Lösungsblatt – Probe-Klassenarbeit

(Alle Rechenschritte stichpunktartig; Ergebnisse – soweit möglich – ohne negative Exponenten.)

Aufgabe 1: Schnittpunkt zweier Geraden aus dem Graphen

Vorgehen (allgemein, da der Graph vorgegeben ist):

1) **Funktionsgleichungen bestimmen:** Für jede Gerade zwei Punkte ablesen, Steigung $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ und Achsenabschnitt n bestimmen. So erhält man $f(x) = m_f x + n_f$ und $g(x) = m_g x + n_g$.

2) **Gleichsetzen:** $m_f x + n_f = m_g x + n_g \Rightarrow x_S = \dfrac{n_g - n_f}{m_f - m_g}$.

3) **Einsetzen:** $y_S = f(x_S) = g(x_S)$.

4) **Schnittpunkt:** $S(x_S \mid y_S)$.

Aufgabe 2: Eintrittspreise

Seien A (Erwachsenenpreis) und K (Kinderpreis) in Euro.

a) LGS: $\begin{cases} 2A + 3K = 23 \\ A + 5K = 22 \end{cases}$

b) *Einsetzungsverfahren:* $A = 22 - 5K$ in die erste Gleichung:

$$2(22 - 5K) + 3K = 23 \Rightarrow 44 - 10K + 3K = 23 \Rightarrow -7K = -21 \Rightarrow K = 3.$$

Dann $A = 22 - 5 \cdot 3 = 7$.

c) *Antwortsatz:* Erwachsene 7 , Kinder 3 . *Probe:* $2 \cdot 7 + 3 \cdot 3 = 14 + 9 = 23$, $1 \cdot 7 + 5 \cdot 3 = 7 + 15 = 22$.

d) Gruppe 3 Erw. und 4 Kinder: $3A + 4K = 3 \cdot 7 + 4 \cdot 3 = 21 + 12 = 33$.

e) (Tageseinnahmen) $\begin{cases} E + C = 250 \\ 7E + 3C = 1070 \end{cases} \Rightarrow 7E + 3(250 - E) = 1070 \Rightarrow$ $4E = 320 \Rightarrow E = 80,\ C = 170$.

Aufgabe 3: 3×3-LGS in Matrixform

Gegeben: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 9 \\ 7 \end{pmatrix}$. Das LGS ist $\begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ x - y + 2z = 9 \\ 3x + 2y + z = 7 \end{cases}$.

Lösen (Substitution): Aus (1) $y = z - 2x$. In (2): $x - (z - 2x) + 2z = 9 \Rightarrow 3x + z = 9 \Rightarrow z = 9 - 3x$. Dann $y = 9 - 5x$. In (3): $3x + 2(9 - 5x) + (9 - 3x) = 7 \Rightarrow -10x + 27 = 7 \Rightarrow x = 2$. Somit $z = 9 - 3 \cdot 2 = 3$, $y = 9 - 5 \cdot 2 = -1$.

Lösung: $(x, y, z) = (2, -1, 3)$. *Probe* in allen drei Gleichungen erfüllt.

Aufgabe 4: Wurzeln – nur Zahlen (vereinfachen)

a) $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

b) $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

c) $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

d) $\sqrt{147} = 7\sqrt{3}$

e) $\sqrt{108} = 6\sqrt{3}$

f) $\sqrt{300} = 10\sqrt{3}$

Aufgabe 5: Wurzeln – mit Variablen (vereinfachen; $a, b, x, y \geq 0$)

a) $\sqrt{18x^2} = 3x\sqrt{2}$

b) $\sqrt{50a^2} = 5a\sqrt{2}$

c) $\sqrt{12x^4} = 2x^2\sqrt{3}$

d) $\sqrt{\frac{72x^2}{2}} = 6x$

e) $\sqrt{27a^2b} = 3a\sqrt{3b}$

f) $\sqrt{8x^3y^5} = 2xy^2\sqrt{2xy}$

Aufgabe 6: Wurzelgesetze (rationalisiere ggf.; $a, b, x, y > 0$)

a) $\sqrt{18a^2b} = 3a\sqrt{2b}$

b) $\sqrt{12x} \cdot \sqrt{27x^3} = 18x^2$

c) $\dfrac{\sqrt{48a^5}}{\sqrt{3a}} = \sqrt{16a^4} = 4a^2$

d) $5\sqrt{2x} - 2\sqrt{8x} + 3\sqrt{18x} = 10\sqrt{2x}$

e) $\sqrt{\dfrac{9a^3b}{4a}} \cdot \dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a^2}} = \dfrac{3a}{2}\sqrt{b} \cdot \dfrac{\sqrt{b}}{a} = \dfrac{3}{2}\,b$

f) $\dfrac{2}{\sqrt{5x}} + \dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{20}} = \dfrac{(3x+4)\sqrt{5x}}{10x}$

Aufgabe 7: Wurzelgesetze – fortgeschritten ($a, b, x, y > 0$)

a) $\sqrt{75a^3b^5} \cdot \dfrac{\sqrt{12ab}}{3\sqrt{3a}} = \dfrac{10ab^3\sqrt{3a}}{3}$

b) $\dfrac{\sqrt{32x^5}}{4\sqrt{2x}} + \dfrac{3\sqrt{18x^3}}{2\sqrt{8x}} = x^2 + \dfrac{3}{4}x$

c) $\dfrac{5}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \dfrac{2}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \dfrac{3\sqrt{a}-7\sqrt{b}}{a-b}$

d) $\left(\dfrac{\sqrt{45x^4y}}{\sqrt{5xy}}\right) : \left(\dfrac{\sqrt{9x^2}}{\sqrt{x}}\right) = x$

e) $\sqrt{\dfrac{(12a^3b^2)(27ab^5)}{3a^2b}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{6ab}} = 3b^2\sqrt{2ab}$

f) $\sqrt{50x^3y^5} - 2\sqrt{2xy} \cdot \sqrt{8x^2y^3} + \sqrt{200x^3y^5} = xy^2\sqrt{x}\left(15\sqrt{2y} - 8\right)$