

指数增强组合优化器：从零构建全攻略

中银证券量化多因子选股系列（七）

中银金工团队全面且细致地为投资者构建了一个指数增强优化器模型。该优化器高效、简洁地解决了实际指增组合优化与投资交易中可能面临的各种问题与困难。案例回测分析显示该优化器稳健有效。

指增优化器构建框架

- **优化器决策变量及目标函数选择：**优化器的决策变量为模型的输出结果，即每次调仓后指数增强组合持有成分股的持仓权重向量。中银优化器并未采用相对耗时的二次优化方法论，而是通过“添加多维度交易约束条件且考虑交易费用的线性优化目标函数”来间接实现指增组合跟踪误差的有效控制。优化器的约束条件主要分为个股权重、权重总和、风险暴露及换手率四部分。
 - ✓ 个股权重约束：限制指增组合成分股的个股权重的上下限；
 - ✓ 权重总和约束：限制指增组合中，所有成分股的权重总和及基准指数成分股权重总和的大小；
 - ✓ 风险暴露约束：将指增组合在市值、行业因子等风险因子的相对暴露度控制在一定范围内；
 - ✓ 换手率约束限制：指增组合每次调仓时的换手率上限。
- 本文将针对上述四部分约束的具体设置原因，设置思路及设置方法进行详细介绍。

优化器在实际投资中面临的限制与解决方案

- **部分股票由于处于特殊状态无法进行自由调仓：**在实际投资中，处于“停牌”或“涨跌停”状态的股票难以被交易，且业内投资者一般避免持有“处于 ST 状态”的股票。本文针对上述三类特殊股票构建了简单且高效的处理方法，使得优化器结果满足上述各类条件限制。
- **优化器出现“无解”的异常情况：**针对个别市场环境下部分约束条件无法同时满足的情形，本文系统性地给出了“阶段性放宽部分约束”的方法论，确保模型在每一个调仓时点均能够正常运行，尽可能减少异常情况的影响。

中银指增优化器回溯测试与实证结果

- **回测内容：**本文以 2023 年 2 月 5 日发布的深度报告《多因子选股系列（五）：价值盲区掘金因子-纳入市场对预期的修正效率》中的“价值盲区掘金因子”为例，构建不同换手率上限及不同相对风险暴露度上限的沪深 300 及中证 500 指增组合，并从“跟踪误差控制情况”及“超额收益”两个角度对各组合的历史表现进行评价。
- **实证结果：**多情景回溯测试显示，中银组合优化器有效且稳健的实现“在控制组合跟踪误差的情况下最优化组合预期收益”的目标。

风险提示

- 投资者需注意模型失效的风险。

相关研究报告

《多因子选股系列（五）：价值盲区掘金因子-纳入市场对预期的修正效率》20230205

中银国际证券股份有限公司
具备证券投资咨询业务资格

金融工程

证券分析师：郭策

(8610) 66229081

ce.guo@bocichina.com

证券投资咨询业务证书编号：S1300522080002

联系人：宋坤笛

(8610) 83949524

kundi.song@bocichina.com

一般证券业务证书编号：S1300123070004

目录

一、组合优化器背景介绍.....	4
二、优化器原理阐述.....	5
(一) 决策变量	5
(二) 目标函数	8
(三) 约束条件设置.....	9
(四) 参数设定及异常处理方案.....	15
三、优化器实证分析.....	19
(一) 因子选择与回测说明.....	19
(二) 回测结果	19
四、总结	24
五、风险提示	25

图表目录

图表 1. 调仓时间设置示意图	5
图表 2. 股票状态及调仓前后权重（示例）	6
图表 3. 股票在调仓时点所处类型分组	6
图表 4. 股票集合划分示意图（示例）	7
图表 5. 优化池及决策向量 w 示意图（示例）	7
图表 6. 本次换仓前股票权重计算公式变量设置示意图	8
图表 7. 本次换仓前股票权重计算原理示意图	9
图表 8. 约束条件设置框架	9
图表 9. 总权重约束示意图	11
图表 10. 基准指数成分股识别向量示意图	12
图表 11. 相对风险暴露度计算变量示意图	13
图表 12. 相对风险暴露度计算示意图	14
图表 13. 相对风险暴露度计算示意图	14
图表 14. 参数设定参考值	16
图表 15. 异常处理方案基本框架示意图	16
图表 16. 初始参数设定示意图	17
图表 17. 异常处理流程示意图	17
图表 18. 异常处理方案示意图	18
图表 19. 不同 $\theta_{TR_{ann}}$ 对应累计超额净值（沪深 300）	19
图表 20. 不同 $\theta_{TR_{ann}}$ 对应累计超额净值（中证 500）	19
图表 21. 不同 $\theta_{TR_{ann}}$ 对应累计超额净值（沪深 300）	20
图表 22. 不同 $\theta_{TR_{ann}}$ 对应累计超额净值（中证 500）	20
图表 23. 沪深 300 优化组合年化跟踪误差（%）	20
图表 24. 沪深 300 优化组合日均跟踪误差（%）	21
图表 25. 沪深 300 优化组合年化超额收益率（%）	21
图表 26. 沪深 300 组合超额净值表现	21
图表 27. 沪深 300 组合逐年超额收益率（%）	22
图表 28. 中证 500 优化组合年化跟踪误差（%）	22
图表 29. 中证 500 优化组合日均跟踪误差（%）	22
图表 30. 中证 500 优化组合年化超额收益率（%）	22
图表 31. 中证 500 组合超额净值表现	23
图表 32. 中证 500 组合逐年超额收益率（%）	23

一、组合优化器背景介绍

选股因子测试流程通常可概括为因子排序、股票分组测试两个阶段。应用多因子选股框架进行因子测试时，通常会将相关股票池中所有个股按照选定因子由高到低进行排序，并将股票分成数量相同的 N 个组合，因子排序最优的组合（如第一组）定义为因子的“多头组合”，因子排序最差的组合（如最后一组）定义为该因子的“空头组合”。在每个股票组合内部，股票权重常设定为等权或按市值加权等模式。

构建指数增强股票组合是完成因子测试的下一个流程。根据所选因子构建指数增强组合时，需要将组合的跟踪误差控制在限定阈值内，尽可能实现较业绩基准较高的超额收益。在实际产品构建中，一般要求沪深 300、中证 500 及中证 1000 指数增强基金的日均跟踪误差控制在 0.5% 以内，年化的跟踪误差控制在 7.75% 以内，不同指增产品的具体要求之间存在差异（数据来自相关基金招募说明书）。跟踪误差的本质为组合与基准指数日度收益率之差的标准差，具体计算公式如下：

$$TD_t = R_t - R_{index_t}$$
$$TE = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (TD_t - \overline{TD})^2}$$
$$TE_{ann} = TE * \sqrt{252}$$

其中， R_t 为 t 日指数增强组合收益率， R_{index_t} 为 t 日基准指数收益率， TD_t 为 t 日跟踪偏离度， TE 为日均跟踪误差， TE_{ann} 为年化跟踪误差。

如果只是简单的等权或者市值加权多头股票组合，多头组合的跟踪误差会出现高于指增组合跟踪误差阈值上限的情况，因此需要构建一个“组合优化器”来实现在控制组合跟踪误差的条件下，获得尽可能高的超额收益的目的。

建立“最优化模型”间接实现跟踪误差控制。跟踪误差由组合和基准指数的真实表现决定，因此无法在调仓之时就对其进行直接的控制，一般需要通过组合的风险暴露度、个股权重范围、基准指数成分股权重占比等方面进行约束，以完成间接的控制。为达到上述目标，需要建立“最优化问题”模型。下文将从最优化问题的“决策变量”、“目标函数”及“约束条件”三要素的角度，详细介绍一种能够满足跟踪误差控制要求、计算简便、且能处理真实业务中遇到的各种实际问题的组合优化器。

二、优化器原理阐述

(一) 决策变量

指增组合优化器的作用在于确定每一次调仓后计划持有的股票及其权重，在此报告中，我们将优化器建议的本期调仓完毕后 n 个股票的权重向量 $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ 定义为优化器的“决策变量”，后文用 w 表示。

将决策向量 w 中对应股票在调仓前的权重所组成的 n 维向量 $\{x_{01}, x_{02}, x_{03}, \dots, x_{0n}\}$ ，用 w_0 表示。

个股 **调仓前** 权重等于调仓日前一交易日(t)收盘时，该股票的持仓市值占股票持仓市值总和的比例。

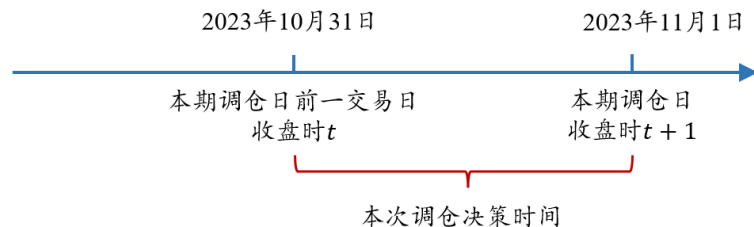
个股 **调仓后** 权重等于调仓日($t+1$)收盘时，该股票持仓市值占股票持仓市值总和的比例。

为方便计算，本文提出优化器模型的重要设定：

- ✓ 忽略调仓日($t+1$)当日各个股票的价格变化。在此设定下，指增组合在调仓日($t+1$)与调仓日前一交易日(t)收盘时持有股票的总价值相等，即股票持仓总市值不变。因此，各股票在调仓前后的权重变化只与指增组合的持股数量的变化有关，在本次调仓中买入的股票调仓后权重高于调仓前，卖出的股票的调仓后权重低于调仓前，未交易的股票（既不买入，也不卖出）的调仓前后权重相等。
- ✓ 认为每次调仓的决策时间（即使用优化器进行计算的时间）为调仓日前一交易日(t)收盘后到调仓日($t+1$)收盘前的时间段。因此在计算时，调仓前权重向量 w_0 为已知信息，是一个确定的向量；决策向量 w 是未知的向量，需要后续通过优化器计算得出。

以月度调仓（调仓日在月初）时，2023 年 11 月的调仓为例，上述时间设置如下图所示：

图表 1. 调仓时间设置示意图



资料来源：中银证券

在实际操作中，有些处于特殊状态的股票不能进行自由调仓。上述特殊状态主要分为如下两种：

- ✓ **股票在调仓日处于停牌、涨停、跌停的状态：**由于这类股票无法或难以及时进行交易，因此这类股票在调仓前后的权重将保持不变。
- ✓ **股票在调仓日处于 ST 状态：**由于投资者通常会避免持有这类股票，因此若调仓前未持有，则本期不应买入；若调仓前持有，则本期应该尽量将其全部卖出，如果当前该类股票处于不可交易状态，则在当期参考 1) 类处理方式。

（注：在进行优化计算时，调仓日当日股票是否处于停牌、涨停、跌停、ST 状态为已知信息）

对于上述两种特殊状态的处理方式，我们举例说明。

假设某次调仓时，股票池中有 $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6$ 共 6 只股票，并且这 6 只股票在调仓之前的权重分别为 0, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3。在调仓日当天，各股票的状态如下表所示：

图表 2. 股票状态及调仓前后权重（示例）

股票	是否处于停牌、涨停、跌停的状态	是否处于 ST 状态	调仓前权重(%)	调仓后权重(%)
S1	√	×	0	0
S2	√	√	10	10
S3	×	√	15	0
S4	×	×	20	待确定
S5	×	×	25	
S6	×	×	30	

资料来源：中银证券

其中， S_1 股票由于被视为无法交易，其调仓后权重=调仓前权重=0。

股票 S_2 ， S_3 由于处于 ST 状态，理论上应该全部卖出，但由于 S_2 股票无法交易，因此只能将 S_3 清仓， S_2 保留调仓前权重。最终， S_2 ， S_3 调仓后权重分别为 0.1，0。

可以发现：

- ✓ S_1 ， S_2 ， S_3 股票的调仓后权重直接由其特殊状态决定，并不需要参与后续优化器优化计算。
- ✓ S_4 ， S_5 ， S_6 股票处于正常可调仓状态（既不属于无法交易的股票，也不属于 ST 状态股票），其交易并不受上述两种特殊状态的限制，因此需要借助优化器来计算调仓后的权重，具体算法详见后文。

综上所述，各股票状态及调仓前后权重总结如下：

调仓时市场中所有股票可被划分为“可根据状态直接确定调仓后权重”及“需要进行优化计算确定调仓后权重”两个大类，且第一类中又因为处理方式不同分为两 A、B 两个小类，具体分类说明总结如下表所示：

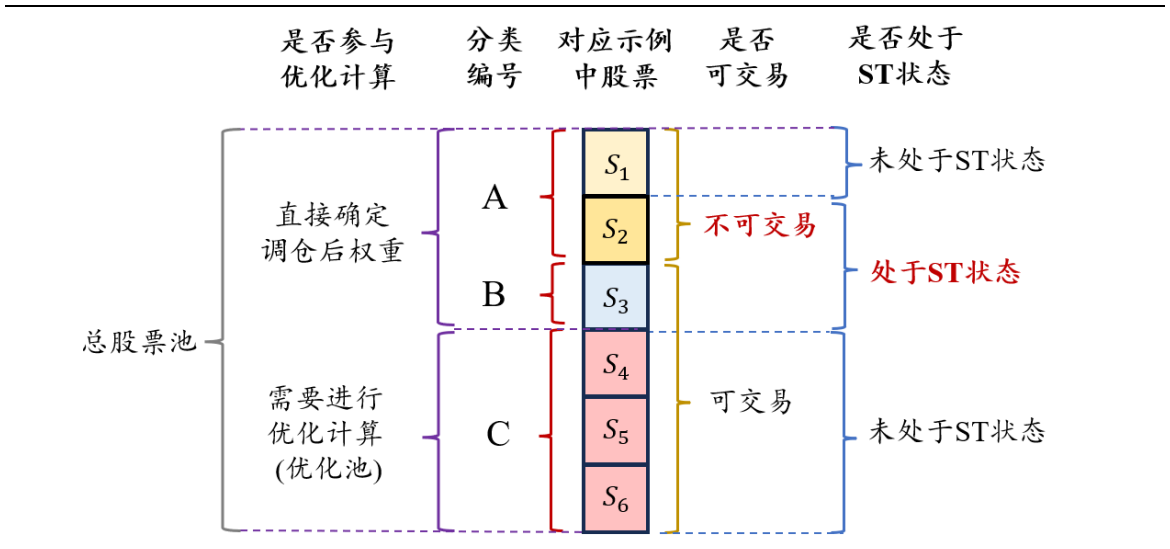
图表 3. 股票在调仓时点所处类型分组

编号	调仓后权重确定方式	满足条件	交易原则	调仓后权重
A	直接确定	调仓日不可交易 (处于停牌、涨停、跌停的状态)	权重不变	等于 调仓前权重
B		处于 ST 状态，且调仓日可交易 (未处于停牌、涨停、跌停的状态)	全部卖出 权重归零	0
C	优化计算	未处于 ST 状态，且调仓日可以交易 (未处于停牌、涨停、跌停的状态)	需要通过优化计算确定	需要通过优化计算确定

资料来源：中银证券

示例中各股票集合划分情况如下图所示：

图表 4. 股票集合划分示意图（示例）

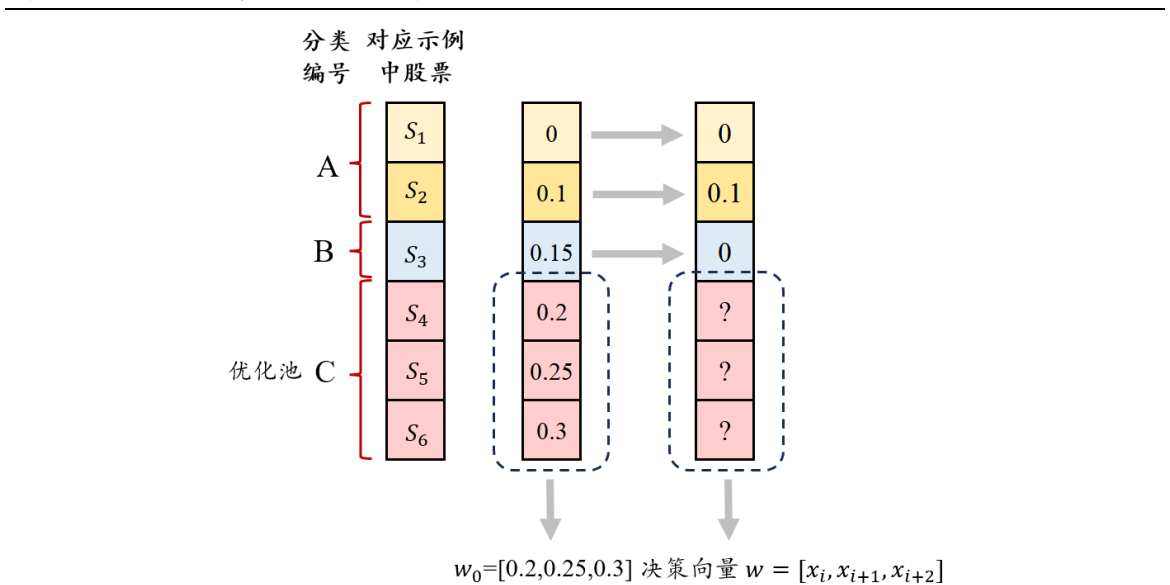


资料来源：中银证券

由于 A、B 类股票调仓后权重可以直接确定，不需要参与优化计算，因此应该将 A、B 中股票的权重从决策向量 w 中去除， w 真正对应的股票池应该只包含 C 类股票，我们将该股票池称作“优化池”。最终， w 的维数 n 为集合 C 中股票的数量。（注：后文中的股票数量 n 均为此处定义，不再等于原始股票数量）

对应到前文的示例中，由于 6 只股票中，仅有 3 只股票需要通过优化器进行优化，因此 w 与 w_0 皆为 3 维向量，二者的各分量对应 C 类股票 S_4, S_5, S_6 的调仓后与调仓前权重，具体设置如下图所示：

图表 5. 优化池及决策向量 w 示意图（示例）



资料来源：中银证券

(二) 目标函数

1. 二次优化的简化思路

在经典的优化器中，一般依据马科维茨均值方差理论，建立如下目标函数：

$$\underset{w}{\text{maximize}} \quad w^T \cdot r - \lambda w^T \Sigma w$$

其中，决策变量 w 为个股权重向量； r 为个股预期收益向量（或因子向量）， λ 为风险厌恶系数， Σ 为个股收益率协方差矩阵。**该目标函数的含义为：使扣除风险惩罚项后的组合预期收益最大化。**

上述优化问题为二次规划问题，其优势在于考虑了个股收益之间的相关系数的信息，但同时也存在计算时间较长、对优化器要求较高等弊端。

为了显著提高优化器的计算效率，简化计算复杂度，在本报告中，我们推荐基于“最优化预期收益”这一线性优化目标下，通过添加多种约束条件（如持仓个股权重偏离度，行业市值以及换手率等限制条件）来实现对跟踪误差的有效控制。在后文的实证测试中，这一简化方法稳健且有效的实现了原始二次规划的目标，具体方法我们将在后文详细展开。

2. 纳入费率的目标函数

在实际投资中，组合最终获得的收益等于成分股的加权平均收益与调仓时的交易成本之差。**为有效提升计算效率，降低实际操作难度，并考虑交易成本，可将经典模型中的二次规划问题简化为线性规划问题，并添加交易费用惩罚项，最终得到的具体目标函数如下：**

$$\underset{w}{\text{maximize}} \quad w^T \cdot r - c \cdot 1^T |w - w_0|$$

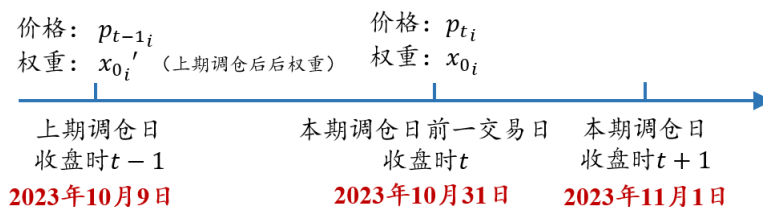
其中， w_0 为调仓前优化池中个股权重向量，其维数与决策向量 w 的维数 n 相等； $1^T |w - w_0|$ 为双边换手率（即本次调仓买入、卖出权重绝对值之和）； c 为单边交易费率（即购买或卖出 1 单位资产所需要支付的费率）； 1 为全 1 向量，其维数与决策向量 w 的维数 n 相等。

$c \cdot 1^T |w - w_0|$ 为本次调仓所需支付的总交易费用； $w^T \cdot r - c \cdot 1^T |w - w_0|$ 即为费后总预期收益。

目标函数中的调仓前权重向量 w_0 中的分量并不直接等于决策向量 w 对应位置股票的上期调仓后权重。这是因为在两次调仓时间区间内，组合持有的股票价格发生了变化，导致即使这段时间内不进行调仓，该组合股票的持仓权重也会随股票市值变化而变化。

定义 $p_{t-1,i}$ 表示优化池中第 i 个股票的上次调仓日当日收盘价格， $p_{t,i}$ 表示本次调仓日前一交易日的收盘价格； $x_{0,i}'$ 为优化池中第 i 个股票上次调仓后 $(t-1)$ 的持有权重， $x_{0,i}$ 为本次换仓前 (t) 股票 i 的权重。以 2023 年 11 月的月度调仓为例，时间及变量设置如下图所示：

图表 6. 本次换仓前股票权重计算公式变量设置示意图



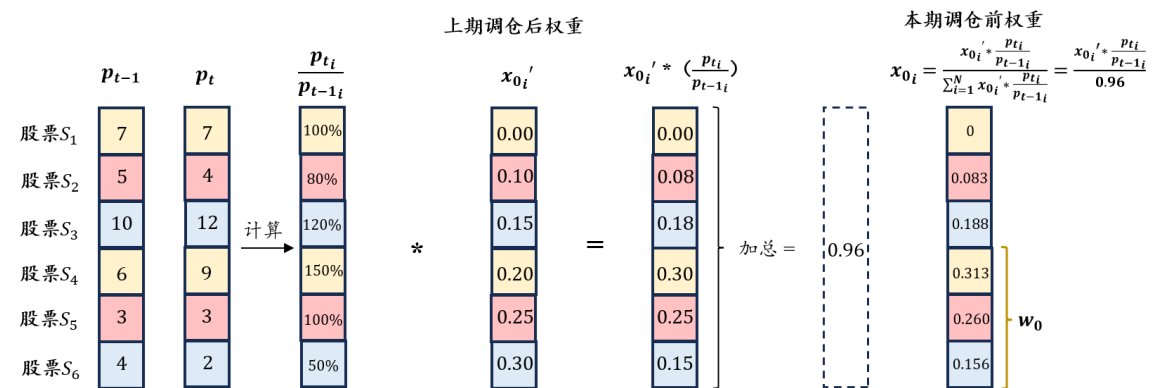
资料来源：中银证券

股票 i 的本次换仓前权重 $x_{0,i}$ 等于股票 i 在本次调仓前一日 (t) 收盘时被指增组合持有的市值与该时间点指增组合的股票总市值之比，计算公式为：

$$x_{0,i} = \frac{M_i}{\sum M_i} = \frac{x_{0,i}' * \frac{p_{t,i}}{p_{t-1,i}}}{\sum_{i=1}^N x_{0,i}' * \frac{p_{t,i}}{p_{t-1,i}}}$$

其中，N 等于需要参与优化器计算的股票（即优化池）以及直接确定调仓后权重的股票（即 A 类、B 类股票）的数量总和。计算原理如下图所示：

图表 7. 本次换仓前股票权重计算原理示意图



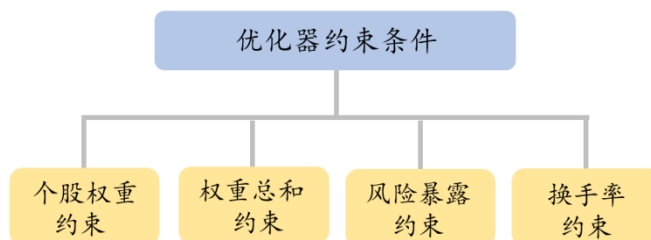
资料来源：中银证券

注：向量 w_0 只包含优化池中股票对应的本次调仓前权重。

（三）约束条件设置

设置约束条件的核心目标在于间接控制组合的跟踪误差。优化器包含的约束类型如下图所示：

图表 8. 约束条件设置框架



资料来源：中银证券

具体设置方式将在后文详细介绍。

1. 个股权重约束

优化器构建的组合为股票多头组合，要求所有个股权重大于等于 0，因此需要添加个股权重下限约束。

对于线性优化器而言，如果不限制个股权重的上限，则优化后的结果中经常会出现少数股票占比过高，同时组合中股票数量过少的情况，因此需要添加个股权重上限约束。

业界有两种设置个股权重上下限约束的方法，一种为统一上下限法，另一种为相对上下限法。两者的原理和优缺点分析具体如下。

✓ 统一上下限法：

规定组合中所有个股权重不可超过某个确定数值 θ_{upper} ，并要求所有个股权重大于等于 0，约束公式如下：

$$\text{统一上限：} w \leq \theta_{upper} \cdot 1_w$$

$$\text{统一下限：} w \geq 0$$

其中， 1_w 为维数与 w 相同的全 1 向量。

业界一般要求指数增强组合中个股权重不高于 0.1。根据计算经验，优化组合中达到上限的股票数量往往偏大，组合中将包含多个接近于 0.1 的股票，导致股票数量低至 10 只左右，难以达到分散化投资的目的。

因此当 θ_{upper} 被设置为显著低于 0.1 的数值（如业界一般将中证 500 指增组合的 θ_{upper} 设置为 0.01，沪深 300 指增组合的 θ_{upper} 设置为 0.015）时，才能够避免个股权重过于集中的问题。

当基准指数中包含权重较大的成分股时，设置较为严格的个股权重上限约束可能导致若干问题。例如，假设优化问题的目的为构建沪深 300 指数增强组合，将 θ_{upper} 设定为 0.015，一般可得到股票数量为 60 左右的分散化投资组合。但基准指数中有时会包含权重显著高于 0.015 的成分股（如沪深 300 指数成分股中个股权重可能接近 0.1），由于个股权重上限的存在，这些股票在组合中的权重（不高于 0.015）与在基准指数权重（接近 0.1）之间必然存在较大的差异，使得组合与基准指数的“权重相似程度”下降。

这种权重相似度的下降一方面会导致控制跟踪误差的难度增加，另一方面可能导致组合获得收益的机会有所损失。假设股票 K 在基准指数中的权重为 0.9，显著高于其他成分股，且其收益率显著大于其他股票。在要求个股权重不高于 0.015 时，相比于基准指数，组合通过股票 K 获得收益的能力天然较低，可能产生负的超额收益。

相较于“统一上下限法”，我们更推荐“相对上下限法”，具体如下：

✓ 相对上下限法：

限定组合中个股权重与基准指数中对应的权重的差额不超过某个确定的偏离度参数 θ_{bias} ，即：

$$|w - w_{index}| \leq \theta_{bias} \cdot 1_w$$

其中， w_{index} 为优化池中股票在基准指数中对应的权重组成的向量，维数与 w 相同。

相较于统一上下限法，相对上下限法允许基准指数中权重较大的股票在优化组合中仍有较高权重。假设 θ_{bias} 为 0.01，则在基准指数中占比仅有 0.01 的股票的调仓后权重被限制在 0 至 0.02 之间，相当于对其设置了一个较低的权重上限。而对于在基准指数中的权重高至 0.09 的股票，其权重范围将被控制在 0.08 至 0.1 之间，该股票在指增组合中拥有获得较大权重的机会。

为使组合符合业界对指增组合的要求，仍需限定个股权重不高于 0.1，且大于等于 0，因此应在设置相对上限的基础上增加限制：

$$w \leq 0.1 \cdot 1_w$$

$$w \geq 0$$

将上述条件合并整理后，可得到相对上下限法的约束公式：

$$\text{约束 1：相对上限：} w \leq \min(0.1 \cdot 1_w, w_{index} + \theta_{bias} \cdot 1_w)$$

$$\text{约束 2：统一下限：} w \geq \max(0, w_{index} - \theta_{bias} \cdot 1_w)$$

其中， $\min(0.1 \cdot 1_w, w_{index} + \theta_{bias} \cdot 1_w)$ 及 $\max(0, w_{index} - \theta_{bias} \cdot 1_w)$ 为根据优化前已知信息计算出的向量，维数与 w 相同。

2. 权重总和约束

在完成对个股权重的限制后，还需规定调仓后所有股票的权重之和，即设置股票总仓位。

为间接控制跟踪误差，使指增组合的成分股与基准指数较为“相似”，应使基准指数成分股在指增组合中的权重总和不低于下限。

a. 总权重约束

假设全部资金用于股票投资，因此组合中包含的全部个股权重之和为 1。

调仓后组合最终持有的股票，除包含优化池中股票外，还应包括在优化前已确定权重的股票（即集合 A、B 中股票）。由于集合 B 中股票的调仓后权重已确定为 0，因此应使得集合 A 及集合 C 中股票权重之和为 1。

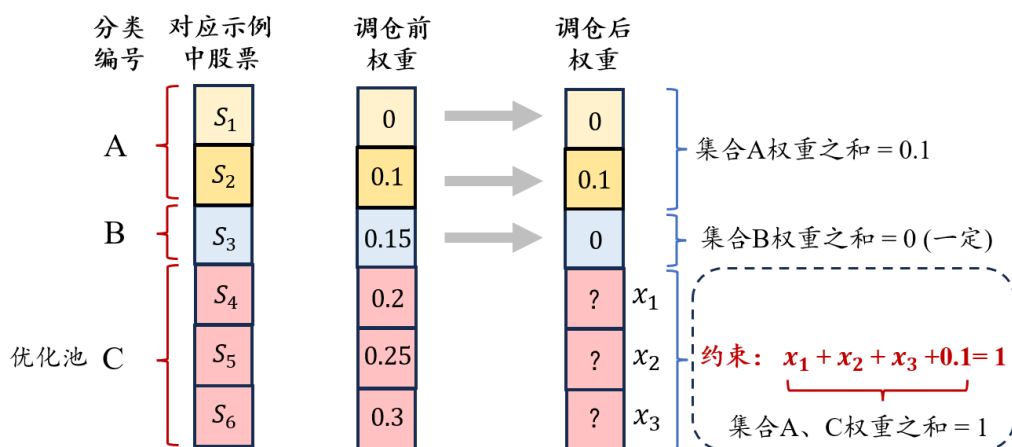
总权重约束公式如下：

$$\text{约束 3: } \mathbf{1}_w^T \cdot \mathbf{w} + \mathbf{1}_A^T \cdot \mathbf{w}_A = 1$$

公式左侧包含两部分，其中 $\mathbf{1}_w^T \cdot \mathbf{w}$ 表示优化池（集合 C）中股票权重总和； $\mathbf{1}_A^T \cdot \mathbf{w}_A$ 表示集合 A 中股票权重总和， $\mathbf{1}_A^T \cdot \mathbf{w}_A$ 为优化计算前已知的数值。二者之和为调仓后指增组合的股票总权重。

其中， $\mathbf{1}_n$ 是与 \mathbf{w} 维数相同的全 1 向量， \mathbf{w}_A 为 A 集合股票的调仓后权重向量， $\mathbf{1}_A$ 为与 \mathbf{w}_A 维数相同的全 1 向量。部分变量设置示意图如下：

图表 9. 总权重约束示意图



资料来源：中银证券

b. 基准指数成分股总权重约束

此处定义 θ_{index} 为基准指数成分股在需要本次调仓的股票组合中的总权重下限，该参数需要基于具体产品要求进行设定，如中证 500 增强的产品一般要求产品股票池中属于中证 500 指数成分股的总权重不低于 80%，因此，此处 θ_{index} 取值为 0.8。

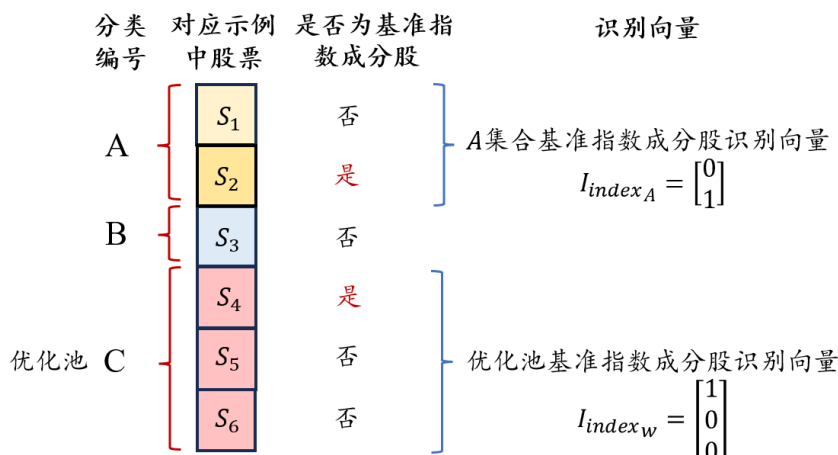
由于优化池（集合 C）、集合 A、集合 B 中都可能包含基准指数的成分股，因此需要分别计算各个集合中基准指数成分股的调仓后权重总和，加总可得到指增组合中全部基准指数成分股的调仓后权重总和。约束对应的公式如下：

$$\text{约束 4: } I_{index}^T \cdot \mathbf{w} + I_{index_A}^T \cdot \mathbf{w}_A \geq \theta_{index}$$

其中 $I_{index}^T \cdot \mathbf{w}$ 表示优化池（集合 C）中基准指数成分股在指增组合中的权重之和； $I_{index_A}^T \cdot \mathbf{w}_A$ 表示集合 A 中基准指数成分股在指增组合中的权重之和。集合 B 中股票确定调仓后权重为 0，因此可在公式中省略。

公式中， I_{index} 为优化池的基准指数成分股识别向量，其维度与 w 相等，当对应股票为基准指数成分股时，元素值为 1，否则为 0； I_{index_A} 为集合 A 股票对应的指数成分股识别向量，其维度与 w_A 相等，当对应股票为基准指数成分股时，元素值为 1，否则为 0。部分变量设置示意图如下：

图表 10. 基准指数成分股识别向量示意图



资料来源：中银证券

3. 风险暴露约束

线性优化组合易在某些风格因子上存在较大的风险暴露，典型如市值因子、行业因子等。

例如当截面上的选股因子值与股票市值线性正相关时，优化组合中包含的股票市值较业绩基准指数往往过高或过低，导致组合的跟踪误差容易出现较大波动。构建指数增强组合时，可通过关注其相对风险暴露度（即组合与基准指数的风险因子暴露度之间的差距）来间接控制组合的跟踪误差，当将此差距控制在一个较小范围内时，指增组合的风险暴露特征与基准指数较为接近，跟踪误差可控。

a. 相对风险暴露度量

我们将指增组合的风险暴露度与基准指数的风险因子暴露度的差值定义为“相对风险暴露度”。

指增组合调仓后持有的股票既包含优化池中的股票，也包含集合 A 中的股票（集合 B 中股票调仓后权重确定为 0，因此风险暴露度为 0，无需参与计算）。因此指增组合的风险暴露度等于优化池中股票的风险暴露度与集合 A 中股票风险暴露度之和，计算公式为：

$$F_{risk}^T \cdot w + F_{Arisk}^T \cdot w_A$$

公式中， w 为优化池股票在组合中的权重向量； w_A 为集合 A 股票在组合中的权重向量， F_{risk} 、 F_{Arisk} 分别为优化池及集合 A 对应的截面 Zscore 标准化后的风险因子向量，维数分别与 w 、 w_A 相同，元素为对应位置股票的风险因子值，后文我们会基于具体风险因子进行具体说明。

基准指数的风险因子暴露度本质上为基准指数成分股权重向量与对应的风险因子向量的乘积。为了在报告中不引入过多新变量定义，在表达式上仍沿用指增组合的风险暴露度的计算方式，即将基准指数的总风险暴露度拆分为优化池中基准指数成分股的风险因子暴露度与集合 A 中基准指数成分股的风险因子暴露度两部分之和。基准指数的风险因子暴露度计算公式如下：

$$F_{risk}^T \cdot w_{index} + F_{Arisk}^T \cdot w_{Aindex}$$

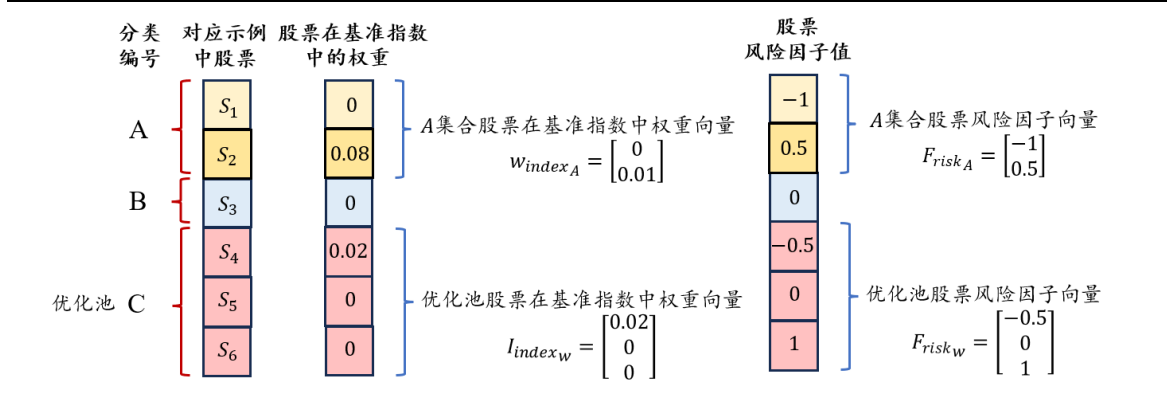
公式中， w_{index} 为优化池股票在基准指数中的权重向量； w_{Aindex} 为集合 A 股票在基准指数中的权重向量。

相对风险暴露度等于指增组合的风险暴露度与基准指数的风险因子暴露度之差，因此相对风险暴露度的计算公式如下：

$$(F_{risk}^T \cdot w + F_{Arisk}^T \cdot w_A) - (F_{risk}^T \cdot w_{index} + F_{Arisk}^T \cdot w_{Aindex})$$

部分变量设置方式如下图所示：

图表 11. 相对风险暴露度计算变量示意图



资料来源：中银证券

b. 风险因子计算

业界一般选择将市值及行业作为构建约束的风险因子，计算方式如下：

✓ 市值因子相对暴露度：

将市场中所有股票的自由流通市值的自然对数进行截面标准化处理，可得到包含所有股票的市值因子向量 MCE_{uni} ，公式为：

$$MCE_{uni} = \frac{\ln(FMV_{uni}) - \mu_{\ln(FMV_{uni})}}{\sigma_{\ln(FMV_{uni})}}$$

其中 FMV_{uni} 为所有股票自由流通市值向量， $\mu_{\ln(FMV_{uni})}$ 、 $\sigma_{\ln(FMV_{uni})}$ 分别为 $\ln(FMV_{uni})$ 的截面均值及方差。 MCE 及 MCE_A 分别为优化池及集合 A 对应的市值因子向量。

将市值因子带入相对风险暴露度公式，得到市值相对风险暴露度的计算结果：

$$MCE^T \cdot (w - w_{index}) + MCE_A^T \cdot (w_A - w_{Aindex})$$

✓ 行业因子相对暴露度：

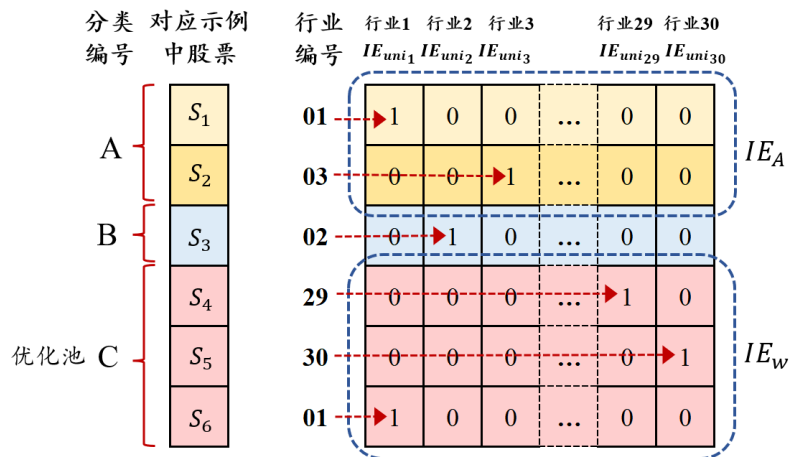
在众多行业分类中，考量时间序列维度行业分类的稳定性和可回溯性，我们推荐基于中信一级行业的划分方法进行行业暴露度控制。

以 2023 年 12 月 31 日的 30 个中信一级行业分类为例，可分别构建这 30 个行业对应的行业因子向量 $\{IE_{uni_1}, IE_{uni_2}, \dots, IE_{uni_{30}}\}$ 。其中 IE_{uni_j} 为第 j 个行业因子向量，维数等于市场中所有股票的个数 N，当对应位置的股票属于该行业时，元素取值为 1，否则为 0。

在计算行业因子相对风险暴露度时，可以将 30 个向量带入相对风险暴露度公式分别进行 30 次计算。由于这种方法较为繁琐，我们选择将 30 个向量横向排列组成行业因子矩阵 IE_{uni} ，通过矩阵计算的方式一次性得到 30 个行业的相对风险暴露度。

对于行业因子矩阵 IE_{uni} ，我们将其划分为矩阵 IE_w 及 IE_A ，分别对应优化池及集合 A 的行业因子矩阵，变量设置方式如下图所示：

图表 12. 相对风险暴露度计算示意图



资料来源：中银证券

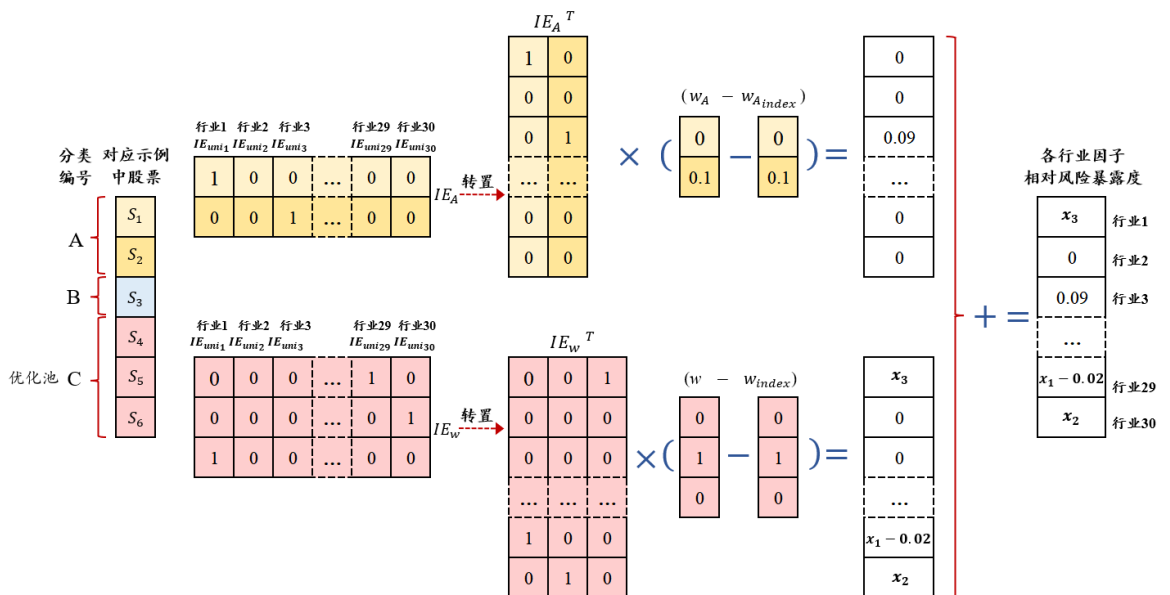
其中， IE_W 的列数为 30，行数等于优化池中股票的数量； IE_A 的列数为 30，行数等于集合 A 中股票的数量。

将行业因子矩阵代入公式，可得行业因子的相对风险暴露度计算结果：

$$IE_W^T \cdot (w - w_{index}) + IE_A^T \cdot (w_A - w_{Aindex})$$

矩阵 IE_W^T 与向量 $(w - w_{index})$ 相乘，本质为 IE_W^T 的每一列（即每个行业风险因子向量）与向量 $(w - w_{index})$ 相乘，计算结果为 IE_W^T 的 30 列与向量 $(w - w_{index})$ 的 30 个乘积构成的 30 维向量， IE_A^T 与 $(w_A - w_{Aindex})$ 的乘积计算原理与之相同。因此，二者之和为一个 30 维的向量，向量的第 $j(j = 1, 2, \dots, 30)$ 个元素对应第 j 个行业的风险因子相对暴露度。计算原理如下图所示：

图表 13. 相对风险暴露度计算示意图



资料来源：中银证券

c. 风险暴露约束

理论上，组合的风险因子相对暴露度应严格限定为 0，以规避行业、市值风险。优化问题中存在的若干其他约束，往往难以与过于严格的风险暴露约束同时满足。

此外，严格限制风险暴露也意味着产生超额收益的空间被削弱，比如在某些市场环境中，小市值股票的表现显著优于大市值股票，若严格要求沪深 300 等大市值指数的指增组合的市值暴露度为 0，则相当于放弃了购买表现良好的小市值股票的机会。

因此，我们适当放宽条件，选择把风险暴露约束从“组合风险相对暴露度等于 0”调整为“组合风险相对暴露度的绝对值不超过某个上限值 θ_{risk} ”，具体约束如下：

✓ 市值风险约束：

$$\text{约束 5: } |MCE^T \cdot (w - w_{index}) + MCE_A^T \cdot (w_A - w_{Aindex})| \leq \theta_{riskMCE}$$

✓ 行业风险约束：

$$\text{约束 6: } |IE^T \cdot (w - w_{index}) + IE_A^T \cdot (w_A - w_{Aindex})| \leq \theta_{riskIE}$$

其中， $\theta_{riskMCE}$ 为市值风险相对暴露度上限值， θ_{riskIE} 为行业风险相对暴露度上限向量，其维数为 30，各元素分别对应 30 个行业的暴露度上限值。

4. 换手率约束

换手率约束指设立每次调仓的双边换手率上限，该上限可根据投资者的偏好及需求进行设定。

a. 换手率计算

双边换手率指本次调仓买入、卖出权重绝对值之和，计算公式如下：

$$TR = 1_w^T \cdot |w - w_0| + 1_B^T \cdot |0 - w_{B0}|$$

其中 w_{B0} 为集合 B 中股票对应的调仓前权重向量。 1_w 是与 w 维数相同的全 1 向量， 1_B 为与 w_{B0} 维数相同的全 1 向量。

该公式包含两部分， $1_B^T \cdot |0 - w_{B0}|$ 表示优化前已确定将产生的换手率，即 B 类股票（无需优化计算即可确定将全部卖出的股票）在本次调仓中的卖出权重绝对值之和，为已知信息； $1_w^T \cdot |w - w_0|$ 表示优化池中股票在本次调仓中买入、卖出股票权重的绝对值之和，为决策变量 w 的取值所决定，二者之和为本次调仓的总换手率。

由于 A 类股票调仓前后权重不变，既不买入也不卖出，因此计算换手率时无需考虑 A 类股票。

b. 换手率约束

使组合的双边换手率低于某个上限值，即可得到换手率约束：

$$\text{约束 7: } 1_w^T \cdot |w - w_0| + 1_B^T \cdot |0 - w_{B0}| \leq \theta_{TR}$$

其中， θ_{TR} 为人为规定的单次调仓换手率上限值，年化换手率上限 θ_{TRann} 等于 θ_{TR} 乘以调仓次数。

由于单次调仓的双边换手率最高为 2，年化换手率上限 θ_{TRann} 的最大值为调仓次数的 2 倍。

（四）参数设定及异常处理方案

上文介绍的各种约束条件中，存在一些需要人为设定的参数。若参数设定值过于极端，模型可能出现无解的状况（即部分约束条件无法同时满足）。

为避免此类状况的发生，我们经过大量实证，推荐读者参考下图中的“参数设定”和“异常状况处理方案”。

1. 实证测试参数设定参考值

模型中涉及参数的推荐设定值，如下表所示：

图表 14. 参数设定参考值

参数	含义	设定推荐值
c	单边交易费率	0.0015
θ_{bias}	相对上限法：个股偏离度上限	中证 500 指数：0.01 沪深 300 指数：0.015
θ_{index}	指数成分股权重总和下限	0.8
参数	含义	设定推荐值
$\theta_{riskMCE}$	市值因子相对风险暴露度上限	0 ~ 0.02
θ_{riskIE}	行业因子相对风险暴露度上限	0 ~ 0.1
θ_{Trann}	年化双边换手率上限	6 倍，12 倍，18 倍（月度调仓）

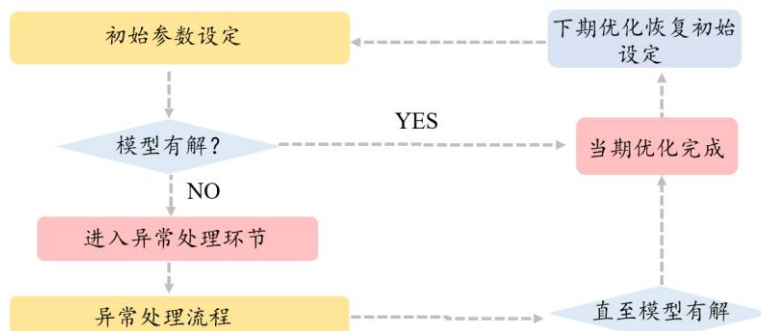
资料来源：中银证券

不同基准指数对应的个股偏离度上限 θ_{bias} 的参考值有所不同。相对于沪深 300 指数而言，中证 500 指数的成分股数量较多，每个成份股所占权重较小，其个股偏离度上限也不宜过大，因此中证 500 指数对应的 θ_{bias} 参考值低于沪深 300 指数对应的参考值。

2. 异常状况处理方案

每期调仓时，首先按照初始参数设定进行优化计算。如果模型出现无解的状况，则进入“异常处理流程”，通过调节参数的方式适当放宽部分约束以使模型最终有解，并在下一期重新恢复使用初始参数设定。异常状况处理方案框架如下图所示：

图表 15. 异常处理方案基本框架示意图



资料来源：中银证券

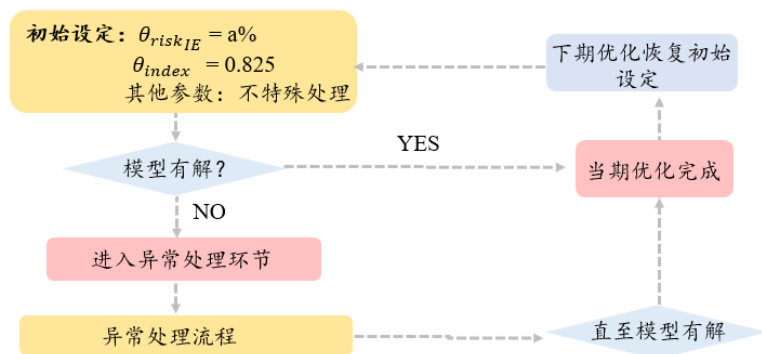
导致模型无解的常见原因如下：

- ✓ **原因一：**集合 A 中股票（即由于无法交易，调仓前后权重不变的股票）在部分行业的相对风险暴露度较高，无论如何调节优化池中股票的权重也无法使得组合在这些行业的相对风险暴露度低于上限参数 θ_{riskIE} 。
- ✓ **原因二：**集合 A 中非基准指数成分股的总权重超过 20%，导致无论如何调节优化池中股票的权重也无法使得基准指数成分股在组合中的总权重超过 80%。

针对上述原因，我们使用调整基准指数成分股总权重下限 θ_{index} 以及行业风险暴露度上限 θ_{riskIE} 的方式使模型有解，并通过对比测算结果得到一种使组合表现较为稳健的初始参数设定与异常处理流程，具体如下：

- ✓ **初始参数设定：**每次调仓时，首先将基准指数成分股总权重下限 θ_{index} 设置为 0.825，其他参数不进行特殊处理。目前业内多数指增组合要求基准指数成分股占比不低于 0.8，如果开始时就将 θ_{index} 设置为 0.8，则当模型无解时没有放宽基准指数成分股占比约束的空间。因此选择在每次调仓时，将 θ_{index} 设置为略高于 0.8 的 0.825，使得当模型无解时，可以通过将 θ_{index} 调回 0.8 而放宽约束，同时使得组合仍然满足业内普遍规定的“基准指数成分股占比不低于 0.8”的要求。

图表 16. 初始参数设定示意图



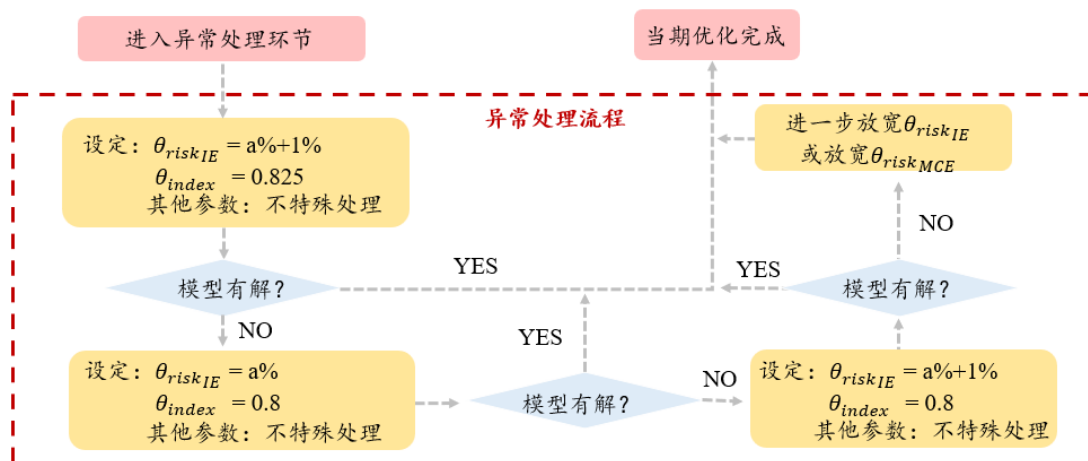
资料来源：中银证券

✓ 异常处理流程：

- 若依照初始参数设定得到的模型无解，首先考虑放宽行业风险暴露度约束（仅放宽该约束）。如果初始约束设定为“行业风险暴露度不超过 $a\%$ ”，则将该设定放宽至“行业风险暴露度不超过 $a\%+1\%$ ”。
- 若经过上一步调整后的模型仍然无解，则尝试仅放宽基准指数成分股占比约束，即将 θ_{index} 调回至最低值 0.8，并将行业风险约束度恢复为“行业风险暴露度不超过 $a\%$ ”。
- 若经过上一步调整后的模型仍然无解，则尝试同时放宽基准指数成分股占比约束及行业风险暴露度约束。即设定“行业风险暴露度不超过 $a\%+1\%$ ”， θ_{index} 为 0.8。

经回测，经过上述调整，一般可解决模型无解的问题。如果模型仍然异常，可考虑适当小幅放宽市值风险暴露度。（如果初始约束设定为“市值风险暴露度不超过 $b\%$ ”，则将其放宽至“行业风险暴露度不超过 $b\%+1\%$ ”）

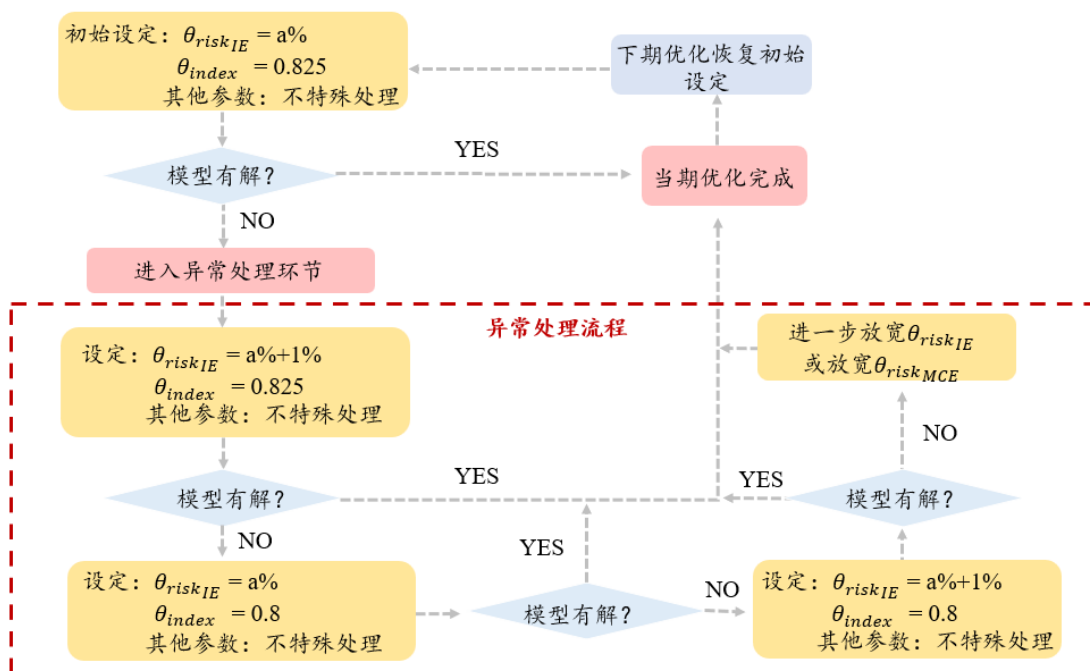
图表 17. 异常处理流程示意图



资料来源：中银证券

上述方案仅供参考，可根据具体需要进行调整。该方案的完整示意图如下图所示：

图表 18. 异常处理方案示意图



资料来源：中银证券

三、优化器实证分析

（一）因子选择与回测说明

为测试优化器的优化效果，我们以历史发布的深度报告《多因子选股系列（五）：价值盲区掘金因子-纳入市场对预期的修正效率》的价值盲区掘金因子为例，构建沪深 300 及中证 500 的指数增强组合，并测算其表现。细节设定如下：

1.调仓频率：月度调仓。调仓日为每月第一个交易日。

2.回测区间：

✓ 沪深 300 指数增强组合的回测区间为 2010 年 1 月至 2023 年 12 月；

✓ 中证 500 指数增强组合的回测区间为 2011 年 1 月至 2023 年 12 月；

3.初始权重：首次调仓时，认为所有股票的初始权重为 0，因此首次调仓的双边换手率为 1，不受换手率约束的限制（首次调仓不存在需要卖出的股票，买入的股票总权重为 1）。

4.参数设定：

✓ 所有计算中，单边交易费率统一设定为 0.0015。

✓ 所有沪深 300 指增组合，个股偏离度上限 θ_{bias} 统一设置为 0.015。

✓ 所有中证 500 指增组合，个股偏离度上限 θ_{bias} 统一设置为 0.01。

✓ 年化双边换手率上限 θ_{TRann} 取 {6, 12, 18}；市值因子相对风险暴露度上限 $\theta_{riskMCE}$ 取 {0.01, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0}，行业因子相对风险暴露度上限 θ_{riskIE} 取 {0.01, 0.1, 0.2}，进行网格化参数调整。（ θ_{riskIE} ， $\theta_{riskMCE}$ 严格设置为 0 时，易出现模型无解的情况，因此以 0.01 代替 0）。

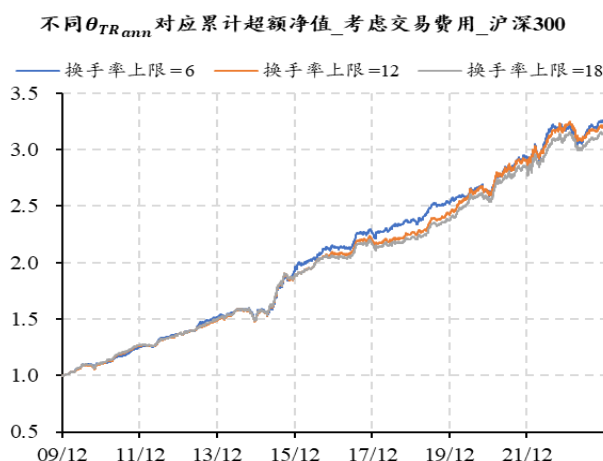
（二）回测结果

1.不同换手率上限 θ_{TRann} 的回测结果

我们测算了当市值因子相对风险暴露度上限及行业因子相对风险暴露度上限固定时，不同换手率上限 θ_{TRann} 对应的组合的表现。

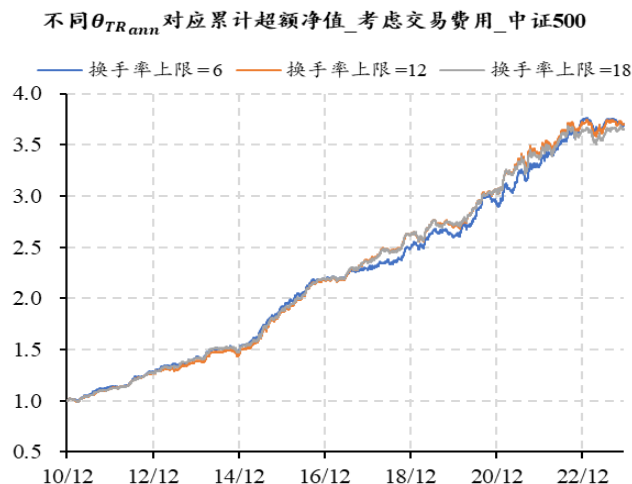
以 θ_{riskIE} 、 $\theta_{riskMCE}$ 皆取最小值 0.01 时，不同换手率上限 θ_{TRann} 对应组合为例，考虑交易费率时各组合超额累计净值表现如下图所示：

图表 19. 不同 θ_{TRann} 对应累计超额净值（沪深 300）



资料来源：Wind，中银证券

图表 20. 不同 θ_{TRann} 对应累计超额净值（中证 500）

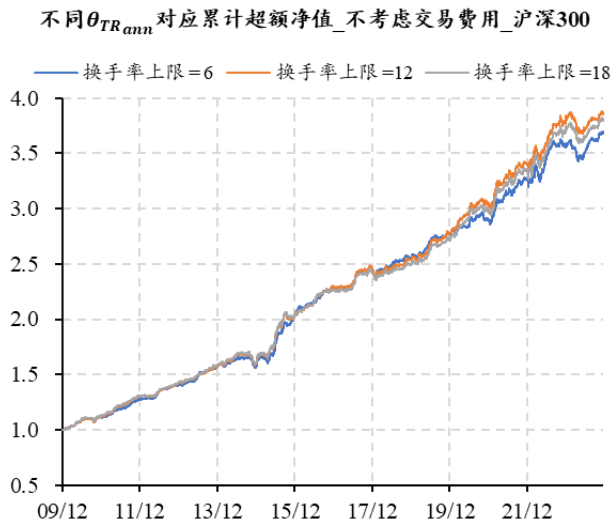


资料来源：Wind，中银证券

结果显示， θ_{TRann} 的变化对考虑交易费用时的组合超额净值表现的影响并不显著。

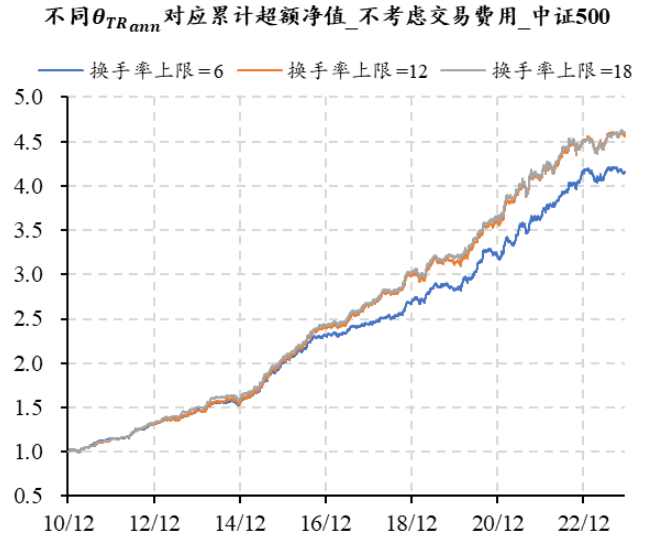
理论上当 θ_{TRann} 增加时，优化器的约束条件被放宽，计算自由度提升，组合超额净值应出现提升的趋势。为探究测算结果与预期不符的原因，我们测算不考虑交易费用时各组合的超额净值表现，并与考虑交易费用时各组合的超额净值表现进行对比。不考虑交易费用时各组合的超额净值如下图所示：

图表 21. 不同 θ_{TRann} 对应累计超额净值（沪深 300）



资料来源：Wind，中银证券

图表 22. 不同 θ_{TRann} 对应累计超额净值（中证 500）



资料来源：Wind，中银证券

测算结果显示，不考虑交易费用时， θ_{TRann} 不同的组合的超额净值具有比较显著的差异， θ_{TRann} 较大（取 12，18）时组合的表现优于 θ_{TRann} 较小（取 6）时组合的表现。增大时，组合的实际换手率提升，投资收益与交易费用都随之上升，二者的作用相互抵消，因此不同 θ_{TRann} 对应的考虑交易费用的超额净值之间的差异并不明显。

2. 不同相对风险暴露度上限 $\theta_{riskMCE}$ 、 θ_{TRann} 的回测结果

由于 θ_{TRann} 的变化对组合表现的影响并不显著，我们仅以 θ_{TRann} 取中间值 12 时的组合表现为例，展示不同 $\theta_{riskMCE}$ 、 θ_{TRann} 对回测结果的影响。

a. 沪深 300 指增组合回测结果

θ_{TRann} 取 12，调节组合的市值、行业相对风险暴露度上限 $\theta_{riskMCE}$ 及 θ_{riskIE} ，构建沪深 300 指数增强组合，回测结果如下：

✓ 跟踪误差控制

各组合的日均跟踪误差及年化跟踪误差如下图所示：

图表 23. 沪深 300 优化组合年化跟踪误差（%）

θ_{riskIE}	$\theta_{riskMCE}$					
	1%	20%	40%	60%	80%	100%
1%	3.97	4.21	4.49	5.00	5.41	5.79
10%	4.81	5.16	5.61	6.20	6.77	7.34
20%	4.98	5.31	5.73	6.26	6.86	7.50

资料来源：Wind，中银证券

图表 24. 沪深 300 优化组合日均跟踪误差 (%)

θ_{riskIE}	$\theta_{riskMCE}$					
	1%	20%	40%	60%	80%	100%
1%	0.03	0.03	0.04	0.03	0.03	0.03
10%	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04
20%	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04

资料来源: Wind, 中银证券

结果显示, 各组合的年化跟踪误差及日均跟踪误差均被控制在目标上限以内, 即年化跟踪误差未超过 7.75%, 日均跟踪误差未超过 0.05%, 优化器的“间接控制跟踪误差”的优化目标得以实现。

✓ 超额收益表现

各组合的年化超额收益率如下图所示:

图表 25. 沪深 300 优化组合年化超额收益率 (%)

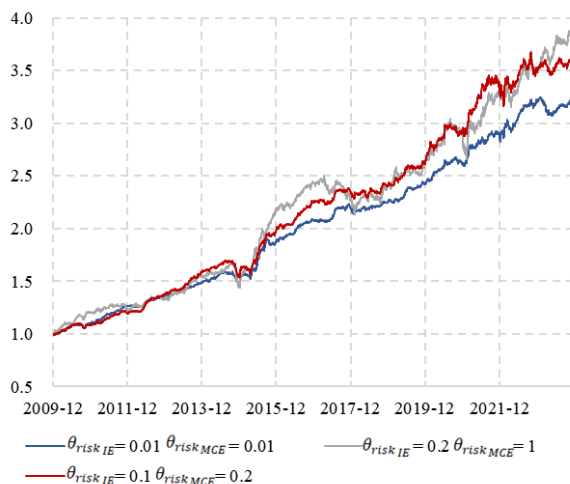
θ_{riskIE}	$\theta_{riskMCE}$					
	1%	20%	40%	60%	80%	100%
1%	8.72	8.89	9.33	8.73	8.35	8.76
10%	9.42	9.66	9.67	9.67	10.03	10.47
20%	9.42	9.73	9.82	9.91	9.79	10.21

资料来源: Wind, 中银证券

相比于风险暴露限制最严格的组合 ($\theta_{riskIE} = 1\%$, $\theta_{riskMCE} = 1\%$), 适当放宽行业、市值相对风险暴露度上限得到的组合年化超额收益率更高, 当 $\theta_{riskIE} = 10\%$, $\theta_{riskMCE} = 100\%$ 时组合的年化超额收益达到最大值 10.47%。

风险暴露限制最严格的组合 ($\theta_{riskIE} = 1\%$, $\theta_{riskMCE} = 1\%$), 最宽松的组合同 ($\theta_{riskIE} = 20\%$, $\theta_{riskMCE} = 100\%$), 以及参数设置适中的组合 ($\theta_{riskIE} = 10\%$, $\theta_{riskMCE} = 20\%$) 的超额净值及逐年超额收益表现如下图所示:

图表 26. 沪深 300 组合超额净值表现



资料来源: Wind, 中银证券

图表 27. 沪深 300 组合逐年超额收益率 (%)

年份	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	平均年化
$\theta_{riskIE} = 1\%$ $\theta_{riskMCE} = 1\%$	10.71	14.60	7.93	9.05	0.33	26.37	10.18	6.08	2.36	7.86	8.37	10.58	12.30	-0.51	8.72
$\theta_{riskIE} = 10\%$ $\theta_{riskMCE} = 20\%$	9.48	10.10	15.57	14.90	-2.33	29.15	13.00	4.43	2.38	8.29	11.41	14.77	5.42	2.69	9.66
$\theta_{riskIE} = 20\%$ $\theta_{riskMCE} = 100\%$	20.44	2.15	8.58	17.34	-7.36	52.24	11.60	-6.03	5.13	8.22	10.62	14.21	6.94	9.45	10.21

资料来源: Wind, 中银证券

b. 中证 500 指增组合回测结果

调节组合的市值、行业相对风险暴露度上限 $\theta_{riskMCE}$ 及 θ_{riskIE} , 构建中证 500 指数增强组合, 回测结果如下:

✓ 跟踪误差控制

各组合的日均跟踪误差及年化跟踪误差如下图所示:

图表 28. 中证 500 优化组合年化跟踪误差 (%)

θ_{riskIE}	$\theta_{riskMCE}$					
	1%	20%	40%	60%	80%	100%
1%	4.47	4.59	4.80	5.02	5.04	5.04
10%	4.72	4.80	4.94	5.22	5.28	5.28
20%	4.74	4.81	4.94	5.22	5.27	5.27

资料来源: Wind, 中银证券

图表 29. 中证 500 优化组合日均跟踪误差 (%)

θ_{riskIE}	$\theta_{riskMCE}$					
	1%	20%	40%	60%	80%	100%
1%	0.041	0.044	0.048	0.049	0.049	0.049
10%	0.042	0.045	0.047	0.049	0.049	0.049
20%	0.042	0.044	0.046	0.048	0.048	0.048

资料来源: Wind, 中银证券

结果显示, 各组合的年化跟踪误差及日均跟踪误差均被控制在目标上限以内, 即年化跟踪误差未超过 7.75%, 日均跟踪误差未超过 0.05%, 优化器的“间接控制跟踪误差”的优化目标得以实现。

✓ 超额收益表现

各组合的年化超额收益率如下图所示:

图表 30. 中证 500 优化组合年化超额收益率 (%)

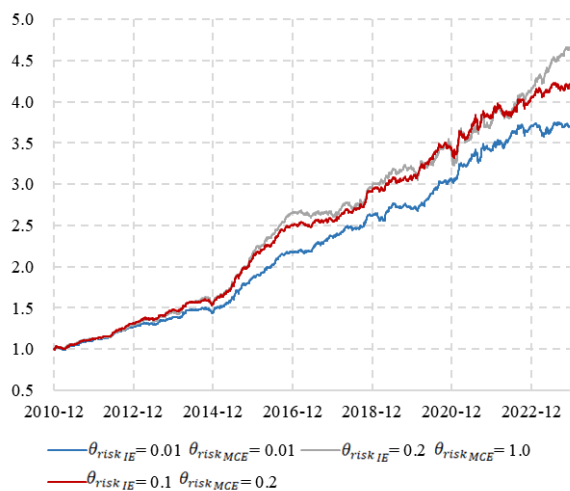
θ_{riskIE}	$\theta_{riskMCE}$					
	1%	20%	40%	60%	80%	100%
1%	10.68	11.52	12.52	12.80	12.90	12.90
10%	11.03	11.76	12.20	12.74	12.77	12.77
20%	11.03	11.55	12.12	12.66	12.65	12.65

资料来源: Wind, 中银证券

相比于风险暴露限制最严格的组合 ($\theta_{riskIE} = 1\%$, $\theta_{riskMCE} = 1\%$), 适当放宽行业、市值相对风险暴露度上限得到的组合年化超额收益率更高, 当 $\theta_{riskIE} = 1\%$, $\theta_{riskMCE} = 80\%$ 时组合的年化超额收益达到最大值 12.90%。

风险暴露限制最严格的组合 ($\theta_{riskIE} = 1\%$, $\theta_{riskMCE} = 1\%$), 最宽松的组 ($\theta_{riskIE} = 20\%$, $\theta_{riskMCE} = 100\%$), 以及参数设置适中的组合 ($\theta_{riskIE} = 10\%$, $\theta_{riskMCE} = 20\%$) 的超额净值及逐年超额收益表现如下图所示:

图表 31. 中证 500 组合超额净值表现



资料来源：Wind，中银证券

图表 32. 中证 500 组合逐年超额收益率（%）

年份	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	平均年化
$\theta_{risk_{IE}}=1\%$ $\theta_{risk_{MCE}}=1\%$	12.00	14.32	9.03	4.41	28.29	17.01	8.75	10.86	3.68	12.71	13.00	8.59	-0.07	10.68
$\theta_{risk_{IE}}=10\%$ $\theta_{risk_{MCE}}=20\%$	12.44	17.66	12.41	4.37	35.88	19.37	2.24	14.28	4.78	11.62	12.78	6.23	3.42	11.76
$\theta_{risk_{IE}}=20\%$ $\theta_{risk_{MCE}}=100\%$	12.67	14.83	12.63	6.68	38.73	23.39	-1.11	13.41	7.29	5.96	11.99	10.14	12.09	12.65

资料来源：Wind，中银证券

四、总结

本文对经典二次优化器进行简化处理，建立考虑交易费用的一次优化器模型，加入关于个股权重、权重总和、风险暴露、换手率四个方面的约束条件，并设置解决“模型无解”情况的异常处理机制。

为还原真实的交易环境，本文将股票池中所有个股根据“是否处于 ST 状态”，“是否停牌”，“是否涨跌停”，划分为“可直接确定调仓后权重”及“需要进行优化计算确定调仓后权重”两大类型分别进行处理，确保调仓时的交易行为满足交易限制的同时（如无法买入、卖出部分股票），得到的组合仍能满足各项约束条件。

本文对不同参数下的沪深 300、中证 500 指数增强组合进行回测，以测试优化器的优化效果。

根据回测结果可知，当参数设定合理时，优化器能够有效控制指数增强组合跟踪误差。调整风险暴露度上限 θ_{riskIE} 及 $\theta_{riskMCE}$ 等参数，能够提升优化组合的平均年化超额收益，同时面临跟踪误差上升的压力。

优化器使用者可根据自身对追求超额收益和控制跟踪误差的偏重程度，适当放宽各约束条件，得到最优的指数增强组合。

五、风险提示

量化模型因市场剧烈变动失效风险。

披露声明

本报告准确表述了证券分析师的个人观点。该证券分析师声明，本人未在公司内、外部机构兼任有损本人独立性与客观性的其他职务，没有担任本报告评论的上市公司的董事、监事或高级管理人员；也不拥有与该上市公司有关的任何财务权益；本报告评论的上市公司或其它第三方都没有或没有承诺向本人提供与本报告有关的任何补偿或其它利益。

中银国际证券股份有限公司同时声明，将通过公司网站披露本公司授权公众媒体及其他机构刊载或者转发证券研究报告有关情况。如有投资者于未经授权的公众媒体看到或从其他机构获得本研究报告的，请慎重使用所获得的研究报告，以防止被误导，中银国际证券股份有限公司不对其报告理解和使用承担任何责任。

评级体系说明

以报告发布日后公司股价/行业指数涨跌幅相对同期相关市场指数的涨跌幅的表现为基准：

公司投资评级：

买 入：预计该公司股价在未来 6-12 个月内超越基准指数 20% 以上；

增 持：预计该公司股价在未来 6-12 个月内超越基准指数 10%-20%；

中 性：预计该公司股价在未来 6-12 个月内相对基准指数变动幅度在-10%-10%之间；

减 持：预计该公司股价在未来 6-12 个月内相对基准指数跌幅在 10% 以上；

未有评级：因无法获取必要的资料或者其他原因，未能给出明确的投资评级。

行业投资评级：

强于大市：预计该行业指数在未来 6-12 个月内表现强于基准指数；

中 性：预计该行业指数在未来 6-12 个月内表现基本与基准指数持平；

弱于大市：预计该行业指数在未来 6-12 个月内表现弱于基准指数；

未有评级：因无法获取必要的资料或者其他原因，未能给出明确的投资评级。

沪深市场基准指数为沪深 300 指数；新三板市场基准指数为三板成指或三板做市指数；香港市场基准指数为恒生指数或恒生中国企业指数；美股市场基准指数为纳斯达克综合指数或标普 500 指数。

风险提示及免责声明

本报告由中银国际证券股份有限公司证券分析师撰写并向特定客户发布。

本报告发布的特定客户包括：1) 基金、保险、QFII、QDII 等能够充分理解证券研究报告，具备专业信息处理能力的中银国际证券股份有限公司的机构客户；2) 中银国际证券股份有限公司的证券投资顾问服务团队，其可参考使用本报告。中银国际证券股份有限公司的证券投资顾问服务团队可能以本报告为基础，整合形成证券投资顾问服务建议或产品，提供给接受其证券投资顾问服务的客户。

中银国际证券股份有限公司不得以任何方式或渠道向除上述特定客户外的公司个人客户提供本报告。中银国际证券股份有限公司的个人客户从任何外部渠道获得本报告的，亦不应直接依据所获得的研究报告作出投资决策；需充分咨询证券投资顾问意见，独立作出投资决策。中银国际证券股份有限公司不承担由此产生的任何责任及损失等。

本报告期内含保密信息，仅供收件人使用。阁下作为收件人，不得出于任何目的直接或间接复制、派发或转发此报告全部或部分内容予任何其他人，或将此报告全部或部分内容发表。如发现本研究报告被私自刊载或转发的，中银国际证券股份有限公司将及时采取维权措施，追究有关媒体或者机构的责任。所有本报告期内使用的商标、服务标记及标记均为中银国际证券股份有限公司或其附属及关联公司（统称“中银国际集团”）的商标、服务标记、注册商标或注册服务标记。

本报告及其所载的任何信息、材料或内容只提供给阁下作参考之用，并未考虑到任何特别的投资目的、财务状况或特殊需要，不能成为或被视为出售或购买或认购证券或其它金融票据的要约或邀请，亦不构成任何合约或承诺的基础。中银国际证券股份有限公司不能确保本报告中提及的投资产品适合任何特定投资者。本报告的内容不构成对任何人的投资建议，阁下不会因为收到本报告而成为中银国际集团的客户。阁下收到或阅读本报告须在承诺购买任何报告中所指之投资产品之前，就该投资产品的适合性，包括阁下的特殊投资目的、财务状况及其特别需要寻求阁下相关投资顾问的意见。

尽管本报告所载资料的来源及观点都是中银国际证券股份有限公司及其证券分析师从相信可靠的来源取得或达到，但撰写本报告的证券分析师或中银国际集团的任何成员及其董事、高管、员工或其他任何个人（包括其关联方）都不能保证它们的准确性或完整性。除非法律或规则规定必须承担的责任外，中银国际集团任何成员不对使用本报告的材料而引致的损失负任何责任。本报告对其中所包含的或讨论的信息或意见的准确性、完整性或公平性不作任何明示或暗示的声明或保证。阁下不应单纯依靠本报告而取代个人的独立判断。本报告仅反映证券分析师在撰写本报告时的设想、见解及分析方法。中银国际集团成员可发布其它与本报告所载资料不一致及有不同结论的报告，亦有可能采取与本报告观点不同的投资策略。为免生疑问，本报告所载的观点并不代表中银国际集团成员的立场。

本报告可能附载其它网站的地址或超级链接。对于本报告可能涉及到中银国际集团本身网站以外的资料，中银国际集团未有参阅有关网站，也不对它们的内容负责。提供这些地址或超级链接（包括连接到中银国际集团网站的地址及超级链接）的目的，纯粹为了阁下的方便及参考，连结网站的内容不构成本报告的任何部份。阁下须承担浏览这些网站的风险。

本报告所载的资料、意见及推测仅基于现状，不构成任何保证，可随时更改，毋须提前通知。本报告不构成投资、法律、会计或税务建议或保证任何投资或策略适用于阁下个别情况。本报告不能作为阁下私人投资的建议。

过往的表现不能被视作将来表现的指示或保证，也不能代表或对将来表现做出任何明示或暗示的保障。本报告所载的资料、意见及预测只是反映证券分析师在本报告所载日期的判断，可随时更改。本报告中涉及证券或金融工具的价格、价值及收入可能出现上升或下跌。

部分投资可能不会轻易变现，可能在出售或变现投资时存在难度。同样，阁下获得有关投资的价值或风险的可靠信息也存在困难。本报告中包含或涉及的投资及服务可能未必适合阁下。如上所述，阁下须在做出任何投资决策之前，包括买卖本报告涉及的任何证券，寻求阁下相关投资顾问的意见。

中银国际证券股份有限公司及其附属及关联公司版权所有。保留一切权利。

中银国际证券股份有限公司

中国上海浦东
银城中路 200 号
中银大厦 39 楼
邮编 200121
电话: (8621) 6860 4866
传真: (8621) 5888 3554

相关关联机构:

中银国际研究有限公司

香港花园道一号
中银大厦二十楼
电话: (852) 3988 6333
致电香港免费电话:
中国网通 10 省市客户请拨打: 10800 8521065
中国电信 21 省市客户请拨打: 10800 1521065
新加坡客户请拨打: 800 852 3392
传真: (852) 2147 9513

中银国际证券有限公司

香港花园道一号
中银大厦二十楼
电话: (852) 3988 6333
传真: (852) 2147 9513

中银国际控股有限公司北京代表处

中国北京市西城区
西单北大街 110 号 8 层
邮编: 100032
电话: (8610) 8326 2000
传真: (8610) 8326 2291

中银国际(英国)有限公司

2/F, 1 Lothbury
London EC2R 7DB
United Kingdom
电话: (4420) 3651 8888
传真: (4420) 3651 8877

中银国际(美国)有限公司

美国纽约市美国大道 1045 号
7 Bryant Park 15 楼
NY 10018
电话: (1) 212 259 0888
传真: (1) 212 259 0889

中银国际(新加坡)有限公司

注册编号 199303046Z
新加坡百得利路四号
中国银行大厦四楼(049908)
电话: (65) 6692 6829 / 6534 5587
传真: (65) 6534 3996 / 6532 3371