

# Erweiterte Übungsaufgaben zu Formale Sprachen

Informatik - Jarek Mycan

May 30, 2025

## Schwierigere Aufgaben zur Ableitung von Wörtern

Gegeben sind die folgenden kontextfreien Grammatiken. Leiten Sie jeweils das angegebene Wort aus dem Startsymbol her, falls möglich. Zeigen Sie jeden Ableitungsschritt explizit.

### Aufgabe 1

Gegeben sei die Grammatik  $G_1$  mit:

- Nichtterminale:  $\{S, A, B, C\}$
- Terminale:  $\{a, b, c\}$
- Produktionsregeln:

$$S \rightarrow ABC$$

$$A \rightarrow aA \mid aa$$

$$B \rightarrow bBb \mid bb$$

$$C \rightarrow cC \mid c$$

- Startsymbol:  $S$

Leiten Sie das Wort "aaaa bbbb ccc" her.

## Aufgabe 2

Gegeben sei die Grammatik  $G_2$  mit:

- Nichtterminale:  $\{S, X, Y\}$
- Terminale:  $\{0, 1\}$
- Produktionsregeln:

$$S \rightarrow 0X1$$

$$X \rightarrow 0X1 \mid 1Y0$$

$$Y \rightarrow 1Y0 \mid \epsilon$$

- Startsymbol:  $S$

Leiten Sie das Wort **”000111000”** her.

## Aufgabe 3

Gegeben sei die Grammatik  $G_3$  mit:

- Nichtterminale:  $\{S, X\}$
- Terminale:  $\{a, b\}$
- Produktionsregeln:

$$S \rightarrow aXb$$

$$X \rightarrow aXa \mid aba$$

- Startsymbol:  $S$

Leiten Sie das Wort **”aaababab”** her.

## Aufgabe 4

Gegeben sei die Grammatik  $G_4$  mit:

- Nichtterminale:  $\{S, A\}$
- Terminale:  $\{x, y\}$
- Produktionsregeln:

$$S \rightarrow xAy \mid xxAyy$$

$$A \rightarrow xAx \mid xxy$$

- Startsymbol:  $S$

Leiten Sie das Wort **”xxxxxyyyyyy”** her.

## Aufgabe 5

Gegeben sei die Grammatik  $G_5$  mit:

- Nichtterminale:  $\{S, T\}$
- Terminale:  $\{p, q\}$
- Produktionsregeln:

$$S \rightarrow pTq \mid ppqq$$

$$T \rightarrow pTq \mid ppqq$$

- Startsymbol:  $S$

Leiten Sie das Wort **”ppppqqqq”** her.

## Schwierige Aufgaben zur Grammatik-Erstellung

### Aufgabe 6

Erstellen Sie eine Grammatik, die Wörter der Form  $a^n b^m c^m d^n$  mit  $n \geq 1, m \geq 1$  erzeugt.

### Aufgabe 7

Erstellen Sie eine Grammatik, die Wörter der Form  $0^n 1^m 2^m 3^n$  mit  $n = m$  erzeugt.

### Aufgabe 8

Erstellen Sie eine Grammatik, die alle Wörter enthält, die aus einer ungeraden Anzahl von  $a$  bestehen und mit mindestens zwei  $b$  enden.

### Aufgabe 9

Erstellen Sie eine Grammatik, die Wörter erzeugt, die aus beliebig vielen  $a$  bestehen, gefolgt von genau dreifach so vielen  $b$ .

### Aufgabe 10

Erstellen Sie eine Grammatik, die Wörter der Form  $(abc)^n (cba)^n$  mit  $n \geq 1$  erzeugt.

### Aufgabe 6: Grammatik für $a^n b^m c^m d^n$ mit $n \geq 1, m \geq 1$

**Lösung:**

- Nichtterminale:  $\{S, A, B\}$
- Terminale:  $\{a, b, c, d\}$
- Produktionsregeln:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aSd \mid A \\ A &\rightarrow bAc \mid bc \end{aligned}$$

- Startsymbol:  $S$

Diese Grammatik erzeugt Wörter der Form  $a^n b^m c^m d^n$ , indem erst  $a$  und  $d$  rekursiv hinzugefügt werden, während  $b$  und  $c$  in gleicher Anzahl eingefügt werden.

### Aufgabe 7: Grammatik für $0^n 1^m 2^m 3^n$ mit $n = m$

**Lösung:**

- Nichtterminale:  $\{S\}$
- Terminale:  $\{0, 1, 2, 3\}$
- Produktionsregeln:

$$S \rightarrow 0S3 \mid 1S2 \mid 0123$$

- Startsymbol:  $S$

Diese Grammatik stellt sicher, dass immer gleich viele 0er und 3er sowie gleich viele 1er und 2er vorhanden sind.

### Aufgabe 8: Grammatik für Wörter mit ungerader Anzahl von $a$ und mindestens zwei $b$

**Lösung:**

- Nichtterminale:  $\{S, A, B\}$
- Terminale:  $\{a, b\}$

- Produktionsregeln:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AB \\ A &\rightarrow aAa \mid a \\ B &\rightarrow bB \mid bb \end{aligned}$$

- Startsymbol:  $S$

Diese Grammatik sorgt dafür, dass es immer eine ungerade Anzahl von  $a$  gibt, während  $b$  mindestens zweimal vorkommt.

### Aufgabe 9: Grammatik für beliebig viele $a$ gefolgt von genau dreimal so vielen $b$

**Lösung:**

- Nichtterminale:  $\{S\}$
- Terminale:  $\{a, b\}$
- Produktionsregeln:

$$S \rightarrow aSbbb \mid bbb$$

- Startsymbol:  $S$

Diese Grammatik stellt sicher, dass auf jedes  $a$  genau drei  $b$  folgen.

### Aufgabe 10: Grammatik für $(abc)^n(cba)^n$ mit $n \geq 1$

**Lösung:**

- Nichtterminale:  $\{S\}$
- Terminale:  $\{a, b, c\}$
- Produktionsregeln:

$$S \rightarrow abcScba \mid abccba$$

- Startsymbol:  $S$

Diese Grammatik sorgt dafür, dass die Struktur  $(abc)^n(cba)^n$  rekursiv erzeugt wird.