1. Funciones continuas

Una función f(x)f(x) es continua en un punto x=ax = ax=a si se cumplen tres condiciones:

- 1. f(a)f(a)f(a) está definida.
- 2. Existe el límite $\lim_{x\to a}f(x)\lim_{x\to a}f(x)\lim_{x\to a}f(x)$.
- 3. Se cumple que $\lim_{x\to a}f(x)=f(a)\lim_{x\to a}f(x)=f(a)\lim_{x\to a}f(x)=f(a)$.

Ejemplo:

La función $f(x)=x2f(x)=x^2f(x)=x2$ es continua en todos los números reales.

2. Límites

El límite describe el valor al que tiende una función cuando la variable se aproxima a un punto.

Ejemplo:

$$\lim_{x\to 2(3x+1)=7}\lim_{x\to 2} (3x+1) = 7x \to 2\lim_{x\to 2} (3x+1) = 7$$

3. Derivadas

La derivada de una función mide la tasa de cambio instantánea.

Definición formal:

$$f'(x)=\lim_{t\to 0} f(x+h)-f(x)hf'(x) = \lim_{t\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}f'(x)=h\to 0\\ \lim_{t\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}f'(x)=h\to 0$$

Ejemplo:

Si $f(x)=x^2f(x) = x^2f(x)=x^2$, entonces f'(x)=2xf'(x) = 2xf'(x)=2x.

4. Integrales

La integral es el proceso inverso de la derivada y representa el área bajo la curva.

Ejemplo:

 $\int x dx = x^2 + C \int x dx = \frac{x^2}{2} + C \int x dx = 2x^2 + C$

5. Series infinitas

Una serie infinita es la suma de una sucesión infinita de términos.

Ejemplo:

La serie geométrica:

$$1 + 12 + 14 + 18 + \dots = 21 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + dots = 21 + 21 + 41 + 81 + \dots = 2$$