
Model logistyczny popytu i podaży w czasie rzeczywistym

Jerzy Boksa, Bartosz Gacek





Cel

Głównym celem projektu było stworzenie i przeanalizowanie modelu, który opisuje dynamikę prostego systemu logistycznego popytu i podaży.

Model bada dynamikę, między trzema kluczowymi czynnikami w czasie:

- Ilość produktu (q): Dostępne zapasy w magazynie lub na rynku.
- Produkcja (s): Tempo, w jakim nowe produkty są dostarczane (podaż).
- Popyt (d): Bieżące zapotrzebowanie klientów na produkt.



Użyteczność

Współczesne systemy logistyczne stają się coraz bardziej złożone i dynamiczne.

Zarówno popyt, jak i podaż zmieniają się w czasie, co utrudnia utrzymanie równowagi między produkcją a zapasami.

Model pozwala lepiej zrozumieć:

- jak system reaguje na wzrost popytu lub ograniczenie produkcji,
- kiedy dochodzi do utraty równowagi rynkowej,
- oraz jakie warunki sprzyjają stabilizacji zapasów.



Model PDE

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial(vq)}{\partial x} = s(x, t) - d(x, t)$$

↑
Tempo zmian ilości
produktu w czasie

↑
Prędkość z jaką produkt
jest dostarczany

- $q(x, t)$: ilość produktu w logistyce
- v : prędkość transportu
- $s(x, t)$: źródło (np. produkcja)
- $d(x, t)$: popyt

Model ODE

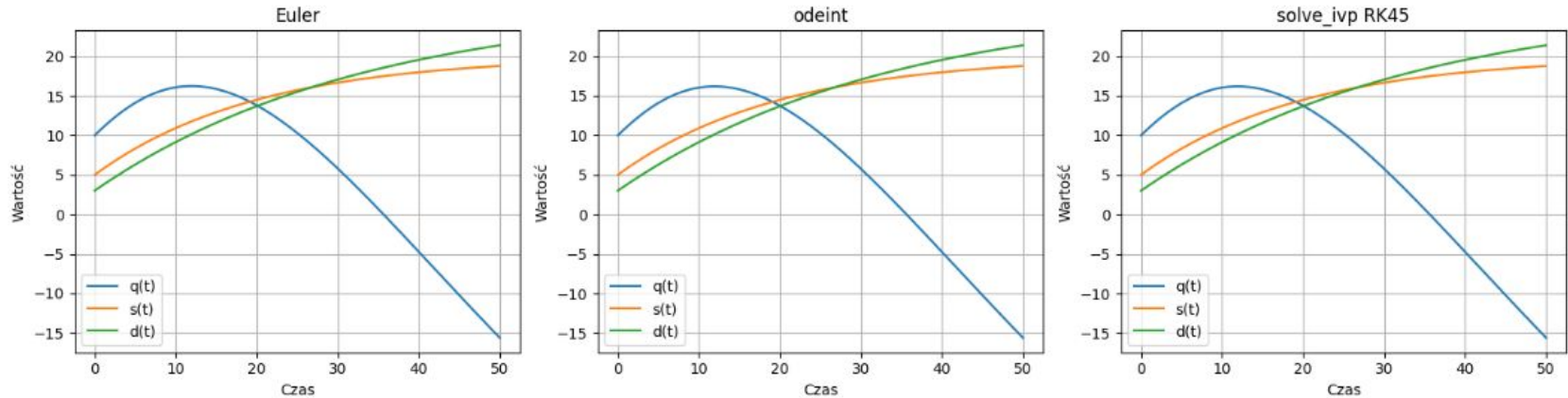
$$\begin{cases} \frac{dq}{dt} = s(t) - d(t) - \alpha q \\ \frac{ds}{dt} = \beta - \gamma s \\ \frac{dd}{dt} = \delta - \eta d \end{cases}$$

Zmienna	Znaczenie	Interpretacja ekonomiczna / logistyczna
($q(t)$)	Ilość produktu w magazynie lub na rynku	Stan zapasów / dostępność produktu
($s(t)$)	Produkcja w czasie (t)	Tempo wytwarzania dobra
($d(t)$)	Popyt w czasie (t)	Zapotrzebowanie klientów na produkt

Symbol	Nazwa parametru	Znaczenie fizyczne / ekonomiczne	Wpływ na model
α	Współczynnik strat produktu	Określa tempo naturalnego ubytku produktu (np. zużycie, przeterminowanie, koszty magazynowania)	Im większe α , tym szybciej maleje $q(t)$, nawet przy stałej produkcji
β	Stała źródłowa produkcji	Bazowy poziom produkcji niezależny od czasu	Wyższe $\beta \rightarrow$ szybciej rośnie $s(t)$
γ	Współczynnik tłumienia produkcji	Określa tempo, w jakim produkcja stabilizuje się (np. ograniczenia zasobów, wydajność maszyn)	Duże $\gamma \rightarrow$ produkcja szybciej osiąga stan ustalony
δ	Stała źródłowa popytu	Określa bazowy wzrost popytu (np. populacja, rynek)	Wyższe $\delta \rightarrow$ rosnący popyt w czasie
η	Współczynnik tłumienia popytu	Określa tempo stabilizacji lub spadku popytu	Duże $\eta \rightarrow$ popyt szybciej osiąga stan równowagi lub spada

Porównanie wyników dla różnych solverów rozwiązania ODE

Solver nie ma znaczenia.



Parametry Eksperymentów

Nr	Parametry	Opis	Oczekiwane zachowanie
1	<code>alpha=0.1, beta=1.0, gamma=0.05, delta=0.8, eta=0.03</code>	Podstawowy scenariusz	Stopniowy wzrost produkcji, popytu i ilości produktu. System stabilizuje się w umiarkowanych wartościach.
2	<code>alpha=0.5, beta=1.0, gamma=0.05, delta=0.8, eta=0.03</code>	Duże straty/zużycie q (<code>alpha</code>)	Ilość produktu spada szybciej, mimo rosnącej produkcji. Można zaobserwować spadek q do niższego poziomu równowagi.
3	<code>alpha=0.1, beta=2.0, gamma=0.05, delta=0.8, eta=0.03</code>	Szybsza produkcja (<code>beta</code>)	Produkcja rośnie szybciej niż popyt. $q(t)$ może osiągnąć wyższe wartości, nadwyżki produktu.
4	<code>alpha=0.1, beta=1.0, gamma=0.2, delta=0.8, eta=0.03</code>	Szybsze spadki produkcji (<code>gamma</code>)	Produkcja szybciej maleje w czasie $\rightarrow q(t)$ rośnie wolniej lub spada, popyt może przewyższać podaż.
5	<code>alpha=0.1, beta=1.0, gamma=0.05, delta=1.5, eta=0.1</code>	Duży popyt (<code>delta</code>) i szybki spadek (<code>eta</code>)	Popyt gwałtownie rośnie i spada, $q(t)$ może wykazywać krótkie piki i spadki, niestabilność czasowa.
6	<code>alpha=0.3, beta=2.0, gamma=0.1, delta=0.5, eta=0.05</code>	Ekstremalne parametry	Produkcja jest wysoka i szybka, popyt mniejszy \rightarrow szybkie nagromadzenie produktu. Może symulować sytuację nadprodukcji w logistyce.

Wartości początkowe

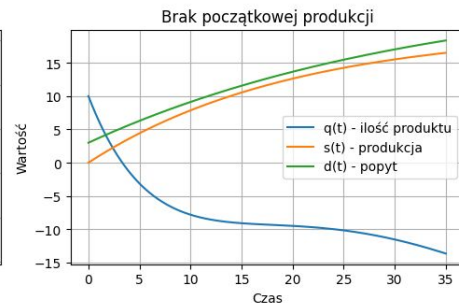
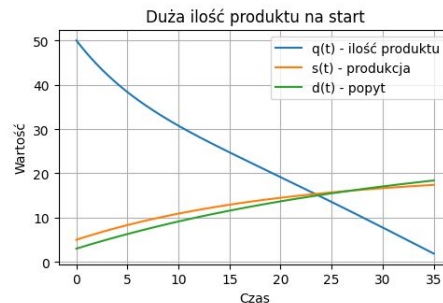
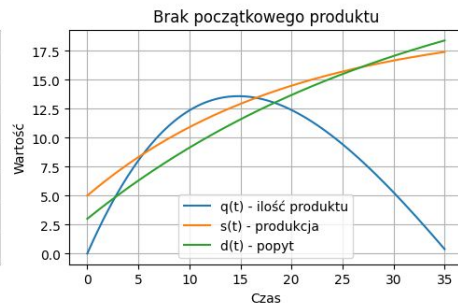
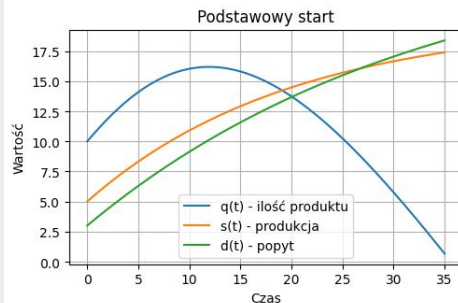


1	$q_0=10, s_0=5, d_0=3$	Podstawowy scenariusz	System startuje od umiarkowanych wartości – $q(t)$, $s(t)$, $d(t)$ rosną lub stabilizują się w standardowym tempie.
2	$q_0=0, s_0=5, d_0=3$	Brak początkowego produktu	Popyt zaczyna redukować zerowy stan q , produkcja nadrabia braki. $q(t)$ rośnie od zera, system pokazuje czas potrzebny na osiągnięcie równowagi.
3	$q_0=50, s_0=5, d_0=3$	Duża ilość produktu na start	Nadmiar początkowy produktu $\rightarrow q(t)$ może początkowo spadać, zanim produkcja i popyt ustabilizują system.
4	$q_0=10, s_0=0, d_0=3$	Brak początkowej produkcji	Produkcja startuje od zera, $q(t)$ może spadać pod wpływem popytu, dopóki produkcja się nie rozkręci.

Zestaw parametrów 1

Mimo początkowego wzrostu produkcji, popytu i ilości produktu, system nie osiąga stabilizacji. Ilość produktu stopniowo spada poniżej zera, co wskazuje, że w analizowanym scenariuszu popyt przewyższa produkcję. Gdy produkcja jest większa od popytu, wzrost ilości produktu jest stosunkowo łagodny, co sugeruje ograniczoną reakcję systemu na nadwyżkę podaży.

Parametry: Podstawowy scenariusz: $\alpha=0.1$, $\beta=1.0$, $\gamma=0.05$, $\delta=0.8$, $\eta=0.03$

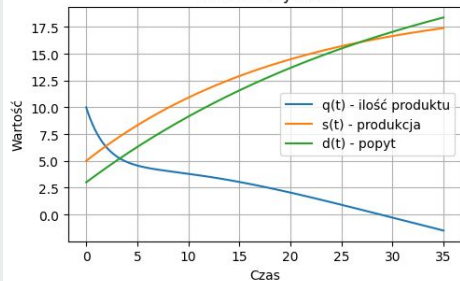


Zestaw parametrów 2

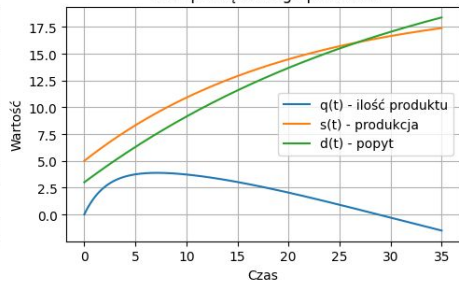
Pomimo użycia różnych zestawów parametrów w każdym przypadku obserwujemy spadek ilości produktu. Ilość produktu stopniowo spada poniżej zera.

Parametry: Duże straty/zużycie q : $\alpha=0.5$, $\beta=1.0$, $\gamma=0.05$, $\delta=0.8$, $\eta=0.03$

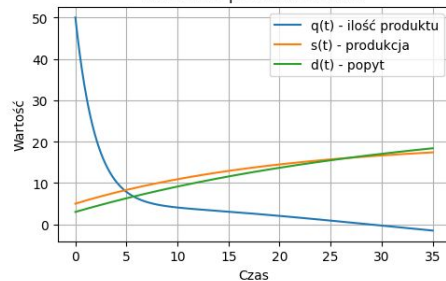
Podstawowy start



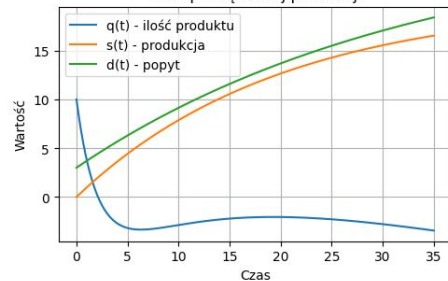
Brak początkowego produktu



Duża ilość produktu na start



Brak początkowej produkcji

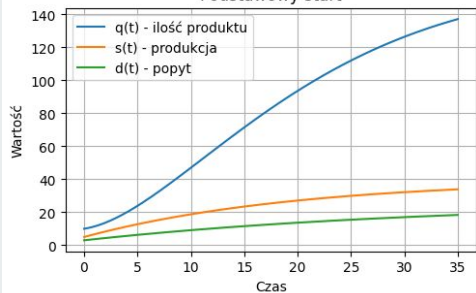


Zestaw parametrów 3

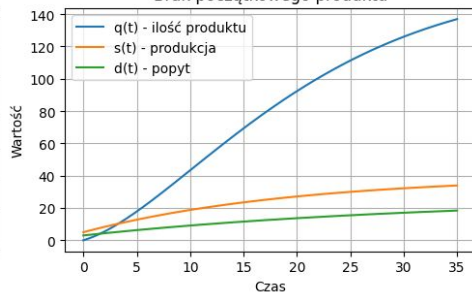
Dla trzeciego zestawu parametrów oczekuje się wzrostu ilości produktu, ponieważ produkcja rośnie szybciej niż popyt. Początkowo jednak, zanim produkcja osiągnie pełne tempo, obserwuje się niewielki spadek ilości produktu, co wynika z podobnego poziomu popytu i podaży w tym okresie.

Parametry: Szybsza produkcja: $\alpha=0.1$, $\beta=2.0$, $\gamma=0.05$, $\delta=0.8$, $\eta=0.03$

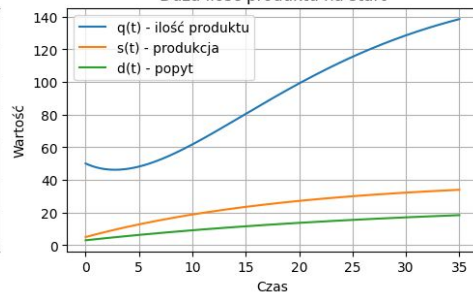
Podstawowy start



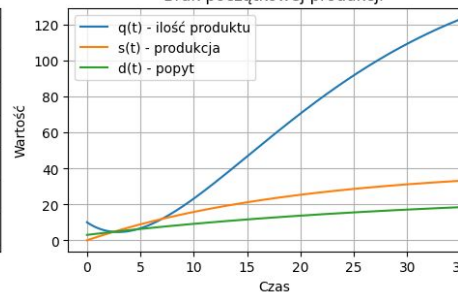
Brak początkowego produktu



Duża ilość produktu na start



Brak początkowej produkcji

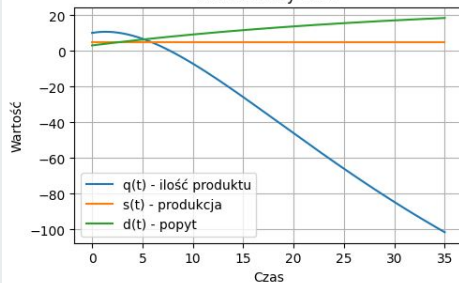


Zestaw parametrów 4

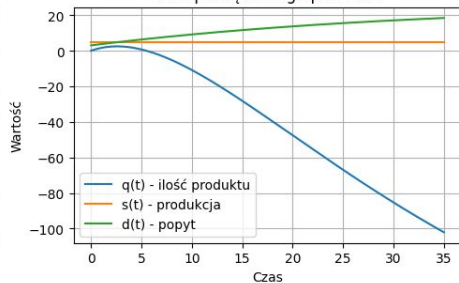
W warunkach rosnącego popytu i malejącej lub stałej produkcji, ilość dostępnych produktów gwałtownie spada niezależnie od stanu początkowego — system traci równowagę, a niedobór nasila się w czasie.

Parametry: Szybsze spadki produkcji: $\alpha=0.1$, $\beta=1.0$, $\gamma=0.2$, $\delta=0.8$, $\eta=0.03$

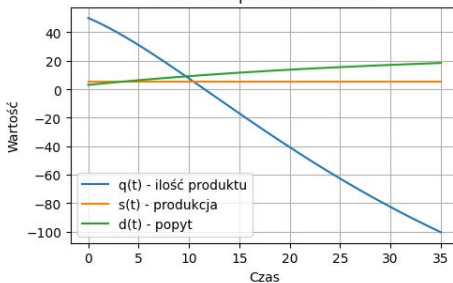
Podstawowy start



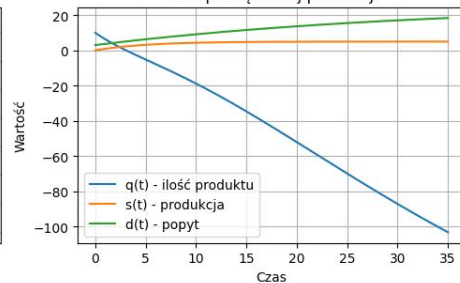
Brak początkowego produktu



Duża ilość produktu na start



Brak początkowej produkcji

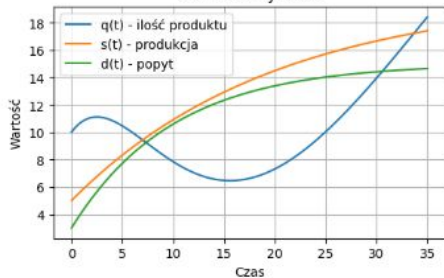


Zestaw parametrów 5

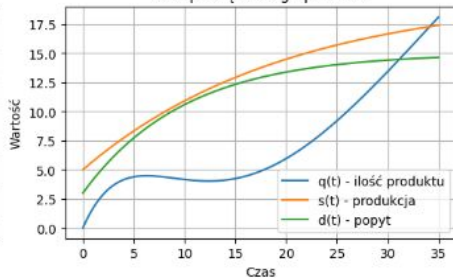
Jeśli początkowy popyt jest bardzo wysoki, ilość produktu początkowo spada. Jednak wraz ze wzrostem produkcji system stopniowo odzyskuje równowagę — zapasy zaczynają się odbudowywać, a ilość produktów rośnie mimo utrzymującego się popytu.

Parametry: Duży popyt i szybki spadek: $\alpha=0.1$, $\beta=1.0$, $\gamma=0.05$, $\delta=1.5$, $\eta=0.1$

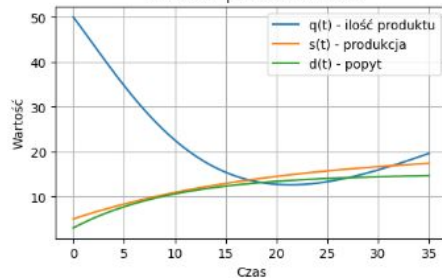
Podstawowy start



Brak początkowego produktu



Duża ilość produktu na start



Brak początkowej produkcji

