**Lösungen zur Klassenarbeit: Un- und Gleichungen, Bruchgleichungen, quadratische Ergänzung, Wahrscheinlichkeitsrechnung**

# Aufgabe 1: Gleichungen und Ungleichungen lösen.

**a)** $(x-3)(x+3) = (x-5)^2$

$$\begin{aligned}
(x-3)(x+3) &= (x-5)^2 \\
x^2 - 9 &= x^2 - 10x + 25 \\
x^2 - 9 - x^2 + 10x - 25 &= 0 \\
10x - 34 &= 0 \\
10x &= 34 \\
x &= \frac{34}{10} \\
x &= \frac{17}{5}
\end{aligned}$$

**b)** $x(2x+14) = (x+7)^2 - 7$

$$\begin{aligned}
x(2x+14) &= (x+7)^2 - 7 \\
2x^2 + 14x &= x^2 + 14x + 49 - 7 \\
2x^2 + 14x - x^2 - 14x - 42 &= 0 \\
x^2 - 42 &= 0 \\
x^2 &= 49 \\
x &= \pm 7
\end{aligned}$$

**c)** $\frac{2x+1}{2} \geq \frac{3-2x}{3}$

$$\begin{aligned}
\frac{2x+1}{2} &\geq \frac{3-2x}{3} \\
\text{Hauptnenner: } 6 \\
3(2x+1) &\geq 2(3-2x) \\
6x + 3 &\geq 6 - 4x \\
6x + 4x &\geq 6 - 3 \\
10x &\geq 3 \\
x &\geq \frac{3}{10}
\end{aligned}$$

# Aufgabe 2: Bruchgleichungen lösen.

**a)** $\frac{3}{x} = -\frac{1}{2-x}$

$$\begin{aligned}
\frac{3}{x} &= -\frac{1}{2-x} \\
\text{Definitionsmenge: } x \neq 0, &\quad x \neq 2 \\
\text{Kreuzmultiplikation: } 3(2-x) &= -x \cdot 1 \\
6 - 3x &= -x \quad | + 3x \\
6 &= 2x \quad | : 2 \\
x &= 3
\end{aligned}$$

**b)** $\frac{2}{x} + 4 = \frac{3x+2}{x}$

$$\frac{2}{x} + 4 = \frac{3x+2}{x}$$
$$\text{Definitionsmenge: } x \neq 0$$
$$\text{Brüche auf gemeinsamen Nenner bringen:} \frac{2+4x}{x} = \frac{3x+2}{x}$$
$$2 + 4x = 3x + 2$$
$$4x - 3x = 2 - 2$$
$$x = 0$$
$$x \notin D$$

**c)** $\frac{3}{x+1} = \frac{5}{x+2}$

$$\frac{3}{x+1} = \frac{5}{x+2}$$
$$\text{Definitionsmenge: } x \neq -1, \quad x \neq -2$$
$$\text{Kreuzmultiplikation: } 3(x+2) = 5(x+1)$$
$$3x + 6 = 5x + 5$$
$$3x - 5x = 5 - 6$$
$$-2x = -1$$
$$x = \frac{1}{2}$$

## Aufgabe 3: Quadratische Ergänzung.

**a)** $x^2 + 8x$

$$\begin{aligned} x^2 + 8x &= \left(x^2 + 8x + \left(\frac{8}{2}\right)^2\right) - \left(\frac{8}{2}\right)^2 \\ &= (x+4)^2 - 16 \end{aligned}$$

**b)** $x^2 - 12x + 9$

$$\begin{aligned} x^2 - 12x + 9 &= \left(x^2 - 12x + \left(\frac{12}{2}\right)^2\right) - \left(\frac{12}{2}\right)^2 + 9 \\ &= (x-6)^2 - 36 + 9 \\ &= (x-6)^2 - 27 \end{aligned}$$

**b)** $3x^2 - 15x + 14$

$$\begin{aligned} 3x^2 - 15x + 14 &= 3\left(x^2 - 5x\right) + 14 \\ &= 3\left(x^2 - 5x + \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2\right) + 14 \\ &= 3\left(\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}\right) + 14 \\ &= 3(x - \frac{5}{2})^2 - \frac{75}{4} + 14 \\ &= 3(x - \frac{5}{2})^2 - \frac{19}{4} \end{aligned}$$

**Aufgabe 4** (6 Punkte)

Verkürzt man die Seite eines Quadrates um 3 cm und verlängert die andere um 4 cm , so entsteht ein Rechteck, das den gleichen Flächeninhalt hat wie das Quadrat. Wie lang ist die Quadratseite?

$$\begin{aligned}
\text{Sei } x \text{ die Seitenlänge des Quadrats.} & \\
\text{Fläche des Quadrats: } & x^2 \\
\text{Fläche des neuen Rechtecks: } & (x-3)(x+4) \\
\text{Da beide Flächen gleich sind: } & x^2 = (x-3)(x+4) \\
\text{Ausmultiplizieren: } & x^2 = x^2 + 4x - 3x - 12 \\
& x^2 = x^2 + x - 12 \\
\text{Beide Seiten um } x^2 \text{ reduzieren: } & 0 = x - 12 \\
& x = 12
\end{aligned}$$

**Aufgabe 5** (15 Punkte)

In einer Schachtel befinden sich 20 Kugeln: 8 rote, 6 blaue und 6 grüne. Es werden mehrere Kugeln nacheinander ohne Zurücklegen gezogen.

**a)** Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die erste gezogene Kugel rot ist?
**b)** Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die erste Kugel rot und die zweite Kugel blau ist?
**c)** Es wird drei Mal gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass genau zwei Kugeln dieselbe Far und die dritte Kugel eine andere Farbe?
**d)** Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle drei Kugeln unterschiedliche Farben haben?

**a)** Wahrscheinlichkeit, dass die erste Kugel rot ist:

$$P(\text{erste Kugel rot}) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5} = 0.4$$

**b)** Wahrscheinlichkeit, dass die erste Kugel rot und die zweite Kugel blau ist:

$$\begin{aligned}
P(RB) &= P(R) \cdot P(B) \\
&= \frac{8}{20} \times \frac{6}{19} = \frac{48}{380} = \frac{24}{190} \approx 0.2526
\end{aligned}$$

**c)** Wahrscheinlichkeit, dass genau zwei Kugeln dieselbe Farbe haben und die dritte eine andere ist:

$$P(\text{genau zwei gleiche, eine andere}) = P(RRB) + P(RRG) + P(BBR) + P(BBG) + P(GGR) + P(GGB)$$

$$\begin{aligned}
P(RRB) &= \frac{8}{20} \times \frac{7}{19} \times \frac{6}{18} = \frac{336}{6840} = \frac{28}{570} \\
P(RRG) &= \frac{8}{20} \times \frac{7}{19} \times \frac{6}{18} = \frac{336}{6840} = \frac{28}{570} \\
P(BBR) &= \frac{6}{20} \times \frac{5}{19} \times \frac{8}{18} = \frac{240}{6840} = \frac{20}{570} \\
P(BBG) &= \frac{6}{20} \times \frac{5}{19} \times \frac{6}{18} = \frac{180}{6840} = \frac{15}{570} \\
P(GGR) &= \frac{6}{20} \times \frac{5}{19} \times \frac{8}{18} = \frac{240}{6840} = \frac{20}{570} \\
P(GGB) &= \frac{6}{20} \times \frac{5}{19} \times \frac{6}{18} = \frac{180}{6840} = \frac{15}{570}
\end{aligned}$$

$$P(\text{genau zwei gleiche, eine andere}) = \frac{28}{570} + \frac{28}{570} + \frac{20}{570} + \frac{15}{570} + \frac{20}{570} + \frac{15}{570} = \frac{126}{570} \approx 0.2211$$

**d)** Wahrscheinlichkeit, dass alle drei Kugeln unterschiedliche Farben haben:

$$P(\text{alle unterschiedlich}) = P(RBG) + P(RGB) + P(BRG) + P(BGR) + P(GRB) + P(GBR)$$

$$P(RBG) = \frac{8}{20} \times \frac{6}{19} \times \frac{6}{18} = \frac{288}{6840} = \frac{24}{570}$$

$$P(RGB) = \frac{8}{20} \times \frac{6}{19} \times \frac{6}{18} = \frac{288}{6840} = \frac{24}{570}$$

$$P(BRG) = \frac{6}{20} \times \frac{8}{19} \times \frac{6}{18} = \frac{288}{6840} = \frac{24}{570}$$

$$P(BGR) = \frac{6}{20} \times \frac{6}{19} \times \frac{8}{18} = \frac{288}{6840} = \frac{24}{570}$$

$$P(GRB) = \frac{6}{20} \times \frac{8}{19} \times \frac{6}{18} = \frac{288}{6840} = \frac{24}{570}$$

$$P(GBR) = \frac{6}{20} \times \frac{6}{19} \times \frac{8}{18} = \frac{288}{6840} = \frac{24}{570}$$

$$P(\text{alle unterschiedlich}) = \frac{24}{570} + \frac{24}{570} + \frac{24}{570} + \frac{24}{570} + \frac{24}{570} + \frac{24}{570} = \frac{144}{570} \approx 0.2526$$