

Exercice 1 : Send more money

On considère l'addition suivante :

$$\begin{array}{r} \text{SEND} \\ + \text{MORE} \\ \hline = \text{MONEY} \end{array}$$

où chaque lettre représente un chiffre différent (compris entre 0 et 9). On souhaite connaître la valeur de chaque lettre, sachant que la première lettre de chaque mot représente un chiffre différent de 0.

Modélisez ce problème sous la forme d'un CSP.

Exercice 2 : Problème des n-reines

Le but de ce problème, inspiré du jeu d'échec, est de placer n reines sur un échiquier de dimension $n \times n$ de manière à ce qu'aucune ne soit en prise. Deux reines sont en prises si elles sont sur la même ligne, la même colonne ou la même diagonale.

1. Modélisez ce problème sous la forme d'un CSP.
2. Ce problème présente beaucoup de solutions symétriques. Donnez une formulation sous forme d'un problème d'optimisation pour éviter les solutions symétriques.

Exercice 3 : Retour de monnaie

On s'intéresse à un distributeur automatique de boissons. L'utilisateur insère des pièces de monnaie pour un total de T centimes de dollar, puis il sélectionne une boisson, dont le prix est de P centimes de dollar (T et P étant des multiples de 10). Il s'agit alors de calculer la monnaie à rendre, sachant que le distributeur a en réserve $E2$ pièces de 2 \$, $E1$ pièces de 1 \$, $C50$ pièces de 50 centimes, $C20$ pièces de 20 centimes et $C10$ pièces de 10 centimes.

1. Modélisez ce problème sous la forme d'un CSP.
2. Exprimez le fait que l'on souhaite que le distributeur rende le moins de pièces possibles.

Exercice 4 : Coloriage d'une carte

Il s'agit de colorier les 7 régions de la carte ci-dessous, de sorte que deux régions ayant une frontière en commun soient coloriées avec des couleurs différentes. On dispose pour cela des 3 couleurs suivantes : bleu, rouge et vert.



1. Modélisez ce problème sous la forme d'un CSP.
2. Donner le graphe de contraintes.

Indications pour bien démarrer

Exercice 1 : Send more money

Pour modéliser ce problème sous la forme d'un CSP, il s'agit d'identifier les variables (les inconnues du problème), les domaines de valeur de ces variables, et les contraintes existant entre ces variables.

Ici, les inconnues du problème sont les valeurs des lettres S, E, N, D, M, O, R et Y. On a donc 8 variables, chacune pouvant prendre une valeur comprise entre 0 et 9, sauf S et M qui ne peuvent être égales à 0 puisqu'elles sont en début de mot.

Il s'agit ensuite de définir les contraintes. Une première possibilité consiste à définir une seule contrainte "traduisant" l'équation $SEND + MORE = MONEY$. Pour cela, il s'agit de reconstituer le nombre associé à chaque mot à partir des valeurs des lettres le composant (par exemple, le nombre associé au mot SEND est égal à $D + 10N + 100E + 1000S$).

Une autre possibilité, pour définir les contraintes, consiste à poser les contraintes "verticalement", comme quand on fait une addition à la main :

- la somme des chiffres des unités des nombres à additionner est égale au chiffre des unités du nombre résultat, plus dix fois la retenue ;
- la somme de la retenue des unités et des chiffres des dizaines des nombres à additionner est égale au chiffre des dizaines du nombre résultat, plus dix fois la retenue ;
- etc...

Avec une telle modélisation, il faut rajouter 3 variables R1, R2 et R3 correspondant aux retenues successives, et pouvant prendre pour valeur 0 ou 1 (car la somme de deux chiffres compris entre 0 et 9 est toujours inférieure ou égale à 18).

Il faut par ailleurs ajouter une contrainte pour exprimer le fait que toutes les lettres doivent prendre des valeurs différentes...

Exercice 3 : Retour de monnaie

Pour modéliser ce problème sous la forme d'un CSP, il s'agit d'identifier les variables (les inconnues du problème), les domaines de valeur de ces variables, et les contraintes existant entre ces variables. Ici, T, P, E2, E1, C50, C20 et C10 sont des "données" du problème (correspondant aux paramètres en entrée). Ce que l'on doit déterminer (nos inconnues), c'est la quantité de pièces de 2 et 1 \$, ainsi que de 50, 20 et 10 centimes à rendre. On a donc 5 variables. Pour modéliser notre problème sous la forme d'un CSP (X,D,C), vous devez :

- donner un nom à chacune de ces variables, et définir X comme étant l'ensemble de ces 5 variables;
- définir pour chacune de ces 5 variables son domaine de valeur, sachant que la quantité de pièces retournées, pour un type de pièce donné, est comprise entre 0 et le nombre de pièces de ce type que l'on a en réserve ;
- définir les contraintes (il n'y en a qu'une... elle spécifie que la somme à retourner doit être égale à la somme insérée moins le prix à payer).

Exercice 4 : Coloriage d'une carte

Pour modéliser ce problème sous la forme d'un CSP, il s'agit d'identifier les variables (les inconnues du problème), les domaines de valeur de ces variables, et les contraintes existant entre ces variables.

Ici, ce que l'on doit déterminer (nos inconnues), c'est la couleur de chaque région. On aura donc une variable pour chaque région, chacune de ces variables pouvant prendre comme valeur une des 3 couleurs.

Les contraintes spécifient que deux régions voisines ne doivent pas être de la même couleur.