CAPÍTULO TRES

Preferencias y utilidad

En este capítulo examinaremos la manera en que los economistas caracterizan las preferencias de los individuos. Comenzaremos con un análisis muy abstracto sobre la "relación de preferencia", pero pasaremos rápidamente a la principal herramienta de los economistas para estudiar las decisiones individuales: la función de utilidad. Estudiaremos algunas características generales de estas funciones y algunos ejemplos simples de funciones de utilidad específicas que encontraremos a lo largo de este libro.

AXIOMAS DE LA ELECCIÓN RACIONAL

Una forma de iniciar un análisis de las decisiones de los individuos es enunciar una serie básica de postulados o axiomas que caracterizan el comportamiento "racional". Estos empiezan con el concepto de "preferencia": se entiende que un individuo que reporta que "A es preferible a B" quiere decir que, habiendo considerado todas las cosas, se siente en mejores condiciones en la situación A que en la situación B. Se supone que la relación de preferencia tiene las tres propiedades básicas siguientes.

I. *Integridad*. Si A y B son dos situaciones *cualesquiera*, el individuo siempre puede especificar exactamente una de las tres posibilidades siguientes:
   1. "A es preferible que B",
   2. "B es preferible que A", o
   3. "A y B son indiferentes".

   En consecuencia se supone que los individuos no se paralizan por la indecisión: entienden por completo y siempre pueden hacerse una opinión sobre el atractivo de dos opciones cualesquiera. Este supuesto también descarta la posibilidad de que un individuo pueda reportar tanto que A es preferible a B como que B es preferible a A.

II. *Transitividad*. Si un individuo reporta que "A es preferible a B" y "B es preferible a C", también debe reportar que "A es preferible a C".

   Este supuesto establece que las decisiones del individuo son internamente coherentes. Tal supuesto puede someterse a un estudio empírico. En general, este tipo de estudios concluye que las decisiones de una persona son transitivas, pero esta conclusión debe modificarse en casos en los que el individuo probablemente no comprende completamente las consecuencias de sus decisiones. Dado que en la mayoría de los casos supondremos que las decisiones son totalmente informadas (véase, sin embargo, el análisis de la incertidumbre en el capítulo 7 y en algunas partes más), la propiedad de la transitividad parece ser un supuesto apropiado a establecer sobre las preferencias.

III. *Continuidad*. Si un individuo reporta que "A es preferible a B" las situaciones adecuadamente "cercanas a" A deben ser preferibles a B.

   Este supuesto más bien técnico se requiere si deseamos analizar las respuestas de los individuos a cambios relativamente reducidos en ingreso y precios. El propósito de este supuesto es descartar ciertos tipos de filosas preferencias discontinuas que plantean problemas a un desarrollo matemático de la teoría de la elección. Suponer continuidad no parece implicar el riesgo de pasar por alto tipos de comportamiento económico que son importantes en la realidad (véase el problema 3.14 para algunos contraejemplos).

UTILIDAD

Dados los supuestos de integridad, transitividad y continuidad, es posible demostrar formalmente que las personas pueden clasificar todas las situaciones posibles entre la menos y la más deseable.[1] Siguiendo la terminología introducida por el teórico político del siglo XIX, Jeremy Bentham, los economistas llaman a esta clasificación *utilidad*.[2] Nosotros también seguiremos a Bentham al decir que las situaciones más deseables ofrecen más utilidad que las menos deseables. Es decir, si una persona prefiere la situación A a la situación B, diríamos que la utilidad asignada a la opción A, denotada por $U(A)$, excede a la utilidad asignada a B, $U(B)$.

No singularidad de las medidas de utilidad

Incluso podríamos atribuir números a esas clasificaciones de utilidad; sin embargo, esos números no serán únicos. Cualquier conjunto de números que asignemos arbitrariamente y que refleje con exactitud el orden de las preferencias originales implicará el mismo conjunto de decisiones. No hay ninguna diferencia entre decir que $U(A) = 5$ y $U(B) = 4$, y decir que $U(A) = 1\,000\,000$ y $U(B) = 0.5$. En ambos casos los números implican que A es preferible a B. En términos técnicos, nuestra noción de utilidad sólo se define hasta una transformación preservadora del orden ("monótona").[3] Cualquier conjunto de números que refleje con exactitud el orden de preferencias de una persona será suficiente. En consecuencia, no tiene sentido preguntar cuánto más es preferible A que B porque esta pregunta no tiene una sola respuesta. Estudios en los que se le pide a los individuos clasificar su "felicidad" en una escala de 1 a 10 bien podrían usar una escala de 7 a 1 000 000. Sólo cabe esperar que una persona que reporte estar en "6" en la escala cierto día y en "7" al día siguiente sea realmente más feliz el segundo día. Así, las clasificaciones de utilidad son como las clasificaciones ordinales para los restaurantes o las películas en las que se usan una, dos, tres o cuatro estrellas; simplemente registran la atracción relativa de conjuntos de mercancías.

Esta falta de singularidad en la asignación de números de utilidad también implica que no es posible comparar utilidades de personas diferentes. Si una persona reporta que cenar un bistec brinda una utilidad de "5" y otra reporta que la misma cena ofrece una utilidad de "100", no puede decirse cuál de ellas valora más esa cena, porque quizá hayan usado escalas diferentes. De igual manera, no se puede medir si un desplazamiento de la situación A a la situación B brinda más utilidad a una persona u otra. No obstante, como veremos, los economistas pueden decir mucho sobre clasificaciones de utilidad, examinando qué deciden hacer las personas en forma voluntaria.

El supuesto *ceteris paribus*

Dado que *utilidad* se refiere a la satisfacción general tal medida se ve claramente afectada por varios factores. La utilidad de una persona se ve afectada no sólo por su consumo de mercancías físicas, sino también por actitudes psicológicas, presiones de grupos de amigos, experiencias personales y el entorno cultural general. Aunque los economistas tienen un interés general en exami-

[1] Estas propiedades y su relación con la representación de las preferencias mediante una función de utilidad se exponen en detalle en Andreu Mas-Colell, Michael D. Whinston y Jerry R. Green, *Microeconomic Theory* (Oxford University Press, Nueva York, 1995).

[2] J. Bentham, *Introduction to the Principles of Morals and Legislation* (Hafner, Londres, 1848).

[3] Podemos denotar matemáticamente esta idea diciendo que cualquier clasificación numérica de utilidad (U) puede ser transformada en otro conjunto de números por la función F siempre y cuando $F(U)$ preserve el orden. Esto puede garantizarse si $F'(U) > 0$. Por ejemplo, la transformación $F(U) = U^2$ preserva el orden, lo mismo que la transformación $F(U) = \ln U$. Para facilitar el análisis de una clasificación de utilidad particular en algunas secciones del libro y los problemas será conveniente hacer esta clase de transformaciones.

nar esas influencias, suele ser necesario restarle atención. En consecuencia, una práctica común es atender exclusivamente decisiones entre opciones cuantificables (por ejemplo, las cantidades relativas de alimento y techo comprados, el número de horas trabajadas por semana o los votos entre fórmulas tributarias específicas) manteniendo constantes al mismo tiempo las demás cosas que afectan el comportamiento. Este supuesto *ceteris paribus* ("todo lo demás igual") se invoca en todos los análisis económicos de decisiones de optimización de la utilidad para volver manejable el análisis de las decisiones en un marco simplificado.

Utilidad del consumo de bienes

Como un ejemplo importante del supuesto *ceteris paribus* considérese el problema de elección de un individuo, en un punto en el tiempo, entre n bienes de consumo $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Supondremos que la clasificación de estos bienes por el individuo puede ser representada por una función de utilidad de la forma

$$\text{utilidad} = U(x_1, x_2, \ldots, x_n; \text{todo lo demás}), \tag{3.1}$$

donde las x se refieren a las cantidades de los bienes que podrían elegirse, y la notación "todo lo demás" se usa como recordatorio de que muchos aspectos del bienestar individual se mantienen constantes en el análisis.

A menudo es más fácil escribir la ecuación 3.1 como

$$\text{utilidad} = U(x_1, x_2, \ldots, x_n) \tag{3.2}$$

O, si sólo se consideran dos bienes, como

$$\text{utilidad} = U(x, y) \tag{3.2'}$$

donde es evidente que todo se mantiene constante (es decir, fuera del marco de análisis) excepto los bienes referidos en la función de utilidad. Sería tedioso recordarte a cada paso qué se mantiene constante en el análisis, pero deberás recordar que alguna forma del supuesto *ceteris paribus* siempre estará vigente.

Argumentos de funciones de utilidad

La notación de la función de utilidad se usa para indicar cómo un individuo clasifica los argumentos particulares de la función considerada. En el caso más común, la función de utilidad (ecuación 3.2) se utilizará para representar cómo un individuo clasifica ciertos conjuntos de bienes que podrían ser adquiridos en un cierto momento. En ocasiones se usarán otros argumentos en la función de utilidad, y es mejor aclarar ciertas convenciones desde el principio. Por ejemplo, podría ser útil hablar de la utilidad que recibe una persona de su patrimonio real (W). Así, usaremos la notación

$$\text{utilidad} = U(W). \tag{3.3}$$

A menos que el individuo sea más bien peculiar, alguien como Scrooge, el patrimonio en sí mismo no ofrece ninguna utilidad directa. Más bien, sólo cuando el patrimonio se gasta en bienes de consumo es que resulta alguna utilidad. Por esta razón se entenderá que la ecuación 3.3 significa que la utilidad del patrimonio se deriva, de hecho, gastando ese patrimonio de tal manera que produzca la mayor utilidad posible.

Otros dos argumentos de funciones de utilidad se usarán en capítulos posteriores. En el capítulo 16 será importante la decisión trabajo-ocio del individuo y, por tanto, habrá que considerar la presencia del ocio en la función de utilidad. La función que utilizaremos será una de la forma

$$\text{utilidad} = U(c, h) \tag{3.4}$$

Aquí, c representa el consumo y h las horas sin trabajar (es decir, el ocio) durante un periodo particular.

En el capítulo 17 nos interesarán las decisiones de consumo del individuo en periodos diferentes. En ese capítulo se usará una función de utilidad de la forma

$$\text{utilidad} = U(c_1, c_2) \tag{3.5}$$

donde c_1 es consumo en este periodo y c_2 es consumo en el periodo siguiente. Así, al cambiar los argumentos de la función de utilidad podremos concentrarnos en aspectos específicos de las decisiones de un individuo en varios marcos simplificados.

En suma, iniciaremos nuestro examen del comportamiento individual con la definición siguiente.

DEFINICIÓN

Utilidad. Se supone que las preferencias de las personas están representadas por una función de utilidad de la forma

$$U(x_1, x_2, \ldots, x_n), \tag{3.6}$$

donde $x_1, x_2, \ldots, x_n$ son las cantidades de cada uno de los n bienes que podrían consumirse en un periodo. Esta función es única sólo hasta una transformación preservadora del orden.

Bienes económicos

En esta representación se entiende que las variables son "bienes"; es decir, cualesquiera que sean las cantidades económicas que representen, suponemos que se prefiere más que menos de cualquier x_i particular durante cierto periodo. Suponemos que esto se aplica a todo bien, sea un artículo simple de consumo como un *hot dog* o un agregado complejo como patrimonio u ocio. Hemos descrito esta convención para una función de utilidad de dos bienes en la figura 3.1. Ahí, todos los conjuntos de bienes de consumo en el área sombreada son preferibles al conjunto x^*, y^* porque cualquier paquete en el área sombreada brinda más de al menos uno de los bienes. De acuerdo con nuestra definición de "bienes", los conjuntos de bienes en el área sombreada ocupan una clasificación más alta que x^*, y^*. De igual manera, los conjuntos en el área marcada como "peor" son evidentemente inferiores a x^*, y^* porque contienen menos de al menos uno de los bienes y no más del otro. Los conjuntos en las dos áreas indicadas por signos de interrogación son difíciles de comparar con x^*, y^*, porque contienen más de uno de los bienes y menos del otro. Desplazamientos dentro de estas áreas implican opciones entre ambos bienes.

INTERCAMBIOS Y SUSTITUCIÓN

La mayor parte de la actividad económica implica el intercambio voluntario entre individuos. Cuando una persona compra, digamos, una hogaza de pan, renuncia voluntariamente a una cosa (dinero) a cambio de otra (pan) de mayor valor para ella. Para examinar este tipo de transacción voluntaria debemos desarrollar un aparato formal para ilustrar intercambios en el contexto de la función de utilidad. Motivaremos inicialmente nuestro análisis con una presentación gráfica y después pasaremos a matemáticas más formales.

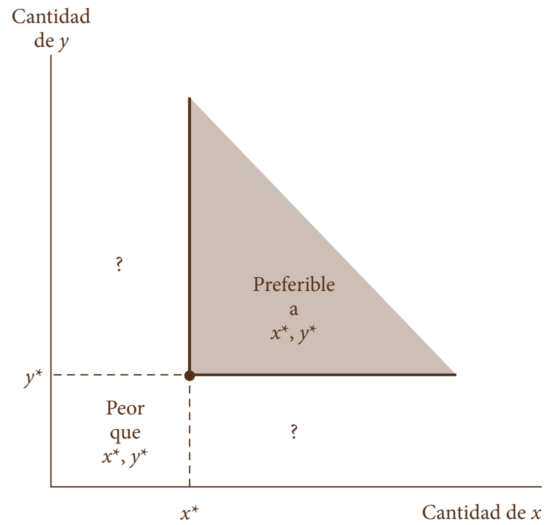
Curvas de indiferencia y la tasa marginal de sustitución

Los intercambios voluntarios pueden estudiarse mucho mejor usando el recurso gráfico de una *curva de indiferencia*. En la figura 3.2 la curva U_1 representa todas las combinaciones alternativas de x y y para las cuales un individuo está igualmente en buenas condiciones (recuerda que todos los demás argumentos de la función de utilidad se mantienen constantes). Esta persona está igualmente satisfecha consumiendo, por ejemplo, la combinación de bienes x_1, y_1 o la combinación x_2, y_2. Esta curva que representa todos los conjuntos de bienes de consumo que el individuo clasifica para el mismo nivel de utilidad se llama *curva de indiferencia*.

FIGURA 3.1

Es preferible más que menos de un bien.

El área sombreada representa las combinaciones de x y y inequívocamente preferibles a la combinación x^*, y^*. *Ceteris paribus*, los individuos prefieren más que menos de cualquier bien. Las combinaciones identificadas con "?" implican cambios ambiguos en el bienestar porque contienen más de un bien y menos de otro.



DEFINICIÓN

Curva de indiferencia. Una *curva de indiferencia* (o, en muchas dimensiones, una superficie de indiferencia) muestra una serie de conjuntos de bienes de consumo acerca de los cuales el individuo es indiferente. Es decir, todos los conjuntos brindan el mismo nivel de utilidad.

La pendiente de la curva de indiferencia en la figura 3.2 es negativa, lo cual indica que si el individuo es obligado a renunciar a una parte de y, debe ser compensado por una cantidad adicional de x para mantenerse indiferente entre los dos conjuntos de bienes. Esta curva también está trazada de tal modo que la pendiente aumenta al aumentar x (es decir, la pendiente comienza en infinito negativo y aumenta hacia cero). Esta es una representación gráfica del supuesto de que las personas están progresivamente menos dispuestas a ceder y para obtener más x. En términos matemáticos el valor absoluto de esta pendiente disminuye al aumentar x. De ahí que se tenga la definición siguiente.

DEFINICIÓN

Tasa marginal de sustitución. La pendiente negativa de una curva de indiferencia (U_1) en algún punto se denomina *tasa marginal de sustitución* (*TMS*) en ese punto. Es decir,

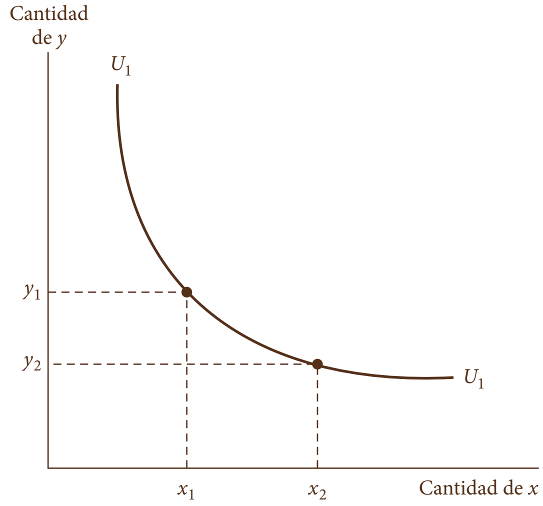
$$TMS = -\left.\frac{dy}{dx}\right|_{U=U_1}, \tag{3.7}$$

donde la notación indica que la pendiente debe calcularse a lo largo de la curva de indiferencia U_1.

FIGURA 3.2

Curva de indiferencia.

La curva U_1 representa aquellas combinaciones de x y y de las cuales el individuo deriva la misma utilidad. La pendiente de esta curva representa la tasa en la que el individuo está dispuesto a intercambiar x por y mientras permanezca en condiciones igualmente buenas. La pendiente (o, más propiamente, la pendiente negativa se denomina *tasa marginal de sustitución*. En la figura la curva de indiferencia se traza con base en el supuesto de una tasa marginal de sustitución decreciente.



Así, la pendiente de U_1 y la *TMS* nos dicen algo sobre los intercambios que esta persona hará en forma voluntaria. En un punto como x_1, y_1, la persona tiene mucho de y y está dispuesta a intercambiar una cantidad significativa de ella para obtener más x. Por tanto, la curva de indiferencia en x_1, y_1 es más bien empinada. Esta es una situación en la que la persona tiene, digamos, muchas hamburguesas (y) y poco que beber para acompañarlas (x). Esta persona renunciaría gustosamente a algunas hamburguesas (digamos 5) para saciar su sed con una bebida más.

En x_2, y_2, por otro lado, la curva de indiferencia es más plana. Aquí, esta persona tiene algunas bebidas y está dispuesta a renunciar a relativamente pocas hamburguesas (digamos 1) para obtener otra bebida. En consecuencia, la *TMS* disminuye entre, x_1, y_1 y x_2, y_2. La inestable pendiente de U_1 muestra cómo el particular conjunto de bienes de consumo disponible influye en los intercambios que esta persona hará libremente.

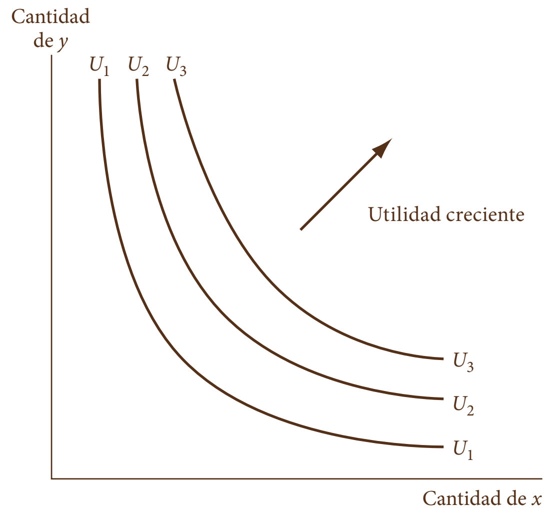
Mapa de curvas de indiferencia

En la figura 3.2 sólo se trazó una curva de indiferencia. El cuadrante x, y, sin embargo, está densamente ocupado por curvas de ese tipo, cada una de las cuales corresponde a un nivel de utilidad diferente. Dado que cada conjunto de bienes puede clasificarse y produce cierto nivel de utilidad, cada punto de la figura 3.2 debe tener una curva de indiferencia que pase por él. Las curvas de indiferencia son similares a las curvas de nivel en un mapa, en el sentido de que representan líneas de igual "altitud" de utilidad. En la figura 3.3 se advierten varias curvas de indiferencia para indicar que en el plano hay un número infinito de estas. El nivel de utilidad representado por dichas curvas aumenta conforme nos movemos hacia el noreste; la utilidad de la curva U_1 es menor que la de U_2, la cual es menor que la de U_3. Esto se debe al supuesto que se establece en la figura 3.1: es preferible más que menos de un bien. Como ya se dijo, no existe una manera única de asignar

FIGURA 3.3

Hay infinitas curvas de indiferencia en el plano *x-y*.

Hay una curva de indiferencia que pasa por cada punto en el plano *x-y*. Cada una de esas curvas registra combinaciones de *x* y *y* de las cuales el individuo recibe cierto nivel de satisfacción. Desplazamientos en una dirección noreste representan movimientos a mayores niveles de satisfacción.



números a estos niveles de utilidad. Las curvas sólo muestran que las combinaciones de bienes en U_3 son preferibles a aquellas en U_2, las cuales son preferibles a aquellas en U_1.

Curvas de indiferencia y transitividad

Como ejercicio de examen de la relación entre preferencias sistemáticas y la representación de preferencias por funciones de utilidad, consideremos la siguiente pregunta: ¿dos curvas de indiferencia cualesquiera de un individuo pueden interceptarse? Dos de tales curvas cruzadas aparecen en la figura 3.4. Queremos saber si estas violan nuestros axiomas básicos de racionalidad. Usando nuestra analogía del mapa parecería haber algo erróneo en el punto *E* donde la "altitud" es igual a dos números diferentes, U_1 y U_2. Pero ningún punto puede estar a la vez a 100 y a 200 pies sobre el nivel del mar.

Para proceder formalmente analicemos los conjuntos de bienes representados por los puntos *A*, *B*, *C* y *D*. Por efecto del supuesto de no saciedad (es decir, de que más de un bien siempre incrementa la utilidad) "*A* es preferible a *B*" y "*C* es preferible a *D*". Pero esta persona está igualmente satisfecha con *B* y *C* (que están en la misma curva de indiferencia), así que el axioma de transitividad implica que *A* debe preferirse a *D*. Sin embargo, esto no puede ser cierto, porque *A* y *D* están en la misma curva de indiferencia y se consideran por definición indiferentes. Esta contradicción demuestra que las curvas de indiferencia no se pueden interceptar. Así, siempre debemos trazar mapas de curvas de indiferencia como los que aparecen en la figura 3.3.

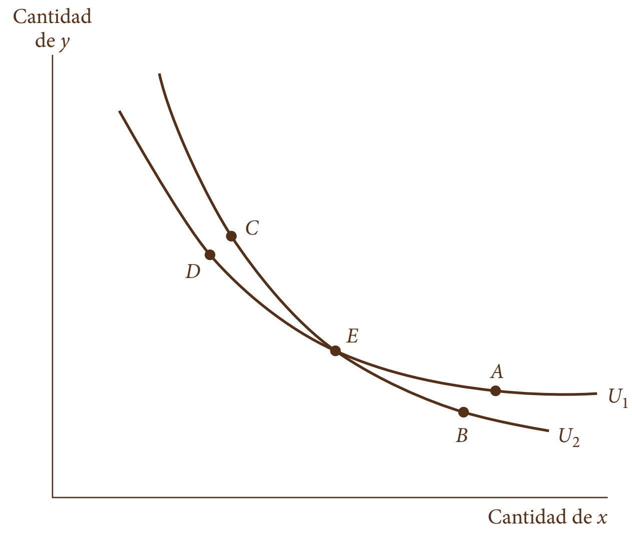
Convexidad de curvas de indiferencia

Otra manera de enunciar el principio de tasa marginal de sustitución decreciente usa la noción matemática de conjunto convexo. Se dice que un conjunto de puntos es *convexo* si dos puntos cualesquiera en él pueden unirse por una línea recta completamente contenida en el conjunto. El

FIGURA 3.4

La intersección de curvas de indiferencia implica preferencias asistemáticas.

Las combinaciones *A* y *D* están en la misma curva de indiferencia y, por tanto, son igualmente deseables. Pero el axioma de transitividad puede usarse para demostrar que *A* es preferible a *D*. De ahí que curvas de indiferencia interceptadas no son congruentes con las preferencias racionales.



supuesto de una *TMS* decreciente es equivalente al de que todas las combinaciones de x y y preferibles o indiferentes a una combinación particular x^*, y^* forman un conjunto convexo.[4] Esto se ilustra en la figura 3.5a, donde todas las combinaciones preferibles o indiferentes a x^*, y^* están en el área sombreada. Dos combinaciones cualesquiera entre estas —digamos x_1, y_1 y x_2, y_2— pueden unirse por una línea recta también contenida en el área sombreada. En la figura 3.5b esto no es cierto. Una línea que une a x_1, y_1 y x_2, y_2 pasa fuera del área sombreada. Así, la curva de indiferencia a través de x^*, y^* en la figura 3.5b no cumple el supuesto de la *TMS* decreciente porque el conjunto de puntos preferible o indiferente a x^*, y^* no es convexo.

Convexidad y equilibrio en el consumo

Usando la noción de convexidad puede demostrarse que los individuos prefieren cierto equilibrio en su consumo. Supongamos que un individuo es indiferente entre las combinaciones x_1, y_1 y x_2, y_2. Si la curva de indiferencia es estrictamente convexa la combinación $(x_1 + x_2)/2$, $(y_1 + y_2)/2$ será preferible a cualquiera de las combinaciones iniciales.[5] Intuitivamente, los conjuntos de bienes "debidamente equilibrados" son preferibles a los conjuntos muy inclinados a un solo bien. Esto se ilustra en la figura 3.6. Dado que la curva de indiferencia se supone convexa, todos los puntos en la línea recta que une a (x_1, y_1) y a (x_2, y_2) son preferibles a esos puntos iniciales. En consecuencia, este será el caso del punto $(x_1 + x_2)/2$, $(y_1 + y_2)/2$, que está en el punto medio de esa línea. En

[4] Esta definición es equivalente a suponer que la función de utilidad es cuasi cóncava. Tales funciones se estudiaron en el capítulo 2 y volveremos a examinarlas en la siguiente sección. A veces se usa el término *cuasi concavidad estricta* para descartar la posibilidad de curvas de indiferencia que tengan segmentos lineales. En general supondremos cuasi concavidad estricta, pero en algunas secciones ilustraremos las complicaciones planteadas por porciones lineales de curvas de indiferencia.

[5] En el caso en que la curva de indiferencia tenga un segmento lineal el individuo será indiferente entre las tres combinaciones.

FIGURA 3.5

Noción de convexidad como definición alterna de la *TMS* decreciente.

En a), la curva de indiferencia es *convexa* (toda línea que una dos puntos arriba de U_1 también estará arriba de U_1). En b) tal no es el caso y la curva mostrada ahí no tiene en todas partes una *TMS* decreciente.

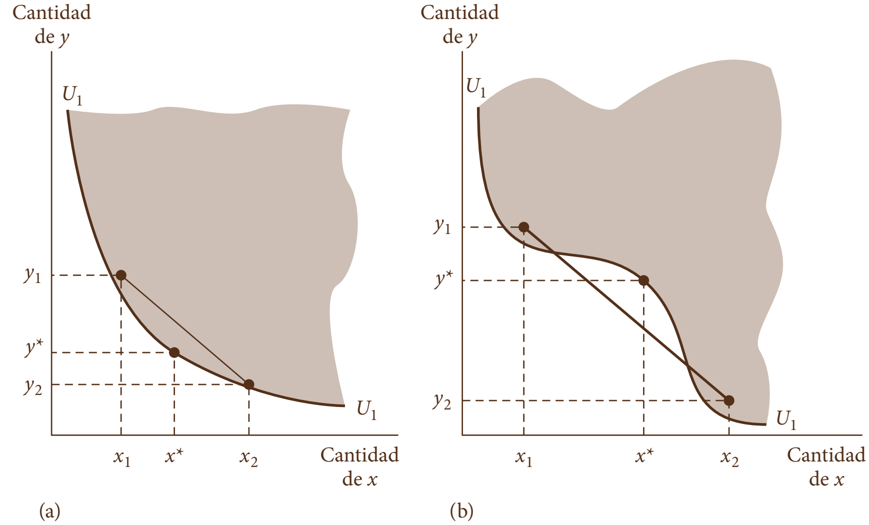
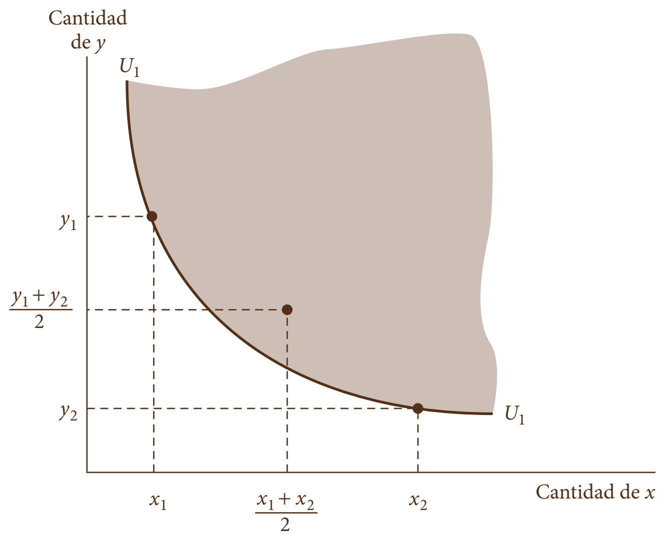


FIGURA 3.6

Son preferibles los conjuntos equilibrados de bienes a los conjuntos extremos.

Si las curvas de indiferencia son convexas (si cumplen el supuesto de la *TMS* decreciente) la línea que una dos puntos cualesquiera que sean indiferentes contendrán puntos preferibles a cualesquiera de las combinaciones iniciales. Intuitivamente, los conjuntos equilibrados son preferibles a los no equilibrados.



efecto, cualquier combinación proporcional de los dos conjuntos indiferentes de bienes será preferible a los conjuntos iniciales porque representará una combinación más equilibrada. Así, la convexidad estricta es equivalente al supuesto de la *TMS* decreciente. Ambos supuestos descartan la posibilidad de que una curva de indiferencia sea recta en cualquier porción de su longitud.

EJEMPLO 3.1 Utilidad y *TMS*

Supongamos que la clasificación que una persona haga de las hamburguesas (y) y los refrescos (x) pudiera representarse con la función de utilidad

$$\text{utilidad} = \sqrt{x \cdot y}. \tag{3.8}$$

Una curva de indiferencia de esta función se puede hallar identificando el conjunto de combinaciones de x y y para el cual la utilidad tiene el mismo valor. Supóngase que, arbitrariamente, igualamos la utilidad a 10. Entonces, la ecuación de esta curva de indiferencia es

$$\text{utilidad} = 10 = \sqrt{x \cdot y}. \tag{3.9}$$

Puesto que elevar al cuadrado esta función preserva el orden, esta curva de indiferencia también es representada por

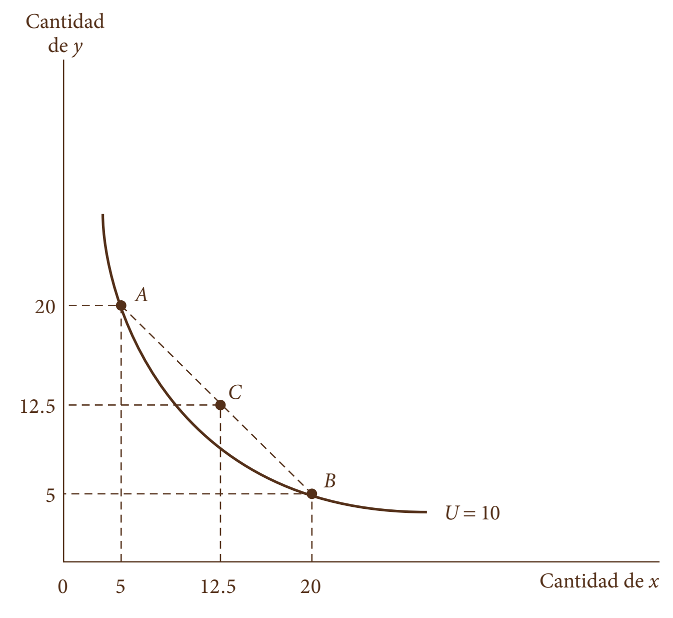
$$100 = x \cdot y, \tag{3.10}$$

que es más fácil de graficar. En la figura 3.7 aparece esta curva de indiferencia; se trata de una conocida hipérbola rectangular. Una manera de calcular la *TMS* es despejar y en la ecuación 3.10,

$$y = 100/x, \tag{3.11}$$

FIGURA 3.7 Curva de indiferencia de utilidad $= \sqrt{x \cdot y}$

Esta curva de indiferencia ilustra la función $10 = U = \sqrt{x \cdot y}$. En el punto $A(5, 20)$, la *TMS* es 4, lo que implica que esta persona está dispuesta a intercambiar $4y$ por una x adicional. En el punto $B(20, 5)$, sin embargo, la *TMS* es 0.25, lo cual implica una muy reducida disposición a intercambiar.



Se usa entonces la definición (ecuación 3.7):

$$TMS = -dy/dx \text{ (a lo largo de } U_1) = 100/x^2. \quad \textbf{(3.12)}$$

Evidentemente, esta *TMS* decrece al incrementarse x. En un punto como A en la curva de indiferencia con muchas hamburguesas (digamos $x = 5$, $y = 20$), la pendiente es empinada, así que la *TMS* es alta:

$$TMS \text{ en } (5, 20) = 100/x^2 = 100/25 = 4. \quad \textbf{(3.13)}$$

Aquí la persona está dispuesta a renunciar a 4 hamburguesas para obtener 1 refresco más. Por otro lado en B, donde hay relativamente pocas hamburguesas (aquí $x = 20$, $y = 5$), la pendiente es plana y la *TMS* baja:

$$TMS \text{ en } (20, 5) = 100/x^2 = 100/400 = 0.25. \quad \textbf{(3.14)}$$

Ahora esta persona sólo renunciará a un cuarto de hamburguesa por otro refresco. Nótese también cómo la convexidad de la curva de indiferencia U_1 es ilustrada por este ejemplo numérico. El punto C está a medio camino entre los puntos A y B; en C esta persona tiene 12.5 hamburguesas y 12.5 refrescos. Aquí la utilidad está dada por

$$\text{utilidad} = \sqrt{x \cdot y} = \sqrt{(12.5)^2} = 12.5, \quad \textbf{(3.15)}$$

que obviamente excede la utilidad a lo largo de U_1 (la cual fue supuesta como 10).

PREGUNTA: Aquí, con base en nuestra derivación, parece que la *TMS* depende sólo de la cantidad de x consumida. ¿Por qué es engañoso esto? ¿Cómo entra implícitamente la cantidad de y en las ecuaciones 3.13 y 3.14?

MATEMÁTICA DE LAS CURVAS DE INDIFERENCIA

Una derivación matemática del concepto de curva de indiferencia brinda discernimientos adicionales sobre la naturaleza de las preferencias. En esta sección se examinará un ejemplo de dos bienes directamente relacionados con el tratamiento gráfico que ya hemos provisto. Más adelante se estudiará el caso de muchos bienes, aunque se concluirá que este caso más complicado sólo añade unos cuantos discernimientos.

Tasa marginal de sustitución

Supongamos que un individuo recibe la utilidad de consumir dos bienes cuyas cantidades están dadas por x y y. La clasificación que esta persona hace de los conjuntos de estos bienes puede representarse con una función de utilidad de la forma $U(x, y)$. Estas combinaciones de los dos bienes que producen un nivel específico de utilidad, digamos k, son representadas por las soluciones de la ecuación implícita $U(x, y) = k$. En el capítulo 2 (véase ecuación 2.23) se demostró que las opciones contenidas por tal ecuación están dadas por:

$$\frac{dy}{dx}\bigg|_{U(x,\ y) = k} = -\frac{Umg_x}{Umg_y}. \quad \textbf{(3.16)}$$

Es decir, la tasa a la que x puede intercambiarse por y está dada por la razón negativa de la "utilidad marginal" del bien x con aquella del bien y. Suponiendo que las cantidades adicionales de ambos bienes aportan utilidad agregada, la tasa de esta opción será negativa lo que implica que los incrementos en la cantidad del bien x deben coincidir con los decrementos en la cantidad del bien

y para mantener constante la utilidad. Ya se definió la *tasa marginal de sustitución* como el valor negativo (o el valor absoluto) de estas opciones, así que ahora se tiene:

$$TMS = -\frac{dy}{dx}\Big|_{U(x,\ y)=k} = \frac{Umg_x}{Umg_y}. \tag{3.17}$$

Esta derivación ayuda a comprender por qué la *TMS* no depende específicamente de cómo se mida la utilidad. Dado que la *TMS* es una razón de dos medidas de utilidad, las unidades "se eliminan" en el cálculo. Por ejemplo, supongamos que el bien x representa los alimentos y que se ha elegido una función de utilidad para la cual una unidad extra de alimentos produce 6 unidades extra de utilidad (unidades también conocidas como *útiles*). Supongamos también que y representa prendas de vestir y que con esta función de utilidad cada unidad extra de ropa brinda 2 unidades extra de utilidad. En este caso resulta claro que esta persona está dispuesta a renunciar a 3 unidades de ropa (y a perder, por tanto, 6 útiles) a cambio de una unidad extra de alimentos (y a ganar, por tanto, 6 útiles):

$$TMS = -\frac{dy}{dx} = \frac{Umg_x}{Umg_y} = \frac{6\ \textit{útiles por unidad } x}{2\ \textit{útiles por unidad } y} = 3\ \textit{unidades } y \textit{ por unidad } x \tag{3.18}$$

Obsérvese que la medida de utilidad usada aquí (útiles) se elimina al hacer el cálculo, y lo que resta está puramente en términos de las unidades de los dos bienes. Esto demuestra que la *TMS* se mantendrá sin cambios, cualquiera que sea la clasificación de utilidad específica utilizada.[6]

Convexidad de curvas de indiferencia

En el capítulo 1 se describió cómo los economistas fueron capaces de resolver la paradoja del agua y el diamante, proponiendo que el precio del agua es bajo porque un galón más ofrece relativamente poco en términos de utilidad creciente. El agua es (en la mayoría de los casos) abundante; así, su utilidad marginal es baja. Claro que en un desierto el agua sería escasa y su utilidad marginal (precio) podría ser alta. Así, puede concluirse que la utilidad marginal asociada con el consumo de agua disminuye al consumir más agua; en términos formales, la segunda derivada (parcial) de la función de utilidad (es decir, $Umg_{xx} = \partial^2 U/\partial x^2$) deberá ser negativa.

Intuitivamente parece que esta idea de sentido común también debería explicar por qué las curvas de indiferencia son convexas. El hecho de que las personas estén cada vez menos dispuestas a compartir el bien y para obtener más x (manteniendo constante la utilidad) parece remitir al mismo fenómeno: no quieren demasiado de ningún bien. Lamentablemente la relación precisa entre la utilidad marginal decreciente y la *TMS* decreciente es compleja, aun en el caso de dos bienes. Como se demostró en el capítulo 2, una función tendrá (por definición) curvas de indiferencia convexas, siempre y cuando sea cuasi cóncava. Pero las condiciones requeridas para la cuasi concavidad son caóticas y el supuesto de utilidad marginal decreciente (es decir, de derivadas parciales de segundo orden negativas) no garantiza que se mantendrán.[7] Aun así, como veremos, existen buenas razones para suponer que las funciones de utilidad (y muchas otras funciones usadas en microeconomía) son cuasi cóncavas; así, no nos interesaremos demasiado en las situaciones en que no lo son.

[6] Más formalmente, sea $F[U(x, y)]$ cualquier transformación monótona de la función de utilidad con $F'(U) > 0$. Con esta nueva clasificación de utilidad, la *TMS* está dada por

$$TMS = \frac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial y} = \frac{F'(U)\cdot Umg_x}{F'(U)\cdot Umg_y} = \frac{Umg_x}{Umg_y},$$

que es igual a la *TMS* de la función de utilidad original.

[7] Específicamente, para que la función $U(x, y)$ sea cuasi cóncava debe mantenerse la condición siguiente (véase ecuación 2.114):

$$U_{xx}U_x^2 - 2U_{xy}U_xU_y + U_{yy}U_y^2 < 0.$$

Los supuestos de que U_{xx}, $U_{yy} = 0$ no garantizan esto. También hay que fijarse en el signo de la derivada cruzada parcial U_{xy}.

EJEMPLO 3.2 Demostración de la convexidad de curvas de indiferencia

El cálculo de la *TMS* de las funciones de utilidad específicas es frecuentemente un buen atajo para demostrar la convexidad de curvas de indiferencia. En particular, el proceso puede ser mucho más simple que aplicar la definición de cuasi concavidad, aunque es más difícil de generalizar a más de dos bienes. Aquí se examinará cómo puede usarse la ecuación 3.17 para tres diferentes funciones de utilidad (para más práctica, véase el problema 3.1).

1. $U(x, y) = \sqrt{x \cdot y}$.
Este ejemplo repite sencillamente el caso ilustrado en el ejemplo 3.1. Un atajo para aplicar la ecuación 3.17 y que puede simplificar el álgebra es tomar el logaritmo de esta función de utilidad. Dado que tomar logaritmos preserva el orden, esto no alterará la *TMS* por calcular. Así, sea

$$U^*(x, y) = \ln[U(x, y)] = 0.5 \ln x + 0.5 \ln y. \tag{3.19}$$

Aplicar la ecuación 3.17 produce

$$TMS = \frac{\partial U^*/\partial x}{\partial U^*/\partial y} = \frac{0.5/x}{0.5/y} = \frac{y}{x}, \tag{3.20}$$

lo cual parece un método mucho más simple que el que usamos previamente.[8] Es evidente que esta *TMS* es decreciente al incrementar x y disminuir y. Así, las curvas de indiferencia son convexas.
2. $U(x, y) = x + xy + y$.
En este caso no hay ninguna ventaja en transformar esta función de utilidad. Aplicar la ecuación 3.17 produce

$$TMS = \frac{\partial U/\partial x}{\partial U/\partial y} = \frac{1 + y}{1 + x}. \tag{3.21}$$

Nuevamente, esta razón decrece visiblemente al incrementar x y disminuir y; así, las curvas de indiferencia de esta función son convexas.
3. $U(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$
En este ejemplo es más fácil usar la transformación

$$U^*(x, y) = [U(x, y)]^2 = x^2 + y^2. \tag{3.22}$$

Debido a que esta es la ecuación de un cuarto de círculo, deberíamos comenzar por sospechar que puede haber algunos problemas con las curvas de indiferencia de esta función de utilidad. Dichas sospechas se confirman aplicando otra vez la definición de la *TMS* para producir

$$TMS = \frac{\partial U^*/\partial x}{\partial U^* \partial y} = \frac{2x}{2y} = \frac{x}{y}. \tag{3.23}$$

Para esta función está claro que al incrementar x y disminuir y la *TMS se incrementa*. De ahí que las curvas de indiferencia sean cóncavas, no convexas; así que evidentemente esta no es una función cuasi cóncava.

PREGUNTAS: ¿La duplicación de x y y cambia la *TMS* en alguno de estos tres ejemplos? Es decir, ¿la *TMS* depende sólo de la razón de x con y, y no de la escala absoluta de compras? (Véase también el ejemplo 3.3.)

[8] En el ejemplo 3.1 se examinó la curva de indiferencia $U = 10$. Así, para esta curva, $y = 100/x$ y la *TMS* en la ecuación 3.20 sería $TMS = 100/x^2$, como se calculó antes.

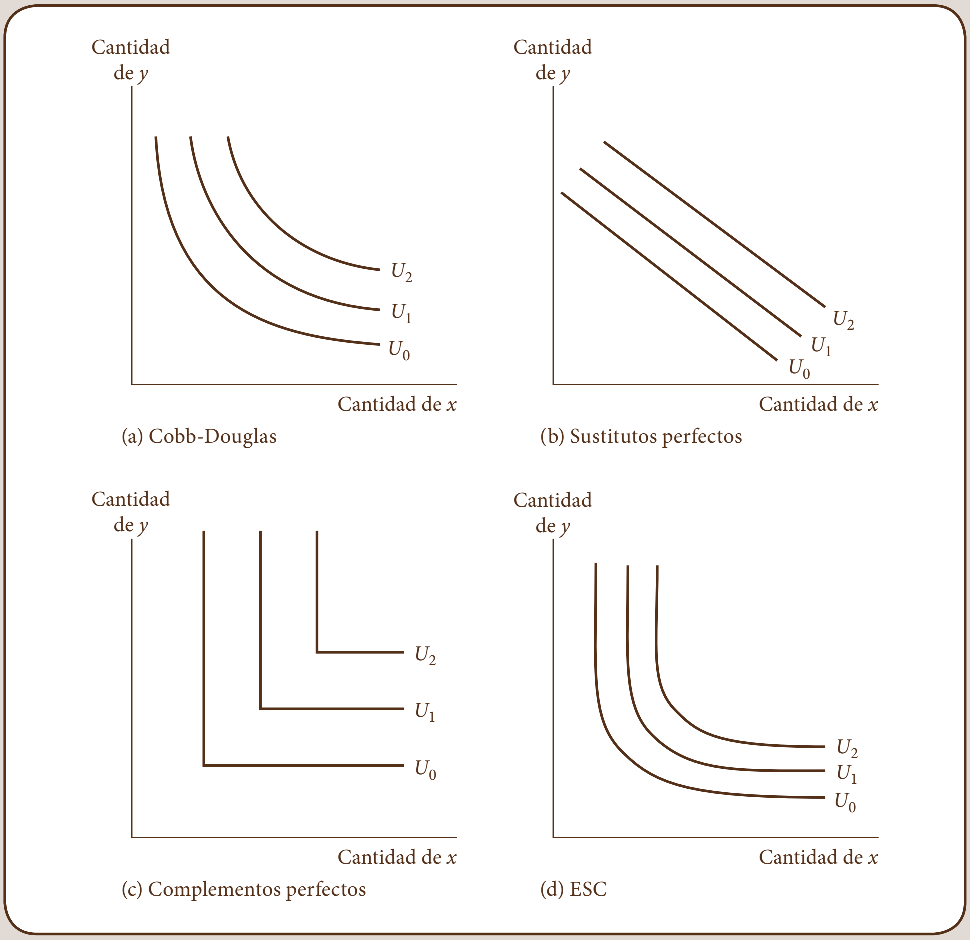
FUNCIONES DE UTILIDAD PARA PREFERENCIAS ESPECÍFICAS

Las clasificaciones que los individuos hacen de los conjuntos de mercancías y las funciones de utilidad implicadas no son observables. Todo lo que podemos saber de las preferencias de las personas debe proceder del comportamiento que observamos cuando responden a cambios en ingreso, precios y otros factores. No obstante, es útil examinar algunas de las formas que las funciones de utilidad particulares podrían adoptar. Tal examen puede ofrecer discernimientos de la conducta observada y (más específicamente) la comprensión de las propiedades de esas funciones puede ser de utilidad para resolver problemas. Aquí se examinarán cuatro ejemplos específicos de funciones de utilidad de dos bienes. Los mapas de curvas de indiferencia de estas funciones se ilustran en los cuatro paneles de la figura 3.8. Como debería ser evidente, estas cubren unas cuantas formas posibles. Incluso es posible mayor variedad una vez que pasemos a las funciones de tres o más bienes, y algunas de esas posibilidades se mencionarán en capítulos posteriores.

FIGURA 3.8

Ejemplos de funciones de utilidad.

Estos cuatro mapas de curvas de indiferencia ilustran grados alternos de sustitución de x por y. Las funciones Cobb-Douglas y de elasticidad de sustitución constante (ESC) (trazadas aquí para relativamente baja sustitución) caen entre los extremos de sustitución perfecta (b) y no sustitución (c).



Utilidad de la función Cobb-Douglas

La figura 3.8a muestra la conocida figura de una curva de indiferencia. Una función de utilidad de uso común que genera este tipo de curvas tiene la forma

$$\text{utilidad} = U(x, y) = x^{\alpha}y^{\beta}, \tag{3.24}$$

donde α y β son constantes positivas.

En los ejemplos 3.1 y 3.2 se estudió un caso particular de esta función, para el cual $\alpha = \beta = 0.5$. El caso más general, que se presenta en la ecuación 3.24, se denomina *función Cobb-Douglas* en honor de los dos investigadores que usaron esta función en un estudio detallado de las relaciones de producción en la economía estadounidense (véase el capítulo 9). En general, las magnitudes relativas de α y β indican la relativa importancia de los dos bienes para este individuo. Como la utilidad es única sólo hasta una transformación monótona, a menudo resulta conveniente normalizar estos parámetros de tal manera que $\alpha + \beta = 1$. En este caso la utilidad estaría dada por

$$U(x, y) = x^{\delta}y^{1-\delta} \tag{3.25}$$

donde $\delta = \alpha/(\alpha + \beta)$, $1 - \delta = \beta/(\alpha + \beta)$.

Sustitutos perfectos

Las curvas de indiferencia lineales de la figura 3.8b son generadas por una función de utilidad de la forma

$$\text{utilidad} = U(x, y) = \alpha x + \beta y, \tag{3.26}$$

donde, nuevamente, α y β son constantes positivas. Que las curvas de indiferencia de esta función sean líneas rectas debería ser de inmediato evidente: cualquier curva de nivel particular puede calcularse igualando $U(x, y)$ con una constante que especifique una línea recta. La naturaleza lineal de estas curvas de indiferencia da origen al término de *sustitutos perfectos* para describir la relación implicada entre x y y. Puesto que la *TMS* es constante (e igual a α/β) a lo largo de la curva de indiferencia entera, nuestras nociones previas de la *TMS* decreciente no se aplican en este caso. Una persona con estas preferencias estaría dispuesta a renunciar a la misma cantidad de y para obtener una x más sin importar cuánta x se haya consumido. Tal situación podría describir la relación entre diferentes marcas de lo que es en esencia el mismo producto. Por ejemplo, a muchas personas (incluidos los autores) no les importa dónde compran gasolina. Un galón de gasolina es un galón de gasolina pese a los mejores esfuerzos de los departamentos de publicidad de Exxon y Shell por convencernos de lo contrario. Dado este hecho, siempre estamos dispuestos a renunciar a 10 galones de Exxon a cambio de 10 galones de Shell porque no nos importa cuál usamos ni dónde llenamos el tanque la última vez. En efecto, como se verá en el capítulo siguiente, una implicación de esa relación es que compraremos toda nuestra gasolina con el distribuidor de menor costo. Como no experimentamos una *TMS* de Exxon por Shell, no hay razón para buscar un equilibrio entre los tipos de gasolina que utilizamos.

Complementos perfectos

Las curvas de indiferencia en forma de L de la figura 3.8c ilustran una situación directamente opuesta al caso de sustitutos perfectos. Estas preferencias se aplicarían a bienes complementarios: café y crema, crema de cacahuate y mermelada, queso crema y salmón ahumado son algunos ejemplos conocidos. Las curvas de indiferencia que se advierten en la figura 3.8c implican que esos pares de bienes serán usados en la relación proporcional fija que representan los vértices de las curvas. Una persona que prefiere 1 onza de crema con 8 onzas de café querrá 2 onzas de crema con 16 onzas de café. Café extra sin crema no es de valor para esa persona, así como crema extra tampoco sería de valor sin café. Sólo eligiendo los bienes juntos la utilidad puede aumentar.

Estos conceptos pueden formalizarse examinando la forma matemática de la función de utilidad que genera dichas curvas de indiferencia en forma de L:

$$\text{utilidad} = U(x, y) = \min(\alpha x, \beta y). \tag{3.27}$$

Aquí α y β son parámetros positivos, y el operador "min" significa que la utilidad está dada por el menor de los términos entre paréntesis. En el ejemplo del café-crema, si se concede que las onzas de café están representadas por x y las onzas de crema por y, la utilidad estaría dada por

$$\text{utilidad} = U(x, y) = \min(x, 8y). \tag{3.28}$$

Ahora, 8 onzas de café y 1 onza de crema proporcionan 8 unidades de utilidad. Pero 16 onzas de café y 1 onza de crema siguen proporcionando sólo 8 unidades de utilidad porque $\min(16, 8) = 8$. El café extra sin crema no es de valor, como lo muestra la sección horizontal de las curvas de indiferencia respecto al desplazamiento desde un vértice; la utilidad no se incrementa cuando sólo se incrementa x (con y constante). Sólo si el café y la crema se duplican por igual (a 16 y 2, respectivamente) la utilidad se incrementará a 16.

En general, ninguno de los dos bienes especificados en la función de utilidad dada por la ecuación 3.27 se consumirá en cantidades superfluas si $\alpha x = \beta y$. En este caso, la razón de la cantidad del bien x consumida con la del bien y será una constante, dada por

$$\frac{y}{x} = \frac{\alpha}{\beta}. \tag{3.29}$$

El consumo ocurrirá en los vértices de las curvas de indiferencia que se muestran en la figura 3.8c.

Utilidad ESC

Las tres funciones de utilidad específicas ilustradas hasta ahora son casos especiales de la función más general ESC, que adopta la forma

$$\text{utilidad} = U(x, y) = \frac{x^\delta}{\delta} + \frac{y^\delta}{\delta}, \tag{3.30}$$

donde $\delta \leq 1$, $\delta \neq 0$, y

$$\text{utilidad} = U(x, y) = \ln x + \ln y \tag{3.31}$$

cuando $\delta = 0$. Es obvio que el caso de sustitutos perfectos corresponde al caso límite, $\delta = 1$, en la ecuación 3.30 y que el caso de Cobb-Douglas[9] corresponde a $\delta = 0$ en la ecuación 3.31. Es menos obvio que el caso de proporciones fijas corresponde a $\delta = -\infty$ en la ecuación 3.30, pero ese resultado también puede mostrarse usando un argumento de límites.

El uso del término *elasticidad de sustitución* para esta función se deriva de la noción de que las posibilidades que se ilustran en la figura 3.8 corresponden a varios valores del parámetro de sustitución, σ, que para esta función está dado por $\sigma = 1/(1 - \delta)$. En cuanto a los sustitutos perfectos entonces $\sigma = \infty$, y el caso de proporciones fijas tiene $\sigma = 0$.[10] Debido a que la función ESC nos permite explorar todos estos casos, y muchos intermedios, resultará útil para ilustrar el grado de sustitución presente en varias relaciones económicas.

La forma específica de la función ESC que se ilustra en la figura 3.8a es para el caso $\delta = -1$. Esto es,

$$\text{utilidad} = -x^{-1} - y^{-1} = -\frac{1}{x} - \frac{1}{y}. \tag{3.32}$$

[9] La función ESC puede generalizarse fácilmente para tomar en cuenta diferentes ponderaciones por atribuir a los dos bienes. Como el principal uso de esta función es examinar cuestiones de sustitución, usualmente no haremos esa generalización. En algunas aplicaciones de la función ESC también omitiremos los denominadores de la función, porque sólo constituyen un factor de escala cuando δ es positiva. Para valores negativos de δ, sin embargo, el denominador es necesario para garantizar que la utilidad marginal es positiva.

[10] El concepto de elasticidad de sustitución será explicado en detalle en relación con las funciones de producción en el capítulo 9.

Para esta situación $\sigma = 1/(1 - \delta) = 1/2$ y, como muestra la gráfica, estas curvas de indiferencia marcadamente curvas evidentemente caen entre los casos de Cobb-Douglas y de proporciones fijas. Los signos negativos en esta función de utilidad podrían parecer extraños, pero las utilidades marginales tanto de x como de y son positivas y decrecientes, como era de esperar. Esto explica por qué δ debe aparecer en los denominadores de la ecuación 3.30. En el caso particular de la ecuación 3.32 la utilidad se incrementa de $-\infty$ (cuando $x = y = 0$) hacia 0 al incrementarse x y y. Esta es una escala de utilidad extraña, quizá, pero perfectamente aceptable y con frecuencia útil.

EJEMPLO 3.3 Preferencias homotéticas

Todas las funciones de utilidad descritas en la figura 3.8 son homotéticas (véase el capítulo 2). Es decir, la tasa marginal de sustitución de esas funciones depende sólo de la *razón* de las cantidades de ambos bienes, no de las cantidades totales de los bienes. Este hecho es obvio para los casos de sustitutos perfectos (cuando la *TMS* es la misma en cada punto) y de complementos perfectos (donde la *TMS* es infinita para $y/x > \alpha/\beta$, indefinida cuando $y/x = \alpha/\beta$ y de cero cuando $y/x < \alpha/\beta$). Para la función general Cobb-Douglas, la *TMS* puede encontrarse como

$$TMS = \frac{\partial U/\partial x}{\partial U/\partial y} = \frac{\alpha x^{\alpha-1}y^{\beta}}{\beta x^{\alpha}y^{\beta-1}} = \frac{\alpha}{\beta}\cdot\frac{y}{x}, \qquad \textbf{(3.33)}$$

la cual claramente depende de la razón y/x. Demostrar que la función ESC también es homotética se deja como ejercicio (véase el problema 3.12).

La importancia de las funciones homotéticas es que una curva de indiferencia es muy parecida a otra. Las pendientes de las curvas dependen sólo de la razón y/x, no de lo distante de la curva desde el origen. Las curvas de indiferencia para mayor utilidad son simples copias de aquellas para menor utilidad. De ahí que se pueda estudiar el comportamiento de un individuo con preferencias homotéticas, analizando únicamente una curva de indiferencia o unas cuantas curvas cercanas sin temer que nuestros resultados cambien drásticamente en diferentes niveles de utilidad.

PREGUNTA: ¿Cómo podrías definir geométricamente las funciones homotéticas? ¿Cómo sería el *locus* de todos los puntos con *TMS* particular en el mapa de curvas de indiferencia de un individuo?

EJEMPLO 3.4 Preferencias no homotéticas

Aunque todos los mapas de curvas de indiferencia de la figura 3.8 exhiben preferencias homotéticas, esta necesidad no siempre es cierta. Considérese la función de utilidad cuasi lineal

$$\text{utilidad} = U(x, y) = x + \ln y. \qquad \textbf{(3.34)}$$

Para esta función una buena y exhibe utilidad marginal decreciente, pero una buena x no. La *TMS* puede calcularse como

$$TMS = \frac{\partial U/\partial x}{\partial U/\partial y} = \frac{1}{1/y} = y\cdot \qquad \textbf{(3.35)}$$

La *TMS* disminuye al decrecer la cantidad elegida de y, pero es independiente de la cantidad consumida de x. Como x tiene una utilidad marginal constante, la disposición de una persona a renunciar a y para obtener una unidad más de x sólo depende de cuánto tenga de y. A diferencia del caso homotético, la duplicación tanto de x como de y duplica la *TMS* en vez de dejarla sin cambios.

PREGUNTAS: ¿Cómo es el mapa de curvas de indiferencia de la función de utilidad de la ecuación 3.34? ¿Por qué esto podría aproximar una situación en la que y es un bien específico y x representa todos los demás?

EL CASO DE MUCHOS BIENES

Todos los conceptos que hasta aquí hemos estudiado para el caso de dos bienes pueden generalizarse a situaciones en que la utilidad es una función arbitraria de muchos bienes. En esta sección se explorarán brevemente esas generalizaciones. Aunque este examen no añadirá mucho a lo ya demostrado, en la economía aplicada puede ser importante considerar las preferencias de las personas por muchos bienes como se verá en capítulos posteriores.

Si la utilidad es una función de n bienes de la forma $U(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, entonces la ecuación

$$U(x_1, x_2, \ldots, x_n) = k \tag{3.36}$$

define una superficie de indiferencia en n dimensiones. Esta superficie muestra todas las combinaciones de los n bienes que producen el mismo nivel de utilidad. Aunque probablemente sea imposible imaginar cómo sería esa superficie, seguiremos suponiendo que es convexa. Es decir, los conjuntos balanceados de bienes serán preferibles a los desbalanceados. De ahí que la función de utilidad, aun en muchas dimensiones, se suponga cuasi cóncava.

TMS con muchos bienes

Es posible estudiar los intercambios que una persona podría hacer voluntariamente entre dos bienes cualesquiera (digamos x_1 y x_2), usando de nuevo el teorema de la función implícita:

$$TMS = -\frac{dx_2}{dx_1}\bigg|_{U(x_1,\, x_2,\, \ldots,\, x_n) = k} = \frac{U_{x_1}(x_1, x_2, \ldots, x_n)}{U_{x_2}(x_1, x_2, \ldots, x_n)}. \tag{3.37}$$

La notación aquí destaca el hecho importante de que la disposición de un individuo a intercambiar x_1 por x_2 dependerá no sólo de las cantidades de ambos bienes, sino también de las cantidades de todos los demás bienes. La disposición de un individuo a intercambiar alimentos por ropa dependerá no sólo de las cantidades de alimentos y ropa que tenga, sino también de cuánto "techo" tenga. En general, sería de esperar que las variaciones en las cantidades de cualquiera de esos otros bienes afecten la opción representada por la ecuación 3.37. Esta posibilidad es la que a veces puede complicar el generalizar los hallazgos de modelos simples de dos bienes al caso de muchos bienes. Se debe tener cuidado de especificar qué se supone acerca de las cantidades de los demás bienes. En capítulos posteriores se examinan ocasionalmente tales complejidades. Sin embargo, en la mayoría de los casos el modelo de dos bienes será suficiente para desarrollar intuición sobre relaciones económicas.

Resumen

En este capítulo se describió la manera en que los economistas formalizan las preferencias de los individuos acerca de los bienes que eligen. Se llegó a varias conclusiones sobre esas preferencias que, en los capítulos siguientes, desempeñarán un papel central en nuestro análisis de la teoría de la elección:

- Si los individuos obedecen ciertos postulados conductuales básicos respecto a sus preferencias entre bienes, podrán clasificar todos los conjuntos de mercancías y esa clasificación puede representarse con una función de utilidad. Al tomar decisiones los individuos se comportarán como si optimizara esa función.
- Las funciones de utilidad para dos bienes pueden ilustrarse con un mapa de curvas de indiferencia. Cada curva de nivel de las curvas de indiferencia de este mapa muestra todos los conjuntos de bienes que producen un nivel de utilidad dado.
- La pendiente negativa de una curva de indiferencia se define como tasa marginal de sustitución (*TMS*). Esta muestra la tasa en que un individuo renunciaría voluntariamente a una cantidad de un bien (y) si fuera compensado con la recepción de una unidad más de otro bien (x).
- El supuesto de que la *TMS* decrece al sustituir x por y en el consumo es congruente con la noción de que los individuos prefieren cierto equilibrio en sus decisiones de consumo. Si la *TMS* es siempre decreciente, los individuos tendrán curvas de indiferencia estrictamente convexas. Es decir, su función de utilidad será estrictamente cuasi cóncava.
- Algunas formas funcionales simples pueden recoger diferencias importantes respecto a las preferencias de los individuos por dos (o más) bienes. Aquí se examinaron la función Cobb-Douglas, la función lineal (de sustitutos perfectos), la función

de proporciones fijas (de complementos perfectos) y la función ESC (que incluye los otros tres casos especiales).

- Matemáticamente es muy simple generalizar a partir de ejemplos de dos bienes a ejemplos de muchos bienes. Y, como veremos, estudiar las decisiones de las personas entre muchos bienes puede arrojar cantidad de discernimientos. Pero las matemáticas de muchos bienes no son especialmente intuitivas; así, para reforzar tal intuición nos apoyaremos principalmente en casos de dos bienes.

Problemas

3.1

Grafica una curva de indiferencia típica para las siguientes funciones de utilidad y determina si tienen curvas de indiferencia convexas (es decir, si la *TMS* declina al incrementarse *x*).

a. $U(x, y) = 3x + y$.
b. $U(x, y) = \sqrt{x \cdot y}$.
c. $U(x, y) = \sqrt{x} + y$.
d. $U(x, y) = \sqrt{x^2 - y^2}$.
e. $U(x, y) = \dfrac{xy}{x + y}$.

3.2

En el pie de nota 7 se demuestra que para que una función de utilidad de dos bienes tenga una *TMS* estrictamente decreciente (es decir, para que sea estrictamente cuasi cóncava) debe mantenerse la condición siguiente:

$$U_{xx}U_x^2 - 2U_{xy}U_xU_y + U_{yy}U_y^2 < 0$$

Usa esta condición para comprobar la convexidad de las curvas de indiferencia de cada una de las funciones de utilidad del problema 3.1. Describe la relación precisa entre utilidad marginal decreciente y cuasi concavidad en cada caso.

3.3

Considera las funciones de utilidad siguientes:

a. $U(x, y) = xy$.
b. $U(x, y) = x^2y^2$.
c. $U(x, y) = \ln x + \ln y$.

Demuestra que cada una de ellas tiene *TMS* decreciente pero exhiben utilidad marginal constante, creciente y decreciente, respectivamente. ¿Cuál es tu conclusión?

3.4

Como se vio en la figura 3.5, una manera de demostrar la convexidad de las curvas de indiferencia es demostrar que, respecto a dos puntos cualesquiera (x_1, y_1) y (x_2, y_2) en una curva de indiferencia que ofrece $U = k$, la utilidad asociada con el punto $\left(\dfrac{x_1 + x_2}{2}, \dfrac{y_1 + y_2}{2}\right)$ es al menos tan grande como *k*. Usa este método para analizar la convexidad de las curvas de indiferencia de las tres funciones siguientes. No olvides graficar tus resultados.

a. $U(x, y) = \min(x, y)$.
b. $U(x, y) = \max(x, y)$.
c. $U(x, y) = x + y$.

3.5

El fanático de los Phillies (FP) siempre come sus bocadillos en el estadio en forma especial; consume un *hot dog* de un pie de largo con exactamente la mitad de una medianoche, 1 onza de mostaza y 2 onzas de pepinillos. Su utilidad es una función de sólo esos cuatro artículos, y cualquier cantidad extra de cualquiera de ellos sin los demás ingredientes carece de valor.

a. ¿Qué forma tiene la función de utilidad del FP para esos cuatro bienes?
b. ¿Cómo podrían simplificarse las cosas, considerando la utilidad del FP como una función de sólo un bien? ¿Cuál sería ese bien?
c. Supón que los *hot dogs* de un pie de largo cuestan un dólar cada uno, las medianoches $0.50 de dólar cada una, la mostaza $0.05 de dólar por onza y los pepinillos $0.15 de dólar por onza. ¿Cuánto costaría el bien definido en el inciso b)?
d. Si el precio de los *hot dogs* de un pie de largo aumentara 50 por ciento (a $1.50 dólares cada uno), ¿cuál sería el incremento porcentual en el precio del bien?
e. ¿Cómo afectaría un aumento de 50 por ciento en el precio de una medianoche el precio del bien? ¿Por qué tu respuesta es diferente de la del inciso d)?
f. Si el gobierno quisiera recaudar un dólar, gravando los bienes que el FP compra, ¿cómo debería distribuir este impuesto entre los cuatro bienes para minimizar el costo de utilidad para el FP?

3.6

Muchos lemas publicitarios parecen señalar algo sobre las preferencias de las personas. ¿Cómo recogerías los siguientes lemas con una función de utilidad matemática?

a. La margarina Promise es tan buena como la mantequilla.
b. Las cosas van mejor con Coca-Cola.
c. No puedes comer sólo una papa frita Pringle.
d. Las donas glaseadas Krispy Kreme son mejores que las Dunkin' Donuts.
e. Miller Brewing nos recomienda beber (cerveza) "responsablemente". [¿Cuál sería un consumo "irresponsable"?]

3.7

a. Un consumidor está dispuesto a intercambiar 3 unidades de x por 1 unidad de y cuando tiene 6 unidades de x y 5 de y. También está dispuesto a intercambiar 6 unidades de x por 2 unidades de y cuando tiene 12 de x y 3 de y. Es indiferente entre el paquete (6, 5) y el conjunto (12, 3). ¿Cuál es la función de utilidad para los bienes x y y? *Pista:* ¿cuál es la forma de la curva de indiferencia?
b. Una consumidora está dispuesta a intercambiar 4 unidades de x por 1 unidad de y cuando consume el paquete (8, 1). También está dispuesta a intercambiar 1 unidad de x por 2 unidades de y cuando consume el conjunto (4, 4). De hecho, le son indiferentes ambos conjuntos. Suponiendo que la función de utilidad es Cobb-Douglas de la forma $U(k, y) = x^{\alpha}y^{\beta}$, donde α y β son constantes positivas, ¿cuál es la función de utilidad de esta consumidora?
c. ¿Hubo redundancia de información en el inciso b)? De ser así, ¿cuál es cantidad mínima de información requerida en esa pregunta para derivar la función de utilidad?

3.8

Halla funciones de utilidad, dada cada una de las curvas de indiferencia siguientes [definidas por $U(\cdot) = k$]:

a. $z = \dfrac{k^{1/\delta}}{x^{\alpha/\delta}\, y^{\beta/\delta}}.$

b. $y = 0.5\ \sqrt{x^2 - 4(x^2 - k)} - 0.5x.$

c. $z = \dfrac{\sqrt{y^4 - 4x(x^2 y - k)}}{2x} - \dfrac{y^2}{2x}.$

Problemas analíticos

3.9 Dotaciones iniciales

Supón que una persona tiene cantidades iniciales de los dos bienes que le brindan utilidad. Estas cantidades iniciales están dadas por $\bar{x}$ y $\bar{y}$.

a. Grafica estas cantidades iniciales en el mapa de curvas de indiferencia de esa persona.
b. Si esta persona puede intercambiar x por y (o viceversa) con otras personas, ¿qué tipos de intercambios haría en forma voluntaria? ¿Qué tipos de intercambios no haría? ¿Cómo se relacionan esos intercambios con la *TMS* de esta persona en el punto $(\bar{x}, \bar{y})$?
c. Supón que esta persona está relativamente satisfecha con las cantidades iniciales en su poder y que sólo considerará intercambios que incrementen su utilidad en al menos la cantidad k. ¿Cómo ilustrarías esto en el mapa de curvas de indiferencia?

3.10 Utilidad de función Cobb-Douglas

El ejemplo 3.3 demuestra que la *TMS* de la función Cobb-Douglas

$$U(x, y) = x^{\alpha} y^{\beta}$$

está dada por

$$TMS = \frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{y}{x}\right).$$

a. ¿Acaso este resultado depende de si $\alpha + \beta = 1$? ¿Esta suma tiene alguna relevancia para la teoría de la elección?
b. Para conjuntos de bienes para los cuales $y = x$, ¿cómo depende la *TMS* de los valores de α y β? Desarrolla una explicación intuitiva de por qué, si $\alpha > \beta$, $TMS > 1$. Ilustra tu argumento con una gráfica.
c. Supón que un individuo obtiene utilidad sólo de cantidades de x y y que exceden los niveles de subsistencia mínima, dados por x_0, y_0. En este caso,

$$U(x, y) = (x - x_0)^{\alpha}(y - y_0)^{\beta}$$

¿Esta función es homotética? (Para un análisis adicional, véanse las extensiones del capítulo 4.)

3.11 Utilidades marginales independientes

Dos bienes tienen utilidades marginales independientes si

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} = 0.$$

Demuestra que, si se supone una utilidad marginal decreciente para cada bien, cualquier función de utilidad con utilidades marginales independientes tendrá una *TMS* decreciente. Da un ejemplo para demostrar que la inversa de este enunciado no es cierta.

3.12 Utilidad ESC

a. Demuestra que la función ESC

$$\alpha\frac{x^{\delta}}{\delta} + \beta\frac{y^{\delta}}{\delta}$$

es homotética. ¿Cómo depende la *TMS* de la razón y/x?
b. Demuestra que tus resultados del inciso a) coinciden con nuestro análisis de los casos $\delta = 1$ (sustitutos perfectos) y $\delta = 0$ (Cobb-Douglas).
c. Demuestra que la *TMS* es estrictamente decreciente para todos los valores de $\delta < 1$.
d. Demuestra que si $x = y$, la *TMS* de esta función sólo depende de las magnitudes relativas de α y β.
e. Calcula la *TMS* de esta función cuando $y/x = 0.9$ y $y/x = 1.1$ para los dos casos $\delta = 0.5$ y $\delta = -1$. ¿Qué concluyes sobre la medida en que la *TMS* cambia en las cercanías de $x = y$? ¿Cómo interpretarías esto geométricamente?

3.13 La función cuasi lineal

Considera la función $U(x, y) = x + \ln y$. Esta es una función de uso relativamente frecuente en los modelos económicos, ya que tiene algunas propiedades útiles.

a. Halla la *TMS* de la función. Ahora, interpreta el resultado.
b. Confirma que la función es cuasi cóncava.
c. Halla la ecuación de una curva de indiferencia de esta función.
d. Compara la utilidad marginal de x y y. ¿Cómo interpretas estas funciones? ¿Cómo podrían elegir los consumidores entre x y y, al tratar de incrementar su utilidad mediante, por ejemplo, consumir más cuando su ingreso aumenta? (Estudiaremos en detalle este "efecto ingreso" en los problemas del capítulo 5.)
e. Describe algunas situaciones en las que esta función podría ser útil, considerando cómo cambia la utilidad al incrementar las cantidades de los dos bienes.

3.14 Relaciones de preferencia

El estudio formal de las preferencias usa una notación vectorial general. Un paquete de n mercancías es denotado por el vector $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, y una relación de preferencia ($\succ$) se define sobre todos los conjuntos posibles. El enunciado $\mathbf{x}^1 \succ \mathbf{x}^2$ significa que el conjunto $\mathbf{x}^1$ es preferible al paquete $\mathbf{x}^2$. La indiferencia entre ambos es denotada por $\mathbf{x}^1 \approx \mathbf{x}^2$.

La relación de preferencia es "completa" si respecto a dos conjuntos cualesquiera el individuo puede afirmar ya sea $\mathbf{x}^1 \succ \mathbf{x}^2$, $\mathbf{x}^2 \succ \mathbf{x}^1$ o $\mathbf{x}^1 \approx \mathbf{x}^2$. La relación es "transitiva" si $\mathbf{x}^1 \succ \mathbf{x}^2$ y $\mathbf{x}^2 \succ \mathbf{x}^3$ implica que $\mathbf{x}^1 \succ \mathbf{x}^3$. Finalmente, una relación de preferencia es "continua" si respecto a cualquier conjunto $\mathbf{y}$ como, por ejemplo, $\mathbf{y} \succ \mathbf{x}$, cualquier conjunto adecuadamente próximo a $\mathbf{y}$ también sea preferible a $\mathbf{x}$. Usando estas definiciones analiza si cada una de las relaciones de preferencia siguientes es completa, transitiva o continua.

a. Preferencias de suma: esta relación de preferencia supone que efectivamente pueden sumarse manzanas y naranjas. Específicamente, que $\mathbf{x}^1 \succ \mathbf{x}^2$ si y sólo si $\sum_{i=1}^{n} x_i^1 > \sum_{i=1}^{n} x_i^2$. Si $\sum_{i=1}^{n} x_i^1 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2$, $\mathbf{x}^1 \approx \mathbf{x}^2$.
b. Preferencias lexicográficas: en este caso la relación de preferencia se organiza como un diccionario: si $x_1^1 > x_1^2$, $\mathbf{x}^1 \succ \mathbf{x}^2$ (independientemente de las cantidades de los demás n – 1 bienes). Si $x_1^1 = x_1^2$ y $x_2^1 > x_2^2$, $\mathbf{x}^1 \succ \mathbf{x}^2$ (independientemente de las cantidades de los demás $n - 2$ bienes). La relación de preferencia lexicográfica continúa luego de esta manera en toda la lista de bienes.
c. Preferencias con saciedad: para esta relación de preferencias se supone que hay un paquete de consumo ($\mathbf{x}^*$) que brinda completa "dicha". La clasificación de todos los demás conjuntos está determinada por lo cerca que están de $\mathbf{x}^*$. Es decir, $\mathbf{x}^1 \succ \mathbf{x}^2$ si y sólo si $|\mathbf{x}^1 - \mathbf{x}^*| < |\mathbf{x}^2 - \mathbf{x}^*|$ donde $|\mathbf{x}^i - \mathbf{x}^*| = \sqrt{(x_1^i - x_1^*)^2 + (x_2^i - x_x^*)^2 + \ldots + (x_n^i - x_n^*)^2}$.

3.15 La función de beneficio

En un artículo publicado en 1992 David G. Luenberger presentó la que denominó la *función de beneficio,* como una manera de incorporar cierto grado de medición cardinal en la teoría de la utilidad.[11] El autor nos pide especificar cierto conjunto de bienes básicos y medir después cuántas repeticiones de este conjunto tendrían que ser proporcionadas a un individuo para aumentar el nivel de utilidad a un objetivo particular. Supón que sólo hay dos bienes y que el objetivo de utilidad está dado por $U^*(x, y)$. Supón también que el paquete de consumo básico está dado por (x_0, y_0). Entonces el valor de la función de beneficio, $b(U^*)$, es el valor de α para el cual $U(\alpha x_0, \alpha y_0) = U^*$.

a. Supón que la utilidad está dada por $U(x, y) = x^{\beta} y^{1-\beta}$. Calcule la función de beneficio para $x_0 = y_0 = 1$.
b. Usando la función de utilidad del inciso a) calcula la función de beneficio para $x_0 = 1$, $y_0 = 0$. Explica por qué tus resultados difieren de los del inciso a).
c. La función de beneficio también puede definirse cuando un individuo tiene dotaciones iniciales de ambos bienes. Si estas dotaciones iniciales están dadas por $\bar{x}, \bar{y}$ entonces $b(U^*, \bar{x}, \bar{y})$ está dada por el valor de α que satisface la ecuación $U(\bar{x} + \alpha x_0, \bar{y} + \alpha y_0) = U^*$. En esta situación el "beneficio" puede ser positivo (cuando $U(\bar{x}, \bar{y}) < U^*$) o negativo (cuando $U(\bar{x}, \bar{y}) > U^*$). Desarrolla una descripción gráfica de estas dos posibilidades y explica cómo la naturaleza del conjunto básico podría afectar el cálculo del beneficio.
d. Considera dos posibles dotaciones iniciales, $\bar{x}_1, \bar{y}_1$ y $\bar{x}_2, \bar{y}_2$. Explica gráficamente e intuitivamente por qué $b\left(U^*, \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2}{2}, \frac{\bar{y}_1 + \bar{y}_2}{2}\right) < 0.5b\left(U^*, \bar{x}_1, \bar{y}_1\right) + 0.5b\left(U^*, \bar{x}_2, \bar{y}_2\right)$. (*Nota*: esto demuestra que la función de beneficio es cóncava en las dotaciones iniciales.)

Sugerencias de lecturas adicionales

Aleskerov, Fuad y Bernard Monjardet. *Utility Maximization, Choice, and Preference*, Springer-Verlag, Berlín, 2002.

Completo estudio de la teoría de la preferencia. Cubre varios modelos de umbral y modelos de toma de decisiones "dependiente del contexto".

Jehle, G. R. y P. J. Reny. *Advanced Microeconomic Theory*, 2a. ed., Addison Wesley/Longman, Boston, 2001.

El capítulo 2 contiene una buena prueba de la existencia de funciones de utilidad cuando se sostienen axiomas básicos de racionalidad.

Kreps, David M. *A Course in Microeconomic Theory*, Princeton University Press, Princeton, 1990.

El capítulo 1 cubre la teoría de la preferencia con cierto detalle. Buen análisis de la cuasi concavidad.

Kreps, David M. *Notes on the Theory of Choice*, Westview Press, Londres, 1988.

Buen análisis de los fundamentos de la teoría de la preferencia. Mayormente la atención de este libro se dirige a la utilidad en situaciones inciertas.

[11] Luenberger, David G., "Benefit Functions and Duality", *Journal of Mathematical Economics*, núm. 21, pp. 461-481. La presentación aquí se ha simplificado considerablemente en comparación con la presentada originalmente por el autor, sobre todo se cambió la dirección en la que se miden los "beneficios".

Mas-Colell, Andrea, Michael D. Whinston y Jerry R. Green. *Microeconomic Theory*, Oxford University Press, Nueva York, 1995.

Los capítulos 2 y 3 proporcionan un desarrollo detallado de relaciones de preferencia y su representación con funciones de utilidad.

Stigler, G. "The Development of Utility Theory", en *Journal of Political Economy*, núm. 59, pts. 1-2 (agosto/octubre de 1950), pp. 307-327, 373-396.

Estudio lúcido y completo de la historia de la teoría de la utilidad. Contiene muchos discernimientos y complementos interesantes.

EXTENSIONES Preferencias especiales

El concepto de función de utilidad es general y puede adaptarse a gran número de circunstancias especiales. El descubrimiento de ingeniosas formas funcionales que reflejan los aspectos esenciales de algún problema puede brindar varios discernimientos no evidentes de inmediato en un enfoque más literario. Aquí se estudiarán cuatro aspectos de las preferencias que los economistas han tratado mediante el uso de modelos: a) efectos de umbral, 2) calidad, 3) hábitos y adicción y 4) preferencias de segunda parte. En los capítulos 7 y 17 se ilustran maneras adicionales de recoger aspectos de las preferencias.

A3.1 Efectos de umbral

El modelo de utilidad que se desarrolló en este capítulo implica que un individuo siempre preferirá el conjunto de bienes A al conjunto B, siempre y cuando $U(A) > U(B)$. Hay muchas situaciones que harán que los individuos pasen rápidamente de consumir el conjunto A a consumir el B. En muchos casos, sin embargo, tal respuesta relámpago parece improbable. De hecho, los individuos pueden "ser fieles a sus costumbres" y requerir un cambio más de peso en las circunstancias para alterar lo que hacen. Por ejemplo, los individuos pueden no tener una opinión muy firme sobre la marca de pasta dental que eligen, y aferrarse a lo que conocen pese a la proliferación de marcas nuevas (quizá mejores). De igual modo, los individuos podrían aferrarse a su programa de televisión favorito aun si este ha perdido calidad. Una forma de recoger ese comportamiento es suponer que los individuos toman decisiones como si enfrentaran principios de preferencia. En tal situación el conjunto de mercancías A podría ser elegido sobre el B sólo cuando

$$U(A) > U(B) + \epsilon, \tag{i}$$

donde ϵ es el principio de indiferencia por vencer. Con esta especificación las curvas de indiferencia pueden ser más bien gruesas y hasta difusas, más que poseer las claras curvas de nivel que se muestran en este capítulo. Los modelos del principio de indiferencia son de amplio uso en mercadotecnia. La teoría detrás de estos modelos se presenta detalladamente en Aleskerov y Monjardet (2002). Estos autores consideran varios modos de especificar el principio de indiferencia para que pueda depender de las características de los conjuntos considerados o de otras variables contextuales.

Combustibles alternativos

Vedenov, Duffield y Wetzstein (2006) usan la idea del principio de indiferencia para examinar las condiciones en las cuales los individuos pasarán del uso de la gasolina al de otro tipo de combustibles (principalmente etanol) para impulsar sus automóviles. Estos autores señalan que en años recientes la desventaja más importante de usar gasolina ha sido la excesiva volatilidad del precio del producto en relación con otros combustibles. Concluyen que optar por mezclas con etanol es eficiente (en especial en periodos de mayor volatilidad del precio de la gasolina), siempre y cuando esas mezclas no hagan decrecer la eficiencia del combustible.

E3.2 Calidad

Puesto que muchos bienes de consumo difieren ampliamente en calidad a los economistas les interesa incorporar esas diferencias en los modelos de elección. Un método consiste simplemente en considerar artículos de diferente calidad como bienes que son sustitutos relativamente cercanos. Sin embargo, este método puede ser poco práctico a causa del gran número de bienes contenidos. Otro método se centra en la calidad como elemento directo de elección. La utilidad podría reflejarse en este caso por

$$\text{utilidad} = U(q, Q), \tag{ii}$$

donde q es la cantidad consumida y Q la calidad de dicho consumo. Aunque este método permite cierto examen de la opción calidad-cantidad, presenta dificultades cuando la cantidad consumida de una mercancía (vino, por ejemplo) consta de varias calidades. La calidad podría definirse entonces como un promedio (véase Theil,[1] 1952), pero este enfoque quizá no sea apropiado cuando la calidad de bienes nuevos cambia rápidamente (como en el caso de las computadoras personales). Un método más general (originalmente propuesto por Lancaster, 1971) se centra en un conjunto claramente definido de atributos de bienes y supone que dichos atributos brindan utilidad. Si un bien q brinda dos de esos atributos, a_1 y a_2, la utilidad podría escribirse como

$$\text{utilidad} = U[q, a_1(q), a_2(q)], \tag{iii}$$

y podrían emerger mejoras de utilidad, sea porque la persona elige una mayor cantidad del bien o porque una cantidad dada rinde un nivel mayor de atributos valiosos.

Computadoras personales

Esta es la práctica que siguen los economistas que estudian la demanda en industrias tan rápidamente cambiantes como la de

[1] Theil sugiere asimismo medir la calidad considerando correlaciones entre cambios en el consumo y las elasticidades de ingreso de varios bienes.

las computadoras personales. En este caso sería evidentemente incorrecto centrarse sólo en la cantidad de computadoras personales adquiridas cada año porque las máquinas nuevas son mucho mejores que las viejas (y, presumiblemente, ofrecen más utilidad). Por ejemplo, Berndt, Griliches y Rappaport (1995) descubrieron que la calidad de las computadoras personales ha aumentado anualmente 30 por ciento en un periodo relativamente largo, a causa sobre todo de atributos perfeccionados, como procesadores más rápidos o mejores discos duros. Un consumidor que hoy gasta, digamos, 2 000 dólares en una computadora personal compra mucho más utilidad que un consumidor semejante 5 años atrás.

E3.3 Hábitos y adicción

Dado que el consumo ocurre en el tiempo, existe la posibilidad de que las decisiones tomadas en un periodo afecten la utilidad en periodos posteriores. Los hábitos se forman cuando los individuos descubren que les gusta usar una mercancía durante un periodo, lo cual aumenta su consumo en periodos subsecuentes. Un caso extremo es la adicción (a las drogas, los cigarros o las películas de los hermanos Marx), donde el consumo pasado aumenta significativamente la utilidad del consumo presente. Una manera de describir matemáticamente estas ideas es suponer que la utilidad en el periodo t depende del consumo en el periodo t y del total del consumo previo del bien que ha formado el hábito (digamos X):

$$\text{utilidad} = U_t(x_t, y_t, s_t), \tag{iv}$$

donde

$$s_t = \sum_{i=1}^{\infty} x_{t-i}.$$

En aplicaciones empíricas, sin embargo, usualmente no existen datos sobre todos los niveles de consumo anteriores. Así, es común elaborar modelos sobre los hábitos usando sólo datos del consumo corriente (x_t) y del consumo en el periodo previo (x_{t-1}). Una forma común de proceder es suponer que la utilidad está dada por

$$\text{utilidad} = U_t(x_t^*, y_t), \tag{v}$$

donde x_t^* es una función simple de x_t y x_{t-1}, como en $x_t^* = x_t - x_{t-1}$ o $x_t^* = x_t/x_{t-1}$. Estas funciones implican que, *ceteris paribus*, cuanto mayor sea x_{t-1}, se elegirá más x_t en el periodo corriente.

Modelización de hábitos

Estos enfoques de la modelización de hábitos se han aplicado a una amplia variedad de temas. Stigler y Becker (1977) usan modelos de ese tipo para explicar por qué las personas desarrollan un "gusto" por ir a la ópera o por jugar golf. Becker, Grossman y Murphy (1994) adaptan esos modelos al estudio del consumo de cigarros y otras conductas adictivas. Ellos han demostrado que la disminución en el consumo de tabaco a temprana edad puede tener grandes efectos sobre el consumo final de cigarrillos debido a la dinámica de las funciones de utilidad de los individuos. Si el comportamiento adictivo es "racional" o no, es un tema ampliamente estudiado por los economistas. Por ejemplo, Gruber y Koszegi (2001) indican que el tabaquismo puede abordarse como una elección racional, aunque inconsistente en el tiempo.[2]

E3.4 Preferencias de segundas partes

Es obvio que a los individuos les importa el bienestar de los demás. Fenómenos como hacer contribuciones de beneficencia o dejar herencias a los niños no pueden entenderse sin reconocer la interdependencia que existe entre las personas. Las preferencias de segundas partes pueden incorporarse a la función de utilidad de la persona i, digamos, con

$$\text{utilidad} = U_i(x_i, y_i, U_j), \tag{vi}$$

donde U_j es la utilidad de otro.

Si $\partial U_i/\partial U_j > 0$ entonces esta persona adoptará una conducta altruista, mientras que si $\partial U_i/\partial U_j < 0$, mostrará el comportamiento malévolo asociado a la envidia. El caso usual de $\partial U_i/\partial U_j = 0$ es simplemente un punto medio entre las alternativas en las preferencias. Gary Becker es pionero en el estudio de estas posibilidades y ha escrito sobre varios temas, tales como la teoría general de las interacciones sociales (1976) y la importancia del altruismo en la teoría de la familia (1981).

Biología evolutiva y genética

Los biólogos han sugerido una forma particular de la función de utilidad en la ecuación vi, extraída de la teoría de la genética. En este caso

$$\text{utilidad} = U_i(x_i, y_i) + \sum_j r_j U_j, \tag{vii}$$

donde r_j mide la cercanía de la relación genética entre la persona i y la persona j. En cuanto a padres e hijos, por ejemplo, $r_j = 0.5$, mientras que en cuanto a primos $r_j = 0.125$. Bergstrom (1996) describe algunas de las conclusiones de la conducta evolutiva a las cuales han llegado los biólogos mediante esta forma funcional particular.

Referencias

Aleskerov, Fuad y Bernard Monjardet. *Utility Maximization, Choice, and Preference*, Springer-Verlag, Berlín, 2002.

Becker, Gary S. *The Economic Approach to Human Behavior*, University of Chicago Press, Chicago, 1976.

Becker, Gary S., Michael Grossman y Kevin M. Murphy. "An Empirical Analysis of Cigarette Addiction", *American Economic Review* (junio de 1994), pp. 396-418.

Bergstrom Theodore C. "Economics in a Family Way", *Journal of Economic Literature* (diciembre de 1994), pp. 1903-1934.

Berndt, Ernst R., Zvi Griliches y Neal J. Rappaport. "Econometric Estimates of Price Indexes for Personal Computers in the 1990s", *Journal of Econometrics* (julio de 1995), pp. 243-268.

Gruber, Jonathan y Botond Koszegi. "Is Addiction 'Rational'? Theory and Evidence", *Quarterly Journal of Economics* (noviembre de 2001), pp. 1261-1303.

[2] Para más información sobre la inconsistencia en el tiempo, véase el capítulo 17.

Lancaster, Kelvin J. *Consumer Demand: A New Approach*, Columbia University Press, Nueva York, 1971.

Stigler, George J. y Gary S. Becker. "De Gustibus Non Est Disputandum", *American Economic Review* (marzo de 1977), pp. 76-90.

Theil, Henri. "Qualities, Prices, and Budget Enquiries", *Review of Economic Studies* (abril de 1952), pp. 129-147.

Vedenov, Dmitry V., James A. Duffield y Michael E. Wetzstein. "Entry of Alternative Fuels in a Volatile U. S. Gasoline Market", *Journal of Agricultural and Resource Economics* (abril de 2006), pp. 1-13.