Lois de probabilités

Synthèse

Quelques lois de probabilité discrètes:

Lois	Notation	Définition	Espérance	Variance
Uniforme		$\forall\ i,\quad \text{si } 1 \le i \le n$ $P(X = x_i) = \dfrac{1}{n}$	si $x_i = i$, $E(X) = \dfrac{n+1}{2}$	si $x_i = i$, $V(X) = \dfrac{n^2 - 1}{12}$
Bernoulli	$\mathcal{B}(1, p)$	si succès $X = 1$ échec $X = 0$ $P(X = 0) = q$ $P(X = 1) = p$ avec $p + q = 1$	$E(X) = p$	$V(X) = pq$
Binomiale	$\mathcal{B}(n, p)$	$S_n = \sum_{i=1}^{n} X_i$ avec X variable Bernoulli $P(S_n = k\ ) = C_n^k p^k q^{n-k}$	$E(S_n) = np$	$V(S_n) = npq$
Poisson	$\mathcal{P}(\lambda)$	$P(X = k) = \dfrac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$ avec $\lambda > 0$	$E(X) = \lambda$	$V(X) = \lambda$
Binomiale négative	$\mathcal{BN}$ (n,p)	avec k : nbre d'épreuves et n : nbre de succès, $k \ge n$ $P(X = k) = C_{k-1}^{n-1} p^n q^{k-n}$	$E(X) = \dfrac{n}{p}$	$V(X) = n\dfrac{q}{p^2}$
Géométrique	$\mathcal{BN}$ (1,p)	avec $n = 1$ $P(X = k) = pq^{k-1}$	$E(X) = \dfrac{1}{p}$	$V(X) = \dfrac{q}{p^2}$

Quelques lois de probabilité continues :

Lois	Notation	Définition	Espérance	Variance
Uniforme		$f(x)=\dfrac{1}{b-a}$ si $x\in[a,b)]$ $f(x)=0$ si $x\notin[a,b)]$	$E(X)=\dfrac{b+a}{2}$	$V(X)=\dfrac{(b-a)^2}{12}$
Normale	$\mathcal{N}(\mu,\sigma)$	$x\mapsto f(x)=\dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$	$E(X)=\mu$	$V(X)=\sigma^2$
Normale réduite	$\mathcal{N}(0,1)$	$z\mapsto f(z)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}z^2}$ avec $Z=\dfrac{X-\mu}{\sigma}$ et $X\to$ $\mathcal{N}(\mu,\sigma)$	$E(Z)=0$	$V(Z)=1$
Khi deux	$\chi^2(n)$	$\chi^2=\sum_{i=1}^{n}X_i^2$ avec $X_i\to$ $\mathcal{N}((0,1)$ $x\mapsto f(x)=C(n)x^{\frac{n}{2}-1}e^{-\frac{x}{2}}$ avec n degrés de liberté	$E(\chi^2)=n$	$V(\chi^2)=2\,n$
Student	$T(n)$	$T_n=\dfrac{U}{\sqrt{\dfrac{V}{n}}}$ avec $U\to\mathcal{N}((0,1)$ et $V\to\chi^2(n)$	$E(T)=0$ si $n>1$	$V(T)=\dfrac{n}{n-2}$ si $n>2$

Théorème central limite

Si $S_n = X_1 + X_2 + \ldots + X_i + \ldots + X_n$ est la somme de ***n* variables aléatoires indépendantes** et de **même loi** alors la variable aléatoire $Z_n=\dfrac{S_n-n\mu}{\left(\sigma\sqrt{n}\right)}$ suit une **loi normale réduite $\mathcal{N}(0,1)$** et

ceci quelque soit la loi de probabilité suivie par les variables aléatoires.