# 2026 北京朝阳高三（上）期末

# 数　　学

学校:__________姓名：__________班级：__________考号：__________

## 一、单选题

1．已知集合 $A=\{x|x>-2\},B=\{x|(x-1)(x-3)\le 0\}$，则 $A\cap B=$（　）

A．$(-2,1]$　　B．$(-2,3]$　　C．$(1,3)$　　D．$[1,3]$

2．已知复数 $z$ 满足 $iz+2=2i$，则在复平面内 $z$ 对应的点所在的象限是（　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

3．在等比数列 $\{a_n\}$ 中，若 $a_1+a_3=3, a_5+a_7=27$，则 $a_3+a_5=$（　）

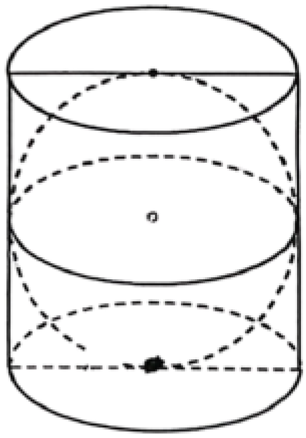
A．6　　B．9　　C．15　　D．81

4．已知 $m>n>0$，则（　）

A．$m\sqrt{n}<n\sqrt{m}$　　B．$m+n>mn$

C．$\left(\dfrac{m+n}{2}\right)^2>\dfrac{m^2+n^2}{2}$　　D．$\dfrac{n}{m}+\dfrac{m}{n}>2$

5．古希腊数学家阿基米德的一个重要数学发现是“圆柱容球”，即当球的直径与圆柱底面的直径和圆柱的高均相等时，球的体积是圆柱体积的 $\dfrac{2}{3}$，且球的表面积也是圆柱表面积的 $\dfrac{2}{3}$．如图所示，某圆柱的轴截面为正方形、其内切球的体积为 $8\sqrt{6}\pi$，则该圆柱的表面积为（　）



A．$18\pi$　　B．$24\pi$　　C．$30\pi$　　D．$36\pi$

6．已知抛物线 $C:y^2=4x$，直线 $l:ax-y-2a+3=0$，若直线 $l$ 与抛物线 $C$ 有且仅有一个公共点，则 $a$ 的取值有（　）

A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

7．心理物理学中，史蒂文斯幂定律的对数形式可描述物理刺激强度 $I$ 与主观感知强度 S 的关系：$\log_2 S=\log_2 k+n\log_2 I$，其中 $k,n$ 均为大于 0 的常数．已知当物理刺激强度 $I$ 从 16 单位增加到 256 单位时，$\log_2 S$ 增加 8；当物理刺激强度 $I$ 从 256 单位增加到 1024 单位时，$\log_2 S$ 增加（　）

A．4　　　　B．6　　　　C．8　　　　D．10

8．已知数列$\{a_n\}$满足$a_n=n(n+1)(n-t)$，则"$t<\frac{5}{2}$"是"$\{a_n\}$是递增数列"的（　）

A．充分不必要条件　　　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　　　D．既不充分也不必要条件

9．已知两点$A,B$的坐标分别为$(-1,0),(1,0)$，直线$AM,BM$相交于点$M$，且它们的斜率之和是2，设$M$的轨迹为曲线$C$，下面关于曲线$C$的四个结论：

①曲线$C$是中心对称图形；

②对任意非零实数$t$，直线$y=t$与曲线$C$总有两个公共点；

③对任意非零实数$t$，直线$y=tx$与曲线$C$总有两个公共点；

④对任意非零实数$t$，曲线$y=\frac{t}{x}$与曲线$C$总有两个公共点．

其中所有正确结论的序号是（　）

A．①③　　　　B．①②　　　　C．②③④　　　　D．①②④

10．在边长为1的正三角形$ABC$中，$P,Q$分别在边$AB,AC$上，且$PQ=\frac{1}{2}$，则$\overrightarrow{BP}\cdot\overrightarrow{CQ}$的取值范围是（　）

A．$\left[\frac{1}{8},\frac{1}{4}\right]$　　　　B．$\left[\frac{1}{8},\frac{1}{2}\right]$　　　　C．$\left[\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right]$　　　　D．$\left[\frac{1}{2},1\right]$

**五、填空题**

11．函数$f(x)=1+\cos^2 x$的最小正周期是______．

**六、未知**

12．已知$(2x-1)^6=a_6x^6+a_5x^5+\cdots+a_1x+a_0$，则$a_0=$______；$a_6-a_5+a_4-a_3+a_2-a_1=$______．

13．若双曲线$x^2+\frac{y}{m}=1$的离心率$e\in(2,3)$，则$m$的一个取值为______．

14．在$\triangle ABO$中，$B=\frac{\pi}{3},b=4$，则$\frac{a}{\sin A}=$______；若$\triangle ABC$的内切圆的半径为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，则$\triangle ABC$的周长为______．

15．在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AB=3, AD=2, AA_1=1$，动点$M,N$分别在棱$A_1B_1$和$CD$上（包含端点），$P$为线段$MN$的中点．给出下列四个结论：

①点$P$的轨迹是线段；

②$C_1P$的最小值为$\frac{2\sqrt{5}}{5}$；

③对于给定的点$N$，总存在点$M$，使得经过点$M,N$及$C_1$的平面截该长方体的截面图形是矩形；

④存在点$M,N$，使得经过点$M,N$及$C_1$的平面截该长方体的截面图形是正方形．

其中所有正确结论的序号为______．

16．已知函数$f\left(x\right)=\sin\left(\omega x-\dfrac{\pi}{3}\right)+\sqrt{3}\cos\left(\omega x-\dfrac{\pi}{3}\right)(\omega>0)$．

(1)当$\omega=2$时，求$f\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$的值；

(2)再从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知，使得函数$f\left(x\right)$唯一确定，求$f\left(x\right)$的解析式及在区间$\left[-\dfrac{\pi}{9},\dfrac{2\pi}{9}\right]$上的最大值与最小值

条件①：$f\left(x\right)$在$x=\dfrac{\pi}{3}$处取得最大值，且在$x=\dfrac{2}{3}\pi$处取得最小值；

条件②：$f\left(x\right)$的图象关于直线$x=\dfrac{\pi}{6}$对称，且$f\left(x\right)$的最小正周期大于$\dfrac{\pi}{2}$；

条件③：$f\left(x\right)$在区间$\left[0,\dfrac{\pi}{6}\right]$上单调递增，且$f\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=0$．

注：如果选择的条件不符合要求，第（2）问得0分；如果选择多个符合要求的条件分别解答，按第一个解答计分．

17．某人形机器人行业协会为了解行业现状，对该行业所有公司生产的人形机器人进行了一次性能评估．现从中随机抽取100家公司，统计其人形机器人"性能评分"（百分制，且均为整数）及对应的"行业评级"（评级越高，代表性能越优），整理数据如下表：

| 性能评分$x$ | 行业评级 | 公司数 |
| --- | --- | --- |
| $90\le x\le 100$ | 5 | 10 |
| $80\le x<90$ | 4 | $m$ |
| $70\le x<80$ | 3 | $n$ |
| $60\le x<70$ | 2 | 20 |
| $0\le x<60$ | 1 | 10 |

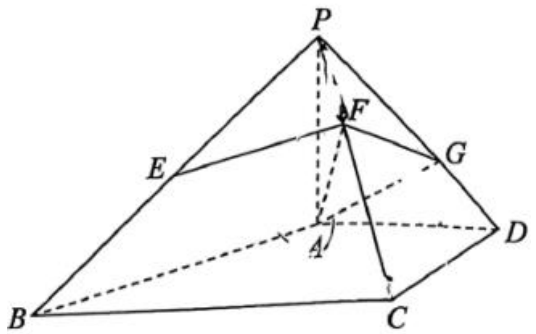
(1)当$m=30$时，在这100家公司中，

（i）从性能评分不低于80分的公司中随机抽取1家，求其行业评级为5级的概率；

（ii）从性能评分不低于80分的公司中随机抽取2家，记$X$为这2家公司中行业评级为5级的公司数，求$X$的分布列和数学期望$EX$；

(2)用频率估计概率，记"从该行业所有评级为2级和5级的公司中随机抽取2家，这2家公司的行业评级的平均值"为$Y$，记"上述100家公司的行业评级的平均值"为$\overline{y}$．设"$Y<\overline{y}$"的概率为$p_1$，"$Y>\overline{y}$"的概率为$p_2$，请根据表中信息比较$p_1$与$p_2$的大小．(结论不要求证明)

18．在四棱锥$P-ABCD$中，平面$PAD\perp$平面$ABCD$，$PA\perp AD, BC//AD, \angle ADC=90°, PA=AD=CD=3, BC=6$．$F,G$分别为棱$PC,PD$上的点，$PF=\dfrac{1}{2}FC, PG=2GD$．




(1)求证：$PA\perp$平面$ABCD$；

(2)求平面$AFG$与平面$ABCD$夹角的余弦值；

(3)若点$E$为线段$PB$的中点，判断直线$EF$是否在平面$AFG$内？并说明理由.

19．已知椭圆$E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，椭圆$E$上的点到两焦点的距离之和为$2\sqrt{6}$.

(1)求椭圆$E$的方程；

(2)设点$M(m,0),N(n,0)(m\neq n)$，过点$M$的直线$l$与椭圆$E$交于不同的两点$A,B$，点$A$关于$x$轴的对称点记为$P$（$P$与$B$不重合）．若$mn=6$，试判断三点$P,B,N$是否共线？并说明理由.

20．已知函数$f(x)=x\ln(x+a)(a>0)$．曲线$y=f(x)$在点$(0,f(0))$切线方程为$y=0$.

(1)求$a$的值；

(2)求$f(x)$的单调区间；

(3)若$0<m<1$，曲线$y=f(x)$在点$A(m,f(m)),B(-m,f(-m))$处的切线分别与$x$轴交于$C(x_1,0)$，$D(x_2,0)$，求证：$x_1+x_2<0$.

21．设$n$为正整数且$n\geq 3$，若由实数数对组成的序列$A:(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)$满足对任意$i\in\{1,2,\cdots,n\}$，均有$|x_i|+|y_i|=1$，则称$A$为一个$U$序列．若对一个$U$序列$A$，存在有序实数组$(\lambda_1,\lambda_2,\cdots\lambda_n)$（其中$\lambda_i\in\{-1,1\},i=1,2,\cdots,n$）使得$|\lambda_1x_1+\lambda_2x_2+\cdots+\lambda_nx_n|+|\lambda_1y_1+\lambda_2y_2+\cdots+\lambda_ny_n|\leq 1$，则称$A$为一个$V$序列.

(1)已知序列$A:\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right),\left(-\dfrac{1}{3},\dfrac{2}{3}\right),\left(-\dfrac{1}{4},\dfrac{3}{4}\right)$，判断序列$A$是否为$U$序列？序列$A$是否为$V$序列？说明理由；

(2)当$n=4$时，判断是否存在$U$序列$A:(x_1,y_1),(x_2,y_2),(x_3,y_3),(x_4,y_4)$不是$V$序列？若存在，请举出一个符合要求的$U$序列；若不存在，说明理由；

(3)若任意$U$序列$A:(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)$均是$V$序列，求$n$的所有可能取值.

# 参考答案

## 一、选择题（共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| （1） | D | （2） | A | （3） | B | （4） | D | （5） | D |
| （6） | C | （7） | A | （8） | C | （9） | B | （10） | A |

## 二、填空题（共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分）

（11）$\pi$　　（12）1；728　　（13）$-5$（答案不唯一）

（14）$\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$；11　　（15）①③④

## 三、解答题（共 6 小题，共 85 分）

（16）（本小题 13 分）

解：（Ⅰ）$f(x)=\sin(\omega x-\dfrac{\pi}{3})+\sqrt{3}\cos(\omega x-\dfrac{\pi}{3})$

$=2[\sin(\omega x-\dfrac{\pi}{3})\cos\dfrac{\pi}{3}+\cos(\omega x-\dfrac{\pi}{3})\sin\dfrac{\pi}{3}]$

$=2\sin\omega x$．

则 $f(\dfrac{\pi}{3})=2\sin\dfrac{2\pi}{3}=\sqrt{3}$．　　…………………………3 分

（Ⅱ）选条件②.

由 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=\dfrac{\pi}{6}$ 对称，

得 $\dfrac{\omega\pi}{6}=\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbf{Z}$．

所以 $\omega=3+6k, k\in\mathbf{Z}$．

又由 $f(x)$ 的最小正周期大于 $\dfrac{\pi}{2}$，

得 $T=\dfrac{2\pi}{|\omega|}=\dfrac{2\pi}{\omega}>\dfrac{\pi}{2}$．

所以 $0<\omega<4$．

所以 $\omega=3$．

此时 $f(x)=2\sin 3x$．

因为 $-\dfrac{\pi}{9}\leqslant x\leqslant\dfrac{2\pi}{9}$，

所以 $-\dfrac{\pi}{3}\leqslant 3x\leqslant\dfrac{2\pi}{3}$，

所以 $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\leqslant\sin 3x\leqslant 1$．

当 $3x=-\frac{\pi}{3}$,即 $x=-\frac{\pi}{9}$ 时，$f(x)$ 取得最小值 $-\sqrt{3}$ .

当 $3x=\frac{\pi}{2}$,即 $x=\frac{\pi}{6}$ 时，$f(x)$ 取得最大值为 $2$ . ……………………………13 分

选条件③.

由 $x\in[0,\frac{\pi}{6}]$ 得 $\omega x\in[0,\frac{\omega\pi}{6}]$ .

由 $f(x)$ 在区间 $[0,\frac{\pi}{6}]$ 上单调递增，得 $\frac{\omega\pi}{6}\leqslant\frac{\pi}{2}$ ,

又 $\omega>0$ ，得 $0<\omega\leqslant 3$ .

又由 $f(\frac{\pi}{3})=0$ ，得 $2\sin(\frac{\pi}{3}\omega)=0$ .

所以 $\frac{\pi}{3}\omega=k\pi,k\in\mathbf{Z}$ .

从而 $\omega=3k,k\in\mathbf{Z}$ .

因为 $\omega\in(0,3]$ ,

所以 $\omega=3$ .

此时 $f(x)=2\sin 3x$ .

以下解答同条件②. ……………………………13 分

（17）（本小题 13 分）

解:（Ⅰ）当 $m=30$ 时,

（ⅰ）设事件 $A$ 为“从性能评分不低于 80 分的公司中随机抽取 1 家，其行业评级为 5 级”.

由表可知，在上述 100 家公司中，性能评分不低于 80 分的公司一共有

$10+30=40$ 家，其行业评级为 $5$ 级的公司有 $10$ 家. 则 $P(A)=\frac{10}{40}=\frac{1}{4}$ .

所以从性能评分不低于 80 分的公司中随机抽取 1 家,

其行业评级为 5 级的概率为 $\frac{1}{4}$ . ……………………………3 分

（ⅱ）根据题意，性能评分不低于 80 分的公司一共有 40 家,

其中行业评级为 5 级的公司有 10 家，行业评级为 4 级的公司有 30 家.

由表可知 $X$ 的所有可能取值为 $0,1,2$ .

$P(X=0)=\frac{C_{30}^2}{C_{40}^2}=\frac{29}{52}$ ,

$P(X=1)=\frac{C_{10}^1C_{30}^1}{C_{40}^2}=\frac{5}{13}$ ,

$P(X=0)=\frac{C_{10}^2}{C_{40}^2}=\frac{3}{52}$.

| $X$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $P$ | $\frac{29}{52}$ | $\frac{5}{13}$ | $\frac{3}{52}$ |

所以 $EX=0\times\frac{29}{52}+1\times\frac{5}{13}+2\times\frac{3}{52}=\frac{1}{2}$. ……………………10 分

（Ⅱ）$p_1<p_2$. ……………………………13 分

（18）（本小题 14 分）

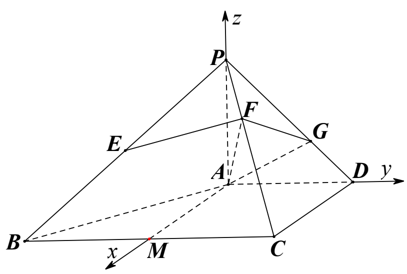
解：（Ⅰ）因为平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，

平面 $PAD\cap$ 平面 $ABCD=AD$，

$PA\subset$ 平面 $PAD$，$PA\perp AD$，

所以 $PA\perp$ 平面 $ABCD$. …………………4 分

（Ⅱ）取 $BC$ 中点 $M$，连接 $AM$.




因为 $AD=3, BC=6$，所以 $MC=AD$.

因为 $BC\,//\,AD$，所以 $MC\,//\,AD$.

所以 $AMCD$ 为平行四边形.

又因为 $\angle ADC=90^\circ$，所以 $AM\perp AD$.

由（Ⅰ）知，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，$AM\subset$ 平面 $ABCD$，

所以 $PA\perp AD$，$PA\perp AM$.

以 $A$ 为原点，以 $AM, AD, AP$ 分别为 $x, y, z$ 轴，建立如图所示空间直角坐标系.

$P(0,0,3), C(3,3,0), B(3,-3,0), D(0,3,0), E(\frac{3}{2},-\frac{3}{2},\frac{3}{2})$，$F(1,1,2), G(0,2,1)$.

则 $\overrightarrow{AF}=(1,1,2)$，$\overrightarrow{AG}=(0,2,1)$.

设平面 $AFG$ 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，则

$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AF}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AG}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}x+y+2z=0,\\ 2y+z=0.\end{cases}$

令 $y=1$，则 $z=-2$. 于是 $\boldsymbol{n}=(3,1,-2)$.

平面 $ABCD$ 的一个法向量为 $\overrightarrow{AP}=(0,0,3)$，

所以 $|\cos\langle\boldsymbol{n},\overrightarrow{AP}\rangle|=\frac{|\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AP}|}{|\boldsymbol{n}||\overrightarrow{AP}|}=\frac{6}{\sqrt{14}\times 3}=\frac{\sqrt{14}}{7}$，

因此平面 $AFG$ 与平面 $ABCD$ 夹角的余弦值为 $\frac{\sqrt{14}}{7}$．　　　　…………… 11 分

（Ⅲ）直线 $EF$ 在平面 $AFG$ 内，证明如下：

因为 $\overrightarrow{AE}=(\frac{3}{2},-\frac{3}{2},\frac{3}{2})$，平面 $AFG$ 的法向量 $\boldsymbol{n}=(3,1,-2)$，

$\overrightarrow{AE}\cdot\boldsymbol{n}=\frac{3}{2}\cdot 3-\frac{3}{2}\cdot 1+\frac{3}{2}\cdot(-2)=0$，又 $A\in$ 平面 $AFG$，

所以 $AE\subset$ 平面 $AFG$．

又因为 $F\in$ 平面 $AFG$，

所以直线 $EF$ 在平面 $AFG$ 内．　　　　…………… 14 分

（19）（本小题 15 分）

**解：**（Ⅰ）因为椭圆的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，所以 $\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$．

又因为椭圆 $E$ 上的点到两焦点的距离之和为 $2\sqrt{6}$，所以 $2a=2\sqrt{6}$．

所以 $a=\sqrt{6},c=\sqrt{3},b=\sqrt{3}$．

所以椭圆 $E$ 的方程为 $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{3}=1$．　　　　……………… 4 分

（Ⅱ）点 $P,B,N$ 三点共线．理由如下：

①当直线 $l$ 的斜率不存在时，点 $P$ 与点 $B$ 重合，不合题意．

②当直线 $l$ 的斜率存在时，设直线 $l:y=k(x-m),A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，则 $P(x_1,-y_1)$．

由 $\begin{cases}y=k(x-m),\\ x^2+2y^2=6,\end{cases}$ 得 $x^2+2[k(x-m)]^2=6$．

整理得 $(1+2k^2)x^2-4k^2mx+(2k^2m^2-6)=0$．

令 $\Delta=(-4k^2m)^2-4(1+2k^2)(2k^2m^2-6)>0$，

得 $k^2m^2-6k^2-3<0$．

所以 $x_1+x_2=\frac{4k^2m}{1+2k^2},x_1x_2=\frac{2k^2m^2-6}{1+2k^2}$．

因为 $\overrightarrow{NP}=(x_1-n,-y_1),\overrightarrow{NB}=(x_2-n,y_2)$，

所以 $(x_1-n)y_2-(-y_1)(x_2-n)=(x_1-n)k(x_2-m)+k(x_1-m)(x_2-n)$

$=k[2x_1x_2-(m+n)(x_1+x_2)+2mn]$

$=k[2\times\frac{2k^2m^2-6}{1+2k^2}-(m+n)\frac{4k^2m}{1+2k^2}+2mn]$

$=k\times\frac{4k^2m^2-12-4k^2m(m+n)+2mn(1+2k^2)}{1+2k^2}$

$=\dfrac{2k(mn-6)}{1+2k^2}$.

因为 $mn=6$，所以 $(x_1-n)y_2-(-y_1)(x_2-n)=0$.

所以 $\overrightarrow{NP}//\overrightarrow{NB}$．所以 $P,B,N$ 三点共线.

综上所述，点 $P,B,N$ 三点共线. ………………15 分

（20）（本小题 15 分）

解：（Ⅰ）$f'(x)=\ln(x+a)+\dfrac{x}{x+a}$,

所以 $f'(0)=\ln a$,

依题意，$\ln a=0$，即 $a=1$.

当 $a=1$ 时，$f(x)=x\ln(x+1)$,又 $f(0)=0, f'(0)=0,$

则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程为 $y=0$.

符合题意，所以 $a=1$. ………………4 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）知，$f(x)=x\ln(x+1)$，其定义域为 $(-1,+\infty)$,

$f'(x)=\ln(x+1)+\dfrac{x}{x+1}$，设 $g(x)=f'(x)$,

$g'(x)=\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{(x+1)^2}>0$,

所以 $g(x)$ 在 $(-1,+\infty)$ 上单调递增,

即 $f'(x)$ 在 $(-1,+\infty)$ 上单调递增，又 $f'(0)=0$,

$x\in(-1,0)$，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减;

$x\in(0,+\infty)$，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增.

所以 $f(x)$ 的单调递减区间为 $(-1,0)$，单调递增区间为 $(0,+\infty)$. ………9 分

（Ⅲ）由 $f(x)$ 与 $f'(x)$ 知，$f(m)=m\ln(m+1)$，$f'(m)=\ln(m+1)+\dfrac{m}{m+1}$，$0<m<1$.

曲线 $y=f(x)$ 在 $A(m,f(m))$ 处的切线方程为

$y-m\ln(m+1)=(\ln(m+1)+\dfrac{m}{m+1})(x-m)$,

令 $y=0$，得 $x_1=\dfrac{m^2}{(1+m)\ln(m+1)+m}$,

同理，$x_2=\dfrac{m^2}{(1-m)\ln(1-m)-m}$.

欲证 $x_1+x_2<0$,

只需证 $\dfrac{m^2}{(1+m)\ln(m+1)+m}+\dfrac{m^2}{(1-m)\ln(1-m)-m}<0$,

即证 $\dfrac{1}{(1+m)\ln(m+1)+m}+\dfrac{1}{(1-m)\ln(1-m)-m}<0$.

因为 $0<m<1$，所以 $(1+m)\ln(m+1)+m>0$, $(1-m)\ln(1-m)-m<0$.

即证 $(1+m)\ln(m+1)+(1-m)\ln(1-m)>0$.

设 $h(x)=(1+x)\ln(x+1)+(1-x)\ln(1-x)$, $x\in(0,1)$,

所以 $h'(x)=\ln(x+1)+\dfrac{x+1}{x+1}-\ln(1-x)-\dfrac{1-x}{1-x}=\ln(x+1)-\ln(1-x)>0$,

所以 $h(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递增,

所以 $h(x)>h(0)=0$.

所以 $h(m)>0$，即 $(1+m)\ln(m+1)+(1-m)\ln(1-m)>0$,

所以 $x_1+x_2<0$. ………………15 分

（21）（本小题 15 分）

**解:**（Ⅰ）由 $|\dfrac{1}{2}|+|\dfrac{1}{2}|=|-\dfrac{1}{3}|+|\dfrac{2}{3}|=|-\dfrac{1}{4}|+|\dfrac{3}{4}|=1$ 可知序列 $A$ 为 $U$ 序列.

取 $(\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3)=(1,1,-1)$，有

$|\lambda_1x_1+\lambda_2x_2+\lambda_3x_3|=|1\times\dfrac{1}{2}+1\times(-\dfrac{1}{3})+(-1)\times(-\dfrac{1}{4})|=\dfrac{5}{12}$,

$|\lambda_1y_1+\lambda_2y_2+\lambda_3y_3|=|1\times\dfrac{1}{2}+1\times\dfrac{2}{3}+(-1)\times\dfrac{3}{4}|=\dfrac{5}{12}$,

故 $|\lambda_1x_1+\lambda_2x_2+\lambda_3x_3|+|\lambda_1y_1+\lambda_2y_2+\lambda_3y_3|=\dfrac{5}{6}<1$,

所以序列 $A$ 为 $V$ 序列. ………………4 分

（Ⅱ）存在 $U$ 序列 $A:(x_1,y_1),(x_2,y_2),(x_3,y_3),(x_4,y_4)$ 不是 $V$ 序列.

取 $x_1=x_2=x_3=y_4=0$, $y_1=y_2=y_3=x_4=1$,

则 $|x_i|+|y_i|=1$, $i=1,2,3,4$,

所以此时序列 $A:(0,1),(0,1),(0,1),(1,0)$ 是 $U$ 序列.

对任意有序实数组 $(\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\lambda_4)$, $\lambda_i\in\{-1,1\}$, $i=1,2,3,4$,

可得 $|\lambda_1x_1+\lambda_2x_2+\lambda_3x_3+\lambda_4x_4|=|\lambda_4|=1$,

$|\lambda_1y_1+\lambda_2y_2+\lambda_3y_3+\lambda_4y_4|=|\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3|\geqslant 1$,

从而 $|\lambda_1x_1+\lambda_2x_2+\lambda_3x_3+\lambda_4x_4|+|\lambda_1y_1+\lambda_2y_2+\lambda_3y_3+\lambda_4y_4|\geqslant 2$.

所以序列 $A$ 不是 $V$ 序列. ………………9 分

（III）若 $n$ 为偶数，则 $n\geqslant 4$．

取 $x_1=x_2=\cdots=x_{n-1}=y_n=0$， $y_1=y_2=\cdots=y_{n-1}=x_n=1$，

则对于每个整数 $i$， $i\in\{1,2,\cdots,n\}$ 均有 $|x_i|+|y_i|=1$，

所以此时数对序列 $A$ 是 $U$ 序列．

对任意有序实数组 $(\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_n)$， $\lambda_i\in\{-1,1\}$， $i=1,2,\cdots,n$，

$|\lambda_1x_1+\lambda_2x_2+\cdots+\lambda_nx_n|=|\lambda_n|=1$，

$|\lambda_1y_1+\lambda_2y_2+\cdots+\lambda_ny_n|=|\lambda_1+\lambda_2+\cdots+\lambda_{n-1}|$．

所以 $|\lambda_1+\lambda_2+\cdots+\lambda_{n-1}|$ 与 $|\lambda_1|+|\lambda_2|+\cdots+|\lambda_{n-1}|=n-1$ 的奇偶性相同．

所以 $|\lambda_1+\lambda_2+\cdots+\lambda_{n-1}|$ 为奇数，从而 $|\lambda_1+\lambda_2+\cdots+\lambda_{n-1}|>0$．

所以 $|\lambda_1x_1+\lambda_2x_2+\cdots+\lambda_nx_n|+|\lambda_1y_1+\lambda_2y_2+\cdots+\lambda_ny_n|>1$．

所以序列 $A$ 不是 $V$ 序列．

若 $n$ 为奇数，则 $n\geqslant 3$．

若对于一个 $V$ 序列 $A$，将其中的数对 $(x_i,y_i)$ 更换为 $(-x_i,-y_i)$，

或者将 $(x_i,y_i)$ 与 $(x_j,y_j)$ 对换位置，序列 $A$ 仍然是 $V$ 序列．

所以不妨设对于任意 $i\in\{1,2,\cdots,n\}$，均有 $y_i\geqslant 0$，

取 $\lambda_i=(-1)^{i+1}$， $i\in\{1,2,\cdots,n\}$，则

（1）若对于每个 $i\in\{1,2,\cdots,n\}$，均有 $x_i\geqslant 0$，

不妨设 $x_1\geqslant x_2\geqslant\cdots\geqslant x_n$，则有 $y_n\geqslant y_{n-1}\geqslant\cdots\geqslant y_1\geqslant 0$．

$y_i=1-x_i$， $i\in\{1,2,\cdots,n\}$，

$\lambda_1x_1+\lambda_2x_2+\cdots+\lambda_nx_n=(x_1-x_2)+\cdots(x_{n-2}-x_{n-1})+x_n\geqslant 0$，

$\lambda_1x_1+\lambda_2x_2+\cdots+\lambda_nx_n=x_1-(x_2-x_3)+\cdots-(x_{n-1}-x_n)\leqslant x_1\leqslant|x_1|\leqslant 1$．

则有 $|\lambda_1x_1+\lambda_2x_2+\cdots+\lambda_nx_n|+|\lambda_1y_1+\lambda_2y_2+\cdots+\lambda_ny_n|$

$=|\lambda_1x_1+\lambda_2x_2+\cdots+\lambda_nx_n|+|1-(\lambda_1x_1+\lambda_2x_2+\cdots+\lambda_nx_n)|$

$=\lambda_1x_1+\lambda_2x_2+\cdots+\lambda_nx_n+1-(\lambda_1x_1+\lambda_2x_2+\cdots+\lambda_nx_n)$

$=1$．

（2）若存在 $i_0\in\{1,2,\cdots,n\}$，使得 $x_{i_0}<0$，

则可设 $x_1\geqslant x_2\geqslant\cdots\geqslant x_m\geqslant 0\geqslant x_{m+1}\geqslant\cdots\geqslant x_n$．

记 $a=\lambda_1x_1+\lambda_2x_2+\cdots+\lambda_mx_m$， $b=-\lambda_{m+1}x_{m+1}-\lambda_{m+2}x_{m+2}-\cdots-\lambda_nx_n$．

当 $m$ 为偶数时，

$a=(x_1-x_2)+(x_3-x_4)+\cdots+(x_{m-1}-x_m)\geqslant 0$,

$b=-x_{m+1}+(x_{m+2}-x_{m+3})+(x_{m+4}-x_{m+5})+\cdots+(x_{n-1}-x_n)\geqslant 0$,

同时 $a=x_1-(x_2-x_3)-(x_4-x_5)-\cdots-(x_{m-2}-x_{m-1})-x_m\leqslant x_1\leqslant 1$,

$b=(x_{m+2}-x_{m+1})+(x_{m+4}-x_{m+3})\cdots+(x_{n-1}-x_{n-2})-x_n\leqslant -x_n\leqslant 1$.

当 $m$ 为奇数时，

$a=(x_1-x_2)+(x_3-x_4)+\cdots+(x_{m-2}-x_{m-1})+x_m\geqslant 0$,

$b=(x_{m+1}-x_{m+2})+(x_{m+2}-x_{m+3})+\cdots+(x_{n-1}-x_n)\geqslant 0$,

同时 $a=x_1-(x_2-x_3)-(x_4-x_5)-\cdots-(x_{m-1}-x_m)\leqslant x_1\leqslant 1$,

$b=x_{m+1}+(x_{m+3}-x_{m+2})+(x_{m+5}-x_{m+4})\cdots+(x_{n-1}-x_{n-2})-x_n\leqslant -x_n\leqslant 1$.

综上可得 $a,b\in[0,1]$.

由已知条件得 $x_i+y_i=1$， $i\in\{1,2,\cdots,m\}$ 及 $-x_j+y_j=1$， $j\in\{m+1,\cdots,n\}$.

则有 $\lambda_1x_1+\lambda_2x_2+\cdots+\lambda_nx_n=a-b$,

$\lambda_1y_1+\lambda_2y_2+\cdots+\lambda_ny_n$

$=[\lambda_1(1-x_1)+\lambda_2(1-x_2)+\cdots+\lambda_m(1-x_m)]+$

$[\lambda_{m+1}(1+x_{m+1})+\lambda_{m+2}(1+x_{m+1})+\cdots+\lambda_n(1+x_n)]$

$=(\lambda_1+\lambda_2+\cdots+\lambda_n)-(\lambda_1x_1+\lambda_2x_2+\cdots+\lambda_mx_m)+(\lambda_{m+1}x_{m+1}+\lambda_{m+2}x_{m+2}+\cdots+\lambda_nx_n)$

$=1-a-b$.

不妨设 $a\geqslant b$,

若 $1-a-b\geqslant 0$，则 $|a-b|+|1-a-b|=a-b+1-a-b=1-2b\leqslant 1$；

若 $1-a-b<0$，则 $|a-b|+|1-a-b|=a-b+a+b-1=2a-1\leqslant 1$.

综上可知，$n$ 的所有可能取值为大于等于 3 的奇数．　　………………15 分