

# 基于熵惩罚的 EM 未知杂波估计的 PHD 多目标跟踪算法

柏茂羽<sup>1</sup>, 丁 勇<sup>1,2</sup>, 胡忠旺<sup>1</sup>

(1. 南京航空航天大学自动化学院, 南京 211106; 2. 江苏省物联网与控制技术重点实验室, 南京 211106)

**摘 要:** 针对概率假设密度多目标跟踪算法中存在的杂波强度未知的问题, 提出一种基于熵惩罚的 EM 未知杂波估计的 PHD 多目标跟踪 (EPEM-PHD) 算法。首先采用有限混合模型对未知杂波密度建模, 其次分别对混合权重及缺失参数施加熵惩罚因子, 然后通过自适应动态系数调节, 使得混合模型低权重分量加速消亡, 减少了算法迭代次数, 且算法对初始参数不敏感。仿真结果表明, 该算法在杂波强度未知的环境下, 具有精度高、跟踪稳定的优势, 提高了 PHD 滤波器在多目标跟踪中的性能。

**关键词:** 多目标跟踪; PHD; 未知杂波估计; 熵惩罚; EM

中图分类号: V249 文献标志码: A 文章编号: 1671-637X(2017)04-0027-06

## PHD Multi-target Tracking Based on Entropy Penalized EM of Unknown Clutter Estimation

BAI Mao-yu<sup>1</sup>, DING Yong<sup>1,2</sup>, HU Zhong-wang<sup>1</sup>

(1. College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China;

2. Jiangsu Key Laboratory of Internet of Things and Control Technologies, Nanjing 211106, China)

**Abstract:** Aiming at the unknown clutter intensity existed in Probability Hypothesis Density (PHD) multi-target tracking algorithm, a tracking algorithm based on Entropy Penalized Expectation Maximization (EPEM) of unknown clutter estimation is proposed, called EPEM-PHD. The clutter intensity is modeled by finite mixture model. The entropy penalized factor is applied on mixed weight and the missing parameter. By adjusting the adaptive coefficient, the extinction of components with low weight is accelerated, thus can decrease the times of iterations. And the algorithm is not sensitive to initial parameters. Simulation results show that: the algorithm has the advantages of high precision and stable tracking, which improves the performance of PHD filter in multi-target tracking.

**Key words:** multi-target tracking; Probability Hypothesis Density (PHD); unknown clutter estimation; entropy penalized; Expectation Maximization (EM)

## 0 引言

多目标跟踪 (MTT) 在国防、军事、环境监测、安全监控、智能交通等领域具有广泛的应用价值, 是一个热门的研究课题。多目标跟踪方法主要有基于数据关联和随机有限集两类。前者的主要思想是通过数据关联建立观测信息与目标身份信息的匹配, 从而将多目标跟踪问题转化为对单一目标状态的估计。但由于数据关联需要大量的计算, 所以这类方法处理起来极为复

杂。针对这个问题, Mahler 将随机有限集理论 (Random Finite Set, RFS) [1] 引入到多目标跟踪问题的求解中, 提出了基于随机有限集的跟踪算法。其中, 概率假设密度 (PHD) 滤波器是随机有限集多目标状态集合后验概率密度的一阶矩 [2], 其实现主要分为适用于非线性非高斯情形下的序贯蒙特卡罗 PHD (Sequential Monte Carlo PHD, SMC-PHD) 滤波器 [3] 和适用于线性高斯情形下的高斯混合 PHD (GM-PHD) 滤波器 [4]。此类算法避开了数据关联的问题, 从而降低了计算难度, 成为了近年来国内外研究热点。

在传统的 PHD 滤波器中, 通常假定杂波的数目服从泊松分布, 且整个区域的杂波分布是均匀分布。此种假定在杂波干扰较少的跟踪环境中不会有太大问

收稿日期: 2016-04-19

修回日期: 2016-05-20

基金项目: 总参通信重点基金 (TZLDLYB2014002)

作者简介: 柏茂羽 (1990—), 男, 江苏连云港人, 硕士生, 研究方向为多目标跟踪。

题,但在复杂环境下,由于杂波个数和分布未知,这种假设使算法的鲁棒性和跟踪精度会严重降低。针对此类问题,文献[5]在目标状态中加入标签,除去权重较大标签代表的杂波干扰,此算法能更好地避免杂波干扰,但对新的目标不易发现;文献[6]运用有限混合模型和期望最大化(EM)算法,较全面地解决了多目标跟踪中未知杂波估计的问题,但是杂波模型对初始值要求较敏感,不合理的初始值将影响估计精度。另外,传统EM算法计算量大,收敛速度慢,在复杂杂波背景下进行跟踪难以满足实时性的要求,文献[7]提出了一种基于熵分布的未知杂波估计算法,它以熵分布作为杂波密度模型中混合权重的先验,改善了PHD滤波器在杂波环境下跟踪的性能,但实时性较难满足实际跟踪需求。

针对上述问题,本文提出了一种基于熵惩罚EM的未知杂波估计的PHD(EPEM-PHD)滤波算法。算法采用有限混合模型和EM算法估计杂波信息,通过对混合模型赋予熵惩罚因子,使得改进后的PHD滤波器能够增强算法精确度,更适用于复杂环境下的多目标跟踪问题。

## 1 PHD 滤波算法简介

设  $k$  时刻的随机状态集  $X_k$  与随机量测集  $Z_k$  分别为

$$X_k = \{x_{k,1}, x_{k,2}, \dots, x_{k,i}, \dots, x_{k,l(k)}\} \quad (1)$$

$$Z_k = \{z_{k,1}, z_{k,2}, \dots, z_{k,j}, \dots, z_{k,n(k)}\} \quad (2)$$

式中:  $x_{k,i}$  与  $l(k)$  分别为  $k$  时刻第  $i$  个目标的状态和量测目标跟踪数目;  $z_{k,j}$  表示  $k$  时刻第  $j$  个量测值;  $n(k)$  表示  $k$  时刻量测数目。设  $P$  为有限集  $X$  在多目标状态空间上的概率分布,它的一阶矩是在多目标状态空间上的非负函数  $v$ ,且对任意状态空间内的子空间  $S$  有

$$\int_I S \cap X P(dX) = \int_S v(x) dx \quad (3)$$

式中  $\int_S v(x) dx$  为  $S$  中目标数目的期望,设总的目标数期望为  $N$ ,则PHD在状态空间的积分即是  $N$ 。多目标状态估计值即是  $v$  的前  $N$  个最大峰值点对应的状态值。

PHD滤波器分为两个步骤,式(4)为预测步,式(5)为更新步,即

$$D_{k|k-1}(x_k | Z_{1:k-1}) = \gamma_k(x_k) + \int [\beta_{k|k-1}(x_k | x_{k-1}) + e_{k|k-1}(x_{k-1}) f_{k|k-1}(x_k | x_{k-1})] \times D_{k-1|k-1}(x_{k-1} | Z_{1:k-1}) dx_{k-1} \quad (4)$$

$$D_{k|k}(x_k | Z_{1:k}) = (1 - P_D(x_k)) D_{k|k-1}(x_k | Z_{1:k-1}) + \sum_{z \in Z_k} \frac{P_D(x_k) g_{k|k}(z | x_k)}{\kappa_k(z) + C_k(z)} D_{k|k-1}(x_k | Z_{1:k-1}) \quad (5)$$

式中:  $D(\cdot)$  为目标强度;  $\beta_{k|k-1}(x_k | x_{k-1})$  为源自状态  $x_{k-1}$

的衍生目标强度;  $f_{k|k-1}(x_k | x_{k-1})$  为状态转移密度;  $\gamma_k(x_k)$  为出生目标强度;  $e_{k|k-1}(x_k)$  为目标生存概率;  $P_D(x_k)$  为目标探测成功的概率,  $1 - P_D(x_k)$  为目标探测失败的概率;  $g_{k|k}(z | x_k)$  为单传感器单目标测量似然函数;  $\kappa_k(z) + C_k(z)$  即目标更新强度  $D_k(z)$ ,目标量测强度  $C_k(z)$  取值  $\int \varphi_{k,z}(x_k) D_{k|k-1}(x_k | Z_{1:k-1}) dx$ ,  $\kappa_k(z)$  为杂波强度<sup>[5]</sup>。

PHD算法中,SMC-PHD适用于非线性跟踪环境,其利用加权粒子近似得到PHD积分<sup>[3]</sup>,主要有以下3个步骤。

1) 粒子预测。对  $k-1$  时刻的粒子进行重要性采样,  $\tilde{x}_k^{(i)} \sim q_k(\cdot | x_{k-1}^{(i)}, Z_k)$ ,符号“ $\sim$ ”表示随机抽样。则粒子权值为

$$\begin{cases} \tilde{\omega}_{k|k-1}^{(i)} = \frac{\phi_{k|k-1}(\tilde{x}_k^{(i)}, \tilde{x}_{k-1}^{(i)}) \omega_{k-1}^{(i)}}{q_k(\tilde{x}_k^{(i)} | \tilde{x}_{k-1}^{(i)}, Z_k)} & i = 1, 2, \dots, L_{k-1} \\ \tilde{\omega}_{k|k-1}^{(i)} = \frac{1}{J_k} \frac{\gamma_k(\tilde{x}_k^{(i)})}{p_k(\tilde{x}_k^{(i)} | Z_k)} & i = L_{k-1} + 1, \dots, L_{k-1} + J_k \end{cases} \quad (6)$$

式中:  $\phi(x_k | x_{k-1}) = e_{k|k-1}(x_{k-1}) f_{k|k-1}(x_k | x_{k-1}) + \beta(x_k | x_{k-1})$ ;  $J_k$  为出生目标粒子数目。

2) 粒子更新。对于每个量测  $z \in Z_k$ ,计算目标量测强度  $C_k(z)$ ,并且更新预测步的粒子权值  $\tilde{\omega}_{k|k-1}^{(i)}$ 。

$$C_k(z) = \sum_{j=1}^{L_{k-1}+J_k} P_D(\tilde{x}_k^{(j)}) g_{k|k}(z | \tilde{x}_k^{(j)}) \tilde{\omega}_{k|k-1}^{(j)} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_{k|k-1}^{(i)} &= (1 - P_D(\tilde{x}_k^{(i)})) \tilde{\omega}_{k|k-1}^{(i)} + \\ &\sum_{z \in Z_k} \frac{P_D(\tilde{x}_k^{(i)}) g_{k|k}(z | \tilde{x}_k^{(i)})}{\kappa_k(z) + C_k(z)} \tilde{\omega}_{k|k-1}^{(i)} \\ &i = 1, 2, \dots, L_{k-1} + J_k \end{aligned} \quad (8)$$

3) 重采样。

第1步,对粒子权值求和

$$\hat{N}_{k|k} = \sum_{j=1}^{L_{k-1}+J_k} \tilde{\omega}_k^{(j)} \quad (9)$$

第2步,对  $\left\{ \frac{\tilde{\omega}_k^{(i)}}{\hat{N}_{k|k}}, \tilde{x}_k^{(i)} \right\}$  重采样得  $\left\{ \frac{\tilde{\omega}_k^{(i)}}{\hat{N}_{k|k}}, \tilde{x}_k^{(i)} \right\}_{i=1}^{L_k}$ 。

第3步,与  $\hat{N}_{k|k}$  相乘得PHD近似  $\{ \tilde{\omega}_k^{(i)}, \tilde{x}_k^{(i)} \}_{i=1}^{L_k}$ 。

$\hat{N}_{k|k}$  即是  $k$  时刻目标数估计值。为求表述简便,以下公式内均省去标注  $k$ 。

## 2 基于熵惩罚EM算法的未知杂波估计

上述SMC-PHD算法中,杂波强度  $\kappa(z)$  通常假设为先验已知,但在未知杂波的复杂环境中并非如此,需要研究的是如何估计  $\kappa(z)$  的问题,然后将实时估计出的  $\kappa(z)$  代入目标更新强度  $D(z)$ ,从而使  $D(z)$  的估计更加接近实际值,以改进PHD滤波算法的性能。

此处借鉴文献[6]用 EM 算法估计杂波密度的思想对 PHD 滤波器进行改进。首先,采用随机有限集为杂波强度建模,杂波强度可以表示为

$$k(z) = \lambda c(z) \quad (10)$$

式中:  $\lambda$  为杂波数目;  $c(z)$  为杂波分布。杂波强度的估计问题即转换为如何估计杂波数目和杂波分布的问题,其中,熵惩罚 EM 算法主要用于杂波分布的估计。

### 2.1 杂波数目的估计

记  $H = \{h_1, h_2, \dots, h_{k-1}\}$ ,  $h_i$  表示  $i$  时刻的量测个数  $i = 1, 2, \dots, k-1$ 。设杂波的运动为泊松点过程,则  $H$  中的所有元素服从泊松分布,即

$$f(h_i | \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^{h_i}}{h_i!} \quad i = 1, 2, \dots, k-1 \quad (11)$$

式中  $\lambda$  即为平均每帧的杂波个数。其无偏最小方差估计已被证明<sup>[8]</sup>为

$$\hat{\lambda} = \sum_{i=1}^{k-1} h_i / k - 1 \quad (12)$$

$\hat{\lambda}$  即为杂波数目的估计值。

### 2.2 杂波分布估计的有限混合模型

由于杂波分布的特性符合有限混合模型建模条件,所以此处采用有限混合模型描述杂波分布<sup>[9]</sup>

$$p(z | \theta) = \sum_{m=1}^M \pi_m p_m(z | \theta_m) \quad (13)$$

式中:  $M$  为分量数目;  $\theta_m = \{\mu_m, \phi_m\}$  为分量均值  $\mu_m$  与分量方差  $\phi_m$  构成的分量  $m$  参数集合;  $\theta = \{\theta_1, \dots, \theta_M, \pi_1, \dots, \pi_M\}$  为混合参数集合,混合权重  $\pi_m$  表示混合模型中各分量的比例系数,并且

$$\sum_{m=1}^M \pi_m = 1 \quad (14)$$

在有限混合模型中,初始分量个数过大也会导致算法运行时间过长,所以,在算法初始步骤中为混合模型增加一个均匀分布作为分量之一,用于拟合来源于背景噪声的稀疏杂波分布,这样做既能实现初始分量对目标区域较为全面的表示,又能达到缩减初始分量数目的目的。可表示为

$$\begin{cases} p_1(z | \theta_1) = U(z | \theta_1) \\ p_m(z | \theta_m) = N(z | \theta_m) \end{cases} \quad m = 2, \dots, M \quad (15)$$

其中,已经有文献证明,由多个高斯分量和一个均匀分量构成的混合模型,比由纯粹高斯分量构成的混合模型,具有更强的鲁棒性<sup>[10]</sup>。

已知量测集合  $Z$  的  $n$  个元素相互独立,可得随机有限集合参数  $\theta$  的极大似然函数为

$$p(Z | \theta) = \prod_{i=1}^n \sum_{m=1}^M \pi_m p_m(z_i | \theta_m) \quad (16)$$

为求得参数  $\theta$  的极大似然估计,通常可以采用 EM 算法。求解 EM 算法的缺失参数,可令缺失参数集合  $E =$

$\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ , 其中  $e_j$  为  $M$  维向量,  $e_{mj} = 0$  表示第  $j$  个测量信息属于第  $m$  个混合模型分量,  $e_{mj} = 1$  则表示其不属于,且满足

$$\sum_{m=1}^M e_{mj} = 1 \quad (17)$$

设完整数据集为  $Y = \{z_1, z_2, \dots, z_n, E\}$ , 则最大似然法求解的相关 log 似然函数为

$$\ln[p(Y | \theta)] = \sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^M e_{mi} \ln[\pi_m p(z_i | \theta_m)] \quad (18)$$

设混合模型的各分量均为高斯分布,则混合模型可以表示为

$$p(z | \theta) = \sum_{m=1}^M \pi_m (2\pi)^{-d/2} |\phi_m|^{-1/2} e^{-(1/2) \delta(z; \mu_m, \phi_m)} \quad (19)$$

式中:  $d$  表示量测维数;  $\delta(z; \mu, \phi)$  表示  $z$  与  $\mu$  的马氏距离;  $e_{mi}$  为缺失参数;  $\mu_m, \phi_m, \pi_m$  为混合参数。此处 EM 算法可求解缺失参数和混合参数的极大似然估计。EM 算法分为期望步 (E-Step) 求解参数  $e_{mi}$  和最大化步 (M-Step) 求解混合参数  $\mu_m, \phi_m$  和  $\pi_m$  两个步骤。由此两个步骤交替迭代直到收敛,即可得到有限混合模型各参数的估计结果。

但直接将传统 EM 算法应用于杂波分布估计存在缺点。首先,多目标跟踪算法的特点使其必须满足实时性的要求,但传统 EM 算法收敛速度较慢,实际应用上较难满足对实时性要求较高的情况。其次,传统 EM 算法的参数估计结果对模型的初始值十分敏感,不恰当的初始值容易导致 EM 算法陷入局部最优解,文献[6]等均需为杂波模型选择合适的初始值,以防估计结果偏差较大,然而这并不能给算法带来很好的鲁棒性。

### 2.3 基于熵惩罚的改进 EM 的参数估计

在混合模型进行参数估计研究中,对混合参数施加熵惩罚可以带来加速收敛速度,使估计结果对初始值不敏感的效果<sup>[11-12]</sup>。借鉴该思想,将附有熵惩罚因子的改进 EM 算法应用于杂波分布估计,以得到新的杂波分布估计方法。这里需要同时对参数  $e_{mi}$  与混合权重  $\pi_m$  施加惩罚因子。首先,未施加惩罚因子的 EM 算法步骤如下。

E-Step: 求解参数  $e_{mi}$  有

$$e_{mi} = \frac{\pi_m p(z_i | \theta_m)}{\sum_{j=1}^M \pi_j p(z_i | \theta_j)} = \frac{\pi_m (2\pi)^{-d/2} |\phi_m|^{-(1/2)} e^{-(1/2) \delta(z_i; \mu_m, \phi_m)}}{\sum_{j=1}^M \pi_j (2\pi)^{-d/2} |\phi_j|^{-(1/2)} e^{-(1/2) \delta(z_i; \mu_j, \phi_j)}} \quad (20)$$

M-Step: 将似然函数式(16)最大化,以获得混合参数  $\pi_m, \mu_m$  和  $\phi_m$  的估计值,表达式分别如下。

混合权重

$$\pi_m = \sum_{j=1}^n \hat{e}_{mj} / n \quad (21)$$

分量均值

$$\mu_m = \sum_{j=1}^n \hat{e}_{mj} u_{mj} z_j / \sum_{j=1}^n \hat{e}_{mj} u_{mj} \quad (22)$$

分量方差

$$\phi_m = \sum_{j=1}^n \hat{e}_{mj} u_{mj} (z_j - \mu_m) (z_j - \mu_m)^T / \sum_{j=1}^n \hat{e}_{mj} u_{mj} \quad (23)$$

然后, 针对混合权重  $\pi_m$  的性质对其施加熵惩罚。混合权重  $\pi_m$  是迭代过程中的分量删减的依据,  $\pi_m$  的值越大, 则该分量在下次迭代中越可能被留存下来。而当  $\pi_m$  越小, 直至小于预先设定的阈值  $\xi$  时, 该分量就会被删减。此处采用  $-\ln \pi_m$  表示第  $m$  分量中一个数据点所散发的信息量, 如果取  $\ln \pi_m$  关于  $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_M$  的加权平均值, 即取  $W = \sum_{m=1}^M \pi_m \ln \pi_m$ , 则  $-W$  可以代表所有分量的信息熵。当  $\pi_m = 1/M$  ( $\forall m \in 1, 2, \dots, M$ ) 时, 则认为没有关于  $\pi_m$  的信息量。这样表示的目的是利用信息熵推动似然函数最大化, 从而更好更快地获得  $\pi_m$  的信息, 这可以通过最小化信息熵来实现, 也就是最大化  $W$ , 于是此处可以在似然函数之上添加一个惩罚因子  $\sum_{i=1}^n W$ , 惩罚因子的值为负数, 其作用就是对 EM 算法的迭加过程进行调节, 则式 (16) 可变为

$$L(\pi, \theta) = \sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^M \hat{e}_{mi} \ln [\pi_m p(z_i | \theta_m)] + \alpha \sum_{i=1}^n W \quad (24)$$

式中  $\alpha$  为调节系数, 且满足  $\alpha \in (0, 1)$ 。 $\alpha$  取值越靠近 1, 惩罚程度就越强, 反之则越弱。假如第  $t$  次与第  $t-1$  次迭代的混合权重  $\pi_m^t$  与  $\pi_m^{t-1}$  相差比较小, 则需要增大  $\alpha$  以加大惩罚效果, 反之如果相差很大, 则需要减小  $\alpha$  以保持算法的稳定性, 所以, 此处选取了具有自适应调节能力的  $\alpha$  为

$$\alpha_t = \sum_{m=1}^M \exp(-n |\pi_m^t - \pi_m^{t-1}|) / M \quad (25)$$

然后, 采用拉格朗日乘子法, 将式 (14) 代入式 (24), 并对式中的  $\pi_m$  求一阶偏导, 有

$$\pi_m^{t+1} = \sum_{i=1}^n \hat{e}_{mi}^t / n + \alpha_t \pi_m^t (\ln \pi_m^t - \sum_{i=1}^M \pi_i^t \ln \pi_i^t) \quad (26)$$

由上式可见, 如果  $\ln \pi_m^t - \sum_{i=1}^M \pi_i^t \ln \pi_i^t < 0$ , 则混合模型的第  $m$  分量在第  $t+1$  次迭代的时候, 其混合权重  $\pi_m^{t+1}$  比没有施加惩罚因子时要小。按照迭代规则,  $\pi_m^t$  越小, 则  $\pi_m^{t+1}$  减小的趋势越大。当  $\pi_m^{t+1}$  减小到阈值  $\xi$  时, 可以认为第  $m$  分量是无效的, 将此分量进行删减。

分量数目  $M$  每减少一次, 为保持约束条件  $\sum_{m=1}^M \pi_m = 1$  和  $\sum_{m=1}^M \hat{e}_{mi} = 1$  的成立, 需做如下调整

$$\pi_m^{t+1} = \pi_m^{t+1} / \sum_{j=1}^M \pi_j^{t+1} \quad (27)$$

$$e_{mi}^{t+1} = \hat{e}_{mi}^{t+1} / \sum_{j=1}^M \hat{e}_{ji}^{t+1} \quad (28)$$

至此, 式 (26) 可以代替式 (21), 与式 (22)、式 (23) 形成新的 M-Step。

同理可以对缺失参数  $e_{mi}$  施加熵惩罚因子。取  $-\ln e_{mi}$

表示量测  $z_i$  属于第  $m$  分量的信息量, 则  $-\sum_{m=1}^M e_{mi} \ln e_{mi}$  为  $z_i$  属于各分量的信息熵, 当  $z_i$  属于任何一个分量的概率相同时, 即  $e_{mi} = 1/M$  时, 则认为信息量不存在。于是可以根据信息熵最大化原理, 在迭代中对  $e_{mi}$  施加惩罚因子  $e_{mi}$  可以表示为

$$e_{mi}^{t+1} = \frac{\pi_m^{t+1} p(z_i | \theta_m^{t+1})}{\sum_{j=1}^M \pi_j^{t+1} p(z_i | \theta_j^{t+1})} + \beta_i e_{mi}^t \{ \ln e_{mi}^t - \sum_{j=1}^M e_{ji}^t \ln e_{ji}^t \} \quad (29)$$

式中  $\beta_i$  为调节系数  $\beta_i \in (0, 1)$ , 与  $\alpha$  的取值条件类似,  $\beta_i$  可由下式计算

$$\beta_i = \sum_{m=1}^M \exp(-n |e_{mi}^t - e_{mi}^{t-1}|) / M \quad (30)$$

由式 (29) 可知  $\sum_{j=1}^M e_{ji}^t \ln e_{ji}^t$  为  $\ln e_{mi}^t$  关于  $e_{1i}^t, e_{2i}^t, \dots,$

$e_{Mi}^t$  的加权平均值, 当  $\ln e_{mi}^t < \sum_{j=1}^M e_{ji}^t \ln e_{ji}^t$  时,  $e_{mi}^{t+1}$  将小于没有施加惩罚因子时的值, 从而加快了量测信息向相关分量聚拢的速度, 加速了分量数  $M$  的删减。

式 (29) 即可代替式 (20) 成为施加熵惩罚后的 E-Step。

综上所述, 利用基于熵惩罚的改进 EM 步骤实现有限混合模型参数估计后, 即可得到杂波分布  $c(z)$ , 代入式 (10) 可得估计值  $k(z)$ , 将  $k(z)$  代入式 (7) 和式 (8) 改进 SMC-PHD, 即可得到 EPEM-PHD 滤波器。

由于算法输入并非杂波的量测, 而是  $k$  时刻量测值  $Z_k$  和  $k-1$  时刻杂波强度估计值  $\hat{\kappa}_{k-1}(z)$ 。这里可以利用 PHD 滤波器能够消弱杂波影响的特点, 采用距离判比的方法从总的量测集合中筛选出杂波量测信息。首先在利用式  $\kappa_k(z) + C_k(z)$  计算  $k$  时刻的更新强度  $D_k(z)$  时,  $\kappa_k(z)$  可先利用  $k-1$  时刻的杂波强度估计值  $\hat{\kappa}_{k-1}(z)$  来近似, 此时即可利用 PHD 滤波器得到  $k$  时刻多目标状态估计值  $\hat{X}_k$ , 然后依据距离判断对比  $Z_k$  与  $\hat{X}_k$  得到  $k$  时刻杂波量测  $z_1, z_2, \dots, z_n$ 。

### 3 EPEM-PHD 多目标跟踪算法

基于熵惩罚 EM 算法未知杂波强度估计的 PHD 多目标跟踪算法的主要思想是以 SMC-PHD 滤波器为基础, 融合杂波强度估计的步骤, 实现多目标跟踪。取

$k$  时刻量测值  $Z_k$  和  $k-1$  时刻杂波强度估计值  $\hat{\kappa}_{k-1}(z)$  为算法的输入。输出  $k$  时刻杂波强度估计值  $\hat{\kappa}_k(z)$  和多目标状态估计值  $\hat{X}_k$ 。基本流程如下:

- 1) 利用式(6)得到  $k-1$  时刻目标状态集;
- 2) 将  $\hat{\kappa}_{k-1}(z)$  代入式(7)和式(8)进行 PHD 更新, 并重采样, 得到  $k$  时刻多目标状态  $\hat{X}_k$ ;
- 3) 以位置距离作为判据, 对比  $Z_k$  与  $\hat{X}_k$  得到  $k$  时刻杂波量测集合  $z_1, z_2, \dots, z_n$ ;
- 4) 由式(12)计算  $k$  时刻杂波个数的估计值  $\hat{\lambda}$ , 并且设  $i=1$ ;
- 5) 针对  $z_i$ , 分量个数设为  $M=n$ , 惩罚系数设为  $\alpha=1$ , 量测所属分量概率惩罚系数  $\beta=1$ , 初始化各分量的协方差矩阵  $\phi_m$  和均值向量  $\mu_m = z_m$ , 阈值  $\xi=1/n$ , 并且初始化  $e_{mi}$ ;
- 6) 由式(26)更新混合权重  $\pi_m$ ;
- 7) 判断如果  $\pi_m < \xi$ , 则删除分量  $m$ , 同时执行式(27)和式(28);
- 8) 由式(23)更新协方差矩阵  $\phi_m$ ;
- 9) 由式(29)更新  $e_{mi}$ ;
- 10) 由式(21)更新混合权重  $\pi_m$ ;
- 11) 判断如果  $\pi_m < \xi$ , 则删除分量  $m$ , 同时执行式(27)和式(28);
- 12) 由式(25)调整  $\alpha$ , 由式(30)调整  $\beta$ ;
- 13) 由式(22)更新  $\mu_m$ ;
- 14) 判断如果  $\max_{1 \leq m \leq M} \|\mu_m^{t+1} - \mu_m^t\| < \varepsilon$ , 则继续, 否则转步骤 5);
- 15) 判断  $i$  是否等于  $\hat{\lambda}$ , 如果不相等, 则令  $i=i+1$  转步骤 5);
- 16) 得到  $k$  时刻的杂波强度估计  $\hat{\kappa}_k(z)$ ;
- 17) 令  $k=k+1$ , 继续处理下一个时刻。

从以上步骤可以看出, 新算法在步骤 5) 混合模型初始化不需要特殊的要求, 并且进行杂波估计每次迭代时执行了两次分量的消除操作, 分别是步骤 6) 和步骤 10), 分别用熵惩罚 M-Step 和传统 M-Step 在一次循环中进行 2 次分量删减, 这使得算法的迭代次数大大减少, 提高了算法的收敛速度, 增加了 PHD 算法的实时性, 使之能够更好地适用于未知杂波环境下的多目标跟踪。

#### 4 仿真实验与分析

为了验证所提出的基于熵惩罚 EM 算法未知杂波估计的多目标跟踪算法的有效性, 仿真实验采用序贯蒙特卡罗概率假设密度滤波器 (SMC-PHD) 与所提出的 EPDM-PHD 进行比较。仿真实验在 AMD FX-7500 2.10 GHz 处理器、1024 MB 内存的 PC 上, 使用 Matlab

R2012b 平台实现。在  $x$ - $y$  二维平面区域  $x \in [-20 \text{ m}, 120 \text{ m}]$ ,  $y \in [-80 \text{ m}, 100 \text{ m}]$  的二维场景中, 先后出现 4 个做无规则运动的目标。目标的运动模型为

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F} \cdot \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{G} \cdot \omega_k$$

式中:  $\mathbf{x}_{k-1}$  为目标状态, 由  $x, y$  方向的目标位置及速度组成, 分别为  $\mathbf{x}_{k-1} = [x_{k-1}, v_x, y_{k-1}, v_y]^T$ ,  $[x_{k-1}, v_x]^T$  和  $[y_{k-1}, v_y]^T$ ;  $\mathbf{F}$  为状态转移矩阵;  $\mathbf{G}$  为噪声输入矩阵; 过程噪声  $\omega_k$ ,  $\omega_k \sim N(0, \mathbf{Q})$ , 即取高斯白噪声;  $Z_k$  为系统的目标量测方程, 三者分别为

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & T^2/2 & 0 & T \\ T^2/2 & 0 & T & 0 \end{bmatrix}^T,$$

$$\mathbf{Z}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} V_{1k} \\ V_{2k} \end{bmatrix},$$

其中  $\mathbf{Z}_k$  中  $\{V_{1k}\}$  和  $\{V_{2k}\}$  为相互独立的零均值高斯白噪声。系统采样周期  $T=1 \text{ s}$ , 仿真时间步长为 40。出生目标强度为  $\gamma_k = 0.2N(\cdot; \mathbf{x}, \mathbf{Q})$ , 其正态分布的均

值和方差分别为  $\bar{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ 。目

标存活概率  $P_s(\mathbf{x})$  取 0.95, 目标检测概率  $P_D(\mathbf{x})$  设为 1。令平均每帧杂波个数的真实值为  $\lambda=50$ ; 杂波在设定区域内随机产生。每个目标赋予 1000 个粒子, 程序随机生成一个随机数作为每帧杂波个数。

实验中所选择的 4 个目标之中, 目标 1 存在于第 1 到第 7 步; 目标 2 存在于第 8 到第 25 步; 目标 3 存在于第 12 到第 37 步; 目标 4 则是存在于第 26 至第 40 步。实验结果如图 1 所示。

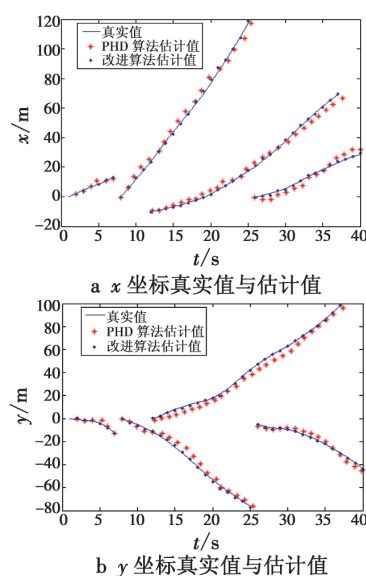


图1 实验结果

Fig. 1 Test result

图 1 是单次蒙特卡罗仿真中的  $x$  坐标和  $y$  坐标的跟踪效果。可以看到,改进算法能够正确估计多目标状态,而且优于 PHD 算法。在该次仿真中,虽然两种算法都存在目标偏离的情况,但改进算法的跟踪精度明显高于 PHD 算法。跟踪第 3 个目标第 25 至第 33 步 PHD 算法偏离了目标的真实位置但 EPEM-PHD 却能很好地进行目标跟踪,算法性能提高的原因在于杂波强度在线估计算法的存在。算法采用 Wasserstein 距离评价多目标跟踪性能,即

$$d_p(\hat{X}, X) = \min_C \sqrt[p]{\sum_{i=1}^{|\hat{X}|} \sum_{j=1}^{|X|} C_{ij} \|\hat{x}^i - x^j\|^p} \quad (31)$$

式中:  $\hat{X}, X$  为多目标状态的估计值和真实值,它在所有可能中间矩阵  $C$  上取最小值(元素  $C_{ij}$  为正实数且

$$\sum_{j=1}^{|X|} C_{ij} = 1/|\hat{X}|, \sum_{i=1}^{|\hat{X}|} C_{ij} = 1/|X|; p \text{ 取 } 2。$$

图 2 为通过 50 次蒙特卡罗仿真后,改进算法和 PHD 多目标跟踪算法的平均 Wasserstein 距离。可以看出,改进算法的 Wasserstein 距离比之 PHD 算法较小,说明 EPEM-PHD 算法在多目标数目估计及跟踪精度上的准确性高于 PHD 算法,并且能够很好地处理杂波和目标之间的关系,估计杂波更接近于真实的分布,具有更好的稳定性和鲁棒性,同时也证明了这种改进算法的有效性。

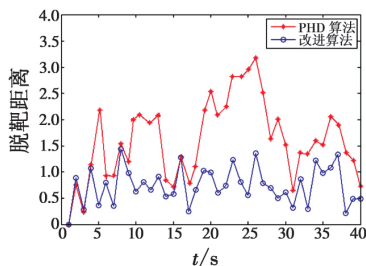


图 2 多目标跟踪误差

Fig. 2 Multi-target tracking error

同时,系统通过 50 次蒙特卡罗仿真后,由 CPU 平均运算时间得到 PHD 算法的平均耗时为 7.24 s,而 EPEM-PHD 平均耗时为 7.37 s,耗时增幅为 1.80%,时间增加是因为对未知杂波的估计,增幅并不显著,所以改进算法保持了较好的实时性。

## 5 结论

本文提出了一种基于熵惩罚 EM 算法未知杂波估计的多目标跟踪算法(EPEM-PHD)。首先,提出了将带有熵惩罚因子的 EM 算法应用于 PHD 滤波器,以加速 PHD 算法执行效率,提高了算法的实时性。其次,通

过动态系数自适应调节使得加速混合模型分量消亡,减少了算法迭代次数的同时,又避免陷入局部最优解。此外,熵惩罚 EM 算法还具有无需指定模型初始化和指定模型分量数目的优点。最终通过 SMC-PHD 滤波器实现算法,保证了算法在非线性情况下也有很好的应用。仿真结果表明,该算法在杂波强度未知的环境下,优于传统 PHD 算法,具有精度高、跟踪稳定的优势,提高了概率假设密度滤波器在多目标跟踪中的性能。

## 参考文献

- [1] GOODMAN I R, MAHLER R P, NGUYEN H T. Mathematics of data fusion [M]. Norwood: Kluwer Academic, 1997.
- [2] MAHLER R P. Multi-target Bayes filtering via first-order multi-target moments [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems 2003, 39(4): 1152-1178.
- [3] VO B N, SINGH S, DOUCET A. Sequential Monte Carlo methods for multi-target filtering with random finite sets [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems 2005, 41(4): 1224-1245.
- [4] VO B N, MA W K. The Gaussian mixture probability hypothesis density filter [J]. IEEE Transactions on Signal Processing 2006, 54(11): 4091-4104.
- [5] 林晓东, 朱林户, 王瑛. 一种改进的基于概率假设密度滤波的多目标跟踪方法 [J]. 控制与决策, 2011, 26(9): 1367-1372.
- [6] LIAN F, HAN C Z, LIU W F. Estimating unknown clutter intensity for PHD filter [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems 2010, 46(4): 2066-2078.
- [7] 闫小喜, 韩崇昭. 基于杂波强度在线估计的多目标跟踪算法 [J]. 控制与决策, 2012, 27(4): 507-512.
- [8] BARTFAI P, TOMKO J. Point processes and queuing problems [M]. North Holland: Amsterdam, 1981.
- [9] MCLACHLAN G, PEEL D. Finite mixture models [M]. New York: John Wiley & Sons, 2001: 6-7.
- [10] SCHROETER P, VESIN J M, LANGENBERGER T, et al. Robust parameter estimation of intensity distribution for brain magnetic resonance images [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 1998, 17(2): 172-186.
- [11] 胡庆辉, 丁立新, 陆玉靖, 等. 一种快速、鲁棒的有限高斯混合模型聚类算法 [J]. 计算机科学, 2013, 40(8): 191-195.
- [12] YANG M S, LAI C Y, LIN C Y. A robust EM clustering algorithm for Gaussian mixture models [J]. Pattern Recognition 2012(5): 3950-3961.