

# 2024 北京西城高三一模

## 物 理

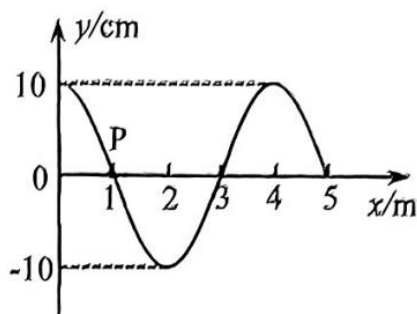
2024.4

本试卷共 10 页，100 分。考试时长 90 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

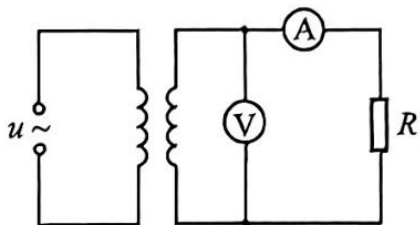
### 第一部分

本部分共 14 题，每题 3 分，共 42 分。在每题列出的四个选项中，选出最符合题目要求的一项。

1. 用激光照射金属挡板上的两条平行的狭缝，在挡板后面的屏上观察到明暗相间的条纹。这种现象属于光的（ ）  
A. 衍射现象 B. 干涉现象 C. 偏振现象 D. 全反射现象
2. 卢瑟福猜想在原子核内除质子外还存在着另一种粒子  $X$ ，后来科学家用  $\alpha$  粒子轰击铍核证实了这一猜想，该核反应方程为： ${}_2^4\text{He} + {}_4^9\text{Be} \rightarrow {}_6^{12}\text{C} + {}_n^m\text{X}$ ，则（ ）  
A.  $m=1, n=0$ ， $X$  是中子 B.  $m=1, n=0$ ， $X$  是电子  
C.  $m=0, n=1$ ， $X$  是中子 D.  $m=0, n=1$ ， $X$  是电子
3. 将一只压瘪的乒乓球放到热水中，发现乒乓球会恢复原状。在这个过程中，关于乒乓球内被封闭的气体，下列说法正确的是（ ）  
A. 气体分子的平均动能不变 B. 所有分子的运动速度都变大  
C. 气体吸收的热量大于其对外做的功 D. 气体吸收的热量等于其增加的内能
4. 一列简谐横波沿  $x$  轴传播，在  $t=0$  时的波形如图所示。已知  $x=1\text{m}$  处的质点  $P$  的位移  $y$  随时间  $t$  变化的关系式为  $y=0.1\sin(5\pi t)\text{m}$ 。下列说法正确的是（ ）



- A. 这列波的波长  $\lambda=5\text{m}$  B. 质点  $P$  此刻速度为零
- C. 这列波沿  $x$  轴负方向传播 D. 这列波的波速为  $10\text{m/s}$
5. 如图所示，理想变压器原、副线圈匝数之比为  $10:1$ ，原线圈接  $220\text{V}$  的正弦交流电源，副线圈接  $R=55\Omega$  的负载电阻，电流表、电压表均为理想电表。下列说法正确的是（ ）



- A. 电流表的示数为 4.0A
- B. 电压表的示数为 31.1V
- C. 若负载电阻的阻值减小，电压表的示数减小
- D. 若负载电阻的阻值减小，变压器的输入功率增大

6. 2023 年，我国首颗超低轨道实验卫星“乾坤一号”发射成功。“乾坤一号”是一颗绕地球做圆周运动的近地卫星。关于它的运动，下列说法正确的是（ ）

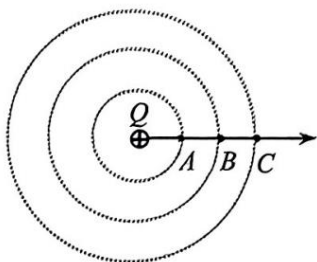
- A. 角速度大于地球自转的角速度
- B. 线速度大于地球的第一宇宙速度
- C. 线速度小于地球表面物体随地球自转的线速度
- D. 向心加速度小于地球表面的物体随地球自转的向心加速度

7. 如图是采用动力学方法测量空间站质量的原理图。已知飞船的质量为  $m$ ，其推进器工作时飞船受到的平均推力为  $F$ 。在飞船与空间站对接后，推进器工作时间为  $\Delta t$ ，测出飞船和空间站的速度变化为  $\Delta v$ 。下列说法正确的是（ ）



- A. 空间站的质量为  $\frac{F\Delta t}{\Delta v}$
- B. 空间站的质量为  $\frac{F\Delta t}{\Delta v} - m$
- C. 飞船对空间站的作用力大小为  $F$
- D. 飞船对空间站的作用力大小一定为  $m \frac{\Delta v}{\Delta t}$

8. 如图所示，点电荷  $Q$  周围的三个等势面是同心圆，等势面上的点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  在同一条电场线上，且  $AB = BC$ 。现将一电荷量为  $+q$  的试探电荷从  $A$  点由静止释放，试探电荷只受静电力作用，则（ ）

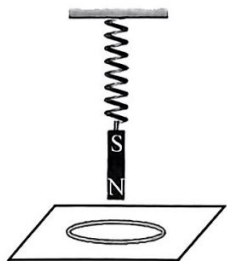


- A. 该电荷沿着电场线做匀加速直线运动
- B. 该电荷在  $AB$  段动能的增量小于  $BC$  段动能的增量

C. 该电荷在  $AB$  段电势能的减少量大于  $BC$  段电势能的减少量

D. 该电荷在  $AB$  段运动的时间小于  $BC$  段运动的时间

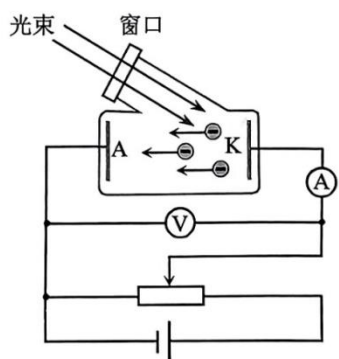
9. 如图所示，水平绝缘桌面上放着一个闭合铝环。绝缘材料制成的轻弹簧上端固定，下端悬挂一个磁铁，磁铁位于铝环中心上方。将磁铁下端  $N$  极向下拉，在其下降一定高度时由静止释放。此后，磁铁开始运动，铝环保持静止，弹簧始终在弹性限度内，不计空气阻力。则在磁铁向下的运动过程中（ ）



A. 俯视看铝环中的电流沿顺时针方向 B. 铝环对桌面的压力大于它的重力

C. 磁铁运动过程中只受到两个力的作用 D. 磁铁和弹簧组成的系统机械能守恒

10. 研究光电效应现象的装置如图所示。图中  $K$ 、 $A$  是密封在真空玻璃管中的两个电极， $K$  极受到光照时能够发射电子。当用光子能量为  $2.82\text{eV}$  的光照射  $K$  极时，电流表的读数为  $30\mu\text{A}$ ，移动滑动变阻器的滑片，当电压表的示数等于  $1\text{V}$  时，电流表读数为零，保持滑片位置不变。下列说法中正确的是（ ）



A. 光电子的最大初动能为  $1.82\text{eV}$

B.  $K$  极材料的逸出功为  $1\text{eV}$

C. 电流表的读数为  $30\mu\text{A}$  时，电压表的示数大于  $1\text{V}$

D. 仅将电源正负极对调，电流表示数一定大于  $30\mu\text{A}$

11. 如图 1 所示，长为  $R$  且不可伸长的轻绳一端固定在  $O$  点，另一端系一小球，使小球在竖直面内做圆周运动。由于阻力的影响，小球每次通过最高点时速度大小不同。测量小球经过最高点时速度的大小  $v$ 、绳子拉力的大小  $F$ ，作出  $F$  与  $v^2$  的关系图线如图 2 所示。下列说法中正确的是（ ）



图 1

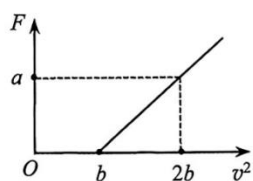
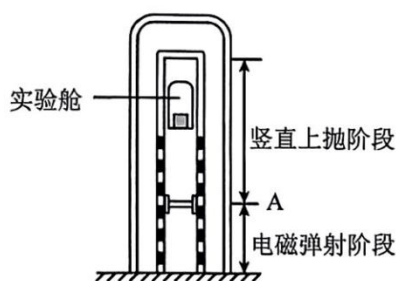


图 2

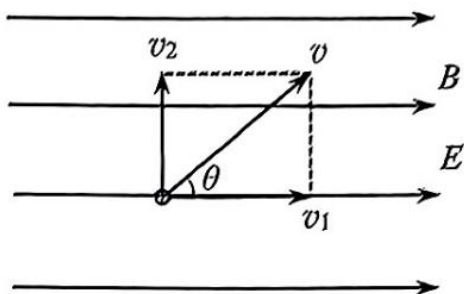
- A. 根据图线可以得出小球的质量  $m = \frac{aR}{b}$
- B. 根据图线可以得出重力加速度  $g = \frac{a}{R}$
- C. 绳长不变，用质量更小的球做实验，得到的图线斜率更大
- D. 用更长的绳做实验，得到的图线与横轴交点的位置不变

12. 2023 年 7 月，由中国科学院研制的电磁弹射实验装置启动试运行，该装置在地面构建微重力实验环境，把“太空”搬到地面。实验装置像一个“大电梯”，原理如图所示，在电磁弹射阶段，电磁弹射系统推动实验舱竖直向上加速运动至 A 位置，撤除电磁作用。此后，实验舱做竖直上抛运动，到达最高点后返回 A 位置，再经历一段减速运动后静止。某同学查阅资料了解到：在上述过程中的某个阶段，忽略阻力，实验舱处于完全失重状态，这一阶段持续的时间为 4s，实验舱的质量为 500kg。他根据上述信息，取重力加速度  $g = 10\text{m/s}^2$ ，做出以下判断，其中正确的是（ ）



- A. 实验舱向上运动的过程始终处于超重状态
- B. 实验舱运动过程中的最大速度为 40m/s
- C. 向上弹射阶段，电磁弹射系统对实验舱做功大于  $1 \times 10^5 \text{J}$
- D. 向上弹射阶段，电磁弹射系统对实验舱的冲量等于  $1 \times 10^4 \text{N} \cdot \text{s}$

13. 如图所示，匀强电场和匀强磁场的方向均水平向右。一个正离子在某时刻速度的大小为  $v$ ，方向与电场磁场方向夹角为  $\theta$ 。当速度方向与磁场不垂直时，可以将速度分解为平行于磁场方向的分量  $v_1$  和垂直于磁场方向的分量  $v_2$  来进行研究。不计离子重力，此后一段时间内，下列说法正确的是（ ）



- A. 离子受到的洛伦兹力变大    B. 离子加速度的大小不变
- C. 电场力的瞬时功率不变    D. 速度与电场方向的夹角  $\theta$  变大

14. 2023 年诺贝尔物理学奖授予了“产生阿秒光脉冲的实验方法”。阿秒 (as) 是一个极短的时间单位， $1\text{as} = 10^{-18}\text{s}$ 。阿秒光脉冲是一种发光持续时间在 as 量级的光脉冲，它相当于一个足够快的“快门”，帮

助人们“拍摄”高速运动的电子，从而“打开电子世界的大门”。

产生阿秒光脉冲的模型是：用强激光照射某些气体，由于激光的电场是交变电场，该电场的电场强度和原子内部的库仑场的强度相当时，电子就可能“电离”成为自由电子；电离后的自由电子在激光电场作用下“加速”；当激光的电场反向后，一些电子就有可能飞到被电离的原子附近并与其“复合”回到基态，同时释放出一个高能光子，其频率为入射强激光频率的整数倍，称为高次谐波光子。在适当的条件下，大量原子辐射出高次谐波叠加形成脉冲宽度为阿秒量级的光脉冲。根据上述信息并结合已有的知识，判断下列说法正确的是（ ）

- A. 在 1 阿秒的时间内，光前进的距离约为 0.3mm
- B. 电子复合时释放的光子能量等于电子在激光场中加速时获得的能量
- C. 电子的“电离”“加速”和“复合”将周期性地发生，时间间隔与激光电场的周期有关
- D. 强激光光子能量是高次谐波光子能量的整数倍

## 第二部分

本部分共 6 题，共 58 分。

15. (8 分) (1) 如图 1 所示，在“探究两个互成角度的力的合成规律”实验中，用手通过两个弹簧测力计共同拉动小圆环。小圆环静止时，由两个测力计的示数得到拉力  $F_1$  和  $F_2$  的大小，此外还必须\_\_\_\_\_。

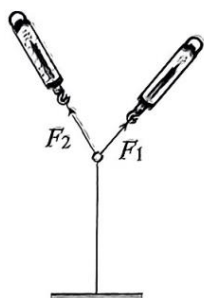


图 1

- A. 记录小圆环的位置
- B. 记录两细线的方向
- C. 测量两细线的夹角
- D. 测量橡皮条的伸长量

(2) “用单摆测量重力加速度的大小”的实验装置如图 2 所示。

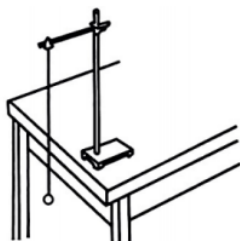


图 2

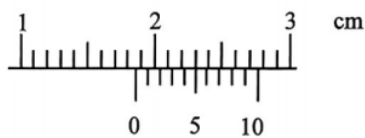


图 3

①用游标卡尺测量摆球直径如图 3 所示，摆球直径  $d =$  \_\_\_\_\_ mm。若测出摆线长  $l$  及单摆完成  $n$  次全振动所用的时间  $t$ ，则重力加速度的大小， $g =$  \_\_\_\_\_ (用  $l$ 、 $n$ 、 $t$ 、 $d$  表示)。

②改变摆长  $L$ ，用多组实验数据作出  $T^2 - L$  图像也可以求出重力加速度。如图 4 所示，测得的数据点拟合后，在一条过原点的直线上，直线的斜率为  $k$ 。由此可得重力加速度的大小， $g =$  \_\_\_\_\_ (用  $k$  表示)。

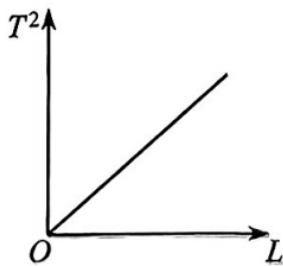


图 4

16. (10 分)

根据闭合电路的欧姆定律，电源电动势  $E$  和内阻  $r$ 、路端电压  $U$ 、电流  $I$  的关系为  $E = U + Ir$ 。依据这一原理，甲同学用图 1 所示的电路测量电源的电动势和内阻。

(1) 闭合开关前，应将滑动变阻器的滑片置于最\_\_\_\_\_端（选填“左”或“右”）。

(2) 调节滑动变阻器的滑片，记录多组电压表和电流表的示数，在坐标纸上标出相应的数据点，作出  $U-I$  图线如图 2 所示。根据图线测得该电源的电动势  $E_{\text{测}1}$  = \_\_\_\_\_ V，内电阻  $r_{\text{测}1}$  = \_\_\_\_\_  $\Omega$ 。（结果均保留 2 位有效数字）

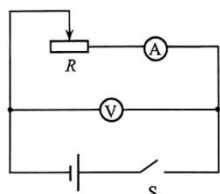


图 1

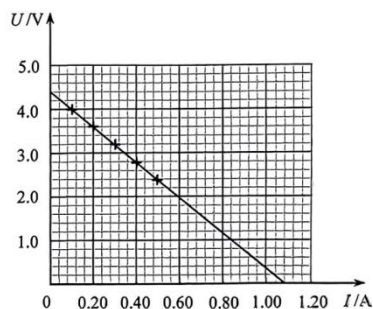


图 2

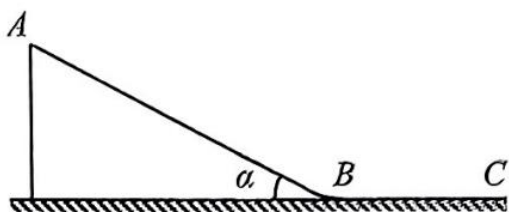
(3) 由于电表并非理想电表，导致\_\_\_\_\_（选填“电压”或“电流”）的测量存在系统误差。在图 2 上定性画出没有电表内阻影响的理想情况的  $U-I$  图线，画出图线与横纵坐标轴的交点。

(4) 乙同学拆除电流表和滑动变阻器，直接读取电压表示数为  $E_{\text{测}2}$ 。若电源的电动势为  $E$ ，内阻为  $r$ 。电流表、电压表的内电阻分别为  $R_A$ 、 $R_V$ 。根据图像和电路关系，仅从系统误差的角度来看， $E_{\text{测}1}$  \_\_\_\_\_

$E_{\text{测}2}$ ， $\frac{E}{r}$  \_\_\_\_\_  $\frac{E_{\text{测}1}}{r_{\text{测}1}}$ （均选填“<”“=”或“>”）。可知  $r_{\text{测}1}$  = \_\_\_\_\_（用电源和电表内阻表示）。

17. (9 分)

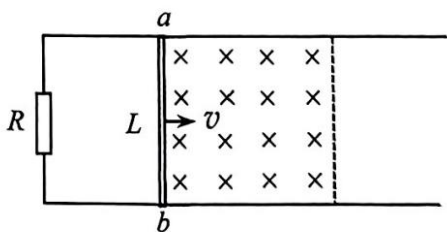
儿童滑梯可简化为如图所示的模型。滑梯下滑区  $AB$  的长  $L = 4\text{m}$ ，倾角  $\alpha = 37^\circ$ 。一个质量  $m = 20\text{kg}$  的儿童从滑梯顶部  $A$  点由静止滑下，最后停在水平缓冲区  $BC$  上。若儿童与  $AB$ 、 $BC$  部分的动摩擦因数均为 0.5，儿童经过两段连接处速度的大小不变。 $\sin 37^\circ = 0.6$ ， $\cos 37^\circ = 0.8$ ，取重力加速度  $g = 10\text{m/s}^2$ 。求：



- (1) 儿童运动到  $B$  点时速度的大小  $v$ ;
- (2) 缓冲区  $BC$  部分的最小长度  $x$ ;
- (3) 整个过程中摩擦阻力对儿童做的功  $W_f$ 。

18. (9 分)

磁力刹车是为了保证过山车在最后进站时的安全而设计的一种刹车形式。在轨道之间设置较强的磁场，刹车金属片安装在过山车底部，该装置（俯视）可简化为如图所示的模型：水平导轨间距为  $L$ ，刹车金属片等效为一根金属杆  $ab$ ，整个回路的等效电阻为  $R$ 。磁场区域为方向竖直向下的匀强磁场，磁感应强度的大小为  $B$ ，过山车的总质量为  $m$ 。过山车以速度  $v$  进入磁场区域，通过磁场区域后速度变为  $0.5v$ 。磁力刹车阶段不计摩擦力和空气阻力。



- (1) 求杆  $ab$  刚进入磁场区域时，受到的安培力  $F$  的大小和方向。
- (2) 求过山车通过磁场区域的过程中，电路中产生的焦耳热  $Q$ 。
- (3) 求磁力刹车阶段过山车加速度大小  $a$  的变化范围。为使过山车加速度的大小不超过  $a_0$ ，磁感应强度的大小应满足什么条件？

19. (10 分)

我国的东方超环（EAST）是研究可控核聚变反应的超大型科学实验装置。该装置需要将高速运动的离子变成中性粒子，没有被中性化的离子对实验装置有很大的破坏作用，因此需要利用“偏转系统”将其从粒子束中剥离出来。“偏转系统”的原理简图如图 1 所示，包含中性粒子和带电离子的混合粒子进入由一对平行带电极板构成的匀强电场区域，混合粒子进入电场时速度方向与极板平行，极板右侧存在匀强磁场区域。离子在电场磁场区域发生偏转，中性粒子继续沿原方向运动，到达接收器。已知离子带正电、电荷量为  $q$ ，质量为  $m$ ，速度为  $v$ ，两极板间距为  $d$ 。离子和中性粒子的重力可忽略不计，不考虑粒子间的相互作用。



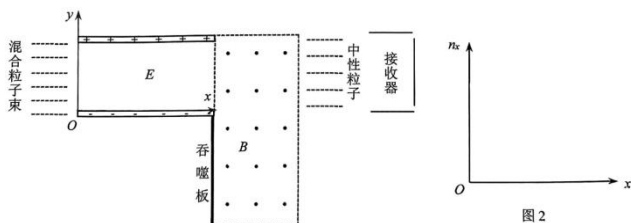


图 1

图 2

(1) 两极板间不加电压，只利用磁场使离子发生偏转，若恰好所有离子均被图 1 中的吞噬板吞噬，求磁场的磁感应强度的大小  $B$ 。

(2) 以下极板左端点为坐标原点建立坐标系，沿板建立  $x$  轴，垂直板建立  $y$  轴，如图 1 所示。假设离子在混合粒子束中是均匀分布的，单位时间内通过  $y$  轴单位长度进入电场的离子数为  $n$ 。在两极板间加电压  $U$ ，恰好所有离子均被吸附在下极板。

a. 求极板的长度  $L$ ，并分析落在  $x$  轴上坐标为  $x \sim x + \Delta x$  范围内的离子，进入电场时通过  $y$  轴的坐标范围。

b. 离子落在极板上的数量分布呈现一定的规律，若单位时间内落在下极板  $x$  位置附近单位长度上的离子数量为  $n_x$ ，求  $n_x$  随  $x$  变化的规律，在图 2 中作出  $n_x - x$  图像，说明图线与横轴所围面积的物理意义。（若  $\Delta x$

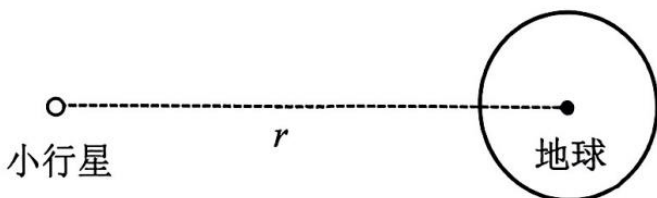
远小于  $x$ ，则  $(x + \Delta x)^2 \approx x^2 + 2x\Delta x$ ）

20. (12 分)

小行星撞击地球虽然发生概率较低，却会使地球生命面临重大威胁。我国已经提出了近地小行星防御的发展蓝图，计划在 2030 年实现一次对小行星的动能撞击，2030 至 2035 年间实现推离偏转。

已知地球质量为  $M$ ，可视为质量分布均匀的球体，引力常量为  $G$ 。若一颗质量为  $m$  的小行星距离地心为  $r$

时，速度的大小  $v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$ ， $m$  远小于  $M$ 。不考虑地球运动及其它天体的影响。



(1) 若小行星的速度方向垂直于它与地心的连线，通过分析判断该小行星能否围绕地球做圆周运动。

(2) 若小行星的速度方向沿着它与地心的连线指向地心。已知取无穷远处的引力势能为零，则小行星在距地心为  $r$  处的引力势能  $E_p = -G \frac{Mm}{r}$ 。

a. 设想提前发射质量为  $0.1m$  的无人飞行器，在距离地心为  $r$  处与小行星发生迎面撞击，小行星撞后未解体。将撞击过程简化为完全非弹性的对心碰撞。为彻底解除小行星对地球的威胁，使其不与地球碰撞。求飞行器撞击小行星时的最小速度  $v_0$ 。

b. 设想对小行星施加适当的“推力”后，使其在距离地心为  $r$  处的速度方向与它和地心连线的夹角变为  $30^\circ$ ，速度大小不变，也能解除对地球的威胁。已知小行星仅在地球引力作用下的运动过程，它与地心的连线在任意相等时间内扫过相等的面积。求小行星在此后的运动过程中，距地心的最近距离  $r_0$ 。



## 参考答案

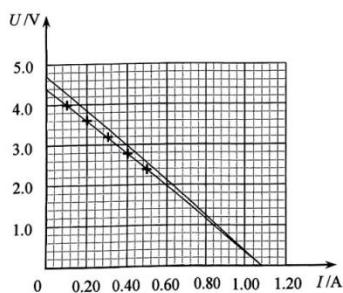
第一部分共 14 题，每题 3 分，共 42 分。

1. B 2. A 3. C 4. D 5. D 6. A 7. B 8. C 9. B 10. D 11. A 12. C 13. B 14. C

第二部分共 6 题，共 58 分。

15. (1) AB (2) ①  $18.5 \frac{4\pi^2 n^2 \left(l + \frac{d}{2}\right)}{t^2}$  ②  $\frac{4\pi^2}{k}$

16. (1) 左 (2) 4.4 4.0-4.2 (3) 电流 连线



答图 1

(4)  $=, =, \frac{R_V \cdot r}{R_V + r}$

17. (1) 法一：设儿童由  $A$  点运动到  $B$  点的过程中，加速度的大小为  $a_1$

根据牛顿第二定律有  $mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha = ma_1$  得  $a_1 = 2\text{m/s}^2$

根据匀变速直线运动的规律有  $v^2 = 2a_1L$  得  $v = 4\text{m/s}$

法二：根据动能定理有  $mgL\sin\alpha - \mu mgL\cos\alpha = \frac{1}{2}mv^2$  得  $v = 4\text{m/s}$

(2) 法一：设儿童由  $B$  点运动到  $C$  点的过程中，加速度的大小为  $a_2$

根据牛顿第二定律有  $\mu mg = ma_2$  得  $a_2 = 5\text{m/s}^2$

根据匀变速直线运动的规律有  $0 - v^2 = -2a_2x$  得  $x = 1.6\text{m}$

法二：根据动能定理有  $-\mu mgx = 0 - \frac{1}{2}mv^2$  得  $x = 1.6\text{m}$

(3) 儿童从  $A$  点运动到  $C$  点的过程

根据动能定理有  $mgL\sin\alpha + W_f = 0$  得  $W_f = -480\text{J}$

18. (1) 杆  $ab$  通过磁场的过程，产生的感应电动势为  $E = BLv$

根据闭合电路欧姆定律，回路的感应电流的大小  $I = \frac{BLv}{R}$

杆  $ab$  受到的安培力大小  $F = BIL = \frac{B^2 L^2 v}{R}$

杆  $ab$  受到的安培力方向与速度方向相反

(2) 杆  $ab$  通过磁场的过程中

根据能量守恒定律有  $Q = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}m\left(\frac{v}{2}\right)^2 = \frac{3}{8}mv^2$

(3) 设杆  $ab$  刚进入磁场时加速度的大小为  $a_1$

根据牛顿第二定律有  $F = ma_1$  得  $a_1 = \frac{B^2 L^2 v}{mR}$

同理, 杆  $ab$  即将离开磁场时的加速度大小  $a_2 = \frac{B^2 L^2 v}{2mR}$

磁力刹车阶段过山车的加速度大小的变化范围为  $\frac{B^2 L^2 v}{2mR} \sim \frac{B^2 L^2 v}{mR}$

为使加速度的大小不超过  $a_0$ , 则  $\frac{B^2 L^2 v}{mR} \leq a_0$  得  $B \leq \sqrt{\frac{mRa_0}{L^2 v}}$

19. (1) 离子恰好被全部吞噬时, 离子的运动半径  $R = \frac{d}{2}$

由洛伦兹力提供向心力  $qvB = m\frac{v^2}{R}$  得  $B = \frac{2mv}{qd}$

(2) a. 离子恰好全部落在下极板, 则从上极板边缘进入电场中的离子沿板方向做匀速直线运动有  $L = vt$

离子受到电场力  $F = \frac{U}{d}q$  根据牛顿第二定律有  $a = \frac{F}{m} = \frac{Uq}{dm}$

垂直板方向做匀变速直线运动有  $d = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\frac{Uq}{dm}\left(\frac{L}{v}\right)^2$

得  $L = vd\sqrt{\frac{2m}{Uq}}$

落在下极板  $x$  位置的离子, 在电场中的运动时间  $t' = \frac{x}{v}$

进入电场时的纵坐标  $y_1 = \frac{1}{2}at'^2 = \frac{1}{2}\frac{Uq}{dm}\left(\frac{x}{v}\right)^2$

同理, 落在下极板  $x + \Delta x$  位置的离子

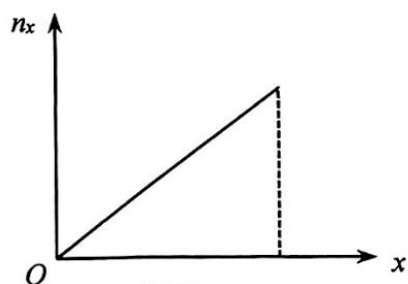
进入电场时纵坐标  $y_2 = \frac{1}{2}\frac{Uq}{dm}\left(\frac{x + \Delta x}{v}\right)^2$

离子从  $\frac{1}{2}\frac{Uq}{dm}\left(\frac{x}{v}\right)^2 \sim \frac{1}{2}\frac{Uq}{dm}\left(\frac{x + \Delta x}{v}\right)^2$  区间进入电场

b. 单位时间从  $y_1 \sim y_2$  范围内进入电场的离子, 落在  $x \sim x + \Delta x$  区间

由离子数量相等有  $n(y_2 - y_1) = n_x \Delta x$  得  $n_x = \frac{nqU}{dmv^2} x$

图像如图所示，图线下的面积代表单位时间内落在下极板的离子数



答图 2

20. (1) 若小行星在该位置做匀速圆周运动，设速度大小为  $v_1$

由万有引力提供向心力  $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v_1^2}{r}$  得  $v_1 = \sqrt{\frac{GM}{r}}$

由于  $v \neq v_1$  小行星不能围绕地球做圆周运动

(2) a. 设碰撞后小行星的速度大小为  $v_2$

为彻底解除小行星的威胁，应使小行星被撞后能运动至无穷远处

根据能量守恒定律有  $-G \frac{(m+0.1m) \cdot M}{r} + \frac{1}{2} (m+0.1m) \cdot v_2^2 = 0$

得  $v_2 = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$

以飞行器速度方向为正方向，飞行器撞击小行星的过程

根据动量守恒定律有  $0.1mv_0 - mv = (0.1m + m)v_2$

得  $v_0 = 21\sqrt{\frac{2GM}{r}}$

b. 设小行星离地心最近时，速度的大小为  $v_3$

小行星与地心的连线在相等时间扫过相等面积有  $vr \sin \theta = v_3 r_0$

根据能量守恒定律有  $-G \frac{Mm}{r} + \frac{1}{2} mv^2 = -G \frac{Mm}{r_0} + \frac{1}{2} mv_3^2$

得  $r_0 = \frac{1}{4} r$