

Übungsaufgaben zu Formale Sprachen

Informatik - Jarek Mycan

March 29, 2025

Aufgaben zur Ableitung von Wörtern

Gegeben sind die folgenden kontextfreien Grammatiken. Leiten Sie jeweils das angegebene Wort aus dem Startsymbol her, falls möglich.

Aufgabe 1

Gegeben sei die Grammatik G_1 mit:

- Nichtterminale: $\{S, A, B\}$
- Terminale: $\{a, b\}$
- Produktionsregeln:

$$S \rightarrow AB$$

$$A \rightarrow aA \mid a$$

$$B \rightarrow bB \mid b$$

- Startsymbol: S

Leiten Sie das Wort "aaabb" her.

Aufgabe 2

Gegeben sei die Grammatik G_2 mit:

- Nichtterminale: $\{S\}$
- Terminale: $\{0, 1\}$

- Produktionsregeln:

$$S \rightarrow 0S1 \mid 01$$

- Startsymbol: S

Leiten Sie das Wort "000111" her.

Aufgabe 3

Gegeben sei die Grammatik G_3 mit:

- Nichtterminale: $\{S, X\}$
- Terminale: $\{a, b\}$
- Produktionsregeln:

$$S \rightarrow aXb \mid ab$$

$$X \rightarrow aX \mid a$$

- Startsymbol: S

Leiten Sie das Wort "aaabbb" her.

Aufgabe 4

Gegeben sei die Grammatik G_4 mit:

- Nichtterminale: $\{S, A\}$
- Terminale: $\{x, y\}$
- Produktionsregeln:

$$S \rightarrow xAy \mid xy$$

$$A \rightarrow xA \mid x$$

- Startsymbol: S

Leiten Sie das Wort "xxxyyy" her.

Aufgabe 5

Gegeben sei die Grammatik G_5 mit:

- Nichtterminale: $\{S\}$
- Terminale: $\{p, q\}$
- Produktionsregeln:

$$S \rightarrow pSq \mid pq$$

- Startsymbol: S

Leiten Sie das Wort ”**ppqq**” her.

Aufgaben zur Grammatik-Erstellung

Erstellen Sie jeweils eine Grammatik, die die folgenden Sprachmuster erzeugt.

Aufgabe 6

Erstellen Sie eine Grammatik, die Wörter der Form $a^n b^n$ erzeugt, d.h. gleich viele a und b .

Aufgabe 7

Erstellen Sie eine Grammatik, die Wörter der Form $0^n 1^n 2^n$ erzeugt, d.h. gleiche Anzahl von 0, 1 und 2.

Aufgabe 8

Erstellen Sie eine Grammatik, die alle Wörter erzeugt, die eine gerade Anzahl von a und b enthalten.

Aufgabe 9

Erstellen Sie eine Grammatik, die Wörter erzeugt, die als Palindrome aus den Symbolen a, b bestehen.

Aufgabe 10

Erstellen Sie eine Grammatik, die Wörter der Form $(ab)^n$ erzeugt.

Lösungen zu den Ableitungsaufgaben

Lösung zu Aufgabe 1

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow AB \\ &\Rightarrow aAB \\ &\Rightarrow aaAB \\ &\Rightarrow aaaB \\ &\Rightarrow aaabB \\ &\Rightarrow aaabb \end{aligned}$$

Lösung zu Aufgabe 2

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow 0S1 \\ &\Rightarrow 00S11 \\ &\Rightarrow 000111 \end{aligned}$$

Lösung zu Aufgabe 3

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow aXb \\ &\Rightarrow aaXbb \\ &\Rightarrow aaabbb \end{aligned}$$

Lösung zu Aufgabe 4

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow xAy \\ &\Rightarrow xxAyy \\ &\Rightarrow xxxyyy \end{aligned}$$

Lösung zu Aufgabe 5

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow pSq \\ &\Rightarrow ppqq \end{aligned}$$

Lösungen zu den Grammatik-Erstellungsaufgaben

Lösung zu Aufgabe 6

$$S \rightarrow aSb \mid ab$$

Lösung zu Aufgabe 7

$$S \rightarrow 0S12 \mid 012$$

Lösung zu Aufgabe 8

(Ergibt eine kontextfreie Grammatik mit zusätzlichem Zählermechanismus.)

Lösung zu Aufgabe 9

$$S \rightarrow aSa \mid bSb \mid a \mid b \mid \epsilon$$

Lösung zu Aufgabe 10

$$S \rightarrow abS \mid ab$$