2024 北京东城高三一模

数　学

2024.4

本试卷共 6 页，150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

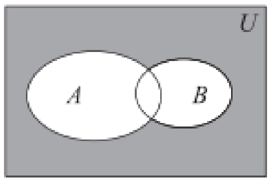
第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

（1）如图所示，U 是全集，A，B 是 U 的子集，则阴影部分所表示的集合是

（A）$A\cap B$　　（B）$A\cup B$

（C）$\complement_U(A\cap B)$　　（D）$\complement_U(A\cup B)$



（2）已知 $a,b\in\mathbf{R}$，$ab\neq 0$，且 $a<b$，则

（A）$\dfrac{1}{a}>\dfrac{1}{b}$　　（B）$ab<b^2$　　（C）$a^3<b^3$　　（D）$\lg|a|<\lg|b|$

（3）已知双曲线 $x^2-my^2=1$ 的离心率为 2，则 $m=$

（A）3　　（B）$\dfrac{1}{3}$　　（C）-3　　（D）$-\dfrac{1}{3}$

（4）设函数 $f(x)=\dfrac{1}{\ln x}+1$，有

（A）$f(x)+f\left(\dfrac{1}{x}\right)=2$　　（B）$f(x)-f\left(\dfrac{1}{x}\right)=2$

（C）$f(x)f\left(\dfrac{1}{x}\right)=2$　　（D）$f(x)=2f\left(\dfrac{1}{x}\right)$

（5）已知函数 $f(x)=t\sin\omega x+\cos\omega x\ (\omega>0,t>0)$ 的最小正周期为 π，最大值为 $\sqrt{2}$，则函数 $f(x)$ 的图象

（A）关于直线 $x=-\dfrac{\pi}{4}$ 对称　　（B）关于点 $(-\dfrac{\pi}{4},0)$ 对称

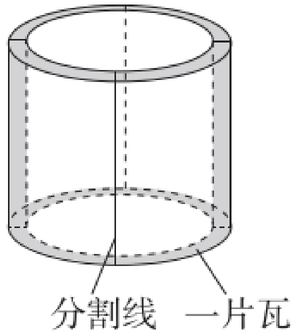
（C）关于直线 $x=\dfrac{\pi}{8}$ 对称　　（D）关于点 $(\dfrac{\pi}{8},0)$ 对称

（6）已知 $(x+m)^4=a_4x^4+a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$，若 $a_0+a_1+a_2+a_3+a_4=81$，则 m 的取值可以为

（A）2　　（B）1　　（C）-1　　（D）-2

（7）《天工开物》是我国明代科学家宋应星所著的一部综合性科学技术著作，书中记载了一种制造瓦片的方法. 某校高一年级计划实践这种方法，为同学们准备了制瓦用的粘土和圆柱形的木质圆桶，圆桶底面外圆的直径为 20cm，高 20cm．首先，在圆桶的外侧面均匀包上一层厚度为 2cm 的粘土，然后，

沿圆桶母线方向将粘土层分割成四等份（如图），等粘土干后，即可得到大小相同的四片瓦.每位同学制作四片瓦，全年级共 500 人，需要准备的粘土量（不计损耗）与下列哪个数字最接近.（参考数据：$\pi \approx 3.14$）



（A）$0.8\,m^3$

（B）$1.4\,m^3$

（C）$1.8\,m^3$

（D）$2.2\,m^3$

（8）设等差数列$\{a_n\}$的公差为d，则“$0 < a_1 < d$”是“$\{\frac{a_n}{n}\}$为递增数列”的

（A）充分不必要条件　　（B）必要不充分条件

（C）充分必要条件　　（D）既不充分也不必要条件

（9）如图 1，正三角形ABD与以BD为直径的半圆拼在一起，C是BD的中点，O为ΔABD的中心. 现将ΔABD沿BD翻折为ΔA_1BD，记ΔA_1BD的中心为O_1，如图 2. 设直线CO_1与平面BCD的夹角为θ，则$\sin\theta$的最大值为

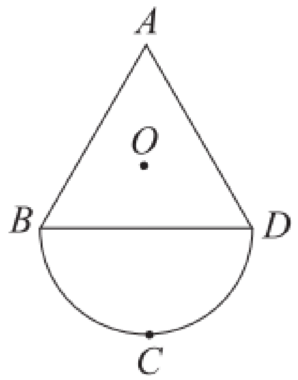


图 1

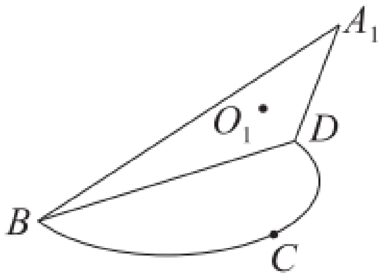


图 2

（A）$\frac{1}{3}$　（B）$\frac{1}{2}$　（C）$\frac{\sqrt{3}}{3}$　（D）$\frac{\sqrt{6}}{3}$

（10）已知$f(x)$是定义在 **R** 上的函数，其图象是一条连续不断的曲线，设函数$g_a(x)=\frac{f(x)-f(a)}{x-a}(a\in\mathbf{R})$，下列说法正确的是

（A）若$f(x)$在 **R** 上单调递增，则存在实数a，使得$g_a(x)$在$(a,+\infty)$上单调递增

（B）对于任意实数a，若$g_a(x)$在$(a,+\infty)$上单调递增，则$f(x)$在 **R** 上单调递增

（C）对于任意实数a，若存在实数$M_1>0$，使得$|f(x)|<M_1$，则存在实数$M_2>0$，使得$|g_a(x)|<M_2$

（D）若函数$g_a(x)$满足：当$x\in(a,+\infty)$时，$g_a(x)\ge 0$，当$x\in(-\infty,a)$时，$g_a(x)\le 0$，则$f(a)$为$f(x)$的最小值

第二部分（非选择题　共 110 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

（11）若复数 $z=\dfrac{1+\mathrm{i}}{\mathrm{i}}$，则 $|z|=$__________.

（12）设向量 $\boldsymbol{a}=(1,m)$, $\boldsymbol{b}=(3,-4)$，且 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|$，则 $m=$__________.

（13）已知角 α,β 的终边关于直线 $y=x$ 对称，且 $\sin(\alpha-\beta)=\dfrac{1}{2}$，则 α,β 的一组取值可以是 $\alpha=$___，$\beta=$___ .

（14）已知抛物线 $C_1:y^2=4x$ 的焦点为 F_1，则 F_1 的坐标为______；抛物线 $C_2:y^2=8x$ 的焦点为 F_2，若直线 $y=m(m\neq 0)$ 分别与 C_1，C_2 交于 P，Q 两点，且 $|PF_1|-|QF_2|=1$，则 $|PQ|=$_____.

（15）已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数，满足 $a_{n+1}=ca_n^{\ 2}+a_n$，其中常数 $c\in\mathbf{R}$.给出下列四个判断：

①若 $a_1=1$，$c<0$，则 $a_n<\dfrac{1}{n+1}$ $(n\geq 2)$；

②若 $c=-1$，则 $a_n<\dfrac{1}{n+1}$ $(n\geq 2)$；

③若 $c=1$，$a_n>n$ $(n\geq 2)$，则 $a_1>1$；

④ $a_1=1$，存在实数 c，使得 $a_n>n$ $(n\geq 2)$.

其中所有正确判断的序号是___.

三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

(16)（本小题 13 分）

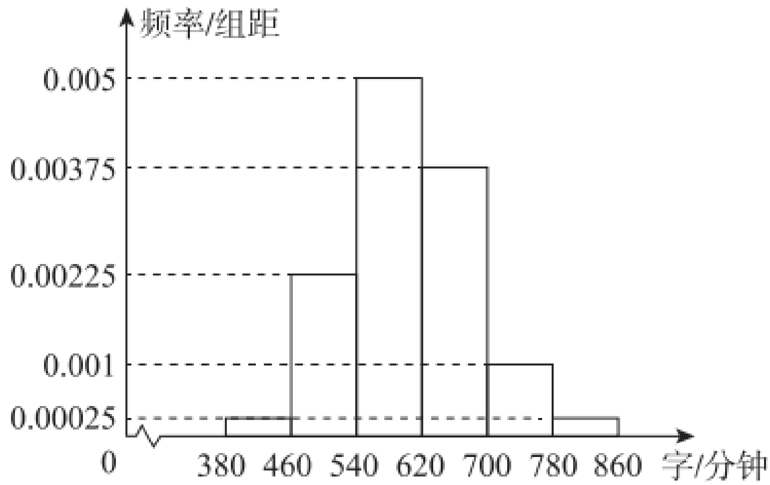
在 ΔABC 中，$a\cos C+c\cos A=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}b\cos B$.

（Ⅰ）求 $\angle B$；

（Ⅱ）若 $a=12$，D 为 BC 边的中点，且 $AD=3$，求 b 的值.

(17)（本小题 13 分）

某中学为了解本校高二年级学生阅读水平现状，从该年级学生中随机抽取 100 人进行一般现代文阅读速度的测试，以每位学生平均每分钟阅读的字数作为该学生的阅读速度，将测试结果整理得到如下频率分布直方图：



（I）若该校高二年级有 1500 人，试估计阅读速度达到 620 字/分钟及以上的人数；

（II）用频率估计概率，从该校高二学生中随机抽取 3 人，设这 3 人中阅读速度达到 540 字/分钟及以上的人数为 X ,求 X 的分布列与数学期望 $E(X)$；

（III）若某班有 10 名学生参加测试，他们的阅读速度如下：506, 516, 553, 592, 617, 632, 667, 693, 723, 776, 从这 10 名学生中随机抽取 3 人，设这 3 人中阅读速度达到 540 字/分钟及以上的人数为 Y, 试判断数学期望 $E(Y)$ 与(Ⅱ)中的 $E(X)$ 的大小.(结论不要求证明)

(18)（本小题 14 分）

如图，在五面体 $ABCDEF$ 中，底面 $ABCD$ 为正方形，$AB=4$，$EF=1$.

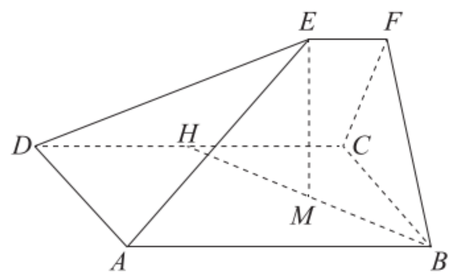
（I）求证：$AB \parallel EF$；

（II）若 H 为 CD 的中点，M 为 BH 的中点，$EM \perp BH$，$EM=2\sqrt{3}$，再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知，求直线 CF 与平面 ADE 所成角的正弦值.

条件①：$ED=EA$；

条件②：$AE=5$.

注：如果选择条件①和条件②分别解答，按第一个解答计分.



（19）（本小题 15 分）

已知函数 $f(x)=x\ln(x-1)$.

（Ⅰ）求曲线 $y=f(x)$ 在 $x=2$ 处的切线方程；

（Ⅱ）设 $g(x)=f'(x)$，求函数 $g(x)$ 的最小值；

（III）若 $\dfrac{f(x)}{x-a}>2$，求实数 a 的值.

（20）（本小题 15 分）

已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 的短轴长为 $2\sqrt{3}$，离心率 $e=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

（I）求椭圆 C 的方程；

（II）设 O 为坐标原点，直线 l 是圆 $x^2+y^2=1$ 的一条切线，且直线 l 与椭圆 C 交于 M,N 两点，若平行四边形 $OMPN$ 的顶点 P 恰好在椭圆 C 上，求平行四边形 $OMPN$ 的面积.

（21）（本小题 15 分）

有穷数列 $a_1, a_2, \cdots, a_n (n>2)$ 中，令

$$S(p,q)=a_p+a_{p+1}+\cdots+a_q(1\le p\le q\le n,\ p,q\in\mathbf{N}^*),$$

当 $p=q$ 时规定 $S(p,q)=a_p$.

（Ⅰ）已知数列 -3，2，-1，3，写出所有的有序数对 (p,q)，且 $p<q$，使得 $S(p,q)>0$；

（Ⅱ）已知整数列 $a_1, a_2, \cdots, a_n$，n 为偶数．若 $S(i,n-i+1)$ $(i=1,2,\cdots,\dfrac{n}{2})$ 满足：当 i 为奇数时，$S(i,n-i+1)>0$；当 i 为偶数时，$S(i,n-i+1)<0$．求 $|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_n|$ 的最小值；

（Ⅲ）已知数列 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 满足 $S(1,n)>0$，定义集合 $A=\{i\mid S(i+1,n)>0, i=1,2,\cdots,n-1\}$．若 $A=\{i_1, i_2, \cdots, i_k\}(k\in\mathbf{N}^*)$ 且为非空集合，求证：$S(1,n)>a_{i_1}+a_{i_2}+\cdots+a_{i_k}$.

参考答案

一、选择题（共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

（1）D　　（2）C　　（3）B　　（4） A　　（5）C

（6）A　　（7）B　　（8）A　　（9） C　　（10）D

二、填空题（共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分）

（11）$\sqrt{2}$　　（12）$-\dfrac{4}{3}$　　（13）$\alpha=\dfrac{\pi}{3}$，$\beta=\dfrac{\pi}{6}$　(答案不唯一)

（14）$(1,0)$，2　　（15）②③④

三、解答题（共 6 小题，共 85 分）

（16）（共 13 分）

解：（Ⅰ）因为$a\cos C+c\cos A=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}b\cos B$，

根据正弦定理得$\sin A\cos C+\sin C\cos A=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\sin B\cos B$.

所以$\sin\left(A+C\right)=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\sin B\cos B$.

因为$A+B+C=\pi$，所以$\sin B=\sin\left(A+C\right)$，

从而得$\sin B=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\sin B\cos B$.

又因为$B\in\left(0,\pi\right)$，所以$\sin B\neq 0$，

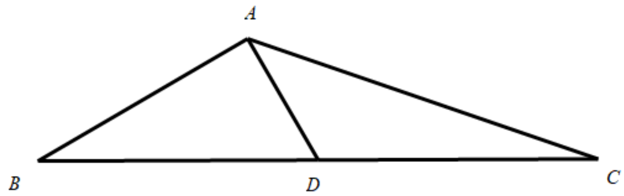
所以$\cos B=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，可得$B=\dfrac{\pi}{6}$.　　　..5 分

（Ⅱ）在ΔABD中，$AD=3$，$BD=\dfrac{1}{2}BC=6$，$B=\dfrac{\pi}{6}$.

由正弦定理得$\dfrac{6}{\sin\angle BAD}=\dfrac{3}{\sin\dfrac{\pi}{6}}$，

所以$\sin\angle BAD=1$，$\angle BAD=\dfrac{\pi}{2}$.

所以$\angle ADC=\angle BAD+\angle B=\dfrac{2\pi}{3}$.



在ΔADC中，由余弦定理得

$$AC^2=AD^2+DC^2-2AD\cdot DC\cos\frac{2\pi}{3}=3^2+6^2-2\times3\times6\cos\frac{2\pi}{3}=63.$$

所以$b=AC=3\sqrt{7}$.　　　............................13 分

（17）（共 13 分）

解:（I）由频率分布直方图可得，100 人的样本中阅读速度达到 620 字/分钟及以上的频率为 $(0.00375+0.001+0.00025)\times 80=0.4$，估计该校高二学生阅读速度达到620字/分钟及以上的频率为 0.4,故人数的估计值为 1500×0.4=600 人. ....4 分

（II）从该校高二学生中随机抽取 1 人，则此人阅读速度达到 540 字/分钟及以上的概率为

$1-(0.00025+0.00225)\times 80=0.8$.

又 X 的可能取值为$0,1,2,3$，

由题意可得 $X\sim B(3,0.8)$，则

$P(X=0)=C_3^0\times 0.2^3\times 0.8^0=0.008$，

$P(X=1)=C_3^1\times 0.2^2\times 0.8^1=0.096$，

$P(X=2)=C_3^2\times 0.2^1\times 0.8^2=0.384$，

$P(X=3)=C_3^3\times 0.2^0\times 0.8^3=0.512$.

所以 X 的分布列为

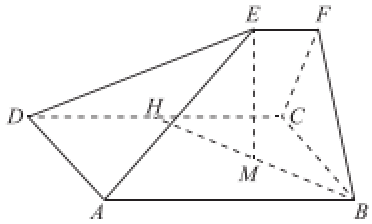
X	0	1	2	3
P	0.008	0.096	0.384	0.512

X 的数学期望为 $EX=3\times 0.8=2.4$. ....10 分

（III）$E(X)=E(Y)$. ....13 分

（18）（共 14 分）

解:（I）因为四边形 $ABCD$ 是正方形，



所以 $AB//CD$.

又 $AB\not\subset$ 平面$CDEF$, $CD\subset$ 平面$CDEF$，

所以 $AB//$平面$CDEF$.

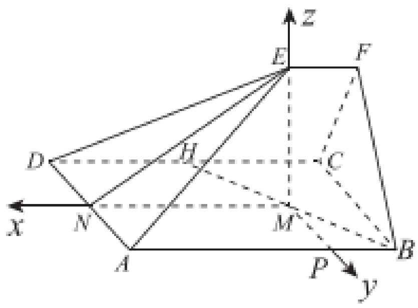
又平面 $ABFE\cap$ 平面 $CDEF=EF$， $AB\subset$ 平面$ABFE$，

所以 $AB//EF$. ....6 分

（II）选取条件①: $ED=EA$.

取 AD 的中点 N， AB 的靠近点 B 的四等分点 P，

连接 MN, MP, NE，



因为 N 是 AD 中点， M 是 HB 中点，

所以 $MN//AB$， $MP//AD$.

因为 $ED=EA$，所以 $AD\perp NE$.

又 $AD\perp NM$，且 $NM\cap NE=N$，

所以 $AD\perp$ 平面NME.

又因为 $ME\subset$ 平面NME ,所以 $AD\perp ME$.

又 $EM\perp BH$ 且 BH与AD是相交线，所以 $ME\perp$ 平面$ABCD$.

又 $NM, MP \subset$ 平面$ABCD$,

所以 $ME \perp NM, ME \perp MP$.

如图，建立空间直角坐标系 $M-xyz$，

由题意得，$A(3,2,0), C(-1,-2,0), D(3,-2,0), E(0,0,2\sqrt{3}), F(-1,0,2\sqrt{3})$，

所以 $\overrightarrow{CF}=(0,2,2\sqrt{3})$，$\overrightarrow{DA}=(0,4,0)$，$\overrightarrow{DE}=(-3,2,2\sqrt{3})$.

设平面 ADE 的法向量 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，则

$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DA}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DE}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}4y=0,\\ -3x+2y+2\sqrt{3}z=0,\end{cases}$

令 $x=2$，则 $y=0, z=\sqrt{3}$.于是 $\boldsymbol{n}=(2,0,\sqrt{3})$.

设直线 CF 与平面 ADE 所成角为 α，则

$$\sin\alpha=|\cos\langle\boldsymbol{n},\overrightarrow{CF}\rangle|=\frac{|\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{CF}|}{|\boldsymbol{n}||\overrightarrow{CF}|}=\frac{6}{4\sqrt{7}}=\frac{3\sqrt{7}}{14}.$$

所以 CF 与平面 ADE 所成角的正弦值为 $\dfrac{3\sqrt{7}}{14}$. ....14 分

选取条件②: $AE=5$.

在 ΔMAB 中，$MB=\dfrac{1}{2}HB=\sqrt{5}$，$AB=4$，

$\tan\angle MBA=2$, 则 $\cos\angle MBA=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$,

于是，$MA=\sqrt{MB^2+AB^2-2MB\cdot AB\cos\angle MBA}=\sqrt{13}$.

因为 $ME=2\sqrt{3}, AE=5$，于是，$AE^2=ME^2+AM^2$，所以 $ME\perp AM$.

又 $ME\perp BH$，$BH\cap AM=M$ 且 $BH, AM\subset$ 平面$ABCD$，

所以 $ME\perp$ 平面$ABCD$.

取 AD 的中点 N，取 AB 的靠近点 B 的四等分点 P，

连接 MN, MP，如图建系,

下同条件①，可得 CF 与平面 ADE 所成角的正弦值为 $\dfrac{3\sqrt{7}}{14}$. ....14 分

（19）（共 15 分）

解：（Ⅰ）$f'(x)=\ln(x-1)+\dfrac{x}{x-1}=\ln(x-1)+\dfrac{1}{x-1}+1(x>1)$.

曲线 $y=f(x)$ 在 $x=2$ 处的切线的斜率 $k=f'(2)=2$.

又因为 $f(2)=0$，所以切点为 $(2,0)$.

曲线 $y=f(x)$ 在 $x=2$ 处的切线方程为 $y=2x-4$. ....5 分

（Ⅱ）设 $g(x)=f'(x)=\ln(x-1)+\dfrac{1}{x-1}+1(x>1)$，

$$g'(x)=\frac{1}{x-1}-\frac{1}{(x-1)^2}=\frac{x-2}{(x-1)^2}.$$

当 x 变化时，$g'(x)$ 和 $g(x)$ 的变化如下表：

x	（1，2）	2	（2，+∞）
$g'(x)$	－	0	+
$g(x)$	↘	极小值	↗

当 $x=2$ 时，$g(x)_{\min}=2$. ....10 分

（III）若 $a\neq 2$，则 $\dfrac{f(2)}{2-a}=0$，不合题意；

若 $a=2$， 设 $\varphi(x)=f(x)-2(x-2)$，

由（II）知，$\varphi'(x)=f'(x)-2\geq 0$，

所以 $\varphi(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增.

又 $\varphi(2)=0$，所以

当 $x\in(1,2)$ 时，$\varphi(x)<0,\ x-2<0,\ \dfrac{\varphi(x)}{x-2}>0,\ \dfrac{f(x)}{x-2}>2$；

当 $x\in(2,+\infty)$ 时，$\varphi(x)>0,\ x-2>0,\ \dfrac{\varphi(x)}{x-2}>0,\ \dfrac{f(x)}{x-2}>2$.

所以 $a=2$ 符合题意.

综上所述 $a=2$. ....15 分

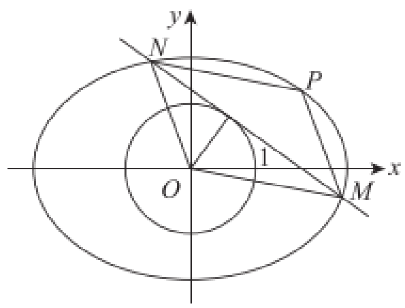
（20）（共 15 分）

解：（I）由已知可得 $\begin{cases}2b=2\sqrt{3}\\ \dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\\ a^2=b^2+c^2\end{cases}$，解得 $\begin{cases}a=\sqrt{6}\\ b=\sqrt{3}\end{cases}$，

所以椭圆 C 的方程为 $\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{3}=1$. ....5 分

（II）当直线 l 斜率存在时，设直线 $l:y=kx+m$，

由直线与圆相切得 $\dfrac{|m|}{\sqrt{k^2+1}}=1$，化简得 $m^2=k^2+1$.



设 $M(x_1,y_1),N(x_2,y_2)$，则 $P(x_1+x_2,y_1+y_2)$，

$\begin{cases}y=kx+m\\ x^2+2y^2=6\end{cases}\Rightarrow(2k^2+1)x^2+4kmx+2m^2-6=0$，

$x_1+x_2=-\dfrac{4km}{2k^2+1}$， $y_1+y_2=\dfrac{2m}{2k^2+1}$.

因为$P(-\frac{4km}{2k^2+1},\frac{2m}{2k^2+1})$在椭圆$C$上，

所以$\left(-\frac{4km}{2k^2+1}\right)^2+2\left(\frac{2m}{2k^2+1}\right)^2=6$，即$8k^2m^2+4m^2=3\left(4k^4+4k^2+1\right)$，

即$8k^2\left(k^2+1\right)+4\left(k^2+1\right)=12k^4+12k^2+3$，解得$k^4=\frac{1}{4}$，$k=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$，$m^2=k^2+1=\frac{3}{2}$.

此时弦长$|MN|=\sqrt{k^2+1}\frac{\sqrt{\Delta}}{2k^2+1}=\frac{\sqrt{6}}{2}\times3=\frac{3\sqrt{6}}{2}$，

因为O到直线l的距离$d=1$,

所以平行四边形$OMPN$的面积$S=\frac{3\sqrt{6}}{2}$.

当直线l斜率不存在时，不妨设直线$l:x=1$，则$M(1,-\frac{\sqrt{10}}{2})$，$N(1,\frac{\sqrt{10}}{2})$，

所以$P\left(2,0\right)$不在椭圆上,不合题意. ....15 分

(21)（共 15 分）

解：（Ⅰ）$(1,4),(2,3),(2,4),(3,4)$. ....4 分

（II）由已知得$S(k,n-k+1)$与$S(k+1,n-k)$异号，其中$k\in\mathbf{N}^*$，$k\le\frac{n}{2}-1$.

由于$|a_k+a_{n-k+1}|=|S(k,n-k+1)-S(k+1,n-k)|=|S(k,n-k+1)|+|S(k+1,n-k)|\ge2$.

因此$|a_k|+|a_{n-k+1}|\ge2$，$k=1,2,\cdots,\frac{n}{2}-1$.

而$\left|a_{\frac{n}{2}}\right|+\left|a_{\frac{n}{2}+1}\right|\ge1$, $k=1,2,\cdots,\frac{n}{2}-1$, 所以$|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_n|\ge n-1$.

令$n=2m$. 当m为奇数时，取$a_1=a_3=\cdots=a_m=1$, $a_2=a_4=\cdots=a_{m-1}=-1$，

$a_{m+3}=a_{m+5}=\cdots=a_{2m}=1$, $a_{m+2}=a_{m+4}=\cdots=a_{2m-1}=-1$, $a_{m+1}=0$时，

有$|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_n|=n-1$.

当m为偶数时，取$a_1=a_3=\cdots=a_{m-1}=1$，$a_2=a_4=\cdots=a_m=-1$，

$a_{m+3}=a_{m+5}=\cdots=a_{2m-1}=-1$, $a_{m+2}=a_{m+4}=\cdots=a_{2m}=1$, $a_{m+1}=0$时，$|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_n|=n-1$.

综上，$|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_n|$的最小值为$n-1$. ....9 分

（III）对于数列$a_1,a_2,\cdots,a_n$，$A=\{i_1,i_2,\cdots,i_k\}$，不妨设$i_1<i_2<\cdots<i_k$.

因此要证：$S(1,n)>a_{i_1}+a_{i_2}+\cdots+a_{i_k}$，

（1）首先考虑$i_{m+1}-i_m\ge2(m=1,2,\cdots,k-1)$, $2\le i_1\le i_k\le n-1$的情况.

由于$S(i_1,n)\le0$, $S(i_1+1,n)>0$，所以$a_{i_1}<0$. 同理$a_{i_2}<0,\cdots a_{i_k}<0$.

由已知$S(1,n)>0$，所以$S(1,n)>a_{i_1}+a_{i_2}+\cdots+a_{i_k}$.

（2）下面考虑$i_1,i_2,\cdots,i_k(i_1\ge2)$中有一段是连续的正整数的情况，即

$i_p-1\notin A$, $i_q+1\notin A$，$i_{m+1}-i_m=1$，$m=p$，$p+1$，$\cdots$，$q-1(1\le p\le q-1\le k-1)$，

由于 $S(i_p, n)-S(i_q+1, n)=a_{i_p+1}+a_{i_p+2}+\cdots+a_{i_q}$，由已知 $S(i_p, n)-S(i_q+1, n)<0$，

这说明此连续的 $q-p$ 项的和为负.

同理，当含有多段的连续正整数的情况时，每段的和为负.

再由（1）的结论可得：$S(1, n)>a_{i_1}+a_{i_2}+\cdots+a_{i_k}$.

（2）若在（1），（2）中 $i_1=1, i_2=2, \cdots, i_m=m, i_m+1\notin A$，由于 $S(i_m+1, n)>0$，

此时去掉前 m 项，则可转化为（1），（2）的情况. 所以有 $S(1, n)>a_{i_1}+a_{i_2}+\cdots+a_{i_k}$.

（4）若 $A=\{1, 2, \cdots m\}(m\le n-1)$，则 $a_{m+1}+a_{m+2}+\cdots+a_n>0$，所以此时有 $S(1, n)>a_{i_1}+a_{i_2}+\cdots+a_{i_k}$

综上所述，结论成立............15 分