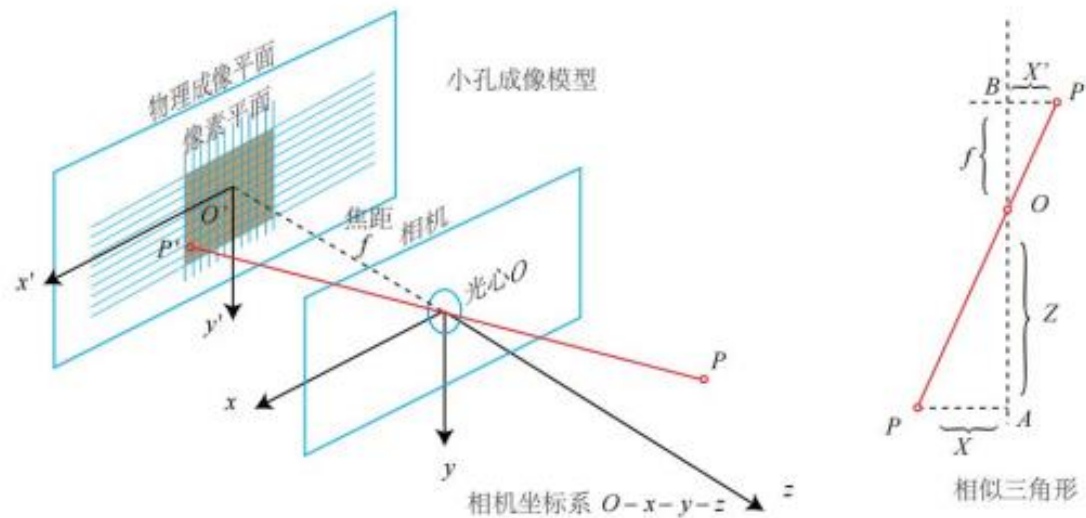


# 相机模型

## 1. 相机内参



相机的成像可以近似为小孔成像模型，如上图所示。空间一点  $P$  发出光线，光线经过光心  $o$ ，照在成像平面上形成像点  $P'$ ，设光心所在平面与像素平面平行，距离为焦距  $f$ ，点  $P$  到光心所在平面的距离为  $Z$ ，则根据相似三角形可得：

$$\frac{Z}{f} = -\frac{X}{X'} = -\frac{Y}{Y'}$$

其中  $X, Y$  代表  $P$  点在光心平面坐标系  $xoy$  下的坐标， $X', Y'$  代表  $P'$  点在成像平面的坐标。表达式中负号代表反像，但相机会自动翻转图像，所以负号可以去掉。从而得到以下表达式：

$$X' = f \frac{X}{Z}$$

$$Y' = f \frac{Y}{Z}$$

# 相机模型

## 1. 相机内参

在实际相机中，可将镜头（群）视为一个等效凸透镜，光心则为该透镜的中心。大多数情况下，光心所在平面为镜头的前切面，然而具体还得翻阅相机和镜头的参数手册和使用手册。

成像平面为镜头的焦平面，也是相机中 CCD/CMOS 传感器（统称图像传感器）所在的平面。从光学成像角度来说，当相机和镜头搭配使用时，应尽量满足观察目标的成像面与图像传感器平面重合，这样才能获得最佳成像结果。图像传感器上是由一个个像素单元组成，因此在图像传感器上适用的是像素坐标系和图像坐标系。

像素坐标系的定义：以像素为单位的坐标系。以图像左上角为原点，向右为  $x$  轴正方向，向下为  $y$  轴正方向，每个像素可以用一个有序二元组  $(u,v)$  来表示，这个坐标系就叫做像素坐标系。像素坐标系是一个二维坐标系，标识了在每个像素在图像传感器中的位置，每次增量是 1 个像素。

图像坐标系的定义：以真实物理尺寸为单位的坐标系。像素坐标系中的标号为  $(u,v)$ ，其中  $u$  轴每个像素对应实际物理尺寸  $dx$ ， $v$  轴每个像素对应实际物理尺寸  $dy$ ，因此图像坐标系是一个对应真实世界的尺寸二维坐标系，可以记为  $(X',Y')$ 。图像坐标系的原点在光轴上，因此图像坐标系与像素坐标系间存在平移。

像素坐标系与图像坐标系的关系为：

$$\begin{cases} u = \alpha X' + c_x \\ v = \beta Y' + c_y \end{cases}.$$

$\alpha$ 、 $\beta$  分别为  $x$  方向缩放因子， $y$  方向缩放因子， $x$  方向平移， $y$  方向平移

结合以上方程可得：

$$\begin{aligned} & \begin{cases} X' = f \frac{X}{Z} \\ Y' = f \frac{Y}{Z} \end{cases} \\ & \begin{cases} u = \alpha X' + c_x \\ v = \beta Y' + c_y \end{cases} \end{aligned} \xrightarrow{\quad} \begin{cases} u = \alpha f \frac{X}{Z} + c_x \\ v = \beta f \frac{Y}{Z} + c_y \end{cases} \xrightarrow{f_x = \alpha f, f_y = \beta f} \begin{cases} u = f_x \frac{X}{Z} + c_x \\ v = f_y \frac{Y}{Z} + c_y \end{cases}$$

矩阵形式

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{Z} \begin{pmatrix} f_x & 0 & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \triangleq \frac{1}{Z} \mathbf{K} \mathbf{P}$$

可见矩阵  $\mathbf{K}$  的元素  $f_x$ ,  $f_y$ ,  $c_x$  和  $c_y$  仅与相机和镜头本身相关，与观察对象无关，因此将矩阵  $\mathbf{K}$  称为相机的内参。

## 2. 相机畸变参数

### (1) 何为相机畸变？

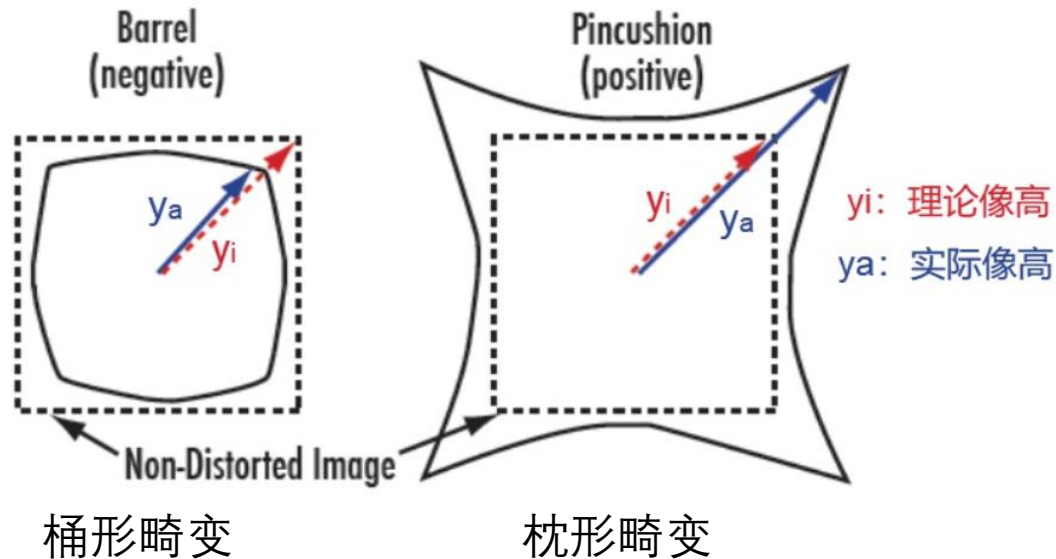
理论上说，是由于成像放大率会在视野范围内变化而产生的像差。

直观而言，是在图像边缘处使得成像目标的几何形状和几何关系发生变化的现象，如直线变曲线、平行变相交等。

### (2) 畸变分类

径向畸变：与光轴夹角较大的入射光线在成像时放大率变化较大产生的畸变。分为桶形畸变和枕形畸变

切向畸变：透镜与成像平面不完全平行所产生的畸变。



## 2. 相机畸变参数

畸变参数表示：

径向参数：随着离中心距离增加而增加

$$\begin{aligned}x_{corrected} &= x(1 + k_1r^2 + k_2r^4 + k_3r^6) \\ y_{corrected} &= y(1 + k_1r^2 + k_2r^4 + k_3r^6)\end{aligned}$$

切向参数：

$$\begin{aligned}x_{corrected} &= x + 2p_1xy + p_2(r^2 + 2x^2) \\ y_{corrected} &= y + p_1(r^2 + 2y^2) + 2p_2xy\end{aligned}$$

综上：

$$\begin{cases}x_{corrected} = x(1 + k_1r^2 + k_2r^4 + k_3r^6) + 2p_1xy + p_2(r^2 + 2x^2) \\ y_{corrected} = y(1 + k_1r^2 + k_2r^4 + k_3r^6) + p_1(r^2 + 2y^2) + 2p_2xy\end{cases}$$

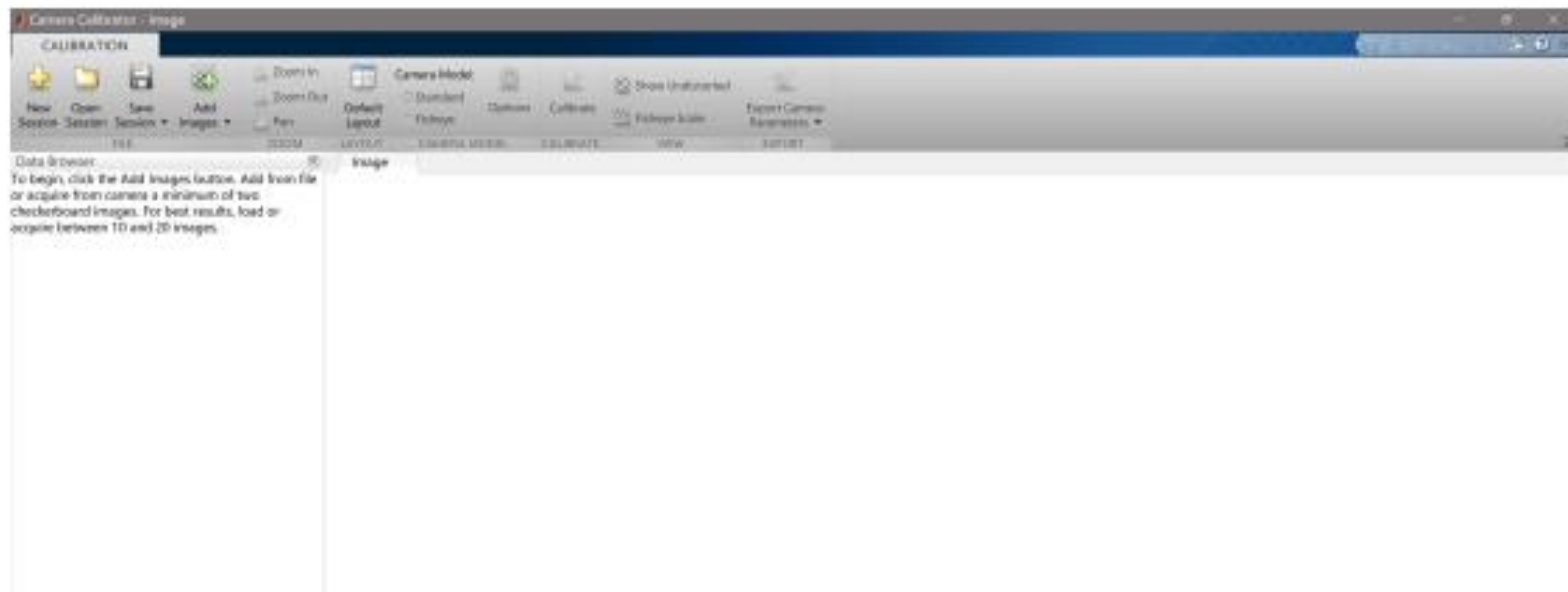
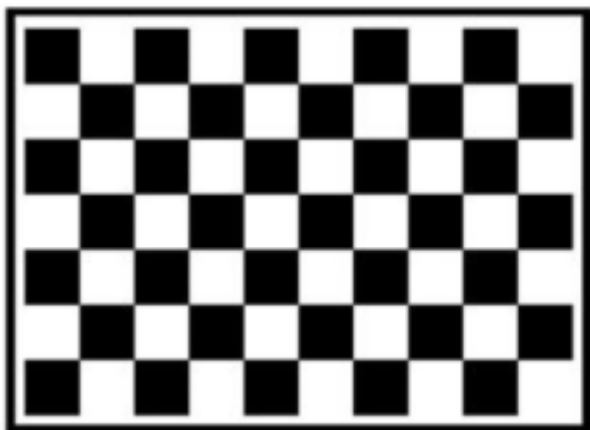
**畸变参数矩阵：**  $[k_1, k_2, p_1, p_2, k_3]$

### 3. 相机标定

从上面描述可见，相机内参和畸变参数仅与相机及镜头相关，因此标定的目的便是获取相机的内参和畸变参数。

其中畸变参数**不一定要用五个**，可以选部分参数比如只用 $k_1$ ,  $k_2$ ,  $p_1$ ,  $p_2$ ，也可以只用 $k_1$ 、 $k_2$ ，当然也可以全用，选择非常灵活，一般根据相机图像畸变情况选择。

标定方法：保存相机拍摄的标定板的图像然后使用matlab自带的标定工具箱标定，Matlab 推荐的是用不同距离不同角度的1-20张图像标定；但实际上标定时是让相机抓图保存7-800张，随便选500张来标定，不断移除投影误差大的图片，直到投影误差合适。



参考阅读

[https://blog.csdn.net/weixin\\_43206570/article/details/84797361](https://blog.csdn.net/weixin_43206570/article/details/84797361)

## 4. 相机外参

在计算相机内参的过程中，适用的是  $P$  在相机坐标系下的坐标，而  $P$  在世界坐标系下也存在着一个坐标，称为世界坐标。设相机坐标系下的坐标为  $P$ ，世界坐标系下的坐标为  $P_w$ 。

由坐标系的变换关系可知，存在一个旋转矩阵  $R$  和平移矩阵  $t$  来实现相机坐标系和世界坐标系的转换，有如下关系：

$$P = RP_w + t$$

可以写成齐次坐标形式

$$P = TP_w$$

当固定好世界坐标后，相机的位姿完全可由旋转矩阵  $R$  和平移矩阵  $t$  来完全描述，因此  $R, t$  称为相机的外参。

因此可以得到像素坐标与世界坐标的关系：

$$ZP_{uv} = Z \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = K(RP_w + t) = KTP_w.$$

其中  $P_{uv}$  和  $P_w$  使用的都是齐次坐标

# Ceres Solver安装

## 环境配置

首先，安装相关的依赖：

```
# google-glog + gflags
```

```
sudo apt-get install libgoogle-glog-dev libgflags-dev
```

```
# BLAS & LAPACK
```

```
sudo apt-get install libatlas-base-dev
```

```
# Eigen3 (已经安装就不用执行这一步了)
```

```
sudo apt-get install libeigen3-dev
```

```
# SuiteSparse and CXSparse (可选)
```

```
sudo apt-get install libsuitesparse-dev
```

下载安装ceres-solver：

```
# download
```

```
git clone https://github.com/ceres-solver/ceres-solver.git
```

```
# installation
```

```
mkdir build && cd build
```

```
cmake ..
```

```
make -j8
```

```
sudo make install
```

学习建议

先看官网资料教程：<http://ceres-solver.org/>

完成作业3时可以参考：<https://www.jianshu.com/p/e5b03cf22c80>