Electromagnetic Theory
激光电磁理论

Jerry Ling

2025 年 2 月 26 日

大部分电磁基础理论的处理参见 Optics 的第三篇笔记。下面讨论一些不一样的 approach。

傅立叶变换后的 Maxwell 方程

对其作傅立叶变换，假定线性介质，那么取一个频率得到仅包含空间关系的方程：

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{J}(\mathbf{r}) + j\omega \mathbf{D}(\mathbf{r}) \tag{1}$$

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = -j\omega \mu_0 \mathbf{H}(\mathbf{r}) \tag{2}$$

其中极化矢量 **P** 本质上源于电场作用下介质的响应，与电位移的关系定义为：

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}) = \varepsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}) + \mathbf{P}(\mathbf{r}) \tag{3}$$

可用物质方程和电场联系：

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi_e \mathbf{E} \tag{4}$$

当我们使用真空平面波条件，不难简化得到波矢、电场和磁场的关系：

$$\mathbf{k} \times \mathbf{H} = -\omega \epsilon_0 \mathbf{E} \tag{5}$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E} = \omega \mu_0 \mathbf{H} \tag{6}$$

能得到一个有趣的关系，**真空阻抗** (377 ohm)：

$$\frac{|\mathbf{E}|}{|\mathbf{H}|} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \tag{7}$$

波动方程延伸

激光器中的波动方程可写作**含源的非齐次方程**:

$$\nabla^2 \mathbf{e} - \frac{n^2}{c^2} \partial_t^2 \mathbf{e} = \mu_0 \partial_t^2 \mathbf{p}_\epsilon \tag{8}$$

注意此时介质的贡献整合进 n 中，而激活原子 (active atom) 对场的贡献充当**场源 (source)**。

不确定性和光束发散

下面讨论一下光斑的发散，这也就涉及到不确定性原理。简而言之，由于波矢和位置的傅立叶对易关系，位置的分布越窄，波矢（即传播方向）的分布就越宽。

$$\Delta k_x \Delta x \geq \frac{1}{2} \tag{9}$$

换句话说，越大的出射口径往往带来更小的发散角。这个关系允许我们对光束进行傅立叶分析，甚至看作一系列平面波的传播 (角谱)。这在光学中极为重要。

界面光学

布鲁斯特角 (Brewster's Angle)（p-波，即面内波在折射垂直反射时无法反射的情况）:

$$\tan\theta_1 = \frac{n_2}{n_1} \tag{10}$$

在光学中，介质常常被切割成布鲁斯特角以减少反射 (比镀膜要耐久)，尤其是在高能激光器中。