

## 计算物理作业 3

### 作业说明:

- 完成所有题目，作业提交截止时间为 2023 年 12 月 2 日 18:00。迟交作业将只能取得本次作业所得分数的 90%。每人有一次迟交作业且不影响成绩的机会，且该次迟交须在规定截止时间的 48 小时内。病假等其他向助教在截止时间前说明的特殊情况除外。
- 请提交一个 PDF 格式的作业解答，其中可以描述相应的解题步骤，必要的图表等。
- 请提交程序的源文件 (格式: python/fortran/c,c++)，并请提交一个源文件的说明文档 (任意可读格式)，主要说明源程序如何编译、运行、输入输出格式等方面的事宜。请保证它们能够顺利编译通过，同时运行后产生你的解答中的结果。
- 本次作业相关的所有文件打包到一个压缩文件后发送到课程的公邮，地址为 com\_phy2023@163.com。压缩包的文件名和邮件题目请取为“学号-姓名-hw3”(例如 210000000-张三-hw3)。
- 作业严禁抄袭，助教会抽查部分同学当面对作业内容进行提问。

### 作业题目:

1. (15 pt)  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + x^{-10}$ ,  $-1 \leq x \leq 3$ , 给出  $f(x)$  的 5 阶和 10 阶的 Chebyshev 近似展开, 讨论及作图比较。

2. (15 pt) 给出  $f(x) = e^x$  的 (2,2) 阶 Pade 近似。

3. (35 pt) 数值积分 利用梯形法则、辛普森法则以及 Gauss-Legendre 方法, 给出下面积分的数值结果:

$$\int_1^{100} \frac{e^{-x}}{x} dx$$

其中梯形法则、辛普森法的格点数分别取为 10, 100, 1000 (格点包括左右端点)。Gauss Legendre 方法格点数为 10, 100, Gauss-Legendre 节点和权重因子可以查阅文献或者调用已有的库函数, 不用推算。

注: 要求程序明确输出, 并在答案文档中明确写出这几种情况下的计算结果, 至少保留五位有效数字。

4. (35 pt) 方程求根 (a) 利用二分法、牛顿-Raphson 法以及割线法, 求解方程  $x - 2 \sin x = 0$  的正根, 要求求解结果的精度为  $10^{-5}$ , 请在各方法中选择适当的量来表示精度。

对于二分法，选取初始区间为  $[1.5, 2]$ ；

对于牛顿法，选取初始点  $x_0 = 1.5$ ；

对于割线法，选取初始点为  $x_0 = 1.5$  以及第一次牛顿法迭代后的点  $x_1$ 。

给出一张表，列出第  $i$  次迭代时二分法的区间  $[a, b]$ ，牛顿法和割线法的迭代值  $x_i$ ，指出各方法在第几次迭代时误差达到精度要求。

(b) 求解方程  $x^2 - 4x \sin x + (2 \sin x)^2 = 0$

上述三种方法是否都还适用？对于适用的方法进行求解，要求同 (a)。