



Matière: Programmation Par Contraintes

Test n°1

Les documents ne sont pas autorisés.

5 1. Problème des Reines

Le problème de n reines, consiste en n variables x_1, \dots, x_n au domaine $\{1, \dots, n\}$ reliés par des contraintes binaires pour tout $1 \leq i < j \leq n$ imposant $x_i - x_j \notin \{i - j, 0, j - i\}$.

Considérons la situation suivante. La variable x_1 est affectée à 2, les autres variables sont libres. Les domaines des variables sont

$$D_1 = \{2\}$$

$$D_2 = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$D_3 = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$D_4 = \{1, 2, 3, 4\}$$

Rendre les domaines arc-consistant.

5 2. Satisfiabilité

Combien parmi les 16 assignations possibles valident la formule ?

$$(x \vee \bar{y} \vee \bar{z} \vee \bar{w}) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{w}) \wedge (\bar{x} \vee \bar{z} \vee \bar{w}) \wedge (\bar{x} \vee y) \wedge (x) \wedge (\bar{z}) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y} \vee w)$$

Pour vous aider : il y a 4 variables, chacune avec un domaine $\{0,1\}$ et 7 contraintes.

5 3. Alldifferent

Est-ce que l'instance suivante est satisfiable ? Justifiez dans le cas positif par une solution, et dans le cas négatif par un argument.

$$A \in \{1, 4\}$$

$$B \in \{1, 2, 5, 7\}$$

$$C \in \{1, 3, 4\}$$

$$D \in \{2, 4, 5\}$$

$$E \in \{3, 4\}$$

$$F \in \{2, 3, 5, 6\}$$

$$G \in \{3, 4\}$$

$$\text{Alldifferent}(A, B, C, D, E, F, G)$$

5 4. Problème cryptarithmétique

Soit le problème suivant : $3 \times \text{MOT} = \text{TOM} - 1$ consiste à associer à chaque lettre un chiffre de telle sorte que la somme soit valide, dans ce problème on pose que chaque chiffre peut être utilisé plusieurs fois.

- a- Donner le CSP du problème ;
- b- Donner une solution.

Correction Test 1

Problème des reines :

$$D_1 = \{2\}$$

$$D_2 = \{\cancel{1}, \cancel{2}, \cancel{3}, 4\}$$

$$D_3 = \{1, \cancel{2}, \cancel{3}, \cancel{4}\}$$

$$D_4 = \{\cancel{1}, \cancel{2}, 3, \cancel{4}\}$$

	•		
			•
•			
		•	

Satisfaisabilité :

$$X \vee \bar{Y} \vee \bar{Z} \vee \bar{W} = C_1 = 1$$

$$\bar{X} \vee \bar{Y} \vee \bar{W} = C_2 = 1 \Rightarrow 0 \vee 0 \vee \bar{W} = 1 \Rightarrow \bar{W} = 1$$

$$\bar{X} \vee \bar{Z} \vee \bar{W} = C_3 = 1$$

$$\bar{X} \vee \bar{Y} = C_4 = 1 \Rightarrow 0 \vee Y = 1 \Rightarrow Y = 1$$

$$X = C_5 = 1 \Rightarrow X = 1$$

$$\bar{Z} = C_6 = 1 \Rightarrow Z = 0$$

$$\bar{X} \vee \bar{Y} \vee W = C_7 = 1 \Rightarrow 0 \vee 0 \vee W = 1 \Rightarrow W = 1$$

donc aucune possibilité ne valide la formule.

contradict =

All different :

$$A \in \{1, 4\}$$

$$B \in \{\cancel{1}, \cancel{2}, \cancel{3}, 7\}$$

$$C \in \{1, 3, 4\}$$

$$D \in \{\cancel{2}, \cancel{4}, 5\}$$

$$E \in \{3, 4\}$$

$$F \in \{\cancel{2}, \cancel{3}, \cancel{4}, 6\}$$

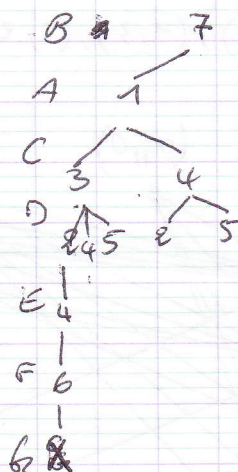
$$G \in \{3, 4\}$$

puisque on a 7 var

$$B = 7 \quad F = 6 \quad D = 5$$

il reste 3 var pour 4 domaines

donc pas de solution



Cryptarithme :

$$\begin{array}{r} \text{NOT} \\ \text{NOT} \\ \text{NOT} \\ \hline \text{TOM} \end{array} \quad \begin{array}{l} 3T + 1 = N + R_1 \times 10 \quad (1) \\ 3O + R_1 = 0 + R_2 \times 10 \quad (2) \\ 3N + R_2 = T \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \hline \text{TOM} \end{array}$$

$$(2) \Rightarrow 2O + R_1 = 10R_2$$

$$\Rightarrow R_1 = 2(5R_2 - O) \text{ donc } R_1 \text{ pair}$$

$$\text{puisque } R_1 \text{ est } \Rightarrow (1) \Rightarrow 10R_1 = 3T + 1 - N$$

$$\text{donc } 10R_1 \leq 28 \Rightarrow R_1 \leq 2$$

$$R_1 = 0 \Rightarrow 5R_2 - O = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5R_2 = O \Rightarrow R_2 = 0 \text{ car } O \in \{0, \dots, 9\} \\ R_2 = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} O = 0 \Rightarrow (3) \quad 3N = T \Rightarrow (2) \quad 3N + 1 = N \text{ faux} \\ O = 5 \Rightarrow (3) \quad 3N + 1 = T \Rightarrow (1) \quad 3N + 4 = N + 0 \text{ faux} \end{cases}$$

$$R_1 = 2 \Rightarrow 2(5R_2 - O) = 2 \Rightarrow 5R_2 - O = 1$$

$$\Rightarrow R_2 = \begin{cases} 1 \Rightarrow O = 4 \Rightarrow (3) \quad 3N + 1 = T & 3N + 4 - N - 0 = 0 \\ 2 \Rightarrow O = 9 & 8N = 16 \Rightarrow N = 2 \\ & T = 7 \end{cases}$$

$$N = 2 \quad O = 4 \quad T = 7$$

$$3 \times 247 = 741 = 742 - 1$$

Matière: Programmation Par Contraintes

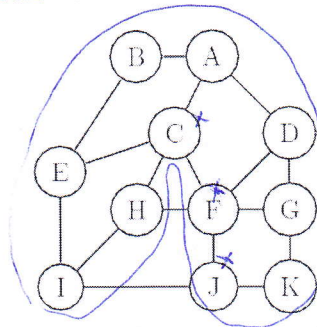
Test n°2

Les documents ne sont pas autorisés.

La note dépend du choix de la méthode, du raisonnement et de la clarté de la copie donc soignez vos réponses !!

1. Problème de coloration de graphe

Soit le graphe suivant qu'on souhaite colorier :



1.1. Quel est la taille du plus petit coupe cycle ? Donnez-le.

1.2. Trouvez le nombre chromatique et exhibez une solution.

Remarque : Le nombre chromatique d'un graphe c'est le nombre de couleurs minimales pour le colorier. Ne pas oublier que colorier le graphe revient à colorier tous les sommets de celui-ci tel que pour chaque paire de sommets adjacents (liés par une arête) ils doivent être coloriés avec des couleurs différentes.

2. Alldifferent

2.1. Rendez ce CSP arc-consistant :

$all\text{-}different(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6)$

où $D_{X_1} = \{1,3\}, D_{X_2} = \{4,5\}, D_{X_3} = \{3,6\}, D_{X_4} = \{4\}, D_{X_5} = \{4,5,6,7\}, D_{X_6} = \{6,7\}$

2.2. Est-il consistant ? Si oui, donnez une solution.

Remarque : Ici on veut l'arc-consistance généralisée pour la contrainte *all-different*.

3. Micro-Structure

Soit $P = \{X, D, C\}$ un CSP défini par :

- $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$
- $D = \{D_1 = \{1,2,3\}, D_2 = \{1,4\}, D_3 = \{1,3,5\}, D_4 = \{5\}\}$
- $C = \{x_1 \neq x_2, x_1 = x_3, x_2 > x_3, x_3 \neq x_4\}$

3.1. Donnez la micro-structure du CSP ainsi que son graphe de contraintes.

3.2. Le CSP est-il consistant ? Justifiez votre réponse.

ajouter les contraintes cachées

4. Question de cours

4.1. Soit P un CSP à résoudre et dont le graphe de contraintes est composé de plusieurs sous-graphes

disjoints. Quelle est d'après vous la meilleure stratégie pour résoudre ce CSP. *union des solutions des sous-graphes*

4.2. Quelle est la taille de la plus grande clique dans le graphe de l'exercice 1. ? Donnez-la.

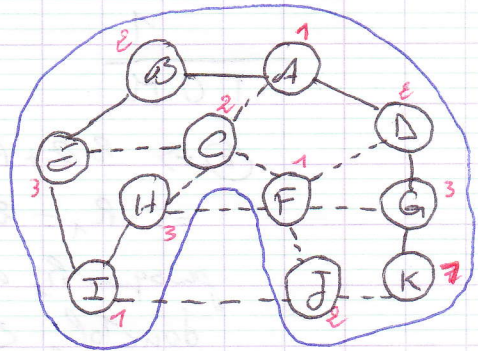
4.3. Quelle est la taille du plus grand cycle dans ce même graphe ? Donnez-le.

Correction Test 2

Coloration de graphe :

1.1/ la taille du plus petit cycle est 3 = $C - F - J$

1.2 / le nbr chromatique = 3



All different:

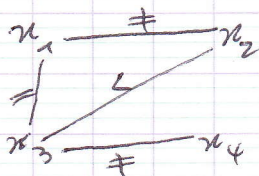
Ex. 1 / $\mathcal{O}_1 = \{1, 3\}$

il est consistant

$$D_2 = \{\cancel{4}, 5\}$$
$$D_3 = \{3, 6\}$$
$$D_4 = \{4\}$$
$$D_5 = \{4, 5, 6, 7\}$$
$$D_6 = \{6, 7\}$$

Micro structure:

11

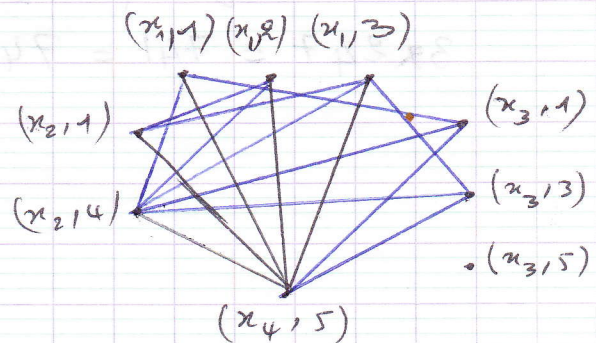


graphe de contraintes

2/ le CSP est consistant

car on trouve une clique de 4

ex $n_1 = 3$ $n_2 = 4$ $n_3 = 3$ $n_4 = 5$



micro structure

Responses:

1/ Union des solut^{os} des mini graphes

3/ taille = n (voir grapho)

2/