



Matière: Programmation Par Contraintes

Test n°1

Les documents ne sont pas autorisés.

5 1. Problème des Reines

Le problème de n reines, consiste en n variables x_1, \dots, x_n au domaine $\{1, \dots, n\}$ reliés par des contraintes binaires pour tout $1 \leq i < j \leq n$ imposant $x_i - x_j \notin \{i - j, 0, j - i\}$.

Considérons la situation suivante. La variable x_1 est affectée à 2, les autres variables sont libres. Les domaines des variables sont

$$\begin{aligned} D_1 &= \{2\} \\ D_2 &= \{1, 2, 3, 4\} \\ D_3 &= \{1, 2, 3, 4\} \\ D_4 &= \{1, 2, 3, 4\} \end{aligned}$$

Rendre les domaines arc-consistant.

5 2. Satisfiabilité

Combien parmi les 16 assignations possibles valident la formule ?

$$(x \vee \bar{y} \vee \bar{z} \vee \bar{w}) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{w}) \wedge (\bar{x} \vee \bar{z} \vee \bar{w}) \wedge (\bar{x} \vee y) \wedge (x) \wedge (\bar{z}) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y} \vee w).$$

Pour vous aider : il y a 4 variables, chacune avec un domaine $\{0,1\}$ et 7 contraintes.

5 3. Alldifferent

Est-ce que l'instance suivante est satisfiable ? Justifiez dans le cas positif par une solution, et dans le cas négatif par un argument.

$$\begin{aligned} A &\in \{1, 4\} \\ B &\in \{1, 2, 5, 7\} \\ C &\in \{1, 3, 4\} \\ D &\in \{2, 4, 5\} \\ E &\in \{3, 4\} \\ F &\in \{2, 3, 5, 6\} \\ G &\in \{3, 4\} \\ \text{AllDifferent}(A, B, C, D, E, F, G) \end{aligned}$$

5 4. Problème cryptarithmétique

Soit le problème suivant : $3 \times \text{MOT} = \text{TOM} - 1$ consiste à associer à chaque lettre un chiffre de telle sorte que la somme soit valide, dans ce problème on pose que chaque chiffre peut être utilisé plusieurs fois.

- a- Donner le CSP du problème ;
- b- Donner une solution.

Correction Test 1

Problème des reines :

$$D_1 = \{2\}$$

$$D_2 = \{\cancel{1}, \cancel{2}, \cancel{3}, 4\}$$

$$D_3 = \{\cancel{1}, \cancel{2}, \cancel{3}, \cancel{4}\}$$

$$D_4 = \{\cancel{1}, \cancel{2}, 3, \cancel{4}\}$$

	•		
			•
•			
		•	

Satisfaisabilité :

$$x \vee \bar{y} \vee \bar{z} \vee \bar{w} = C_1 = 1$$

$$\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{w} = C_2 = 1 \Rightarrow 0 \vee 0 \vee \bar{w} = 1 \Rightarrow \bar{w} = 1$$

$$\bar{x} \vee \bar{z} \vee \bar{w} = C_3 = 1$$

$$\bar{x} \vee \bar{y} = C_4 = 1 \Rightarrow 0 \vee \bar{y} = 1 \Rightarrow \bar{y} = 1$$

$$x = C_5 = 1 \Rightarrow x = 1$$

$$\bar{z} = C_6 = 1 \Rightarrow \bar{z} = 0$$

$$\bar{x} \vee \bar{y} \vee w = C_7 = 1 \Rightarrow 0 \vee 0 \vee w = 1 \Rightarrow w = 1$$

donc aucune possibilité ne valide la formule.

Contradict =

All different :

$$A \in \{1, 4\}$$

$$B \in \{\cancel{1}, \cancel{2}, \cancel{3}, 7\}$$

$$C \in \{1, 3, 4\}$$

$$D \in \{\cancel{2}, \cancel{4}, 5\}$$

$$E \in \{3, 4\}$$

$$F \in \{\cancel{2}, \cancel{3}, \cancel{5}, 6\}$$

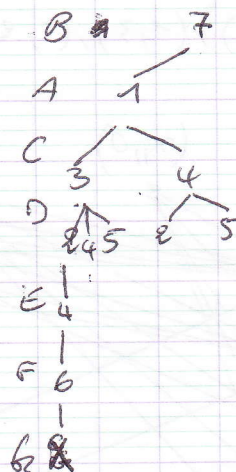
$$G \in \{3, 4\}$$

puisque on a 7 var

$$B = 7 \quad F = 6 \quad D = 5$$

il reste 3 var pour 4 domaines

donc pas de solution



Cryptarithme:

$$\begin{array}{r} \text{NOT} \\ \text{NOT} \\ \text{NOT} \end{array} \quad \begin{array}{l} 3T + 1 = N + R_1 \times 10 \quad (1) \\ 3\theta + R_1 = 0 + R_2 \times 10 \quad (2) \\ 3N + R_2 = T \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \hline \text{TOM} \end{array}$$

$$(2) \Rightarrow 2\theta + R_1 = 10R_2$$

$$\Rightarrow R_1 = 2(5R_2 - \theta) \text{ donc } R_1 \text{ pair}$$

$$\text{puisque } R_1 \text{ est } \Rightarrow (1) \Rightarrow 10R_1 = 3T + 1 - N$$

$$\text{donc } 10R_1 \leq 28 \Rightarrow R_1 \leq 2$$

$$R_1 = 0 \Rightarrow 5R_2 - \theta = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5R_2 = \theta \Rightarrow R_2 = 0 \text{ car } \theta \in \{0, \dots, 9\} \\ R_2 = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \theta = 0 \Rightarrow (3) \quad 3N = T \Rightarrow (2) \quad 3N + 1 = N \text{ faux} \\ \theta = 5 \Rightarrow (3) \quad 3N + 1 = T \Rightarrow (1) \quad 3N + 4 = N + 0 \text{ faux} \end{cases}$$

$$R_1 = 2 \Rightarrow 2(5R_2 - \theta) = 2 \Rightarrow 5R_2 - \theta = 1$$

$$\Rightarrow R_2 = \begin{cases} 1 \Rightarrow \theta = 4 \Rightarrow (3) \quad 3N + 1 = T & 3N + 4 - N - 0 = 0 \\ 2 \Rightarrow \theta = 9 & 8N = 16 \Rightarrow N = 2 \\ & T = 7 \end{cases}$$

$$N = 2 \quad \theta = 4 \quad T = 7$$

$$3 \times 247 = 741 = 742 - 1$$