

Lösungsblatt – Vorbereitung auf die Klassenarbeit: Potenzen

(Kurzlösungen mit Rechenschritten; Ergebnisse ohne negative Exponenten.)

Aufgabe 1 – Wissenschaftliche Schreibweise

- | | | |
|------------------------|------------------------|-------------------------|
| a) $3,45 \cdot 10^6$ | e) $9,006 \cdot 10^6$ | i) $1,2 \cdot 10^{-4}$ |
| b) $7,8 \cdot 10^{-5}$ | f) $5 \cdot 10^{-7}$ | j) $6,78 \cdot 10^4$ |
| c) $1,2 \cdot 10^{11}$ | g) $3,2 \cdot 10^{-3}$ | k) $9,8 \cdot 10^7$ |
| d) $4,5 \cdot 10^{-1}$ | h) $5,6 \cdot 10^{12}$ | l) $3,1 \cdot 10^{-10}$ |

Aufgabe 2 – Dezimalschreibweise

- | | | |
|-----------|-------------|-------------|
| a) 4500 | e) 3 | i) 0,000005 |
| b) 0,0007 | f) 275000 | j) 99990 |
| c) 120,3 | g) 0,006007 | k) 0,125 |
| d) 0,0908 | h) 81 | l) 3,402 |

Aufgabe 3 – Potenzen (nur Zahlen)

- | | | |
|--------------------------------------|---|---|
| a) $2^3 \cdot 2^5 = 2^8 = 256$ | f) $27^{2/3} = (\sqrt[3]{27})^2 = 3^2 = 9$ | $3^{5/2} = 9\sqrt{3}$ |
| b) $5^7 : 5^2 = 5^5 = 3125$ | g) $32^{-3/5} = (\sqrt[5]{32})^{-3} =$ | j) $(2^5 - 2^3) : 2^2 = (32 - 8) :$ |
| c) $(3^4)^2 = 3^8 = 6561$ | $2^{-3} = \frac{1}{8}$ | $4 = 6$ |
| d) $10^{-3} \cdot 10^5 = 10^2 = 100$ | h) $16^{1/4} \cdot 8^{2/3} = 2 \cdot 4 = 8$ | k) $(5^3 \cdot 4^3) : 10^3 = 20^3 :$ |
| e) $4^{-2} = \frac{1}{16}$ | i) $81^{3/4} : 3^{1/2} = \frac{3^3}{3^{1/2}} =$ | $10^3 = 8$ |
| | | l) $(\frac{1}{8})^{-2/3} = 8^{2/3} = 4$ |

Aufgabe 4 – Potenzen (mit Variablen)

- | | | |
|-----------------------------|--------------------------------------|--|
| a) $a^3 \cdot a^5 = a^8$ | f) $(x^6 y^3)^{1/2} = x^3 y^{3/2} =$ | j) $(p^5 - p^3) : p^2 = p^3 - p$ |
| b) $x^7 : x^2 = x^5$ | $x^3 \sqrt{y^3}$ | k) $\frac{a^3 b^{-2}}{a^{-1} b^4} = a^4 b^{-6} = \frac{a^4}{b^6}$ |
| c) $(y^4)^2 = y^8$ | g) $(a^{1/2} b^{3/2}) : a^{1/4} =$ | l) $\frac{x^{-3/2} y}{x^{-1/2} y^{-2}} = x^{-1} y^3 = \frac{y^3}{x}$ |
| d) $b^{-3} \cdot b^5 = b^2$ | h) $x^{2/3} \cdot x^{4/3} = x^2$ | |
| e) $c^{-2} = \frac{1}{c^2}$ | i) $(mn)^3 : m^2 n = m n^2$ | |

Aufgabe 5 – Wurzeln

a-f (nur Zahlen): $2\sqrt{5}$, $3\sqrt{5}$, $6\sqrt{2}$, $7\sqrt{3}$, $6\sqrt{3}$, $10\sqrt{3}$.

g-l (mit Variablen): $3x\sqrt{2}$, $5a\sqrt{2}$, $2x^2\sqrt{3}$, $6x$, $3a\sqrt{3b}$, $2xy^2\sqrt{2xy}$.

Aufgabe 6 – Wurzelgesetze (rationalisieren, falls nötig)

- a) $\sqrt{18a^2b} = 3a\sqrt{2b}$
- b) $\sqrt{12x} \cdot \sqrt{27x^3} = 18x^2$

$$\begin{aligned} \text{c) } & \frac{\sqrt{48a^5}}{\sqrt{3a}} = \sqrt{16a^4} = 4a^2 \\ \text{d) } & 5\sqrt{2x} - 2\sqrt{8x} + 3\sqrt{18x} = 10\sqrt{2x} \\ \text{e) } & \sqrt{\frac{9a^3b}{4a}} \cdot \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a^2}} = \frac{3}{2}b \\ \text{f) } & \frac{2}{\sqrt{5x}} + \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{20}} = \frac{(3x+4)\sqrt{5x}}{10x} \end{aligned}$$

Aufgabe 6 – Potenzen mit irrationalen Exponenten

$$\begin{aligned} \text{a) } & a^{\sqrt{2}} \cdot a^{3\sqrt{2}} = a^{4\sqrt{2}} & \text{g) } & 9^{\sqrt{2}} \cdot 3^{\sqrt{2}} = (27)^{\sqrt{2}} \\ \text{b) } & \frac{x^\pi}{x^{2\pi}} = x^{-\pi} = \frac{1}{x^\pi} & \text{h) } & \frac{16^{\sqrt{2}}}{2^{\sqrt{2}}} = 8^{\sqrt{2}} \\ \text{c) } & (b^{\sqrt{5}})^2 = b^{2\sqrt{5}} & \text{i) } & (x^{-\sqrt{7}})^{-1} = x^{\sqrt{7}} \\ \text{d) } & (\sqrt{a})^\pi \cdot a^{\pi/2} = a^\pi & \text{j) } & \sqrt[3]{a^{2\sqrt{2}}} \cdot \sqrt[3]{a^{\sqrt{2}}} = a^{\sqrt{2}} \\ \text{e) } & \frac{(m^{\sqrt{3}})^4}{m^{2\sqrt{3}}} = m^{2\sqrt{3}} & \text{k) } & \left(\frac{\sqrt[4]{b}}{\sqrt{b}}\right)^{\sqrt{2}} = \frac{1}{b^{\sqrt{2}/4}} \\ \text{f) } & \frac{(pq)^{\sqrt{2}}}{p^{\sqrt{2}}} = q^{\sqrt{2}} & \text{l) } & \frac{(10^{\sqrt{2}})^3}{(\sqrt{10})^{\sqrt{2}}} = 10^{5\sqrt{2}/2} \end{aligned}$$

Aufgabe 7 – Lange Terme (gemischt)

$$\begin{aligned} \text{a) } & \sqrt{75a^3b^5} \cdot \frac{\sqrt{12ab}}{3\sqrt{3a}} = \frac{10ab^3\sqrt{3a}}{3} \\ \text{b) } & \frac{\sqrt{32x^5}}{4\sqrt{2x}} + \frac{3\sqrt{18x^3}}{2\sqrt{8x}} = x^2 + \frac{3}{4}x \\ \text{c) } & \frac{5}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \frac{2}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{3\sqrt{a} - 7\sqrt{b}}{a - b} \\ \text{d) } & \left(\frac{\sqrt{45x^4y}}{\sqrt{5xy}}\right) : \left(\frac{\sqrt{9x^2}}{\sqrt{x}}\right) = x \\ \text{e) } & \sqrt{\frac{(12a^3b^2)(27ab^5)}{3a^2b}} \cdot \frac{1}{\sqrt{6ab}} = 3b^2\sqrt{2ab} \\ \text{f) } & \sqrt{50x^3y^5} - 2\sqrt{2xy} \cdot \sqrt{8x^2y^3} + \sqrt{200x^3y^5} = xy^2\sqrt{x}(15\sqrt{2y} - 8) \end{aligned}$$

Aufgabe 8 – „Sieht schwer aus – ist leicht“

$$\begin{aligned} \text{a) } & \left(\frac{(3x+6)^{n-1}(3x+6)^{n+2}}{(x+2)^{2n+1}}\right) : 3^{2n} = \frac{[3(x+2)]^{2n+1}}{(x+2)^{2n+1}} : 3^{2n} = 3 \\ \text{b) } & \left(\frac{9-a^2}{a+3}\right)^3 \cdot \left(\frac{15+5a}{3-a}\right)^3 \cdot \left(\frac{a+3}{a^2+6a+9}\right)^3 = (5)^3 = 125 \\ \text{c) } & \left(\frac{x^2-10x+25}{x-4}\right)^3 : \left(\frac{x-5}{x^2-16}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{(x-5)(x+4)}\right)^3 = 4^3 = 64 \end{aligned}$$

Hinweis: Die Aufgabenstellung stammt aus deinem Anhang (Abschnitte „Wissenschaftliche Schreibweise“, „Potenzen/Wurzeln“ etc.). :contentReference[oaicite:2]index=2 :contentReference[oaicite:3]index=3