &= \mathbf{h}(\mathbf{X}_k, k) + \mathbf{V}_k, \end{aligned} \quad (38)$$

式中, $\mathbf{f}(\mathbf{X}_{k-1}, k-1)$ 见式(13).

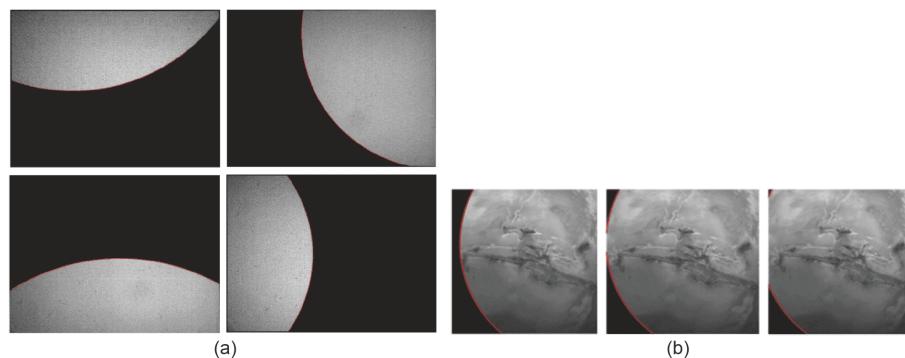


图 5 (网络版彩图)环火绕飞段中间投影图. (a) 红外图像模拟; (b) 可见光图像模拟

Figure 5 (Color online) Projection for the Mars orbiting phase. (a) Simulation of infrared image; (b) simulation of visible image.

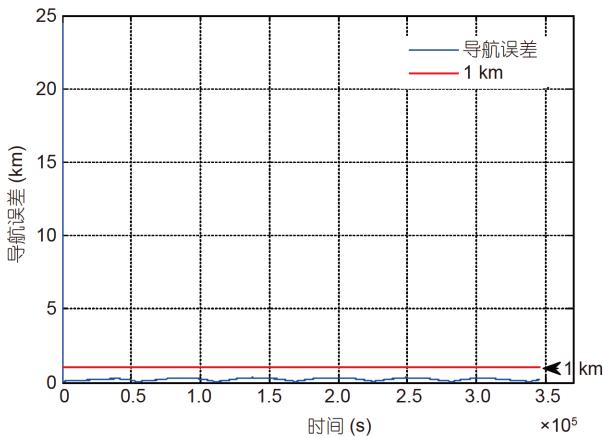


图 6 (网络版彩图)自主光学导航绝对位置误差收敛过程
Figure 6 (Color online) Convergence process of absolute position error in autonomous optical navigation.

$$\mathbf{h}(\mathbf{X}_k, k) = [x_{pM} \ y_{pM} \ z_{pM}]^T = \mathbf{A}_i^m \mathbf{r}_{pM}, \quad (39)$$

式中, \mathbf{r}_{pM} 为惯性系下的器火矢量.

$$\mathbf{A}_i^m = \mathbf{A}_c^m \mathbf{A}_i^c = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}, \quad (40)$$

式中, \mathbf{A}_i^m 为日心惯性系到导航相机测量系(相机系实际值)的姿态转换矩阵, \mathbf{A}_i^c 为日心惯性系到相机系(相机系标定值)的姿态转换矩阵, \mathbf{A}_c^m 为相机系到相机测量系的转换矩阵, 即实际相机系与地面标定相机系的差值, 由于光轴偏差角较小, \mathbf{A}_c^m 与各轴偏差角之间的关系可表示为

$$\mathbf{A}_c^m = \begin{bmatrix} 1 & \theta_z & -\theta_y \\ -\theta_z & 1 & \theta_x \\ \theta_y & -\theta_x & 1 \end{bmatrix}, \quad (41)$$

式中, θ_x , θ_y , θ_z 为导航相机各轴偏差角, 如图7所示.

图7中 $O-X_c Y_c Z_c$ 为标称相机系, $O-X_m Y_m Z_m$ 为实际相机系, θ_x , θ_y , θ_z 为两坐标系间的各轴偏差角度.

4.2 基于EM-EKF的光轴偏差补偿算法

基于EM-EKF的光轴偏差补偿算法包括四个步骤.
① 扩展卡尔曼滤波(EKF): 根据已有的光轴偏差估计值(初始值或上一步迭代的结果), 补偿到自主导航系统中进行滤波估计. ② 固定区间平滑: 向后平滑得到精度更高的状态估计值. ③ 求解条件期望: 根据状态

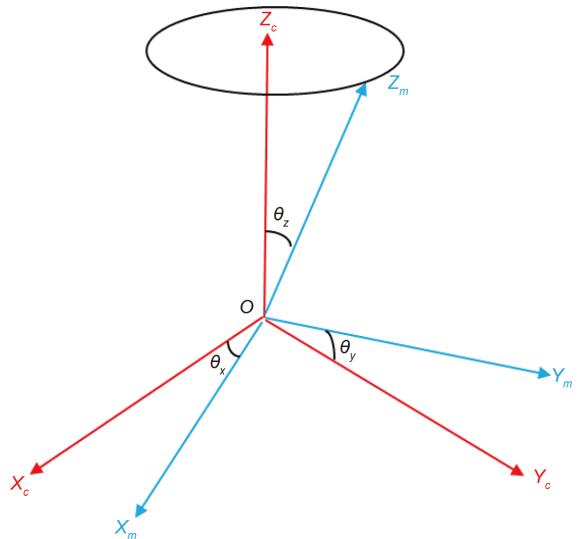


图 7 (网络版彩图)导航相机光轴偏差角示意图
Figure 7 (Color online) Schematic diagram of optical axis deviation angles of navigation camera.

估计值和平滑值求解已知上一步光轴偏差估计值条件下对数似然函数的期望. ④ 期望最大化: 条件期望对光轴偏差求导并令其等于零, 得到本次迭代的估计值. 算法结构如图8所示.

4.2.1 EKF和固定区间平滑算法

固定区间平滑算法作为一种离线估计算法, 可应用于对实时性要求不高的导航系统. 该方法根据某一时间段内的所有量测信息, 后向递推进行状态估计, 可以得到优于正向EKF的导航结果. 本文在EKF的基础^[23]上, 选用扩展RTS平滑(extract rauch tung striebel smooth, ERTSS)算法. 该算法由前向滤波和后向递推两部分组成. 其中, 前向滤波部分为标准扩展卡尔曼滤波算法, 计算并存储该时间段内每一时刻的状态值、对应的误差协方差阵和一步预测误差方差矩阵, 以及状态模型的一步状态转移矩阵. 后向递推部分则是以前向滤波过程中存储的数据作为输入量, 利用后向递

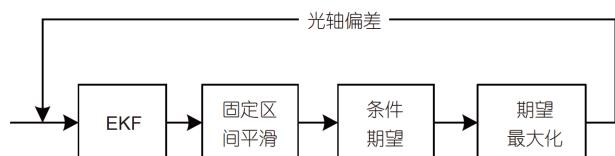


图 8 算法结构示意图
Figure 8 Schematic diagram of algorithm structure.

推公式获得各时刻的最优平滑估计结果^[24]。标准的 EKF 算法如下:

$$\begin{aligned}\widehat{\mathbf{X}}_{k,k-1} &= \Phi_{k,k-1} \widehat{\mathbf{X}}_{k-1}, \\ \mathbf{P}_{k,k-1} &= \Phi_{k,k-1} \mathbf{P}_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T + \mathbf{Q}, \\ \mathbf{K}_k &= \mathbf{P}_{k,k-1} \mathbf{H}_k^T [\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k,k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}]^{-1}, \\ \widehat{\mathbf{X}}_k &= \widehat{\mathbf{X}}_{k,k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k \widehat{\mathbf{X}}_{k,k-1}), \\ \mathbf{P}_k &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k,k-1},\end{aligned}\quad (42)$$

在 EKF 算法中, 按 $k=1, 2, \dots, N$ 顺时方向计算并存储各时刻的状态估计 $\widehat{\mathbf{X}}_k$ 、估计误差方差阵 \mathbf{P}_k 、一步预测误差方差阵 $\mathbf{P}_{k,k-1}$ 和状态转移矩阵 $\Phi_{k,k-1}$ 。当 EKF 结束后, 根据存储的数据, 按 $k=N, N-1, \dots, 1$ 的逆时方向进行后向递推解算。

ERTSS 平滑算法后向递推公式^[22]为

$$\begin{aligned}\widehat{\mathbf{X}}_{k-1}^b &= \widehat{\mathbf{X}}_{k-1} + \mathbf{K}_{k-1}^b (\widehat{\mathbf{X}}_k^b - \Phi_{k,k-1} \widehat{\mathbf{X}}_{k-1}), \\ \mathbf{P}_{k-1}^b &= \mathbf{P}_{k-1} + \mathbf{K}_{k-1}^b (\mathbf{P}_k^b - \mathbf{P}_{k,k-1}) (\mathbf{K}_{k-1}^b)^T,\end{aligned}\quad (43)$$

其中,

$$\mathbf{K}_{k-1}^b = \mathbf{P}_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T \mathbf{P}_{k,k-1}^{-1}, \quad (44)$$

上述 ERTSS 固定区间平滑公式的边界条件为由前向滤波过程中得到的 N 时刻的状态估计 $\widehat{\mathbf{X}}_N$ 和误差方差阵 \mathbf{P}_N 。

4.2.2 条件期望及其最大化

EM 算法是一种迭代优化算法, 主要用来解决存在缺失变量情况下的最大似然估计。迭代过程分为 E(期望)步和 M(最大化)步。E 步根据给定的参数值, 对似然函数求条件期望, 实现缺失数据的估计。M 步通过对条件期望求最大化, 获得光轴偏差的估计值。E 步和 M 步不断迭代直至收敛, 最终得到最优估计值^[25]。

设系统初始状态为 \mathbf{X}_0 , 系统过程噪声 \mathbf{W}_k 和观测过程噪声 \mathbf{V}_k 均服从高斯分布, 且三者之间相互独立。

$\mathbf{X}_0 \sim N(\boldsymbol{\mu}_{X_0}, \mathbf{P}_{X_0})$, $\mathbf{W}_k \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{Q})$, $\mathbf{V}_k \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{R})$, $E(\mathbf{W}_k \mathbf{V}_k^T) = 0$, $E(\mathbf{W}_k \mathbf{X}_0^T) = 0$, $E(\mathbf{X}_0 \mathbf{V}_k^T) = 0$ 。则状态的初始条件, 系统模型噪声的条件概率密度函数分别如下:

$$p(\mathbf{X}_0 | \mathbf{0}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} (\det \mathbf{P}_{X_0})^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{1}{2} (\mathbf{X}_0 - \boldsymbol{\mu}_{X_0})^T \mathbf{P}_{X_0}^{-1} (\mathbf{X}_0 - \boldsymbol{\mu}_{X_0})},$$

$$\begin{aligned}p(\mathbf{X}_k | \mathbf{X}_{k-1}, \mathbf{0}) &= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} (\det \mathbf{Q})^{\frac{1}{2}}} \\ &\cdot e^{-\frac{1}{2} (\mathbf{X}_k - \Phi \mathbf{X}_{k-1})^T \mathbf{Q}^{-1} (\mathbf{X}_k - \Phi \mathbf{X}_{k-1})}, \\ p(\mathbf{Z}_k | \mathbf{X}_k, \mathbf{0}) &= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{m}{2}} (\det \mathbf{R})^{\frac{1}{2}}} \\ &\cdot e^{-\frac{1}{2} (\mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k)^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k)},\end{aligned}\quad (45)$$

其中, n 和 m 分别为状态向量和观测向量的维数, \mathbf{Z}_k 为已知观测数据, 将 \mathbf{X}_k 视为缺失数据, 则二者集合即为完全数据, 记为 $\mathbf{Y} = (\mathbf{X}_0, \mathbf{X}_1, \mathbf{Z}_1, \dots, \mathbf{X}_N, \mathbf{Z}_N)$, $k=1, 2, \dots, N$, N 为观测数据的数量。则完全数据的似然函数可以表示为

$$\begin{aligned}L(\mathbf{0} | \mathbf{Y}) &= p(\mathbf{Y} | \mathbf{0}) \\ &= p(\mathbf{X}_0, \mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_N, \mathbf{Z}_1, \dots, \mathbf{Z}_N | \mathbf{0}) \\ &= p(\mathbf{X}_0 | \mathbf{0}) \prod_{k=1}^N p(\mathbf{X}_k | \mathbf{X}_{k-1}, \mathbf{0}) \\ &\cdot \prod_{k=1}^N p(\mathbf{Y}_k | \mathbf{X}_0, \mathbf{X}_k, \mathbf{0}),\end{aligned}\quad (46)$$

似然函数两边同时取对数可得

$$\begin{aligned}\lg L(\mathbf{0} | \mathbf{Y}) &= -\frac{N(n+m)+1}{2} \lg 2\pi - \frac{N \times m}{2} \lg \det(\mathbf{R}) \\ &- \frac{1}{2} \lg \det(\mathbf{P}_{X_0}) - \frac{N \times n}{2} \lg \det(\mathbf{Q}) \\ &- \frac{1}{2} (\mathbf{X}_0 - \boldsymbol{\mu}_{X_0})^T \mathbf{P}_{X_0}^{-1} (\mathbf{X}_0 - \boldsymbol{\mu}_{X_0}) \\ &- \sum_{k=1}^N \frac{1}{2} (\mathbf{X}_k - \Phi_{k,k-1} \mathbf{X}_{k-1})^T \\ &\cdot \mathbf{Q}^{-1} (\mathbf{X}_k - \Phi_{k,k-1} \mathbf{X}_{k-1}) \\ &- \sum_{k=1}^N \frac{1}{2} (\mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k)^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k).\end{aligned}\quad (47)$$

EM 算法的 E 步需要计算对数似然函数的条件期望, 因此对其中可能用到的一些条件均值和条件均方差定义如下:

$$\begin{aligned}\widehat{\mathbf{X}}_{0|N} &= E(\mathbf{X}_0 | \mathbf{Z}_1, \dots, \mathbf{Z}_N), \\ \widehat{\mathbf{X}}_{k|N} &= E(\mathbf{X}_k | \mathbf{Z}_1, \dots, \mathbf{Z}_N), \\ \mathbf{P}_{k|N} &= \text{cov}(\mathbf{X}_k | \mathbf{Z}_1, \dots, \mathbf{Z}_N), \\ \mathbf{P}_{k,k-1|N} &= \text{cov}(\mathbf{X}_k, \mathbf{X}_{k-1} | \mathbf{Z}_1, \dots, \mathbf{Z}_N), \\ \text{cov}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) &= E(\mathbf{XY}^T) - E(\mathbf{X})[E(\mathbf{Y})]^T, \\ E[\mathbf{X}_k \mathbf{X}_k^T | \mathbf{Y}] &= \text{cov}(\mathbf{X}_k, \mathbf{X}_k | \mathbf{Y}) + E[\mathbf{X}_k | \mathbf{Y}][E[\mathbf{X}_k | \mathbf{Y}]]^T \\ &= \mathbf{P}_{k|N} + \widehat{\mathbf{X}}_{k|N} \widehat{\mathbf{X}}_{k|N}^T.\end{aligned}\quad (48)$$

(1) E 步

由于在EM算法的M步需要对期望似然函数求导, 为简便计算, 在计算对数似然函数的期望时去掉不相关的常数项. 则对数似然函数的条件期望为

$$\begin{aligned} E_L[\boldsymbol{\theta}, \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(r)}] &= -\frac{1}{2} \lg \det(\mathbf{P}_{X_0}) \\ &- \frac{1}{2} \text{Tr} \left\{ \mathbf{P}_{X_0}^{-1} [\mathbf{P}_{0|N} + (\hat{\mathbf{X}}_{0|N} - \boldsymbol{\mu}_{X_0})(\hat{\mathbf{X}}_{0|N} - \boldsymbol{\mu}_{X_0})^T] \right\} \\ &- \frac{N \times n}{2} \lg \det(\mathbf{Q}) \\ &- \frac{1}{2} \text{Tr} \left\{ \mathbf{Q}^{-1} \underbrace{\sum_{k=1}^N E[(\mathbf{X}_k - \boldsymbol{\Phi} \mathbf{X}_{k-1})(\mathbf{X}_k - \boldsymbol{\Phi} \mathbf{X}_{k-1})^T | \mathbf{Y}]}_{\mathbf{A}} \right\} \quad (49) \\ &- \frac{N \times m}{2} \lg \det(\mathbf{R}) \\ &- \frac{1}{2} \text{Tr} \left\{ \mathbf{R}^{-1} \underbrace{\sum_{k=1}^N E[(\mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k)(\mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k)^T | \mathbf{Y}]}_{\mathbf{B}} \right\}, \end{aligned}$$

结合式(48)有

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \sum_{k=1}^N (\mathbf{P}_{k|N} + \hat{\mathbf{X}}_{k|N} \hat{\mathbf{X}}_{k|N}^T) \\ &- \sum_{k=1}^N (\mathbf{P}_{k,k-1|N} + \hat{\mathbf{X}}_{k|N} \hat{\mathbf{X}}_{k-1|N}^T) \boldsymbol{\Phi}^T \\ &- \sum_{k=1}^N \boldsymbol{\Phi} (\mathbf{P}_{k-1,k|N} + \hat{\mathbf{X}}_{k-1|N} \hat{\mathbf{X}}_{k|N}^T) \\ &+ \sum_{k=1}^N \boldsymbol{\Phi} (\mathbf{P}_{k-1|N} + \hat{\mathbf{X}}_{k-1|N} \hat{\mathbf{X}}_{k-1|N}^T) \boldsymbol{\Phi}^T, \quad (50) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \sum_{k=1}^N E[(\mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k)(\mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k)^T | \mathbf{Y}] \\ &= \sum_{k=1}^N \left\{ \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|N} \mathbf{H}_k^T + (\mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_{k|N}) \right. \\ &\quad \left. (\mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_{k|N})^T \right\}, \quad (51) \end{aligned}$$

由4.2.1节中的平滑算法, 得到融合了EKF和平滑过程的条件状态 $\hat{\mathbf{X}}_{k|N}$ 和条件误差方差阵 $\mathbf{P}_{k|N}$ 为

$$\hat{\mathbf{X}}_{k|N} = \mathbf{P}_{k|N} [\mathbf{P}_{k|k}^{-1} \hat{\mathbf{X}}_{k|k} + \mathbf{P}_{k|k+1}^{-1} \hat{\mathbf{X}}_{k|k+1}], \quad (52)$$

$$\mathbf{P}_{k|N} = [\mathbf{P}_{k|k}^{-1} + \mathbf{P}_{k|k+1}^{-1}]^{-1}. \quad (53)$$

(2) M步

根据E步得到的似然函数条件期望, 求解使得条件期望最大化的光轴偏差角 $\boldsymbol{\theta}$, 并以此作为迭代更新

进行下一次EM迭代. 由于 $\boldsymbol{\theta}$ 只在 \mathbf{H}_k 中出现, 因此在求导时仅需考虑式(49)的最后一项, $-\text{Tr}(\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B})/2$. 条件期望分别对三轴的误差角 $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ 求导:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_L[\boldsymbol{\theta}, \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(r)}]}{\partial \boldsymbol{\theta}} &= -\frac{1}{2} \frac{\partial \text{Tr}(\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B})}{\partial \boldsymbol{\theta}} \\ &= -\frac{\partial \text{Tr} \left[\mathbf{R}^{-1} \sum_{k=1}^N \left\{ \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|N} \mathbf{H}_k^T + (\mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_{k|N})(\mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_{k|N})^T \right\} \right]}{2 \partial \boldsymbol{\theta}}, \quad (54) \end{aligned}$$

分别令条件期望求导等于零, 得到 $\boldsymbol{\theta}$ 的迭代公式. 光轴偏差角与相机系到相机测量系的转换矩阵 \mathbf{A}_c^m 之间的转换关系如下:

$$\mathbf{H}_k = [\mathbf{A}_c^m \mathbf{A}_i^c \quad \mathbf{0}_{3 \times 3}], \quad (55)$$

通过式(41)和式(54)即可将EM估计得到的光轴偏差角回代EKF算法中进行下一次迭代, 形成完整的EM-EKF算法.

4.2.3 基于EM-EKF的光轴偏差补偿算法流程

自主导航光轴偏差估计算法中涉及的参数为: 数据起始位置 N_0 , 每次估计时所选每段数据的长度 N , 每段数据的EM迭代次数 M , 所选数据的段数 L , 算法流程如图9所示. 该算法流程可详细描述如下.

4.3 仿真结果分析

基础仿真条件设置同2.3节, 导航相机光轴偏差角分别为10角秒、20角秒、10角秒, EM迭代初值为 $[0, 0, 0]$ 角秒, 导航相机安装矩阵为单位阵. 仿真结果如图10~12所示. 分别改变各仿真工况中的参数, 如光轴偏差值、迭代初值、导航相机测量精度、安装矩阵等, 同时其他参数保持不变, 进行仿真分析, 结果汇总如表1所示.

由图10和11可知, 算法能有效估计得到导航相机 x 轴和 y 轴的光轴偏差角, 估计结果分别为11.43和21.21角秒, 估计值与真值的误差分别为1.43和1.21角秒. 由于探测器在巡航过程中, 导航相机 z 轴始终对准火星, z 轴方向的光轴偏差对导航结果无影响, 因此根据导航数据无法估计 θ_z .

算法估计得到光轴偏差仅需250个数据, 即自主导航系统四分钟的导航结果. 此外, 由表1可知, 光轴偏差

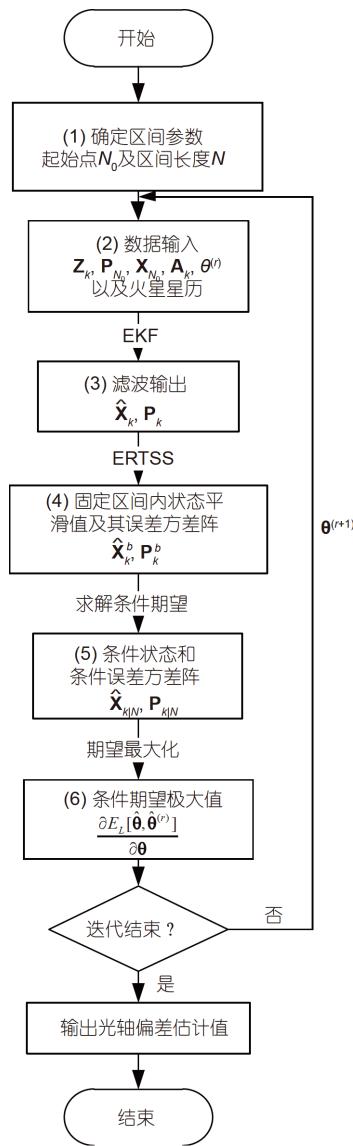


图 9 EM-EKF 算法流程框图

Figure 9 Flow chart of EM-EKF algorithm.

的大小、迭代初值的选取以及导航相机安装矩阵的差异，均不影响本算法光轴偏差估计精度，估计精度均优于2角秒。但当图像处理精度较低时，本算法所需的数据量显著增加，但不影响光轴偏差的估计精度。由图12可知，将光轴偏差估计结果补偿到自主导航系统后最终的自主导航精度由79.13 km提高到18.43 km。仿真结果表明，在导航相机测量精度优于0.1像元的情况下，算法能有效估计光轴偏差，估计精度优于2角秒。对比2.3节中结果可知，通过误差补偿，导航精度可由

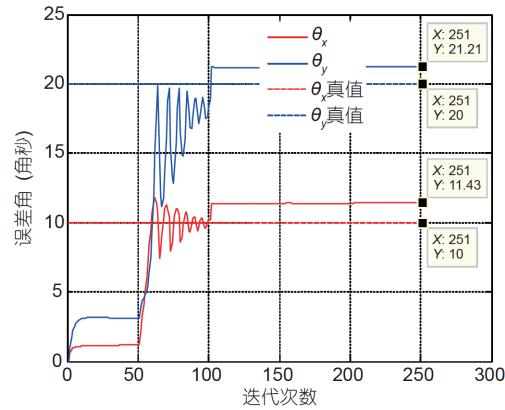


图 10 (网络版彩图)光轴偏差估计结果

Figure 10 (Color online) Optical axis deviation estimation results.

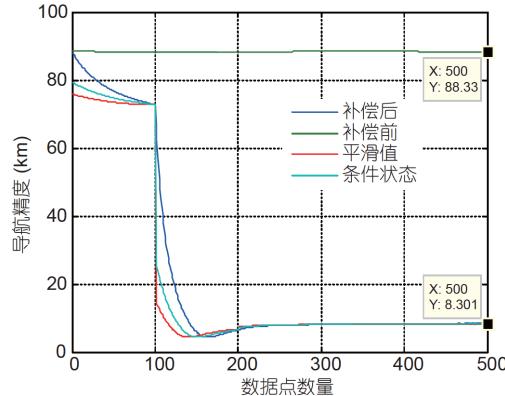


图 11 (网络版彩图)误差估计过程中的导航精度变化

Figure 11 (Color online) Variation of navigation accuracy in error estimation.

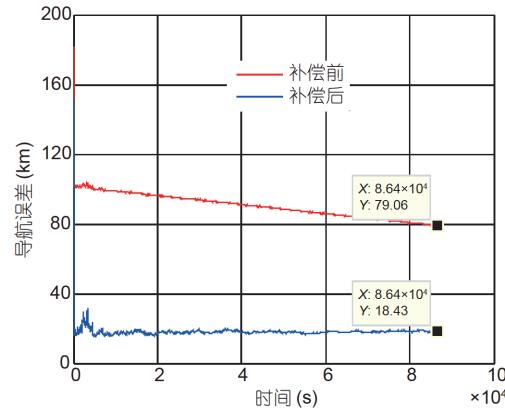


图 12 (网络版彩图)误差补偿前后导航结果对比

Figure 12 (Color online) Comparison of navigation results before and after error compensation.

表 1 仿真结果汇总^{a)}**Table 1** Summary of simulation results

算例类型	算例变量	估计结果(角秒) x轴 y轴	结果收敛时 所需数据量	误差补偿前后对比(km) 补偿前 补偿后
不同光轴偏差 单位: 角秒	10 20 10	11.43 21.21	250	79.06 18.43
	10 10 10	11.26 11.33	200	48.47 18.4
	10 3 10	10.99 4.664	200	36.94 18.78
各轴偏差角度 极性不同 单位: 角秒	10 20 10	11.43 21.21	250	79.06 18.43
	-10 20 10	-9.229 21.66	150	82.44 18.46
	-10 -20 10	-9.225 -18.12	450	93.17 19.05
	10 -20 10	11.03 -18.5	250	90.19 18.44
迭代初始值不同 单位: 角秒	0 0 0	11.43 21.21	250	79.06 18.43
	-20 -20 -20	11.58 20.97	250	79.06 18.21
图像处理精度不同(3σ) 单位: 像元	0.1	11.43 21.21	250	79.06 18.43
	0.5	11.35 21.41	1200	84.02 34.01
	1	11.64 21.46	2000	96.65 59.08
导航相机 安装矩阵不同 单位: 度	0 0 0	11.43 21.21	250	79.06 18.43
	45 0 0	11.43 21.21	250	79.06 18.43
	90 0 0	11.43 21.21	250	79.06 18.43
	135 0 0	11.43 21.21	250	79.06 18.43
	180 0 0	11.43 21.21	250	79.06 18.43

a) 以上算例中, 各算例变量的默认值分别为: 图像处理精度: 0.1, 0.1, 0.2 (单位: 像元); 安装矩阵固定: 单位阵; 光轴偏差迭代初始值: 0, 0, 0 (单位: 角秒); 各轴偏差角取值: 10, 20, 10 (单位: 角秒).

100 km提升至20 km以内.

5 结论

本文以火星探测为潜在的应用背景, 详细地研究基于边缘图像提取技术的深空探测自主光学导航技术. 根据飞行轨道特点不同, 分为地-火转移段和环火绕飞段, 两阶段分别采用不同的导航敏感器和自主导航方法. 地-火转移段选用窄视场的可见光导航相机, 采用基于火星中心及地平矢量的自主导航方法, 环火绕飞段选用红外/可见光双波段导航敏感器, 采用

基于火星局部边缘点信息的自主导航方法. 从导航观测量的解算到导航模型建立, 详细推导了自主导航技术理论方法, 并给出仿真验证结果. 同时考虑到导航系统中可能存在的系统误差, 如振动、热变形等引起的导航相机光轴偏差, 选用了基于EM-EKF的光轴偏差补偿算法, 以地-火转移段为例, 通过多种工况仿真验证了算法的有效性. 本文所发展的自主光学导航技术显著提高了深空探测器自主导航的导航精度, 满足制动捕获前的高精度定轨需求, 可作为地面测控导航模式的可靠备份, 从而支撑火星探测任务的成功实施.

参考文献

- 1 Yu D Y, Sun Z Z, Meng L Z, et al. The development process and prospects for mars exploration (in Chinese). J Deep Space Explor, 2016, 3: 108–113 [于登云, 孙泽洲, 孟林智, 等. 火星探测发展历程与未来展望. 深空探测学报, 2016, 3: 108–113]
- 2 Jiang X, Yang B, Li S. Overview of China's 2020 Mars mission design and navigation. Astrodynamics, 2018, 2: 1–11
- 3 Liu T, Xie Y C, Wang X L, et al. An autonomous rendezvous navigation and guidance method in Mars orbit (in Chinese). J Astronaut, 2019, 40: 406–414 [刘涛, 解永春, 王晓磊, 等. 火星轨道交会自主导航与制导方法. 宇航学报, 2019, 40: 406–414]

- 4 Cui P Y, Chang X H, Cui H T. Research on observability analysis-based autonomous navigation method for deep space (in Chinese). *J Astronaut*, 2011, 32: 2115–2124 [崔平远, 常晓华, 崔祜涛. 基于可观测性分析的深空自主导航方法研究. 宇航学报, 2011, 32: 2115–2124]
- 5 Team A N, Riedel J E, Bhaskaran S, et al. Autonomous Optical Navigation (AutoNav) Technology Validation Report. Deep Space 1 Technology Validation Report-Autonomous Optical Navigation (AutoNav), JPL Publication, 2000
- 6 She Y, Li S. Configuration optimization of multi-optical sensors with complex pointing constraints. *Acta Astronaut*, 2019, 155: 302–312
- 7 Christian J A, Lightsey E G, An on-board image processing algorithm for a spacecraft optical navigation sensor system. In: Proceedings of the AIAA SPACE 2010 Conference & Exposition. Anaheim, 2010
- 8 John A C. Optical navigation using planet's centroid and apparent diameter in image. *J Guidance Control Dyn*, 2015, 38: 192–204
- 9 Li S, Lu R, Zhang L, et al. Image processing algorithms for deep-space autonomous optical navigation. *J Navigation*, 2013, 66: 605–623
- 10 Jiang X, Li S, Gu L, et al. Optical image generation and high-precision line-of-sight extraction for mars approach navigation. *J Navigation*, 2019, 72: 229–252
- 11 Brink A D. Thresholding of digital image using two-dimensional entropies. *Pattern Recognit*, 1992, 25: 803–808
- 12 Pal N R. On minimum cross-entropy thresholding. *Pattern Recognition*, 1996, 29: 575–580
- 13 Yen J C, Chang F J, Chang S. A new criterion for automatic multilevel thresholding. *IEEE Trans Image Proc*, 1992, 25: 1231–1240
- 14 Zhu Q D, Jing L Q, Bi R S, et al. Improvement algorithm of minimum-error thresholding segmentation method (in Chinese). *Opto-Electron Eng*, 2010, 37: 107–113 [朱齐丹, 荆丽秋, 毕荣生, 等. 最小误差阈值分割法的改进算法. 光电工程, 2010, 37: 107–113]
- 15 Otsu N. A threshold selection method from gray-level histograms. *IEEE Trans Syst Man Cybern*, 1979, 9: 62–66
- 16 Fan J L, Zhao F. Two-dimensional Otsu's curve thresholding segmentation method for gray level images (in Chinese). *Acta Electron Sin*, 2007, 35: 751–755 [范九伦, 赵凤. 灰度图像的二维Otsu曲线阈值分割法. 电子学报, 2007, 35: 751–755]
- 17 Sun J D, Liu Y, Tan T L, et al. An adaptive image threshold selection algorithm based on variance (in Chinese). *Flight Control Detection*, 2018, 1: 77–81 [孙建党, 刘宇, 谭天乐, 等. 一种基于方差的自适应火星图像阈值选取算法. 飞控与探测, 2018, 1: 77–81]
- 18 Wu S Q, Long H B, Zhang W H. Image processing algorithm for autonomous optical navigation sensor system (in Chinese). *Aerospace Shanghai*, 2013, 30: 30–33, 52 [吴双卿, 龙华保, 张卫华. 光学自主导航图像信息测量方法研究. 上海航天, 2013, 30: 30–33, 52]
- 19 Wang D Y, Wei C L, Xiong K. Spacecraft Autonomous Navigation Technology (in Chinese). Beijing: National Defense Industry Press, 2017. 113–114 [王大轶, 魏春岭, 熊凯. 航天器自主导航技术. 北京: 国防工业出版社, 2017. 113–114]
- 20 Gu L, Li S, Li W, et al. Comparative study on autonomous navigation for Mars cruise probe based on observability analysis. *J Astron Telescopes Instrum Syst*, 2018, 4: 048001
- 21 Wang X Z, Zhang X, Zhang L M, et al. PI filter short-range relative navigation method with tracking device and accelerometer based on accelerometer drift estimation (in Chinese). *Aerospace Shanghai*, 2019, 36: 43–47 [王献忠, 张肖, 张丽敏, 等. 基于跟瞄和加表PI滤波近程相对导航方法. 上海航天, 2019, 36: 43–47]
- 22 Gu L, Jiang X, Li S, et al. Optical/radio/pulsars integrated navigation for Mars orbiter. *Adv Space Res*, 2019, 63: 512–525
- 23 Fu M Y, Deng Z H, Zhang J W. Kalman Filter Theory and Its Application in Navigation System (in Chinese). Beijing: Science Press, 2003. 152–174 [付梦印, 邓志红, 张继伟. Kalman滤波理论及其在导航系统中的应用. 北京: 科学出版社, 2003. 152–174]
- 24 Gong X L, Zhang R, Fang J C. Fixed-interval smoother and its applications in integrated navigation system (in Chinese). *J Chin Inertial Tech*, 2012, 20: 687–793 [宫晓琳, 张蓉, 房建成. 固定区间平滑算法机器在组合导航系统中的应用. 中国惯性技术学报, 2012, 20: 687–793]
- 25 Zhang J F. Joint estimation and identification based on expectation maximization (in Chinese). Dissertation for Master Degree. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2016 [张金凤. 基于期望最大化的联合估计与辨识. 硕士学位论文. 西安: 西北工业大学, 2016]

Autonomous optical navigation technology for Mars probe based on image edge information

LIU FuCheng^{1,2}, ZHU QingHua^{1,2}, SUN JianDang^{1,2}, LI Shuang³,
XIAO DongDong^{1,2} & JIANG LiHui^{1,2}

¹ Shanghai Institute of Spaceflight Control Technology, Shanghai 201109, China;

² Shanghai Key Laboratory of Space Intelligent Control Technology, Shanghai 201109, China;

³ College of Astronautics, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China

The large communication delay and the constraints of visible measurement and control arcs hinder the traditional radio measurement and control mode from meeting the navigation real-time and accuracy requirements of the mission-critical phase of deep space exploration missions. Taking Mars exploration as a potential engineering application background, the optical autonomous navigation technology based on image edge information is developed for deep space exploration. The near-real-time estimation and calibration of the optical axis deviation that affects navigation accuracy are performed in orbit. First, an autonomous navigation method based on the Mars center and horizon vector is developed for the Earth-Mars transfer phase. Second, an autonomous navigation method based on the information of the local edge points of the Mars body is proposed for the Mars orbiting phase. Finally, a parameter estimation algorithm based on EM-EKF is developed for the optical axis deviation of the navigation system. This algorithm compensates for system errors through near-real-time optical axis biased parameter estimation, thereby achieving high-precision autonomous optical navigation. Simulation results show that the proposed algorithm can significantly improve the accuracy of autonomous optical navigation and can be used as a reliable backup of the traditional radio navigation mode, thus ensuring the success of Mars exploration.

Mars exploration, optical autonomous navigation, navigation model, edge extraction, biased estimation, EM-EKF

doi: [10.1360/SST-2020-0272](https://doi.org/10.1360/SST-2020-0272)