2025 北京海淀高三三模

数　　学

说明：

1、可根据学生实际选用或改编；

2、本练习题目目的是提醒学生 4 次统练未关注到的点，或重点知识，或变式的形式，学生不必全做；

3、时间仓促，个别题没给答案，另外所提供的答案仅供参考；

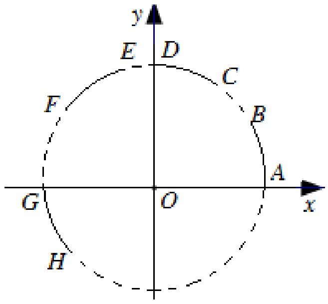
预祝同学们取得好成绩！

1、在（0，2π）内，使 sinx＞cosx 成立的 x 的取值范围为（　　）

A.（$\frac{\pi}{4}$，$\frac{\pi}{2}$）∪（π，$\frac{5\pi}{4}$）　　　B.（$\frac{\pi}{4}$，π）

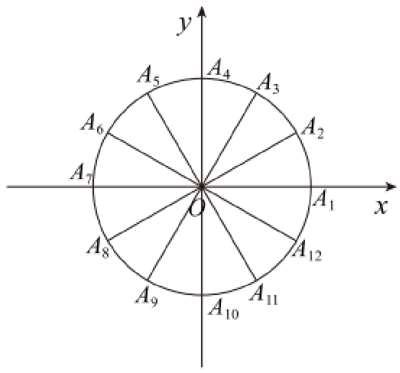
C.（$\frac{\pi}{4}$，$\frac{5\pi}{4}$）　　　D.（$\frac{\pi}{4}$，π）∪（$\frac{5\pi}{4}$，$\frac{3\pi}{2}$）

2、在平面坐标系中，$\widehat{AB}$，$\widehat{CD}$，$\widehat{EF}$，$\widehat{GH}$是圆$x^2+y^2=1$上的四段弧（如图），点 P 在其中一段上，角α以 Ox 为始边，OP 为终边，若$\tan\alpha<\cos\alpha<\sin\alpha$，则 P 所在的圆弧是



（A）$\widehat{AB}$　（B）$\widehat{CD}$　（C）$\widehat{EF}$　（D）$\widehat{GH}$

（14）如图，单位圆被点$A_1,A_2,\cdots,A_{12}$分为 12 等份，其中$A_1(1,0)$.
角 α 的始边与x轴的非负半轴重合，角 α 的终边经过点 A_5，
则 $\cos\alpha$ = ______；若$\sin\alpha=\sin(\alpha+\frac{\pi}{3})$，则角$\alpha$的终边
与单位圆交于点________.（从$A_1,A_2,\cdots,A_{12}$中选择，
写出所有满足要求的点）.



（4）命题“$\exists x\in\mathbf{R}$，$x-1>0$”的否定是

（A）$\forall x\in\mathbf{R}$，$x-1\leqslant 0$　　　（B）$\exists x\in\mathbf{R}$，$x-1\leqslant 0$

（C）$\forall x\in\mathbf{R}$，$x-1<0$　　　（D）$\exists x\in\mathbf{R}$，$x-1<0$

3、函数$y=-\cos^2x+\sin x$的值域为（　）

A. $[-1，1]$　B. $[-\frac{5}{4}，-1]$　C. $[-\frac{5}{4}，1]$　D. $[-1，-\frac{5}{4}]$

4、函数$y=\frac{\sin x}{|\sin x|}+\frac{\cos x}{|\cos x|}+\frac{\tan x}{|\tan x|}$的值域是__________

5．下列函数中，最小正周期为2π的是（　）

A．$y=sin\frac{x}{2}$　　B．$y=sin\,2\,x$　　C．$y=\left|sin\frac{x}{2}\right|$　　D．$y=|sin\,x|$

6．为了得到函数$y=sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$的图象，只需把函数$y=sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$的图象（　）

A．向左平移$\frac{\pi}{4}$个单位长度　　B．向右平移$\frac{\pi}{4}$个单位长度

C．向左平移至$\frac{\pi}{2}$个单位长度　　D．向右平移$\frac{\pi}{2}$个单位长度

3．（2023·北京西城·统考一模）已知P为$\triangle ABC$所在平面内一点，$\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{CP}$，则（　）

A．$\overrightarrow{AP}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$　　B．$\overrightarrow{AP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

C．$\overrightarrow{AP}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$　　D．$\overrightarrow{AP}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

4．（2023·北京朝阳·统考一模）设$(1+x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n$，若$a_2=a_3$，则$n=$（　）

A．5　　B．6　　C．7　　D．8

2．（2023·北京海淀·统考一模）在$\triangle ABC$中，$b\,sin\,2\,A=\sqrt{3}a\,sin\,B$．

(1)求$\angle A$；

(2)若$\triangle ABC$的面积为$3\sqrt{3}$，再从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知，使$\triangle ABC$存在且唯一确定，求 a 的值．

条件①：$sin\,C=\frac{2\sqrt{7}}{7}$；条件②：$\frac{b}{c}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$；条件③：$\cos C=\frac{\sqrt{21}}{7}$.

注：如果选择的条件不符合要求，第(2)问得 0 分；如果选择多个符合要求的条件分别解答，按第一个解答计分．

5．（2023·北京房山·统考一模）在$\triangle ABC$中，$sin\,A=sin\,2\,A, 2a=\sqrt{3}b$，则$\angle A=$__________；$\frac{b}{c}$的值为__________．

5．不等式$\frac{2x-1}{x+2}>1$的解集为_________．

6．（2023·北京丰台·统考一模）若复数$\frac{a+i}{1+i}(a\in\boldsymbol{R})$是纯虚数，则$a=$________．

1．（2023·北京朝阳·统考一模）声音是由于物体的振动产生的能引起听觉的波，我们听到的声音多为复合音．若一个复合音的数学模型是函数$f(x)=sin\,x+\frac{1}{2}sin\,2\,x(x\in R)$，则下列结论正确的是（　）

A．$f(x)$的一个周期为π　　B．$f(x)$的最大值为$\frac{3}{2}$

C．$f(x)$的图象关于直线$x=\pi$对称　　D．$f(x)$在区间$[0,2\pi]$上有 3 个零点

2．（2023·北京石景山·统考一模）已知数列$\{a_n\}$满足：对任意的$m,n\in\boldsymbol{N}^*$，都有$a_ma_n=a_{m+n}$，且$a_2=3$，则$a_{10}=$（　）B

A．3^4　　B．3^5　　C．3^6　　D．3^{10}

12．（2023·北京海淀·统考一模）设函数$f(x)=\begin{cases}(x-a+1)(x+1), x<1\\ lg\,x-a, x\geq 1\end{cases}$

①当$a=0$时，$f(f(1))=$_________；

②若$f(x)$恰有 2 个零点，则 a 的取值范围是_________．

（3）$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CD}$化简后等于

（A）$\overrightarrow{BC}$　　（B）$\overrightarrow{CB}$　　（C）$\overrightarrow{BD}$　　（D）$\overrightarrow{DB}$

（4）已知偶函数$f(x)$在区间$(-\infty,-1]$上单调递减，则下列关系式中成立的是

（A）$f(-\frac{5}{2})<f(-3)<f(2)$　　（B）$f(-3)<f(-\frac{5}{2})<f(2)$

（C）$f(2)<f(-3)<f(-\frac{5}{2})$　　（D）$f(2)<f(-\frac{5}{2})<f(-3)$

（8）已知$a=log_{0.6}0.5, b=0.5^{0.6}, c=0.5$,则$a,b,c$的大小关系为 A

（A）$a>b>c$　　（B）$a>c>b$　　（C）$c>a>b$　　（D）$c>b>a$

（13）在平面直角坐标系 xOy 中，角α与角β均以Ox为始边，若角α的终边经过点$P(-\frac{4}{5},\frac{3}{5})$，角$\beta$的终边与角$\alpha$的终边关于原点对称，则$sin\,\alpha=$_______，$cos\,\beta=$_______.

（15）将函数$f(x)=sin\,2x$的图象向左平移φ $(\varphi>0)$个单位长度，得到函数$g(x)$的图象．若函数$g(x)$的图象关于y轴对称，则φ的一个取值为_______.

（16）已知函数$f(x)=2x+b$，$g(x)$为偶函数，且当$x\geq 0$时，$g(x)=x^2-4x$．记函数$T(x)=\begin{cases} f(x), & f(x)\geq g(x), \\ g(x), & f(x)<g(x), \end{cases}$给出下列四个结论：

① 当$b=0$时，$T(x)$在区间$[-2,+\infty)$上单调递增；

② 当$b=-8$时，$T(x)$是偶函数；

③ 当$b<0$时，$T(x)$有3个零点；

④ 当$b\geq 8$时，对任意$x\in R$，都有$T(x)>0$.

其中所有正确结论的序号是_______.

（4）若$sin\,\alpha=\frac{3}{5}$，且$\alpha\in(\frac{\pi}{2},\pi)$，则$tan(\frac{\pi}{4}-\alpha)=$

（A）$-\frac{3}{4}$　　（B）$\frac{1}{7}$

（C）$\frac{3}{4}$　　（D）7

（5）在ΔABC中，点D满足$\overrightarrow{BD}=\lambda\overrightarrow{BC}$．若$\overrightarrow{AD}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$, 则$\lambda=$

（A）$\frac{1}{3}$　　（B）$\frac{1}{4}$

（C）3　　（D）4

（7）已知z_1，z_2是两个复数，则“z_1，z_2互为共轭复数”是“z_1，z_2的差为纯虚数”的

（A）充分而不必要条件　　（B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件　　（D）既不充分也不必要条件

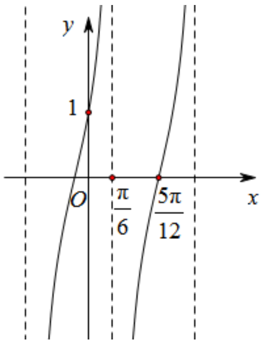
（9）函数$f(x)=A\,tan(\omega x+\phi)(\omega>0,|\phi|<\frac{\pi}{2})$的部分图象如图所示，则$f(\frac{13\pi}{12})=$

（A）1

（B）$\sqrt{3}$

（C）3

（D）$3\sqrt{3}$



7．若$cos(\frac{\pi}{4}-\alpha)=\frac{3}{5}$，则$sin\,2\alpha=$

A．$\frac{7}{25}$　　B．$\frac{1}{5}$　　C．$-\frac{1}{5}$　　D．$-\frac{7}{25}$

12．若$tan\,\theta=\frac{1}{3}$，则$cos\,2\theta=$__________.

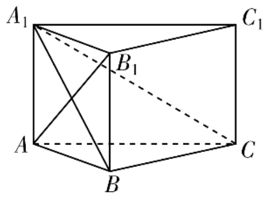
9. 已知直线 a，b 与平面 α，β，γ，下列说法正确的是

（A）若 $a/\!/\alpha$，$a\perp\beta$，则 $\alpha\perp\beta$　　（B）若 $a/\!/\alpha$，$a/\!/\beta$，则 $\alpha/\!/\beta$

（C）若 $\alpha\perp\gamma$，$\beta\perp\gamma$，则 $\alpha/\!/\beta$　　（D）若 $\alpha\cap\beta=a$，$b\perp a$，$b\subset\beta$，则 $\alpha\perp\beta$

20.如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$\angle ABC=90^\circ$，$AA_1=AB=1$，平面 $ABB_1A_1\perp$平面 ABC.

（Ⅰ）求证：$AB_1\perp A_1C$；



（Ⅱ）从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知，

当直线 A_1C 与平面 ABC 所成角为 30º 时，

（i）求证：平面 $ABC\perp$平面 ACC_1A_1；

（ii）求二面角 $B-A_1C-A$ 的正弦值.

条件①：$AC_1=A_1C$；条件②：$A_1B=\sqrt{2}$.

注：如果选择条件①和条件②分别解答，按第一个解答计分.

（4）在△ABC中，$\dfrac{b}{\cos B}=\dfrac{c}{\sin C}$，则$\angle B=$

（A）$\frac{\pi}{6}$　　（B）$\frac{\pi}{4}$　　（C）$\frac{\pi}{3}$　　（D）$\frac{\pi}{2}$

（7）将函数$y=sin(2x+\frac{\pi}{3})$的图象向右平移$\frac{\pi}{2}$个单位长度，得到的图象关于点$(\phi,0)$对称，则$|\varphi|$的最小值为

（A）$\dfrac{\pi}{6}$　　（B）$\dfrac{\pi}{4}$　　（C）$\dfrac{\pi}{3}$　　（D）$\dfrac{\pi}{2}$

（10）已知$|\overrightarrow{AM}|=2$，$\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{MB}$，若动点$P$，$Q$与点$A$，$M$共面，且满足$|\overrightarrow{AP}|=|\overrightarrow{AM}|$，$|\overrightarrow{BQ}|=|\overrightarrow{BM}|$，则$\overrightarrow{MP}\cdot\overrightarrow{MQ}$的最大值为

（A）0　　（B）$\frac{1}{2}$　　（C）1　　（D）2

（13）　在△ABC 中，点D，E满足$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{DC}$，$\overrightarrow{AE}=\lambda\overrightarrow{AC}$．若$\overrightarrow{DE}=\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$，则$\lambda=$____.

（14）　在△ABC 中，$\angle A=\frac{\pi}{6}$，$a=\frac{5}{2}$，若△ABC存在且唯一，则b $(b\in Z)$的一个取值为____.

（1）在复平面内，复数 z 对应的点的坐标是$(-1,\sqrt{3})$，则 z 的共轭复数$\bar{z}=$

（A）$1+\sqrt{3}i$　　（B）$1-\sqrt{3}i$　　（C）$-1+\sqrt{3}i$　　（D）$-1-\sqrt{3}i$

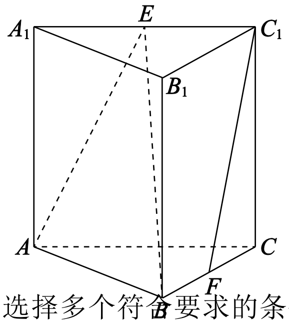
（12）已知函数$f(x)=cos\,2x$．若非零实数a，b，使得$f(x+a)=bf(x)$对$x\in R$都成立，则满足条件的一

组值可以是$a=$________，$b=$________．(只需写出一组)

（18）如图，在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，点E、F分别为A_1C_1、BC的中点．

（Ⅰ）求证：$FC_1\parallel$平面ABE；

（Ⅱ）已知$C_1C\perp BC$，$AB=\sqrt{3}$，$BC=1$，$A_1A=2$，从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择两个作为已知，使得三棱柱唯一确定，并求解下列问题：



条件①：$AC_1=A_1C$；

条件②：$C_1C\perp AC$；

条件③：$AC=2$．

（i）求证：$AB\perp FC_1$；

（ii）求三棱锥B_1-AFC_1的体积．

注：如果选择的条件不符合要求，第（Ⅱ）问得0分；如果选择多个符合要求的条件分别解答，按第一个解答计分．

（4）袋中有10个大小相同的小球，其中7个黄球，3个红球. 每次从袋子中随机摸出一个球，摸出的球不再放回. 则在第一次摸到黄球的前提下，第二次又摸到黄球的概率为

（A）$\frac{2}{3}$　　（B）$\frac{1}{2}$

（C）$\frac{1}{3}$　　（D）$\frac{3}{10}$

（5）已知$2^a=3$，$log_4 5=b$，则2^{a-2b}的值为

（A）15　　（B）$\frac{5}{3}$

（C）$\frac{3}{5}$　　（D）-2

（6）A，B，C三所大学发布了面向高二学生的夏令营招生计划，每位学生只能报一所大学. 某中学现有四位学生报名. 若每所大学都有该中学的学生报名，则不同的报名方法共有

（A）30种　　（B）36种

（C）72种　　（D）81种

（13）已知二项式$(2x+1)^n=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0$的所有项的系数和为243，则$n=$______；$a_2=$______________．

（20）（本小题15分）

已知函数$f(x)=x^2-a\ln x-1\ (a\in R)$．

（Ⅰ）当$a=2$时，求$f(x)$的极值；

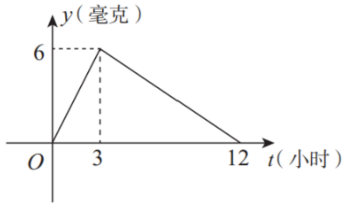
（Ⅱ）若对$\forall x\in(1,+\infty)$，$f(x)>0$恒成立，求a的取值范围；

（Ⅲ）证明：若$f(x)$在区间$(1,+\infty)$上存在唯一零点x_0，则$x_0<e^{a-2}$（其中$e=2.71828\cdots$）．

4．已知事件 A，B 相互独立，$P(A)=0.8$，$P(B)=0.4$，则$P(B|A)$等于（ ）

A．0.32　　B．0.4　　C．0.5　D．0.8

9．某研究所开发一种新药，据监测，一次性服药t（$0\le t\le 12$）小时后每毫升血液中的含药量 y(毫克)与时间 t(小时)之间近似满足图中所示的曲线关系. 据测定，每毫升血液中含药量不少于 4 毫克时治疗疾病有效，则 12 小时内药物在体内对治疗疾病一直有效所持续的时长为



A.4 小时　　B.5 小时

C. 6 小时　　D.7 小时

（19）（本小题 10 分）

已知椭圆 $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的焦距为$2$，长轴长为$4$.

（Ⅰ）求椭圆 E 的方程；

（Ⅱ）过点 $M(-3,0)$ 且与 x 轴不重合的直线 l 与椭圆 E 交于不同的两点 B，C，点 B 关于 x 轴的对称点为 B'. 问：平面内是否存在定点 P，使得 B' 恒在直线 PC 上？若存在，求出点 P 的坐标；若不存在，说明理由.

（10）设点$A(1,0)$，$N(-2,3)$，直线l：$x+ay+2a-1=0$，$AM\perp l$于点M，则$|MN|$的最大值为

（A）$\sqrt{34}$　　（B）6

（C）4　　（D）$3\sqrt{2}+1$

（14）设双曲线C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,\ b>0)$的离心率为$e$，则满足“直线$y=2x$与双曲线$C$无公共点”的$e$的一个值是____.

（10）在平面直角坐标系xOy中，方程$\sqrt{(x+3)^2+y^2}\cdot\sqrt{(x-3)^2+y^2}=13$对应的曲线记为$C$，给出下列结论：

①$(0,0)$是曲线C上的点；

②曲线C是中心对称图形；

③记$A(-3,0),B(3,0)$，P为曲线C上任意一点，则$\triangle PAB$面积的最大值为6.

其中正确结论的个数为

（A）0　　（B）1　　（C）2　　（D）3

（18）（本小题 14 分）

某公司为了了解A,B两个地区用户对其产品的满意程度，从A地区随机抽取 400 名用户，从B地区随机抽取 100 名用户，通过问卷的形式请用户对公司产品评分．该公司将收集的数据按照[20,40)，[40,60)，[60,80)，[80,100]分组，绘制成评分分布表如下：

	A地区	B地区

[20,40)	40	30
[40,60)	120	20
[60,80)	160	40
[80,100]	80	10
合计	400	100

（Ⅰ）采取按组分层随机抽样的方法，从A地区抽取的 400 名用户中抽取 10 名用户参加座谈活动．求参加座谈的用户中，对公司产品的评分不低于 60 分的用户有多少名？

（Ⅱ）从（Ⅰ）中参加座谈的且评分不低于 60 分的用户中随机选取 2 名用户，求这 2 名用户的评分恰有 1 名低于 80 分的概率；

（Ⅲ）若A地区用户对该公司产品的评分的平均值为μ_1，B地区用户对该公司产品的评分的平均值为μ_2，两个地区的所有用户对该公司产品的评分的平均值为μ_0，试比较μ_0和$\frac{\mu_1+\mu_2}{2}$的大小，并说明理由.

19.已知抛物线$C: y^2=2px(p>0)$过点$A(1,2)$.

（Ⅰ）求抛物线C的方程及其焦点坐标；

（Ⅱ）过点A 的直线l与抛物线C的另一个交点为B，若△ OAB的面积为 2，其中O为坐标原点，求点B的坐标.

5．（2023·北京石景山·统考一模）已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$过点$\left(0,\sqrt{3}\right)$，且离心率为$\frac{1}{2}$.

(1)求椭圆C的方程；

(2)过点$P(-1,1)$且互相垂直的直线l_1,l_2分别交椭圆C于M,N两点及S,T两点.求$\frac{|PM||PN|}{|PS||PT|}$的取值范围.

2. 已知数列$\{a_n\}$为无穷多项的等比数列，则“$\{a_n\}$无最值”是“$q<-1$”的（　　）

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件

C.充要条件　　　　D.既不充分也不必要条件

3. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_{n+2}-a_n=2d$（$n=1,2,\cdots$），其中d为常数，则“$a_4-a_1=3d$”是“$\{a_n\}$是等差数列”的（　　）

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件

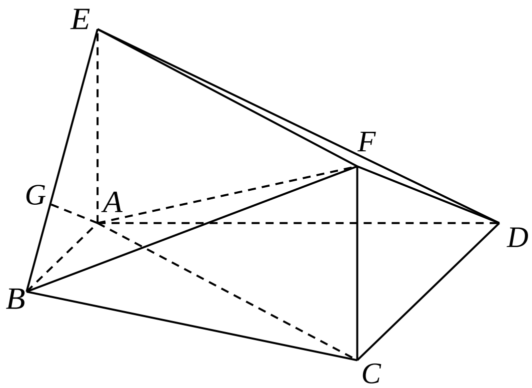
C.充要条件　　　　D.既不充分也不必要条件

4. 已知S_n是数列$\{a_n\}$的前n项和，则“$S_n=na_n$”是“$\{a_n\}$是公比为 1 的等比数列”的（　　）

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件

C.充要条件　　　　D.既不充分也不必要条件

4. 如图，矩形$ACFE$，$AE=1$，$AE\perp$平面$ABCD$，$AB//CD$，$\angle BAD=90^\circ$，$AB=1$，$CD=2$，平面ADF与棱BE交于点G. 再从条件①、条件②、条件③，这三个条件中选择一个作为已知.



（Ⅰ）求证：$AG//DF$；

（Ⅱ）求直线CF与平面ADF夹角的正弦值；

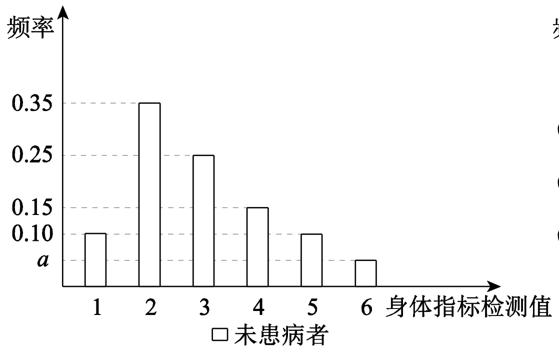
（Ⅲ）求$\frac{BG}{BE}$的值.

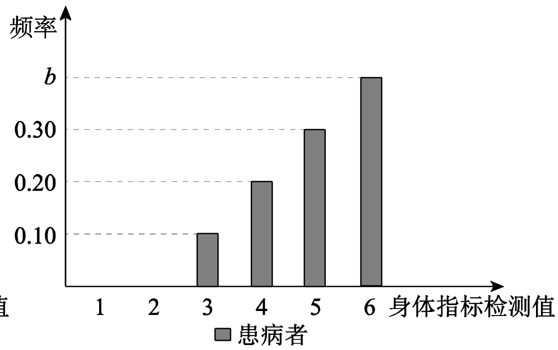
条件①：$AD=1$；

条件②：$AD=2$；

条件③：$AD=3$.

5. 在某地区，某项职业的从业者共约 8.5 万人，其中约 3.4 万人患有某种职业病．为了解这种职业病与某项身体指标（检测值为不超过 6 的正整数）间的关系，依据是否患有职业病，使用分层抽样的方法随机抽取了 100 名从业者，记录他们该项身体指标的检测值，整理得到如下统计图：





（Ⅰ）求样本中患病者的人数和图中 a，b 的值；

（Ⅱ）在该指标检测值为 4 的样本中随机选取 2 人，求这 2 人中有患病者的概率；

（Ⅲ）某研究机构提出，可以选取常数$X_0=n+0.5\ (n\in \boldsymbol{N}^*)$，若一名从业者该项身体指标检测值大于$X_0$，则判断其患有这种职业病；若检测值小于$X_0$，则判断其未患有这种职业病．从样本中随机选择一名从业者，按照这种方式判断其是否患有职业病．写出使得判断错误的概率最小的X_0的值及相应的概率（只需写出结论）.

6. 为迎接 2022 年北京冬季奥运会，普及冬奥知识，某地区的小学学校联合开展了“冰雪答题王”冬奥知识竞赛活动．现从参加冬奥知识竞赛活动的学生中随机抽取了 30 名学生，将他们的比赛成绩（单位：分）用茎叶图记录如图：

				男		女						
					5	8						
			8	0	6	6	9					
		9	8	5	7	0	5	6	6	6	8	8
8	7	6	4	2	8	6	6					
8	6	2	2	0	9	5	8	8				

（1）求这组数据的中位数；

（2）从选出的 15 名女生中随机抽取 2 人，记其中测试成绩在 90 分以上的人数为X，求 X的分布列和数学

期望；

（3）为便于普及冬奥知识，现从每所小学参加冬奥知识竞赛活动的学生中随机选取m个人作为冬奥宣传志愿者，要求每所学校的志愿者中至少有 1 人的“冰雪答题王”的测试成绩在 80 分以上的概率大于 0.99．根据图表中数据，以频率作为概率，给出m的最小值.（只需写出结论）

7. 已知函数$f(x)=ax^2+(x^2-2x+2)e^x$.

（Ⅰ）证明：不论a取何值，曲线$y=f(x)$均与一条定直线相切，并求出该切线方程；

（Ⅱ）若0为函数$f(x)$的极小值点，求a的取值范围；

（III）曲线$y=f(x)$是否存在两个不同的点关于 y 轴对称，若存在，请给出这两个点的坐标及此时a的值，若不存在，请说明理由.

5.椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的右顶点为$B(2,0)$，离心率为$\frac{1}{2}$。

（1）求椭圆C的方程及短轴长；

（2）已知：过定点$A(2,3)$作直线l交椭圆C于D,E两点，过E作AB的平行线交直线DB于点F，设EF中点为G，直线BG与椭圆的另一点交点为M，若四边形$BEMF$为平行四边形，求G点坐标.

6. 椭圆 C：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$的左、右焦点分别为$F_1,F_2$，点$D(-4,0)$，

（1）过点D与椭圆相切的直线为l，求l的方程；

（2）过F_1且与不垂直坐标轴的直线交椭圆于A,B，设直线AD与椭圆 C 的另一个交点为E，连接EF，求证：F_1D平分$\angle BF_1E$

4. 已知ΔABC的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，且$\sqrt{3}\sin(B+\frac{\pi}{6})=-\cos(B+\frac{\pi}{6})$.

（I）求$\angle B$的值；

（II）给出以下三个条件：

条件①：$a^2-b^2+c^2+3c=0$；

条件②$a=\sqrt{3},b=1$；

条件③$S_{\Delta ABC}=\frac{15\sqrt{3}}{4}$.

这三个条件中仅有两个正确，请选出正确的条件并回答下面的问题：

（i）求$\sin A$的值；

（ii）求$\angle ABC$的角平分线BD的长.

参考答案

说明：

1、可根据学生实际选用或改编；

2、本练习题目目的是提醒学生 4 次统练未关注到的点，或重点知识，或变式的形式，学生不必全做；

3、时间仓促，个别题没给答案，另外所提供的答案仅供参考；

预祝同学们取得好成绩！

1、（ C ）

2、**答案：C**

（14）答案：$-\frac{1}{2}$； A_3， A_9

（4） A

3、（ C ）

4、答案：$\{-1,3\}$

5.（C ）

6.（ B ）

3．无

4．无

2．无

5．无

5．无

6．无

1．D

【分析】A.代入周期的定义，即可判断；

B.分别比较两个函数分别取得最大值的x值，即可判断；

C.代入对称性的公式，即可求解；

D.根据零点的定义，解方程，即可判断.

【详解】A.$f(x+\pi)=sin(x+\pi)+\frac{1}{2}sin\,2\,(x+\pi)=-\,sin\,x+\frac{1}{2}sin\,2\,x\neq f(x)$，故 A 错误；

B.$y=sin\,x$，当$x=\frac{\pi}{2}+2k\pi$，$k\in Z$时，取得最大值 1，$y=\frac{1}{2}sin\,2\,x$，当$2x=\frac{\pi}{2}+2k\pi$，$k\in Z$时，即$x=\frac{\pi}{4}+k\pi$，$k\in Z$时，取得最大值$\frac{1}{2}$，所以两个函数不可能同时取得最大值，所以$f(x)$的最大值不是$\frac{3}{2}$，故 B 错误；

C.$f(2\pi-x)=sin(2\pi-x)+\frac{1}{2}sin\,2\,(2\pi-x)=-\,sin\,x-\frac{1}{2}sin\,2\,x\neq f(x)$，所以函数$f(x)$的图象不关于直线$x=\pi$对称，故 C 错误；

D.$f(x)=sin\,x+\frac{1}{2}sin\,2\,x=sin\,x+sin\,x\,cos\,x=0$，即$sin\,x\,(1+cos\,x)=0$，$x\in[0,2\pi]$，

即$\sin x=0$或$\cos x=-1$，解得：$x=0,\pi,2\pi$，

所以函数$f(x)$在区间$[0,2\pi]$上有 3 个零点，故 D 正确.

故选：D

2． B

12．答案： 1 $-\infty,0\cup 2,+\infty)$

（3）B

（4）D

（8） A

（13）答案：$\frac{3}{5}$ $\frac{4}{5}$

（15）答案：$\frac{\pi}{4}$（答案不唯一）

（16）答案：①③

（4）D

（5）B

（7）D

（9）C

7． D

12． $\frac{4}{5}$

9. A

20.解：（Ⅰ）因为 $\angle ABC=90^\circ$，所以$AB\perp BC$，

因为平面 $ABB_1A_1\perp$平面 ABC，平面 $ABB_1A_1\cap$平面 $ABC=AB$，$BC\subset$平面 ABC，

所以 $BC\perp$平面 ABB_1A_1，

因为 $AB_1\subset$平面 ABB_1A_1，

所以 $BC\perp AB_1$，

因为三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$，所以四边形 ABB_1A_1 是平行四边形，

因为 $AA_1=AB$，所以 ABB_1A_1 是菱形，

所以 $AB_1\perp A_1B$，

因为 $A_1B\cap BC=B$，A_1B，$BC\subset$平面 A_1BC，

所以 $AB_1\perp$平面 A_1BC，

因为 $A_1C\subset$平面 A_1BC 所以 $AB_1\perp A_1C$. ……………………………6 分

（Ⅱ）选条件①：

（i）因为 $AC_1=A_1C$，所以平行四边形 ACC_1A_1 为矩形，所以 $AA_1\perp AC$，

由（Ⅰ）知，$AA_1\perp BC$，

因为 $AC\cap BC=C$，BC，$AC\subset$平面 ABC，

所以 $AA_1\perp$平面 ABC，

因为 $AA_1\subset$平面 ACC_1A_1，所以平面 $ACC_1A_1\perp$平面 ABC. …………………………11 分

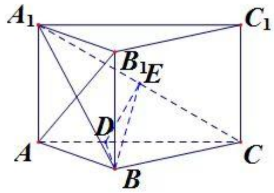
（ii）因为 $AA_1\perp$平面 ABC， $A_1C\cap$平面 $ABC=C$，

所以直线 A_1C 与平面 ABC 所成的角为 $\angle A_1CA$，所以 $\angle A_1CA=30^\circ$，

因为 $AA_1=AB=1$，所以 $A_1C=2$，$AC=\sqrt{3}$，$BC=\sqrt{2}$，$A_1B=\sqrt{2}$

作 $BD\perp AC$ 于 D，

因为平面 $ACC_1A_1\perp$平面 ABC，



平面 $ACC_1A_1\cap$平面 $ABC=AC$，$BD\subset$平面 ABC，

所以 $BD\perp$平面 ACC_1A_1，所以 $BD\perp A_1C$.

作 $DE\perp A_1C$ 于 E，连接 BE，

因为 $BD\cap DE=D$，BD，$DE\subset$平面 BDE，

所以 $A_1C\perp$平面 BDE，

因为 $BE\subset$平面 BDE，所以 $A_1C\perp BE$，

所以$\angle BED$是二面角 $B\text{-}A_1C\text{-}A$ 的平面角.

因为$AC\cdot BD=AB\cdot BC$，所以$BD=\frac{\sqrt{6}}{3}$，

因为$A_1C\cdot BE=A_1B\cdot BC$，所以$BE=1$，所以$sin\angle BED=\frac{BD}{BE}=\frac{\sqrt{6}}{3}$，

所 以 二 面 角 $B\text{-}A_1C\text{-}A$ 的 正 弦 值 为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$. …………………………15 分

条件②：$A_1B=\sqrt{2}AB$，因为 $AA_1=AB$，所以 $AA_1^2+AB^2=A_1B^2$，所以 $AA_1\perp AB$，

由（Ⅰ）知，$AA_1\perp BC$，

因为 $AB\cap BC=B$，BC，$AB\subset$平面 ABC，

所以 $AA_1\perp$平面 ABC，

以下同条件①.

（4）B

（7）A

（10）C

（13）答案：$\frac{2}{3}$

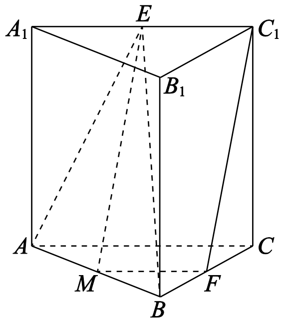
（14）答案：5（答案不唯一）

（1）无

（12）答案：$a=\pi$，$b=1$ (答案不唯一)

（18）（Ⅰ）设 M 为 AB 的中点，连接 ME，MF，

因为 M 为 AB 的中点，F 为 BC 的中点，



所以$MF//AC$，$MF=\frac{1}{2}AC$. ....1 分

因为$AC//A_1C_1$，$AC=A_1C_1$，E为A_1C_1的中点，

所以$MF//EC_1$，$MF=EC_1$. ....2 分

所以$EMFC_1$为平行四边形，

所以$FC_1//ME$. ....3 分

又因为$ME\subset$平面ABE，$FC_1\not\subset$平面ABE，

所以$FC_1//$面ABE. ....5 分

（Ⅱ）选择②③

（ⅰ）由$AB=\sqrt{3}$，$BC=1$，$AC=2$，得$AC^2=AB^2+BC^2$，则$AB\perp BC$.

...................................6 分

因为$C_1C\perp BC$，$C_1C\perp AC$，$AC\cap BC=C$，

所以$C_1C\perp$平面ABC. ....7 分

所以$C_1C\perp AB$. ....8 分

又因为$AB\perp BC$，$C_1C\cap BC=C$，

所以$AB\perp$平面B_1BCC_1. ....9 分

又因为$FC_1\subset$平面B_1BCC_1，

所以$AB\perp FC_1$. 10 分

（4）A

（5） C

（6）B

（13）5,40

（20）**解**：（Ⅰ）函数$f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$.

当$a=2$时，$f'(x)=2x-\frac{2}{x}=\frac{2(x^2-1)}{x}$.

令$f'(x)=0$，解得$x=1$，或$x=-1$（舍）.

当x变化时，$f'(x)$，$f(x)$的变化情况如下表所示：

x	$(0,1)$	1	$(1,+\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	单调递减	0	单调递增

因此，当$x=1$时，$f(x)$有极小值，极小值为$f(1)=0$.

（Ⅱ）$f'(x)=2x-\frac{a}{x}=\frac{2x^2-a}{x}$.

(1)当$a\leq 2$时，因为$x\in(1,+\infty)$，所以$2x^2-a>0$. 所以$f'(x)>0$. 所以$f(x)$在区间$(1,+\infty)$上单调递增. 故$f(x)>f(1)=0$，满足题意.

(2)当$a>2$时，令$f'(x)<0$，得$1<x<\frac{\sqrt{2a}}{2}$.

所以$f(x)$在区间$(1,\frac{\sqrt{2a}}{2})$上单调递减. 所以$f(\frac{\sqrt{2a}}{2})<f(1)=0$, 不符合题意.

综上可知，$a\in(-\infty,2]$. ....9 分

（Ⅲ） 当$a\leqslant 2$时，由（Ⅱ）知，对任意$x\in(1,+\infty)$，$f(x)>0$恒成立，所以$f(x)$在区间$(1,+\infty)$没有零点，不符合题意.

当$a>2$时，因为$f(x)$在区间$(1,\frac{\sqrt{2a}}{2})$上单调递减，且$f(1)=0$，

所以$f(x)$在区间$(1,\frac{\sqrt{2a}}{2}]$上无零点.

因为 $f(x)$ 在区间 $(1,+\infty)$ 上存在唯一零点 x_0，所以$x_0 > \frac{\sqrt{2a}}{2}$.

因为当$x > \frac{\sqrt{2a}}{2}$时，$f'(x) > 0$，所以函数$f(x)$在$(\frac{\sqrt{2a}}{2},+\infty)$上单调递增.

要证 $x_0 < e^{a-2}$，只要证 $f(x_0) < f(e^{a-2})$，即只要证 $f(e^{a-2}) > 0$.

$f(e^{a-2}) = e^{2a-4} - a(a-2) - 1$，令$t = a-2 > 0$，只要证 $e^{2t} - t(t+2) - 1 > 0$.

令 $g(x) = e^{2x} - x(x+2) - 1(x > 0)$，$g'(x) = 2e^{2x} - 2x - 2$.

令 $h(x) = 2e^{2x} - 2x - 2$，当$x > 0$时，$h'(x) = 4e^{2x} - 2 > 0$，

所以$g'(x)$在区间$(0,+\infty)$上单调递增，则有$g'(x) > g'(0) = 0$.

所以$g(x)$在区间$(0,+\infty)$上单调递增，则有$g(x) > g(0) = 0$，

于是$f(e^{a-2}) > 0$得证. 故 $x_0 < e^{a-2}$. ……………………………15 分

（ii）三棱锥$B_1 - AFC_1$的体积就是三棱锥$A - B_1FC_1$的体积.

因为$AB \perp$平面B_1BCC_1， ………………… 12 分

所以三棱锥$A - B_1FC_1$的体积是

$V = \frac{1}{3} \times AB \times S_{\Delta B_1C_1F} = \frac{1}{3} \times AB \times \frac{1}{2} \times B_1C_1 \times A_1A = \frac{1}{3} \times \sqrt{3} \times \frac{1}{2} \times 1 \times 2 = \frac{\sqrt{3}}{3}$. 14 分

选择 ①③

在三棱柱$ABC - A_1B_1C_1$中，因为A_1ACC_1是平行四边形，$AC_1 = A_1C$

所以$AA_1 \perp AC$.

以下同选择②③.

4．（D）

9． A

（19）**解**:（Ⅰ）因为 椭圆 E 的焦距为2，长轴长为4，

所以 $c = 1$，$a = 2$.

所以 $b^2 = a^2 - c^2 = 3$.

所以 椭圆 E 的方程为$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$. …………3 分

（Ⅱ）存在定点 $P(-\frac{4}{3},0)$，使得 B' 恒在直线 PC 上. 理由如下： …………4 分

设直线 $l: x = my - 3$，$B(x_1,y_1)$，$C(x_2,y_2)$，则 $B'(x_1,-y_1)$.

所以 $\overrightarrow{PC} = (x_2 + \frac{4}{3}, y_2)$，$\overrightarrow{PB'} = (x_1 + \frac{4}{3}, -y_1)$.

由$\begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1, \\ x = my - 3 \end{cases}$ 得 $(3m^2+4)y^2 - 18my + 15 = 0$. …………6 分

所以 $\Delta=48(3m^2-5)>0$， $y_1+y_2=\dfrac{18m}{3m^2+4}$， $y_1y_2=\dfrac{15}{3m^2+4}$． …………8 分

因为 $x_1=my_1-3$， $x_2=my_2-3$，

所以 $(x_1+\dfrac{4}{3})y_2+(x_2+\dfrac{4}{3})y_1=2my_1y_2-\dfrac{5}{3}(y_1+y_2)$

$$=2m\times\frac{15}{3m^2+4}-\frac{5}{3}\times\frac{18m}{3m^2+4}$$

$$=0.$$

所以 $\overrightarrow{PC}\,//\,\overrightarrow{PB'}$．

所以 点 B'， P， C 共线． …………10 分

（10）B

（14）答案不唯一，如2.（注：$e\in(1,\sqrt{5}]$）

（10）B

（18）解：（Ⅰ）设从A地区抽取的用户中抽取的 10 名参加座谈的用户中，对公司产品的评分不低于 60 分的用户有m名，则$\frac{m}{10}=\frac{240}{400}$，所以$m=6$. …………4 分

（Ⅱ）将从（Ⅰ）中参加座谈的且评分不低于 60 分的 6 名用户中，评分为[60,80)的 4 名用户编号为 1，2，3，4，评分为[80,100]的 2 名用户编号为a，b，从 6 人中随机选取 2 名用户的样本空间

$\Omega=\{(1,2),(1,3),(1,4),(1,a),(1,b),(2,3),(2,4),(2,a),(2,b),(3,4),(3,a),(3,b),(4,a),(4,b),(a,b)\}$.

设事件$M=$“这两名用户的评分恰有一名低于 80 分”，则

$$M=\{(1,a),(1,b),(2,a),(2,b),(3,a),(3,b),(4,a),(4,b)\}.$$

则$P(M)=\frac{n(M)}{n(\Omega)}=\frac{8}{15}$,

所以这两名用户的评分恰有一名低于 80 分的概率为$\frac{8}{15}$. …………11 分

（Ⅲ）结论 1：$\mu_0>\frac{\mu_1+\mu_2}{2}$，用样本估计总体.

方法一：计算$\mu_1=30\times\frac{1}{10}+50\times\frac{3}{10}+70\times\frac{4}{10}+90\times\frac{2}{10}=64$，

$\mu_2=30\times\frac{3}{10}+50\times\frac{2}{10}+70\times\frac{4}{10}+90\times\frac{1}{10}=56$，

计算$\mu_0=30\times\frac{7}{50}+50\times\frac{14}{50}+70\times\frac{20}{50}+90\times\frac{9}{50}=62.4$

所以$\mu_0>\frac{\mu_1+\mu_2}{2}$.

方法二：依据A,B两个地区调查后各组数据的频率对比，易知$\mu_1>\mu_2$，

因为A,B两个地区抽取的样本容量不同$n(A):n(B)=4:1$，

所以$\mu_0=\frac{4}{5}\mu_1+\frac{1}{5}\mu_2>\frac{\mu_1+\mu_2}{2}$. …………14 分

结论 2：无法判断μ_0与$\frac{\mu_1+\mu_2}{2}$的大小关系.

理由一：因为样本的抽样具有随机性，样本不一定能完全代表总体，所以无法比较. ….14 分

理由二：因为抽取样本时在两个地区中的抽样的权重不知道，所以无法确定μ_0的值，所以无法比较. …………14 分

注意：只判断大小，不说明理由不给分。

19.解：（I）因为抛物线$C: y^2=2px$经过点$A(1,2)$，

所以$2p=4$，即$p=2$.

故抛物线C的方程为$y^2=4x$，焦点坐标为$(1,0)$.　　　　…………5 分

（II）**解法 1：**因为$|OA|=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，$S_{\Delta OAB}=2$，

所以点B到直线OA的距离$d=\frac{2S_{\Delta OAB}}{|OA|}=\frac{4}{\sqrt{5}}=\frac{4\sqrt{5}}{5}$.

因为直线OA的方程为$2x-y=0$，设点B坐标为$B\left(\frac{t^2}{4},t\right)$，

所以点B到直线OA的距离又可以表示为$d=\frac{\left|2\times\frac{t^2}{4}-t\right|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\frac{\left|\frac{t^2}{2}-t\right|}{\sqrt{5}}=\frac{|t^2-2t|}{2\sqrt{5}}$,

所以$\left|\frac{t^2}{2}-t\right|=4$，解得$t=-2$或$t=4$.

所以点B的坐标为$(1,-2)$或$(4,4)$.

5．解：（1）椭圆C:$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$过点$(0,\sqrt{3})$，且离心率为$\frac{1}{2}$

所以$\begin{cases} b=\sqrt{3} \\ \frac{c}{a}=\frac{1}{2} \\ a^2=b^2+c^2 \end{cases}$，解得$\begin{cases} b=\sqrt{3} \\ c=1 \\ a=2 \end{cases}$，所以椭圆$C$的方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$；

（2）当直线l_1的斜率不存在时，则直线l_1：$x=-1$，代入椭圆方程得$y=\pm\frac{3}{2}$,

所以$M\left(-1,\frac{3}{2}\right),N\left(-1,-\frac{3}{2}\right)$；直线$l_2$：$y=1$，代入椭圆方程得$x=\pm\frac{2\sqrt{6}}{3}$，所以$S\left(\frac{2\sqrt{6}}{3},1\right),N\left(-\frac{2\sqrt{6}}{3},1\right)$,

所以$\frac{|PM||PN|}{|PS||PT|}=\frac{\left|\frac{3}{2}-1\right|\cdot\left|-\frac{3}{2}-1\right|}{\left|\frac{2\sqrt{6}}{3}+1\right|\cdot\left|\frac{2\sqrt{6}}{3}-1\right|}=\frac{3}{4}$;

当直线l_2的斜率不存在时，同理可得$\frac{|PM||PN|}{|PS||PT|}=\frac{4}{3}$;

当直线l_1,l_2的斜率均存在，不妨设直线l_1的方程为$y=k(x+1)+1$，则直线l_2的方程为$y=-\frac{1}{k}(x+1)+1$，$M(x_1,y_1),N(x_2,y_2),S(x_3,y_3),T(x_4,y_4)$，

则$\begin{cases} y=k(x+1)+1 \\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1 \end{cases}$，消去$y$得$(3+4k^2)x^2+8k(k+1)x+4(k+1)^2-12=0$，

$\Delta>0$恒成立，所以$x_1+x_2=-\frac{8k(k+1)}{3+4k^2},x_1x_2=\frac{4(k+1)^2-12}{3+4k^2}$,

所以$|PM||PN|=\sqrt{1+k^2}|x_1+1|\cdot\sqrt{1+k^2}|x_2+1|=(1+k^2)|x_1x_2+(x_1+x_2)+1|$

$=(1+k^2)\left|\frac{4(k+1)^2-12}{3+4k^2}+\frac{-8k(k+1)}{3+4k^2}+1\right|=(1+k^2)\cdot\frac{5}{3+4k^2}$;

同理可得，将k换成$-\frac{1}{k}$可得$|PS||PT|=\left[1+\left(-\frac{1}{k}\right)^2\right]\cdot\frac{5}{3+4\left(-\frac{1}{k}\right)^2}=\left(1+\frac{1}{k^2}\right)\cdot\frac{5k^2}{3k^2+4}$

所以$\frac{|PM||PN|}{|PS||PT|}=\frac{(1+k^2)\cdot\frac{5}{3+4k^2}}{\left(1+\frac{1}{k^2}\right)\cdot\frac{5k^2}{3k^2+4}}=\frac{3k^2+4}{3+4k^2}=\frac{\frac{3}{4}(4k^2+3)+\frac{7}{4}}{3+4k^2}=\frac{3}{4}+\frac{7}{4(3+4k^2)}\in\left(\frac{3}{4},\frac{4}{3}\right)$,

综上所述，$\frac{|PM||PN|}{|PS||PT|}$的取值范围是$\left[\frac{3}{4},\frac{4}{3}\right]$.

2. 答案：C

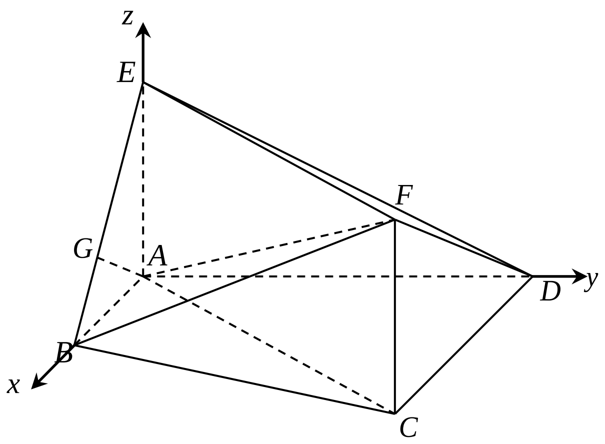
3. 答案：C

4. 答案：B

4.【参考答案】

选择条件①

（Ⅰ）证明：



因为$CD//AB$，$CF//AE$，且$AB\cap AE=A$

又因为$AB,AE\subset$平面ABE，$CD,CF\subset$平面CDF

所以平面$ABE//$平面CDF

又因为$DF\subset$平面CDF，所以$DF//$平面CDF

因为$DF\subset$平面ADF

平面$ADF\cap$平面$ABE=AG$

所以$DF//AG$，即$AG//DF$

（Ⅱ）解：

因为$AE\perp$平面$ABCD$，$AB,AD\subset$平面$ABCD$

所以$AE\perp AB$，$AE\perp AB$. 又$AB\perp AD$

如图，以A为原点，分别以AB，AD，AE所在直线为x轴，y轴，z轴建立空间直角坐标系$A-xyz$，则$A(0,0,0)$，$B(1,0,0)$，$C(2,1,0)$，$D(0,1,0)$，$E(0,0,1)$，$F(2,1,1)$

所以$\overrightarrow{CF}=(0,0,1)$，$\overrightarrow{AD}=(0,1,0)$，$\overrightarrow{DF}=(2,0,1)$

设平面ADF的一个法向量为$n=(x,y,z)$

则$\begin{cases}\overrightarrow{AD}\cdot n=0\\\overrightarrow{DF}\cdot n=0\end{cases}$，即$\begin{cases}y=0\\2x+z=0\end{cases}$

不妨令$x=1$，则$y=0$，$z=-2$

所以$n=(1,0,-2)$

$$cos<\overrightarrow{CF},n>=\frac{\overrightarrow{CF}\cdot n}{|\overrightarrow{CF}||n|}=\frac{-2}{\sqrt{5}}=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

所以直线CF与平面ADF夹角的正弦值$\frac{2\sqrt{5}}{5}$

（Ⅲ）设$\overrightarrow{BG}=\lambda\overrightarrow{BE}$，$\lambda\in[0,1]$

则$\overrightarrow{BG}=\lambda(-1,0,1)=(-\lambda,0,\lambda)$

$$\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BG}=(1,0,0)+(-\lambda,0,\lambda)=(1-\lambda,0,\lambda)$$

又$\overrightarrow{DF}=(2,0,1)$

由（Ⅰ）知$AG//DF$，所以$\overrightarrow{AG}//\overrightarrow{DF}$

所以$\frac{1-\lambda}{2}=\frac{\lambda}{1}$，解得$\lambda=\frac{1}{3}\in[0,1]$

所以$\frac{BG}{BE}=\frac{1}{3}$

5.【参考答案】

解：（Ⅰ）根据分层抽样原则，容量为 100 的样本中，患病者的人数为$100\times\frac{3.4}{8.5}=40$人.

$a=1-0.10-0.35-0.25-0.15-0.10=0.05$，

$b=1-0.10-0.20-0.30=0.40$.

（Ⅱ）指标检测数据为 4 的样本中，

有患病者$40\times0.20=8$人，未患病者$60\times0.15=9$人.

设事件 A 为“从中随机选择 2 人，其中有患病者”.

则 $P(\overline{A})=\frac{C_9^2}{C_{17}^2}=\frac{9}{34}$,

所以 $P(A)=1-P(\overline{A})=\frac{25}{34}$.

（Ⅲ）使得判断错误的概率最小的$X_0=4.5$.

当$X_0=4.5$时，判断错误的概率为$\frac{21}{100}$.

6.【参考答案】

(1)将30个数字从小到大排序：58，60，66，68，69，70，75，75，76，76，76，78，78，78，79，82，84，86，86，86，87，88，90，92，92，95，96，98，98，98.则中位数是$\frac{79+82}{2}$=80.5.

(2) 选出的 15 名女生中 90 分以上的有 3 人，则X的取值范围为{0，1，2}.

$$P(X=0)=\frac{C_{12}^2C_3^0}{C_{15}^2}=\frac{22}{35}$$

$$P(X=1)=\frac{C_{12}^1C_3^1}{C_{15}^2}=\frac{12}{35}$$

$$P(X=2)=\frac{C_{12}^0C_3^2}{C_{15}^2}=\frac{1}{35}$$

故X的分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{22}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{1}{35}$

X的数学期望$E(X)=0\times\frac{22}{35}+1\times\frac{12}{35}+2\times\frac{1}{35}=\frac{2}{5}$.

(3) m的最小值为 7.

根据图表中数据，30 人中有 15 人的成绩在 80 分以上，由频率估计概率，随机抽取 1 人，该人成绩在 80 分以上的概率为$\frac{15}{30}=\frac{1}{2}$.

设每所学校的志愿者中至少有 1 人的“冰雪答题王”的测试成绩在 80 分以上为事件 A.

则$P(A)=1-\left(\frac{1}{2}\right)^m>0.99$,则$m\geq7$.故$m$的最小值为 7.

7.【参考答案】

解：(Ⅰ) $f'(x)=2ax+(x^2-2x+2+2x-2)e^x=2ax+x^2e^x$

易得$f'(0)=0,f(0)=2$均与a无关，

所以不论a取何值，曲线$y=f(x)$都与定直线$y=2$相切.

(Ⅱ)$f'(x)=2ax+x^2e^x=x(2a+xe^x)$

设$g(x)=xe^x$，则$g'(x)=(x+1)e^x$，

当$x \ge -1$时$g'(x) \ge 0$，即函数$g(x)$在$[-1,+\infty)$上单调递增，且$g(0)=0$.

①当$a=0$时$f'(x)=x^2e^x \ge 0$，函数$f(x)$在R上单调递增，无极值，不符；

②当$a<0$时，由函数$g(x)$的性质可知:

存在$x_1>0$，当$x \in (0,x_1)$时，$f'(x)<0$，

函数$f(x)$单调递减，与0为函数$f(x)$的极小值点矛盾，不符；

③当$a>0$时，由函数$g(x)$的性质可知:

存在$x_2<0$，当$x \in (x_2,0)$时，$f'(x)<0$，$f(x)$单调递减，

又因为当$x \in (0,+\infty)$时，$f'(x)>0$，$f(x)$单调递增，

所以0为函数$f(x)$的极小值点，符合.

综上有$a \in (0,+\infty)$.

（III）不存在，理由如下：

设$h(x)=(x^2-2x+2)e^x$，由(Ⅱ)可知函数$h(x)$在R上单调递增，

假设曲线$y=f(x)$存在两个不同的点关于y轴对称，

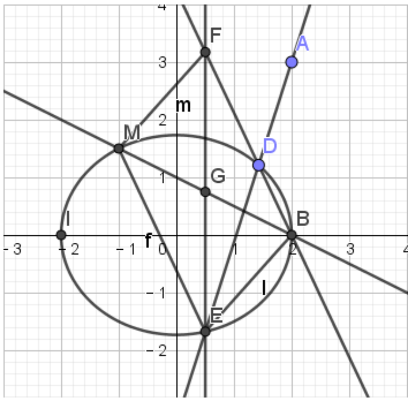
设其坐标分别为$(x_0,y_0),(-x_0,y_0)$，其中$x_0 \ne 0$.

由$f(x_0)=f(-x_0)$得：$h(x_0)=h(-x_0)$，

与$h(x)$在R上单调递增矛盾，

所以曲线$y=f(x)$不存在两个不同的点关于y轴对称.

5.解：（1）易得椭圆方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，短轴长$2\sqrt{3}$



（2）由已知，直线DE的斜率存在，设直线DE为$y=k(x-2)+3$，

$E(x_1,y_1),D(x_2,y_2)$

由$\begin{cases} y=k(x-2)+3 \\ 3x^2+4y^2=12 \end{cases}$

得$(3+4k^2)x^2+8k(3-2k)x+4(3-2k)^2-12=0$

令$\Delta=64k^2(3-2k)^2-4(3+4k^2)(4(3-2k)^2-12)>0$　可得$k>\frac{1}{2}$

于是$x_1+x_2=-\frac{8k(3-2k)}{3+4k^2},x_1x_2=\frac{4(3-2k)^2-12}{3+4k^2}$

DB直线方程为$y=\frac{y_2}{x_2-2}(x-2)$，令$x=x_1$，得$y=\frac{y_2(x_1-2)}{x_2-2}$

于是$F(x_1,\frac{y_2(x_1-2)}{x_2-2})$，所以$EF$中点$G(x_1,\frac{y_1(x_2-2)+y_2(x_1-2)}{2(x_2-2)})$

$$k_{BG}=\frac{y_1(x_2-2)+y_2(x_1-2)}{2(x_2-2)(x_1-2)}=k+\frac{3(x_1+x_2-4)}{2(x_1x_2-2(x_1+x_2)+4)}=-\frac{1}{2}$$

于是GB直线方程为$y=-\frac{1}{2}(x-2)$

由$\begin{cases} y=-\frac{1}{2}(x-2) \\ 3x^2+4y^2=12 \end{cases}$可解得$M(-1,\frac{3}{2})$，于是$G(\frac{1}{2},\frac{3}{4})$

此时可得$E(\frac{1}{2},\pm\frac{3\sqrt{5}}{4})$，$k=2\pm\frac{\sqrt{5}}{2}$满足$k>\frac{1}{2}$即这样的平行四边形有两个.

6.解答：（1）由已知，直线l斜率存在，设$l:y=k(x+4)$，

联立$\begin{cases} y=k(x+4) \\ 3x^2+4y^2=12 \end{cases}$，消$y$得：$3x^2+4k^2(x+4)^2=12$

即：$(4k^2+3)x^2+32k^2x+64k^2-12=0$

$\Delta=32k^2\cdot 32k^2-4(4k^2+3)(64k^2-12)=-144(4k^2-1)$

令$\Delta=0$，得$k=\pm\frac{1}{2}$

所以l的方程为：$x+2y+4=0$或者$x-2y+4=0$.

（2）设$DA: y=k(x+4)$，$E(x_1,y_1),A(x_2,y_2)$，则当$\Delta>0$时，$\begin{cases} x_1+x_2=-\frac{32k^2}{4k^2+3} \\ x_1\cdot x_2=\frac{64k^2-12}{4k^2+3} \end{cases}$,

此时：

$$k_{F_1A}+k_{F_1E}=\frac{y_1}{x_1+1}+\frac{y_2}{x_2+1}=\frac{k(x_1+4)}{x_1+1}+\frac{k(x_2+4)}{x_2+1}=\frac{k(x_1+4)(x_2+1)+k(x_2+4)(x_1+1)}{(x_1+1)(x_2+1)}$$

$$=\frac{k[2x_1x_2+5(x_1+x_2)+8]}{(x_1+1)(x_2+1)}=\frac{k[2\cdot\frac{64k^2-12}{4k^2+3}-5\cdot\frac{32k^2}{4k^2+3}+8]}{(x_1+1)(x_2+1)}=0$$

所以：$\angle DF_1E=\angle AF_1F_2$，$F_1D$平分$\angle BF_1E$

4.【答案】解：（I）由$\sqrt{3}\sin(B+\frac{\pi}{6})=-\cos(B+\frac{\pi}{6})$，得$\tan(B+\frac{\pi}{6})=-\frac{\sqrt{3}}{3}$,

因为$B\in(0,\pi)$，所以$B=\frac{2\pi}{3}$.

（II）显然$B>A$，所以$b>a$，所以条件②错误，所以①③正确.

（i）由③可得$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{15\sqrt{3}}{4}$，所以$ac=15$，

由①可得$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{-3c}{2ac}=\frac{-3}{2a}=-\frac{1}{2}$,

所以$a=3$，$c=5$，

代入$a^2-b^2+c^2+3c=0$，解得$b=7$，

由$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，解得$\sin A=\frac{3\sqrt{3}}{14}$.

（ii）由正弦定理$\frac{AD}{\sin 60^\circ}=\frac{AB}{\sin\angle ADB}$，$\frac{CD}{\sin 60^\circ}=\frac{BC}{\sin\angle BDC}$，所以$\frac{AD}{CD}=\frac{AB}{BC}$,

解得$AD=\frac{35}{8}$.

在ΔADB中，由正弦定$\frac{BD}{\sin A}=\frac{AD}{\sin 60^\circ}$，所以$BD=\frac{15}{8}$.

1.【答案】$-\frac{4}{3}$，2