状态方程：$x_{k+1} = F_k x_k + B_k u(\lambda_k) + G_k w_k$　观测模型：$z_k = \begin{bmatrix} d_k \\ \varphi_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(X(k)^2 + Y(k)^2 + Z(k)^2\right)^{1/2} \\ \arctan\frac{Y(k)}{X(k)} \end{bmatrix} + v_k$

其中 $\omega \sim N(0,\mathrm{Q})$，$v \sim N(0,R)$。$x_k = \begin{bmatrix} X(k) \\ Y(k) \\ Z(k) \\ Xv(k) \\ Yv(k) \end{bmatrix}$　$X(k)$、$Y(k)$、$Z(k)$ 表示采样点 k 处，跟踪目标 X、Y、Z 轴的坐标；$Xv(k)$、$Yv(k)$ 表示采样点 k 处，跟踪目标 X、Y 轴方向的速度分量。对非线性观测方程线性化处理，求雅可比矩阵得

$$\mathrm{H}_k = \begin{bmatrix} \frac{\mathrm{X(k)}}{\sqrt{\mathrm{X(k)}^2 + \mathrm{Y(k)}^2 + \mathrm{Z(k)}^2}} & \frac{\mathrm{Y(k)}}{\sqrt{\mathrm{X(k)}^2 + \mathrm{Y(k)}^2 + \mathrm{Z(k)}^2}} & \frac{\mathrm{Z(k)}}{\sqrt{\mathrm{X(k)}^2 + \mathrm{Y(k)}^2 + \mathrm{Z(k)}^2}} & 0 & 0 \\ \frac{-\mathrm{Y(k)}}{\mathrm{X(k)}^2 + \mathrm{Y(k)}^2} & \frac{\mathrm{X(k)}}{\mathrm{X(k)}^2 + \mathrm{Y(k)}^2} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$u(\lambda_k)$ 存在三种状态，表示直行、左转、右转，分别对应三个驱动矩阵 $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$、$\begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix}$、$\begin{bmatrix} 0 \\ 10 \end{bmatrix}$。

采用扩展卡尔曼滤波算法对目标进行追踪。

情况一（$u(\lambda_k)$ 已知）：

设置 $x_1 = [300 \quad 400 \quad 100 \quad 50 \quad 60]^T$　$z_1 = \begin{bmatrix} d_1 \\ \varphi_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(X(1)^2 + Y(1)^2 + Z(1)^2\right)^{1/2} \\ \arctan\frac{Y(1)}{X(1)} \end{bmatrix} + v_1$

$ex_1 = [250 \quad 350 \quad 90 \quad 40 \quad 60]^T$（$ex_k$ 为滤波器的状态）　采样周期 0.1s，时长 10s。

$u(\lambda_k)$ 均为 $\begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix}$　$P_1 = 0.1 * eye(5)$　$Q_k = 0.3 * eye(3)$　$R_k = 0.1 * eye(2)$

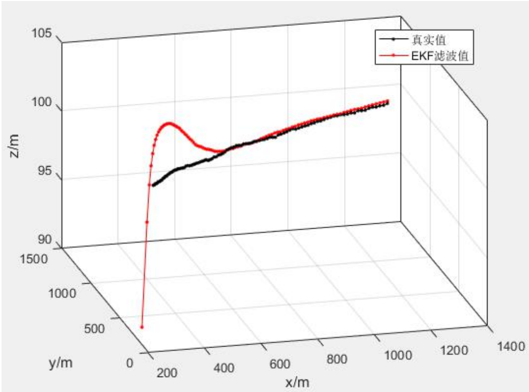
Measurement update:

$$ex_{k|k} = ex_{k|k-1} + L_k(z_k - H_k ex_{k|k-1})$$
$$L_k = P_{k|k-1} H_k (H_k{}^T P_{k|k-1} H_k + R_k)^{-1}$$
$$P_{k|k} = P_{k|k-1} - L_k H_k{}^T P_{k|k-1}$$

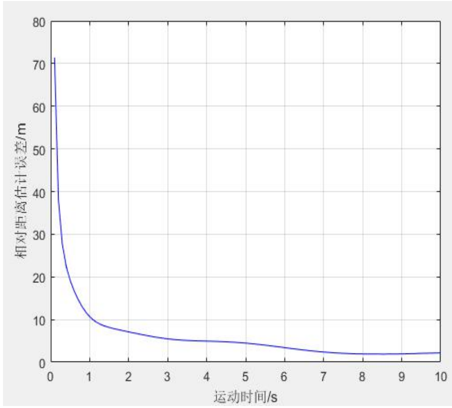
Time update:

$$ex_{k+1|k} = F_k ex_{k|k} + B_k u(\lambda_k)$$
$$P_{k+1|k} = F_k P_{k|k} F_k{}^T + G_k Q_k G_k{}^T$$

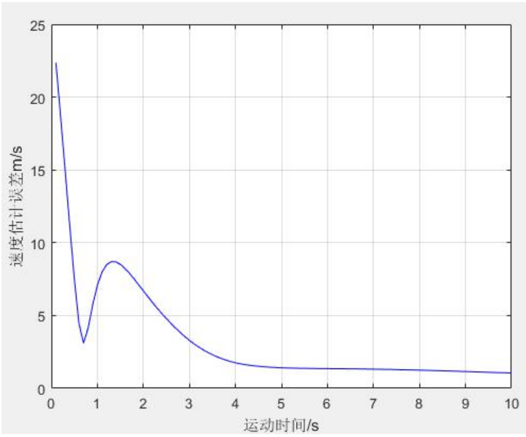
根据 Measurement update 和 Time update 生产滤波后的跟踪轨迹。进行 1000 次蒙特卡洛仿真得到得到某次目标轨迹跟踪图（图一）、位置偏差图（图二）、速度偏差图（图三）。由图一得，滤波估计状态较好地跟踪了目标；从图二、三发现，位置、速度偏差都得到显著减小，并保持在一定较小的范围内。




图一　某次目标轨迹跟踪图




图二　位置偏差图

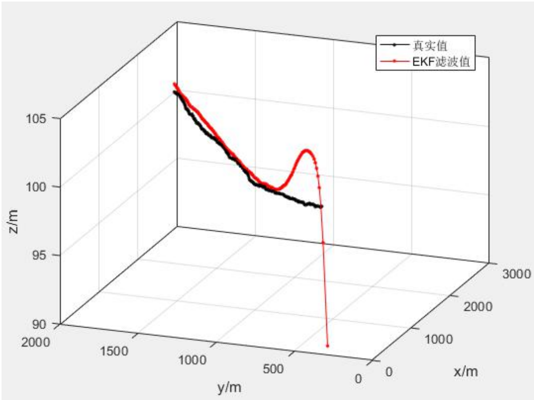



图三　速度偏差图

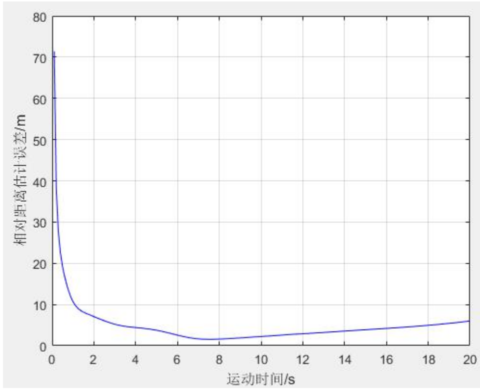
**情况二**（$u(\lambda_k)$未知）：

$\lambda_k$ 为三状态的马尔科夫链，传递概率概率矩阵为 $P$。设置 $Q_k \subseteq R^3$，$Q_k = [\text{直行概率，左转概率，右转概率} \mid 1:k-1\text{时刻的量测}]$，以及 1000 个粒子分布于$Q_1$点周围，用$PCenter_k \subseteq R^3$保存中心粒子点的数据。根据状态转移方程$Q_{k+1} = Q_k P$，对每个粒子进行预测，然后对粒子进行评价，越接近真实状态的粒子其权重越大。根据粒子权重对粒子进行筛选，筛选过程中，既要大量保留权重大的粒子，又要有一小部分权重小的粒子（即重采样）。将重采样后的粒子代入状态转移矩阵生产下一个状态，不断重复得到$PCenter_k$。$u(\lambda_k)$取$PCenter_k$中概率最大的状态作为其的输出。若概率相同，令直行的优先级高于左转，左转的优先级高于右转。

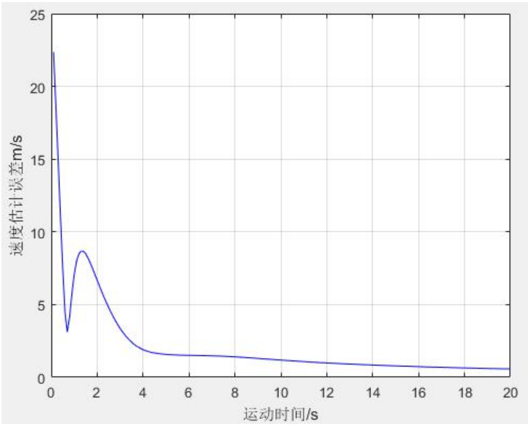
得到$u(\lambda_k)$后，用情况一的方法对目标进行跟踪，并得到某次目标轨迹跟踪图（图四）、位置偏差图（图五）、速度偏差图（图六）。由图四得，滤波估计状态较好地跟踪了目标；从图五、六发现，位置、速度偏差都得到显著减小，并保持在一定较小的范围内。




图四　某次目标轨迹跟踪图




图五　位置偏差图




图六　速度偏差图