基于蒙特卡洛树搜索的等面积划分球面中周长极小值探索

汇报人：丁逸飞　　指导老师：王二小

2025 年 5 月 12 日

Contents

选题背景与意义

选题背景与意义

蜂巢问题

构造一个平面的等面积划分，使得这个划分的总周长尽可能的小.

1999 年，Hales[1]证明了最优解为平面的正六边形密铺，同时将其平面上的理论应用到了球面之上，证明了对于 $n = 12$ 的球面蜂巢问题，正五边形分割的总周长是最小的. 此后，人们相继证明了 $n = 2, 3, 4, 6$ 的几种情况，其他情况都还等待着我们去发现.

通过研究球面蜂巢问题，我们既可以深入探索几何排列问题，寻找更一般的排列规律和方法，也可以深入探索空间优化理论和方法，对于工程、建筑和计算机图形学等领域的空间布局和规划具有非常重要的理论意义.

文献综述

经典蜂巢问题研究进展

蜂巢问题寻求将平面划分为单位区域的最小周长方法，经过长期推测，蜂巢定理指出，正六边形提供了这种最小周长的划分，并由 Hales 于 1999 年证明[1]. 对于球体的类似猜测是划分为 n 个全等的正 m 边形可以使划分为 n 个相等区域的周长最小化，事实上，只存在五种这样的分区.

后来，Hales 推广了他的平面方法来证明 $n = 12$ 的情况，即 12 个正五边形的十二面体排列为周长最小的情况. 1994 年，Masters[2]使用肥皂泡理论工具和计算机论证证明了球体上的双泡定理，等效解决了 $n = 3$ 时的球面蜂巢问题. 2007 年，Conor Quinn[3]为 Masters 的结果提供了新的证明，并且处理了 $n = 4$ 的情况. 2010 年，Cox 和 Flikkema[4]利用数学软件计算了 $n \leq 42$ 的候选情况. 目前还没有利用深度学习求解该问题的论文.

球面离散划分的现有方法

MCTS 在连续问题领域的应用案例

数学基础与问题建模

球面几何特征

优化问题形式化

MCTS 算法改进

实验与结果分析

结论与展望

参考文献

参考文献 i

[1] HALES T C. **The honeycomb conjecture[J]**. Discrete & computational geometry, 2001, 25: 1–22.

[2] MASTERS J D. **The perimeter-minimizing enclosure of two areas in S 2[J]**. 1996.

[3] QUINN C. **Least-perimeter partitions of the sphere[J]**. Rose-Hulman Undergraduate Mathematics Journal, 2007, 8(2): 11.

[4] COX S J **and** FLIKKEMA E. **The Minimal Perimeter for N Confined Deformable Bubbles of Equal Area[J]**. the electronic journal of combinatorics, 2010: R45–R45.

Acknowledgement

Thank you!