Matière: **Traitement du Signal** **durée : 1h30**

Examen du 02/06/2022

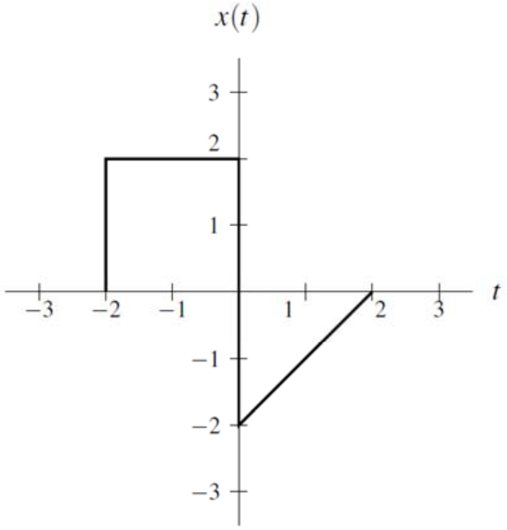
Attention :

- Deux ou plusieurs réponses identiques c'est zéro !
- Une réponse même juste mais sans preuve ou justification est considérée comme fausse et donc pas de points.

Exercice 1 : (7 pts)

Soit la fonction $x(t)$ représentée dans la figure ci-dessous. Dessiner pour chaque transformation le graphe correspondant (pas sur la même figure !) :

(a) $x(t-1)$;
(b) $x(2t)$;
(c) $x(-t)$;
(d) $x(2t+1)$; et
(e) $\frac{1}{4}x(-\frac{1}{2}t+1)-\frac{1}{2}$.



Exercice 2 : (5 pts)

Soit la fonction $y(t)$ définie par :

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t-Tk),$$

où $x(t)$ est une fonction quelconque et T est une constante réelle strictement positive.

- Montrer que $y(t)$ est périodique et que sa période est T.

Exercice 3 : (5 pts)

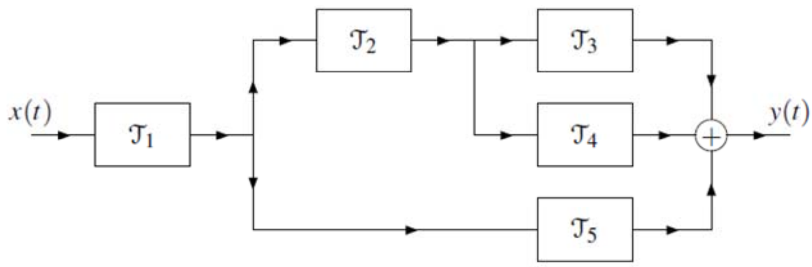
Déterminer la fonction $h(t)$ sachant qu'elle est causale et que sa partie paire est donnée par l'équation suivante :

$$h_{pair}(t) = t[u(t) - u(t-1)] + u(t-1) \text{ pour } t \geq 0.$$

Note : On rappelle que toute fonction $x(t)$ peut être décomposée de manière unique sous forme de la somme (voir le cours):

$$x(t) = x_{pair}(t) + x_{impair}(t)$$

Exercice 4 : (3 pts)
Soit le système représenté dans la figure ci-dessous :



- Exprimer la sortie y en fonction de l'entrée x et des transformations $\mathcal{T}_1, \mathcal{T}_2, \ldots, \mathcal{T}_5$

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Ain Témouchent Belhadj Bouchaib

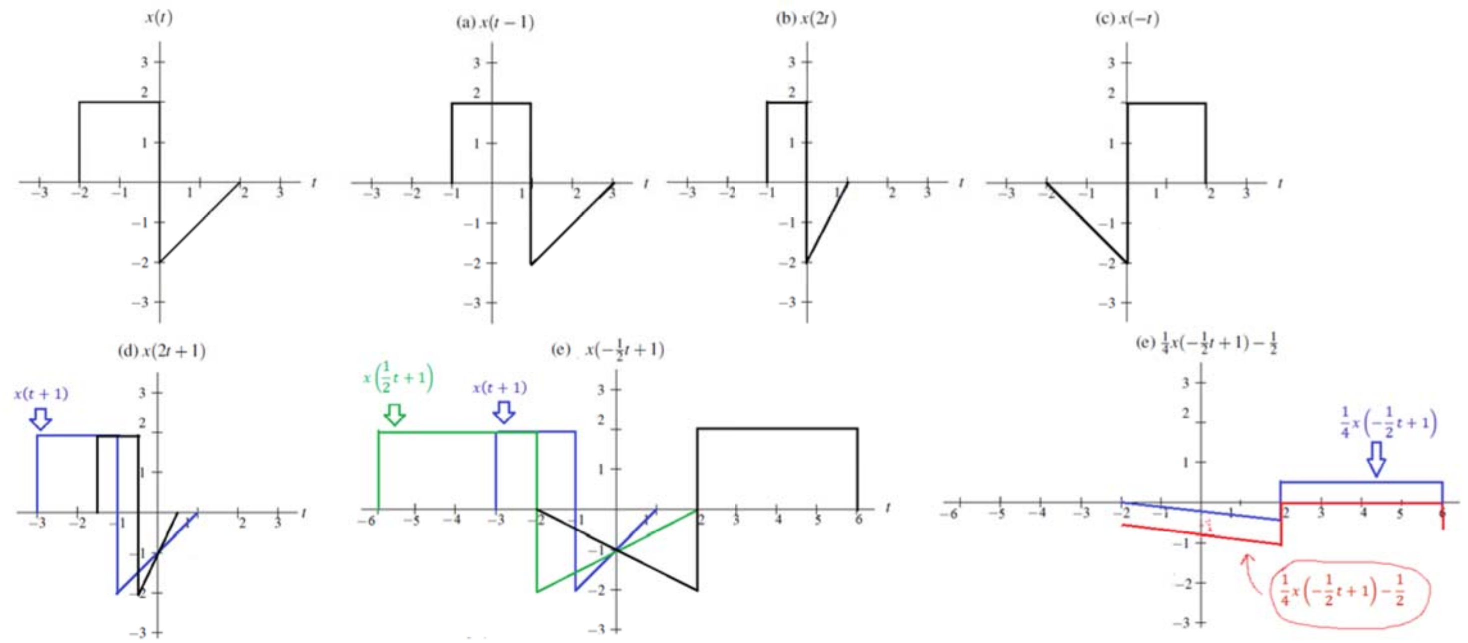
Master 1ere année Informatique

Année universitaire. 2021/2022

Correction de l'Examen TS du 02/06/2022

<u>Exercice 1 :</u> (7 pts)

a,..,d : 1.25 pts
e : 2 pts



<u>Ex2 :</u> (5 pts)

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t - Tk),$$

Pour montrer que $y(t)$ est périodique et que sa période est T il suffit de montrer que $y(t) = y(t + T)$ pour tout t (Cf. : cours2 p5).

D'abord on commence par développer la somme infinie $y(t)$, pour ça il suffit de donner à k les valeurs $\{0, -1,1, -2,2, -3,3, \dots, -\infty, +\infty\}$ on a :

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t - Tk)$$

$$y(t) = \cdots + x(t - 3T) + x(t - 2T) + x(t - T) + x(t) + x(t + T) + x(t + 2T) + x(t + 3T) + \cdots \ (1)$$

Calculons $y(t + T)$, nous avons :

$$y(t + T) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t + T - Tk) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t - T(k - 1)) \ (2)$$

On développe aussi (2) en donnant aussi les valeurs pour k dans $\{0, -1,1, -2,2, -3,3, \dots, -\infty, +\infty\}$ on obtient :

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t - T(k - 1))$$
$$= \cdots + x(t - 3T) + x(t - 2T) + x(t - T) + x(t) + x(t + T) + x(t + 2T) + x(t + 3T) + \cdots \ (3)$$

Donc (1)=(3). CQFD

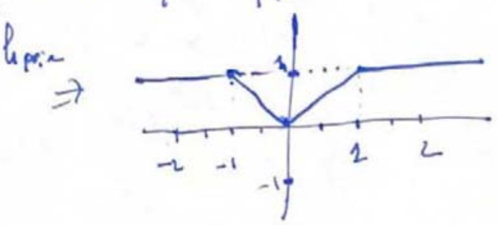
Ex3 : (5 pts)

Ex3 : 5

~~Comme h(t) est~~

Sachant que $h_{pair}(t) = t[u(t) - u(t-1)] + u(t-1)$ pour $t \geq 0$

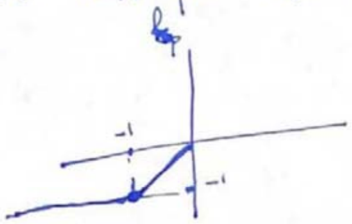
h pair ⇒



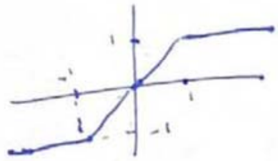
← $h_{pair}(t)$

On sait aussi que h(t) est causale ⇒ h_{impair} est de la forme

h impair ⇒



et comme h_{impair} est impaire ⇒ symétrie par rapport à l'origine



← $h_{impair}(t)$

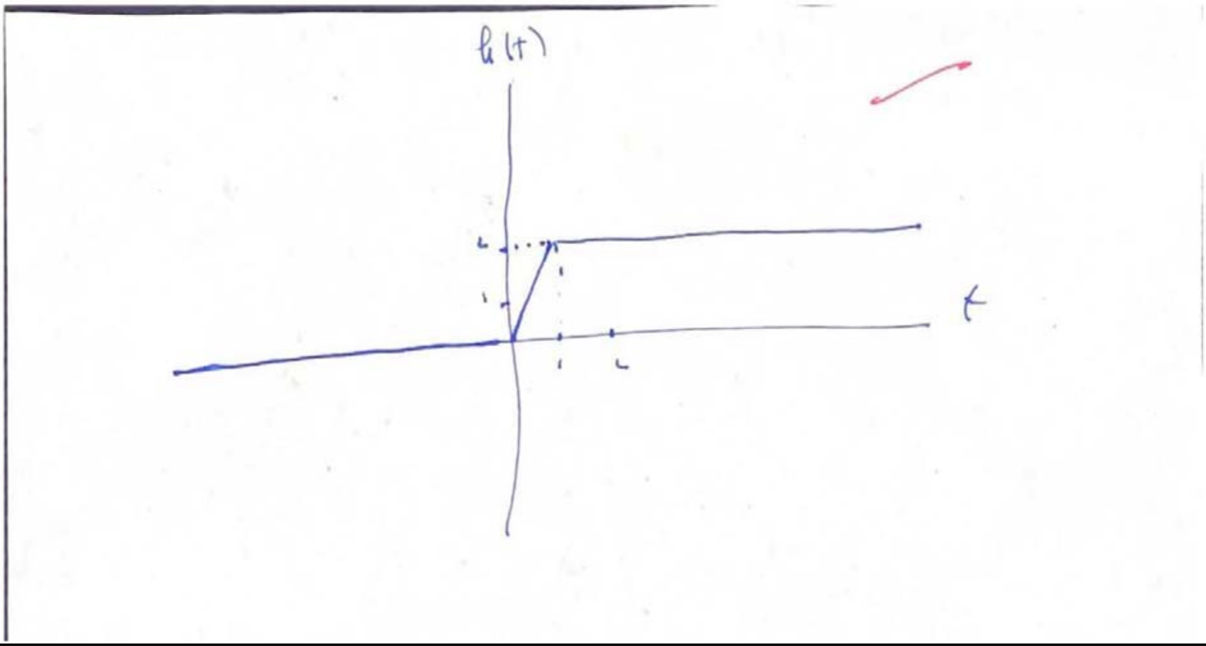
$$\Rightarrow \boxed{h_{impair} = t[u(t) - u(t-1)] + u(t-1) \quad \text{pour } t \geq 0}$$

On déduit alors que $h(t) = h_{pair}(t) + h_{impair}(t)$

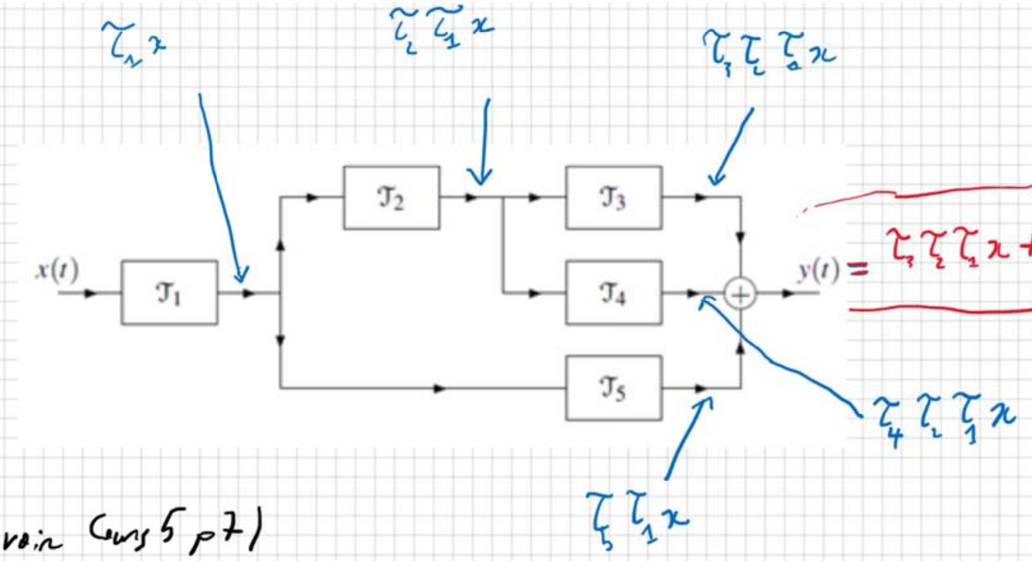
On sait que $h(t) = 0$ pour $t < 0$

Pour $t \geq 0$ $h(t) = t[u(t) - u(t-1)] + u(t-1) + t[u(t) - u(t-1)] + u(t-1)$

$$\boxed{\Rightarrow h(t) = 2t[u(t) - u(t-1)] + 2u(t-1)}$$



Ex4 : (3 pts)



$$y(t) = \boxed{\mathcal{T}_3\mathcal{T}_2\mathcal{T}_1 x + \mathcal{T}_4\mathcal{T}_2\mathcal{T}_1 x + \mathcal{T}_5\mathcal{T}_1 x}$$

(cf: voir Cours 5 p7)