Ecuaciones en derivadas parciales: Nomenclatura.

Operador ∇:

- Gradiente: $\nabla = \left[\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right]^T$

Ecuaciones en derivadas parciales: Nomenclatura.

Operador ∇:

- Gradiente: $\nabla = \left[\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right]^T$
  - $\nabla T = \left[\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}, \frac{\partial T}{\partial z}\right]^T$

Ecuaciones en derivadas parciales: Nomenclatura.

Operador ∇:

- Gradiente: $\nabla = \left[\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right]^T$
  - $\nabla T = \left[\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}, \frac{\partial T}{\partial z}\right]^T$
  - $\nabla \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_x}{\partial x} & \frac{\partial u_x}{\partial y} & \frac{\partial u_x}{\partial z} \\ \frac{\partial u_y}{\partial x} & \frac{\partial u_y}{\partial y} & \frac{\partial u_y}{\partial z} \\ \frac{\partial u_z}{\partial x} & \frac{\partial u_z}{\partial y} & \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{bmatrix}$

Ecuaciones en derivadas parciales: Nomenclatura.

Operador ∇:

- Divergencia: $\nabla \cdot = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}$

Ecuaciones en derivadas parciales: Nomenclatura.

Operador ∇:

- Divergencia:$\nabla \cdot = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}$
  - $\nabla \cdot \mathbf{u} = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z}$

Ecuaciones en derivadas parciales: Nomenclatura.

Operador ∇:

- Laplaciano: $\nabla^2 = \nabla \cdot (\nabla) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$

Ecuaciones en derivadas parciales: Nomenclatura.

Operador ∇:

- Laplaciano: $\nabla^2 = \nabla \cdot (\nabla) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$
  - $\nabla^2 T = \nabla \cdot (\nabla T) = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$

Ecuaciones en derivadas parciales: Nomenclatura.

Operador ∇:

- Laplaciano: $\nabla^2 = \nabla \cdot (\nabla) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$
  - $\nabla^2 T = \nabla \cdot (\nabla T) = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$
  - $\nabla^2 \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \end{bmatrix}$

Ecuaciones en derivadas parciales: Nomenclatura.

Operador ∇:

- Gradiente: $\nabla = \left[\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right]^T$
- Divergencia:$\nabla \cdot = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}$
- Laplaciano: $\nabla^2 = \nabla \cdot (\nabla) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$
  - Simplificaciones 1D y 2D.
  - Otras coordenadas.

Ecuaciones en derivadas parciales

Algunos ejemplos comunes en Ingeniería:

- Ecuación de conducción del calor: $\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T)$

Ecuaciones en derivadas parciales

Algunos ejemplos comunes en Ingeniería:

- Ecuación de conducción del calor: $\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T)$
- Ecuación de advección difusión: $\frac{\partial c}{\partial t} = \nabla \cdot (D \nabla c) + \nabla (cv)$

Ecuaciones en derivadas parciales

Algunos ejemplos comunes en Ingeniería:

- Ecuación de conducción del calor: $\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T)$
- Ecuación de advección difusión: $\frac{\partial c}{\partial t} = \nabla \cdot (D \nabla c) + \nabla (cv)$
- Ecuación de Poisson: $\nabla \cdot \mathbf{E} = \nabla \cdot (-\nabla \phi) = \rho_e$

Ecuaciones en derivadas parciales

Algunos ejemplos comunes en Ingeniería:

- Ecuación de conducción del calor: $\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T)$
- Ecuación de advección difusión: $\frac{\partial c}{\partial t} = \nabla \cdot (D \nabla c) + \nabla (cv)$
- Ecuación de Poisson: $\nabla \cdot \mathbf{E} = \nabla \cdot (-\nabla \phi) = \rho_e$
- Conservación de momento en flujo incompresible (Navier–Stokes):

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} - \nu \nabla^2 \mathbf{u} = F$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

Ecuaciones en derivadas parciales

Ejemplo: Ecuación del calor 1D.

Ecuaciones en derivadas parciales

Ejemplo: Ecuación del calor 1D.

- Partimos de la ecuación general en 3D:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial T}{\partial t} &= \nabla \cdot (k \nabla T) \\
T(x, y, z, t_0) &= T_0(x, y, z) \\
T\big|_{\Gamma_D} &= T(\mathbf{x}^{\Gamma_D}) \\
\left.\frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}}\right|_{\Gamma_N} &= F(\mathbf{x}^{\Gamma_N})
\end{aligned}
$$

Ecuaciones en derivadas parciales

Ejemplo: Ecuación del calor 1D.

- Partimos de la ecuación general en 3D:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial T}{\partial t} &= \nabla \cdot (k \nabla T) \\
T(x, y, z, t_0) &= T_0(x, y, z) \\
T\big|_{\Gamma_D} &= T(\mathbf{x}^{\Gamma_D}) \\
\left.\frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}}\right|_{\Gamma_N} &= F(\mathbf{x}^{\Gamma_N})
\end{aligned}
$$

Las condiciones de frontera deben cumplir que:

$$
\begin{aligned}
\Gamma_D \cap \Gamma_N &= \emptyset \\
\Gamma_D \cup \Gamma_N &= \Gamma
\end{aligned}
$$

Ecuaciones en derivadas parciales

Ejemplo: Ecuación del calor 1D.

$$\begin{cases} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}(k\frac{\partial T}{\partial x}) \\ T(x,0) = sin(\frac{\pi x}{L}) \\ T(0,t) = T(L,t) = 0.0 \end{cases}$$

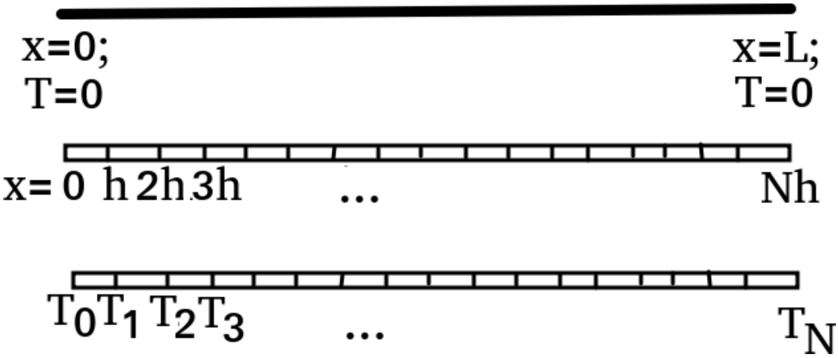
Ecuaciones en derivadas parciales

Ejemplo: Ecuación del calor 1D.

$$\begin{cases} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = k\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} \\ T(0,t) = T(L,t) = 0.0 \\ T(x,0) = sin(\frac{\pi x}{L}) \end{cases}$$

- Discretización espacial.

Discretización espacial



Ecuaciones en derivadas parciales

Ejemplo: Ecuación del calor 1D.

$$\begin{cases} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = k\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} \\ T(0,t) = T(L,t) = 0.0 \\ T(x,0) = sin(\frac{\pi x}{L}) \end{cases}$$

- Discretización espacial.
- Aproximación de los operadores diferenciales.

Derivadas numéricas

- Derivada segunda centrada con error de orden h^2.

$$f(x+h) = f(x) + f'(x)h + f''(x)\frac{h^2}{2} + f'''(x)\frac{h^3}{6} + f''''(x)\frac{h^4}{24} + \dots$$
$$f(x-h) = f(x) - f'(x)h + f''(x)\frac{h^2}{2} - f'''(x)\frac{h^3}{6} + f''''(x)\frac{h^4}{24} - \dots$$

Sumando las ecuaciones, obtenemos:

$$f(x+h) + f(x-h) = 2f(x) + f''(x)h^2 + f''''(x)\frac{h^4}{12} + \dots$$

$$f''(x) = \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2} - f''''(\zeta)\frac{h^2}{12}$$

$$f''(x) \approx \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2}; \qquad \epsilon(O(h^2))$$

Sistema de ecuaciones espaciales

$\frac{\partial T_0}{\partial t} = k\frac{\partial^2 T_0(t)}{\partial x^2} = 0$ (condición de borde)

Sistema de ecuaciones espaciales

$\frac{\partial T_0}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T_0(t)}{\partial x^2} = 0$ (condición de borde)

$\frac{\partial T_1}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T_1(t)}{\partial x^2} \approx k \frac{T_0 - 2T_1 + T_2}{h^2}$

Sistema de ecuaciones espaciales

$\frac{\partial T_0}{\partial t} = k\frac{\partial^2 T_0(t)}{\partial x^2} = 0$ (condición de borde)
$\frac{\partial T_1}{\partial t} = k\frac{\partial^2 T_1(t)}{\partial x^2} \approx k\frac{T_0 - 2T_1 + T_2}{h^2}$
$\frac{\partial T_2}{\partial t} = \approx k\frac{T_1 - 2T_2 + T_3}{h^2}$

Sistema de ecuaciones espaciales

$\frac{\partial T_0}{\partial t} = k\frac{\partial^2 T_0(t)}{\partial x^2} = 0$ (condición de borde)
$\frac{\partial T_1}{\partial t} = k\frac{\partial^2 T_1(t)}{\partial x^2} \approx k\frac{T_0 - 2T_1 + T_2}{h^2}$
$\frac{\partial T_2}{\partial t} =\approx k\frac{T_1 - 2T_2 + T_3}{h^2}$
$\frac{\partial T_3}{\partial t} =\approx k\frac{T_2 - 2T_3 + T_4}{h^2}$

Sistema de ecuaciones espaciales

$\frac{\partial T_0}{\partial t} = k\frac{\partial^2 T_0(t)}{\partial x^2} = 0$ (condición de borde)
$\frac{\partial T_1}{\partial t} = k\frac{\partial^2 T_1(t)}{\partial x^2} \approx k\frac{T_0 - 2T_1 + T_2}{h^2}$
$\frac{\partial T_2}{\partial t} = \approx k\frac{T_1 - 2T_2 + T_3}{h^2}$
$\frac{\partial T_3}{\partial t} = \approx k\frac{T_2 - 2T_3 + T_4}{h^2}$
...
$\frac{\partial T_{N-1}}{\partial t} = \approx k\frac{T_{N-2} - 2T_{N-1} + T_N}{h^2}$
$\frac{\partial T_N}{\partial t} = k\frac{\partial^2 T_N(t)}{\partial x^2} = 0$ (condición de borde)

Sistema de ecuaciones espaciales

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial T_0}{\partial t} \\ \frac{\partial T_1}{\partial t} \\ \frac{\partial T_2}{\partial t} \\ ... \\ \frac{\partial T_{N-1}}{\partial t} \\ \frac{\partial T_N}{\partial t} \end{bmatrix} = \frac{k}{h^2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0... & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0... & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1... & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & ... & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0... & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ T_1 \\ T_2 \\ ... \\ T_{N-1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Sistema de ecuaciones espaciales

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial T_0}{\partial t} \\ \frac{\partial T_1}{\partial t} \\ \frac{\partial T_2}{\partial t} \\ ... \\ \frac{\partial T_{N-1}}{\partial t} \\ \frac{\partial T_N}{\partial t} \end{bmatrix} = \frac{k}{h^2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0... & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0... & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1... & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & ... & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0... & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ T_1 \\ T_2 \\ ... \\ T_{N-1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Si definimos: $T^D = [T_0, T_1, T_2 ... T_N]^T$.

Sistema de ecuaciones espaciales

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial T_0}{\partial t} \\ \frac{\partial T_1}{\partial t} \\ \frac{\partial T_2}{\partial t} \\ \dots \\ \frac{\partial T_{N-1}}{\partial t} \\ \frac{\partial T_N}{\partial t} \end{bmatrix} = \frac{k}{h^2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0\dots & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0\dots & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1\dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0\dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ T_1 \\ T_2 \\ \dots \\ T_{N-1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Si definimos: $T^D = [T_0, T_1, T_2 \dots T_N]^T$.
Tendremos:

$$\frac{\partial T^D}{\partial t} = \frac{k}{h^2} \mathbf{S}^d T^D$$

Ecuaciones en derivadas parciales

Ejemplo: Ecuación del calor 1D.

$$\begin{cases} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = k\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} \\ T(0,t) = T(L,t) = 0.0 \\ T(x,0) = sin(\frac{\pi x}{L}) \end{cases}$$

- Discretización espacial.
- Aproximación de los operadores diferenciales.
- Stencil de Diferencias finitas.

Ecuaciones en derivadas parciales

Ejemplo: Ecuación del calor 1D.

$$\begin{cases} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = k\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} \\ T(0,t) = T(L,t) = 0.0 \\ T(x,0) = sin(\frac{\pi x}{L}) \end{cases}$$

- Discretización espacial.
- Aproximación de los operadores diferenciales.
- Stencil de Diferencias finitas.
- Otros métodos: Elementos finitos, volúmenes finitos, elementos de borde, descomposición espectral...

Ecuaciones en derivadas parciales: esquema temporal

$$\frac{\partial T^D}{\partial t} = \frac{k}{h^2}\mathbf{S}^d T^D$$

Ecuaciones en derivadas parciales: esquema temporal

$$\frac{\partial T^D}{\partial t} = \frac{k}{h^2}\mathbf{S}^d T^D$$

- Esquema explícito: $\frac{T^D_{(t+\Delta t)} - T^D_{(t)}}{\Delta t} = \frac{k}{h^2}\mathbf{S}^d T^D_{(t)}$

Ecuaciones en derivadas parciales: esquema temporal

$$\frac{\partial T^D}{\partial t} = \frac{k}{h^2}\mathbf{S}^d T^D$$

- Esquema explícito: $\frac{T^D_{(t+\Delta t)} - T^D_{(t)}}{\Delta t} = \frac{k}{h^2}\mathbf{S}^d T^D_{(t)}$

$$\begin{aligned}
T^D_{(t+\Delta t)} - T^D_{(t)} &= \frac{\Delta t k}{h^2}\mathbf{S}^d T^D_{(t)} \\
T^D_{(t+\Delta t)} &= T^D_{(t)} + \frac{\Delta t k}{h^2}\mathbf{S}^d T^D_{(t)} \\
T^D_{(t+\Delta t)} &= \left(\mathbf{I} + \frac{\Delta t k}{h^2}\mathbf{S}^d\right) T^D_{(t)}
\end{aligned}$$

Ecuaciones en derivadas parciales: esquema temporal

$$\frac{\partial T^D}{\partial t} = \frac{k}{h^2}\mathbf{S}^d T^D$$

- Esquema explícito: $\frac{T^D_{(t+\Delta t)} - T^D_{(t)}}{\Delta t} = \frac{k}{h^2}\mathbf{S}^d T^D_{(t)}$
- Esquema implícito: $\frac{T^D_{(t+\Delta t)} - T^D_{(t)}}{\Delta t} = \frac{k}{h^2}\mathbf{S}^d T^D_{(t+\Delta t)}$

Ecuaciones en derivadas parciales: esquema temporal

$$\frac{\partial T^D}{\partial t} = \frac{k}{h^2}\mathbf{S}^d T^D$$

- Esquema explícito: $\frac{T^D_{(t+\Delta t)} - T^D_{(t)}}{\Delta t} = \frac{k}{h^2}\mathbf{S}^d T^D_{(t)}$
- Esquema implícito: $\frac{T^D_{(t+\Delta t)} - T^D_{(t)}}{\Delta t} = \frac{k}{h^2}\mathbf{S}^d T^D_{(t+\Delta t)}$

$$T^D_{(t+\Delta t)} - T^D_{(t)} = \frac{\Delta t k}{h^2}\mathbf{S}^d T^D_{(t+\Delta t)}$$

$$T^D_{(t+\Delta t)} - \frac{\Delta t k}{h^2}\mathbf{S}^d T^D_{(t+\Delta t)} = T^D_{(t)}$$

$$\left(\mathbf{I} - \frac{\Delta t k}{h^2}\mathbf{S}^d\right) T^D_{(t+\Delta t)} = T^D_{(t)}$$

$$T^D_{(t+\Delta t)} = \left(\mathbf{I} - \frac{\Delta t k}{h^2}\mathbf{S}^d\right)^{-1} T^D_{(t)}$$

Ecuaciones en derivadas parciales: esquema temporal

$$\frac{\partial T^D}{\partial t} = \frac{k}{h^2}\mathbf{S}^d T^D$$

- Esquema explícito: $\frac{T^D_{(t+\Delta t)} - T^D_{(t)}}{\Delta t} = \frac{k}{h^2}\mathbf{S}^d T^D_{(t)}$
- Esquema implícito: $\frac{T^D_{(t+\Delta t)} - T^D_{(t)}}{\Delta t} = \frac{k}{h^2}\mathbf{S}^d T^D_{(t+\Delta t)}$
- Crank–Nicolson:

$$\frac{T_{(t+\Delta t)} - T_{(t)}}{\Delta t} = \frac{k}{h^2}\mathbf{S}^d \left(\alpha T_{(t+\Delta t)} + (1-\alpha) T_{(t)}\right)$$

Ecuaciones en derivadas parciales: esquema temporal de Crank-Nicolson

$$
\begin{aligned}
\frac{T_{(t+\Delta t)} - T_{(t)}}{\Delta t} &= \frac{k}{h^2}\mathbf{S}^d \left(\frac{1}{2} T_{(t+\Delta t)} + \frac{1}{2} T_{(t)} \right) \\
T_{(t+\Delta t)} - T_{(t)} &= \frac{\Delta t k}{2h^2}\mathbf{S}^d T_{(t+\Delta t)} + \frac{\Delta t k}{2h^2}\mathbf{S}^d T_{(t)} \\
T_{(t+\Delta t)} - \frac{\Delta t k}{2h^2}\mathbf{S}^d T_{(t+\Delta t)} &= \frac{\Delta t k}{2h^2}\mathbf{S}^d T_{(t)} + T_{(t)} \\
\left(\mathbf{I} - \frac{\Delta t k}{2h^2}\mathbf{S}^d \right) T_{(t+\Delta t)} &= \left(\frac{\Delta t k}{2h^2}\mathbf{S}^d + \mathbf{I} \right) T_{(t)} \\
T_{(t+\Delta t)} &= \left(\mathbf{I} - \frac{\Delta t k}{2h^2}\mathbf{S}^d \right)^{-1} \left(\frac{\Delta t k}{2h^2}\mathbf{S}^d + \mathbf{I} \right) T_{(t)}
\end{aligned}
$$

Ecuaciones en derivadas parciales: esquema temporal

$$\frac{\partial T^D}{\partial t} = \frac{k}{h^2}\mathbf{S}^d T^D$$

- Esquema explícito: $\frac{T^D_{(t+\Delta t)} - T^D_{(t)}}{\Delta t} = \frac{k}{h^2}\mathbf{S}^d T^D_{(t)}$
- Esquema implícito: $\frac{T^D_{(t+\Delta t)} - T^D_{(t)}}{\Delta t} = \frac{k}{h^2}\mathbf{S}^d T^D_{(t+\Delta t)}$
- Crank–Nicolson: $\frac{T_{(t+\Delta t)} - T_{(t)}}{\Delta t} = \frac{k}{h^2} S^d \left(\alpha T_{(t+\Delta t)} + (1-\alpha) T_{(t)}\right)$

Ecuaciones en derivadas parciales: esquema temporal

$$\frac{\partial T^D}{\partial t} = \frac{k}{h^2}\mathbf{S}^d T^D$$

- Esquema explícito: $\frac{T^D_{(t+\Delta t)} - T^D_{(t)}}{\Delta t} = \frac{k}{h^2}\mathbf{S}^d T^D_{(t)}$
- Esquema implícito: $\frac{T^D_{(t+\Delta t)} - T^D_{(t)}}{\Delta t} = \frac{k}{h^2}\mathbf{S}^d T^D_{(t+\Delta t)}$
- Crank–Nicolson:
  $\frac{T_{(t+\Delta t)} - T_{(t)}}{\Delta t} = \frac{k}{h^2} S^d \left(\alpha T_{(t+\Delta t)} + (1-\alpha) T_{(t)}\right)$
- Runge–Kutta y semi-implícitos

Ecuaciones en derivadas parciales: esquema temporal

$$\frac{\partial T^D}{\partial t} = \frac{k}{h^2}\mathbf{S}^d T^D$$

- Esquema explícito: $\frac{T^D_{(t+\Delta t)} - T^D_{(t)}}{\Delta t} = \frac{k}{h^2}\mathbf{S}^d T^D_{(t)}$
- Esquema implícito: $\frac{T^D_{(t+\Delta t)} - T^D_{(t)}}{\Delta t} = \frac{k}{h^2}\mathbf{S}^d T^D_{(t+\Delta t)}$
- Crank–Nicolson:
  $\frac{T_{(t+\Delta t)} - T_{(t)}}{\Delta t} = \frac{k}{h^2} S^d \left(\alpha T_{(t+\Delta t)} + (1-\alpha) T_{(t)}\right)$
- Runge–Kutta y semi-implícitos
- Métodos multipasos

Ecuaciones en derivadas parciales: esquema temporal

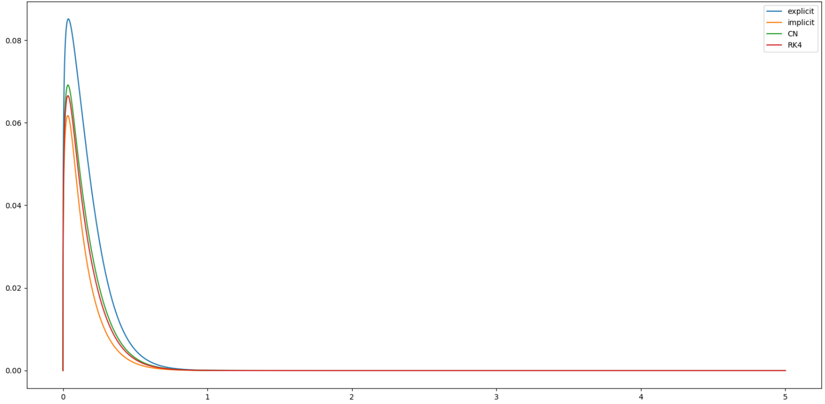
$$\frac{\partial T^D}{\partial t} = \frac{k}{h^2}\mathbf{S}^d T^D$$

- Esquema explícito: $\frac{T^D_{(t+\Delta t)} - T^D_{(t)}}{\Delta t} = \frac{k}{h^2}\mathbf{S}^d T^D_{(t)}$
- Esquema implícito: $\frac{T^D_{(t+\Delta t)} - T^D_{(t)}}{\Delta t} = \frac{k}{h^2}\mathbf{S}^d T^D_{(t+\Delta t)}$
- Crank–Nicolson: $\frac{T_{(t+\Delta t)} - T_{(t)}}{\Delta t} = \frac{k}{h^2} S^d \left(\alpha T_{(t+\Delta t)} + (1-\alpha) T_{(t)}\right)$
- Runge–Kutta y semi-implícitos
- Métodos multipasos
- Implementaciones y costo.

Ecuaciones en derivadas parciales. Comparación de costo y estabilidad

	Explícito	Implícito	C-N	RK4
$\Delta t = 0.625\text{ms} - h = 0.025$	Inestable	1.55	1.57	3.2
$\Delta t = 0.3125\text{ms} - h = 0.025$	0.09	3.33	3.85	6.4
$\Delta t = 0.1\text{ms} - h = 0.025$	0.24	9.03	9.91	20.3
$\Delta t = 0.1\text{ms} - h = 0.01$	0.84	31.1	32.6	76

Errores



Ecuaciones en derivadas parciales

Ejemplo: Ecuación del calor 2D.

$$\begin{cases} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T(x,t)) \\ T(0,y,t) = 100.0 \\ T(L,y,t) = 0.0 \\ \frac{\partial T(x,0,t)}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial T(x,L,t)}{\partial y} = 0 \\ T(x,y,0) = 0.0 \end{cases}$$