

2022暑期物理专题研讨个人报告

季宇桐 北京大学

2022年7月

1 摘要

本文是笔者在听完暑期物理专题研讨系列课程讲座后的总结与思考。笔者先回忆总结了在系列课程上所能学习吸收的知识，尽力为之后的学习起到提纲挈领的作用。之后结合本人在这几天听课产生的感想和新的认识，对物理学的研究对象、科研的研究对象以及作为学生的未来产生遐想。最后笔者对暑校的学习生活进行了一个小结。

本报告由 \LaTeX 书写。

2 正文

2.1 基础课知识回顾

综述 现代理论物理的两大基石是相对论和量子力学，相对论的基本公理带领我们重塑了对时空的认识：时间与空间紧密相连，不可分割。而量子力学一系列颠覆性的结论彻底改变了原有的牛顿力学中对决定论的迷信。基于两者的结合，相对论形式的量子力学应运而生，其核心即Dirac方程。而在处理现代物理另一个重要概念——场的过程中，量子场论作为目前最好的理论被发展出来。并在这些模型的基础上进一步对更深层次的物质微观结构进行探索。物理学的未来并没有结束，更多的未知等待我们的探索。

相对论 相对论是爱因斯坦从麦克斯韦的电动力学的角度出发提出的。洛伦兹变换满足了麦克斯韦方程组的坐标系变换下的形式不变性，爱因斯坦由此毅然选择抛弃原有的绝对时空观，提出了狭义相对论的两条基本公理：相对性原理和光速不变原理。由此衍生出同时的相对性、动尺缩短效应、动钟变慢效应等等有趣的结论。狭义相对论的直接结果之一是质能守恒方程

$$E = mc^2 \quad (1)$$

这或许是大众社会第一次如此真切地感受到物理学的威力，甚至直接的影响了世界格局和人类命运的发展。狭义相对论也解决了著名的“两朵乌云”¹中的Michelson–Morley实验的结果，这个看似不起眼的成就实际上是对时空性质的新理解，每一个坐标系都有属于自己的时间。狭义相对论的时空采用了两种描述方式：闵氏空间和黎曼空间。闵氏空间采取了引入纯虚数单位 i 的方法，从而避免了区分协变四矢量和逆变四矢量，也可以不必引入度规张量 $\eta_{\mu\nu}$ 。而黎曼空间则通过协变与逆变的形式描述，在4维这种数学下，Maxwell方程组可以写成优美的协变形式

$$\partial'_\mu F^{\mu\nu} = \mu_0 j'^\nu \quad (2)$$

$$\partial^\lambda F^{\mu\nu} + \partial^\nu F^{\lambda\mu} + \partial^\mu F^{\nu\lambda} = 0 \quad (3)$$

而对于广义相对论来说，引入度规是不可避免的。广义相对论实际上由黎曼几何描述。

量子理论 量子力学的诞生则要回到在解决黑体辐射问题上经典物理的失效，即“紫外灾难”。普朗克经过研究得到了符合实验情况的黑体辐射公式，而这个公式要求能量是量子的，分立的。另一个重要的事件是爱因斯坦对光电效应的光量子解释，这对经典的电磁波理论提出了挑战。量子化的重要实验事实是康普顿效应，光子与电子发生碰撞后散射，光子的波长发生改变

$$\Delta\lambda = \frac{2h}{mc} \sin \frac{\theta}{2} \quad (4)$$

¹Lord Kelvin, Nineteenth Century Clouds over the Dynamical Theory of Heat and Light

这个结果为早期量子理论提供了重要的实验证据。薛定谔方程实际上脱胎于德布罗意的物质波假设，爱因斯坦关系反映了本被认为是波动的光的粒子性

$$E_p = \frac{p^2}{2m} = \hbar\omega \quad (5)$$

德布罗意关系反映了本被认为是粒子的微观粒子（如电子）的波动性

$$\mathbf{p} = \frac{h}{\lambda} \mathbf{n} = \hbar \mathbf{k} \quad (6)$$

从这两个原理出发，构造一个波函数并进行微分运算，得到含时的薛定谔方程

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{r}, t) = \hat{H}(\hat{\mathbf{r}}, \hat{\mathbf{p}}, t) \psi(\mathbf{r}, t) \quad (7)$$

其中的哈密顿量可用能量和动量两种方式表示出来

$$\hat{H} = \frac{-\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\mathbf{r}, t) \quad (8)$$

或

$$\hat{H} = \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m} + V(\mathbf{r}, t) \quad (9)$$

薛定谔方程通过分离变量解可以得到其定态形式。波恩提出了概率解释，他得到的结果是 $|\psi|^2$ 实际上是粒子出现在 x 附近的概率密度。而在同一时期，海森伯、波恩、乔丹等物理学家发展起了另一种不同形式的量子力学，即矩阵力学。在后来，两种描述方式被证明是相等的，薛定谔绘景和海森伯绘景都可以描述量子力学。

在量子力学发展的历程中，其理论体系被不断地完善，并以原理的形式体系化。首先需要建立希尔伯特空间的有关理论。

对算符 \hat{A} 的定义是：如果对某 \hat{A} 可找到一组连续或分立的矢量 ψ_n ，使得 $\hat{A}\psi_n = A_n\psi_n$ 。其中 A_n 是一组实数， A_n 是 \hat{A} 的本征值， ψ_n 是 \hat{A} 的本征矢。而厄米算符指的就是其厄米共轭（ A^\dagger ，取复共轭再转置）为本身的算符。

在希尔伯特空间中，它们具有如下的性质

- 1) 厄米算符的本征值为实数
- 2) 属于不同本征值的本征矢相互正交，即他们的内积为零（两矢量均不为零）

- 3) 有界厄米算符的本征矢在归一化为单位长度后组成可数的完备正交归一矢

除此之外，希尔伯特空间中物理量和数学量有这样的对应关系

- 1) **物理态**对应希尔伯特 \mathcal{H} 中的矢量。 $|\psi\rangle$ 与 $\lambda|\psi\rangle$ 表示同一态
- 2) **可观测量**对应 \mathcal{H} 中的观测算符。其本征矢构成一组基， \mathcal{H} 中任何矢量均可由此组基展开。

由此，我们可以有如下的量子力学物理公理：

- 1) 对任意可观测量进行测量，得到结果只能为相应算符的本征值之一作为测量结果，该系统处于与之对应的本征矢所表示的某一状态。
- 2) 如果已知某一系统处于 $|A\rangle$ ，并假定 \hat{B} 具有分立的谱，则测量 \hat{B} 得到 B' 的几率与 $|\langle B'|A\rangle|^2$ 成正比(适当归一)。
- 3) 经典力学变量 A, B 与 \hat{A}, \hat{B} 的关系。

$$[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{B}\hat{A} - \hat{A}\hat{B} = i\hbar\{A, B\}$$

最后为泊松括号。

- 4) 系统在 t 时的矢势记为 $|\psi(t)\rangle$ ，引入么正变换

$$|\psi(t)\rangle = \hat{U}(t, t_0)|\psi(t_0)\rangle$$

$$\hat{U}(t, t_0) = \exp\left[-\frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^t \hat{H}(t') dt'\right]$$

\hat{H} 为系统的哈密顿算符。这实际上描述了态随时间的演化，即薛定谔方程。

进而，从原理出发我们可以推导出著名的**不确定性关系**

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2} \quad (10)$$

这告诉我们永远无法同时精确的测量粒子的坐标和动量。

除此之外，量子力学还有其他的描述形式，费曼的路径积分理论也具有其独特的优势。

量子场论 费曼图作为一种天才式的创造成为了重要的处理工具。费曼图是美国物理学家理查德·费曼在处理量子场论时提出的一种形象化的方法，描述粒子之间的相互作用、直观地表示粒子散射、反应和转化等过程。使用费曼图可以方便地计算出一个反应过程的跃迁概率。

在费曼图中，粒子用线表示，费米子一般用实线，光子用波浪线，玻色子用虚线，胶子用圈线。一线与另一线的连接点称为顶点。费曼图的横轴一般为时间轴，向右为正，向左代表初态，向右代表末态。与时间轴方向相同的箭头代表正费米子，与时间轴方向相反的箭头表示反费米子。

2.2 我们如何认识物理学？

缘起 在一代代物理学家的努力下，物理学学科体系逐渐变得越来越完整且明朗。我们对自己已知的已知，未知的未知和未知的未知逐渐有了体系化的认识。

现状 现在的物理学朝着世界的极大和极小两个未知探索，在极大的方面，宇宙学和天文学随着观测技术的不断进步，不断取得新的成果。引力波的发现无疑为这一领域取得一个划时代性的突破。暗物质和暗能量的探测、宇宙历史的演化、宇宙的起源与宇宙大爆炸等许多未解之谜，仍在等待更好理论的提出。

在更小方面，量子场论的成功为我们提供了更多的预言。随着高速加速器的不断的建立和探测，更多的微观结构，从夸克到介子到胶子等更加精细的微观结构，各种理论不断被提出。随着实验的进步，已有的理论在不断被修正。

展望 如何将极大和极小两者联合起来，也是物理学家所关心的问题之一。值得关注的是。在宇宙极大的尺度的研究上反而会遇到黑洞和大爆炸，这种极小的结构，又对量子理论提出了要求。因此，宇宙的极大和极小是连接在一起的，是一条衔尾的蛇。弦论的出现更是令人感到期待与困惑。

而在北京大学的平台下。凝聚态物理，理论物理，高能物理。粒子物理等各个前沿领域百花齐放，等待着我们的选择与探索。

2.3 暑校引发的思考与规划

笔者是物理专业大一学生，本次暑期学校内容远超笔者实际之能力，但所幸笔者尚未完全自我放弃，在一周的时间内对现代理论物理的基础与主体结构有了大致的认识 and 了解。

暑期课堂教会笔者，当人类展开双臂拥抱空气，一亿左右的暗物质粒子与众人共享这一秒间的安谧。格物致理，丰富多彩的内容充实着笔者对物理世界的描摹，读来拗口的各式各样定理背后的步步演绎与推理让人赞叹而钦羡不已，前辈的智慧为后来学者铺就平台，他们战胜对未知的不安，用毕生努力向着研究方向一直行走。笔者心中的物理模样一直是从构建中寻求昔日的未知之谜，从推理中探索明天的来日方长，笔者在逐步明晰着不同方向即将探索的知识与面临的问题，同时这一份震撼与坚定也将伴随笔者学习之旅。

3 结语

对于笔者来说，参加本次暑期学校是一次非常难得，并且宝贵的体验，是这个暑假的重要的一次经历。但美中不足的是。之前的信息了解的过少导致选课略显盲目，如果可以在大二或大三的暑期参加一次这样的系列讲座，我相信收益会远远超乎这次。令笔者欣喜的是，参加这次暑期学校能够令人看清未曾了解的知识结构，对相关的知识体系产生兴趣。另外，本次暑期讲座也给我提供了认识其他学校很多优秀的同学的学习方法，以及他们的积极讨论的态度的一个窗口。能有这样宝贵的和非常优秀的教授和同学对话的机会，以及能够了解到一些最新的前沿的知识的介绍，对于一个处于对未来的一些研究方向没有什么了解的学生是收益良多的。非常期待能够在以后的学习生活中再次有机会参加或旁听这样的讲座。

参考文献

- [1] 程檀生. 现代量子力学基础. 北京大学出版社, 2013.

- [2] Peskin, Michael E. An introduction to quantum field theory. CRC press, 2018.
- [3] Dirac, Paul Adrien Maurice. The principles of quantum mechanics. No. 27. Oxford university press, 1981.