CAPÍTULO CINCO

Efectos de ingreso y de sustitución

En este capítulo se usará el modelo de optimización de la utilidad para estudiar cómo la cantidad de un bien que un individuo elige se ve afectada por un cambio en el precio del mismo. Este examen nos permitirá elaborar la curva de demanda del individuo relativa a dicho bien. Entre tanto se proporcionarán varios discernimientos sobre la naturaleza de la respuesta al precio y sobre los tipos de supuestos en que se basa la mayoría de los análisis de la demanda.

FUNCIONES DE DEMANDA

Como se señaló en el capítulo 4, en principio es usualmente posible establecer las condiciones necesarias de un máximo de utilidad para los niveles óptimos de $x_1, x_2, \ldots x_n$ (y λ, el multiplicador de Lagrange) como funciones de todos los precios y el ingreso. Matemáticamente, esto puede expresarse como n funciones de demanda[1] de la forma

$$\begin{aligned} x_1^* &= x_1(p_1, p_2, \ldots, p_n, I), \\ x_2^* &= x_2(p_1, p_2, \ldots, p_n, I), \\ &\vdots \\ x_n^* &= x_n(p_1, p_2, \ldots, p_n, I). \end{aligned} \tag{5.1}$$

Si sólo hay dos bienes, x y y (el caso que por lo general nos interesará), esta notación puede simplificarse un poco como

$$\begin{aligned} x^* &= x(p_x, p_y, I), \\ y^* &= y(p_x, p_y, I). \end{aligned} \tag{5.2}$$

Una vez que se conoce la forma de las funciones de demanda, así como los valores de todos los precios y el ingreso, se puede "predecir" cuánto de cada bien decidirá comprar un individuo. La notación subraya el hecho de que precios e ingreso son "exógenos" a este proceso; es decir, son parámetros sobre los cuales el individuo no tiene control en esta etapa del análisis. Los cambios en esos parámetros alterarán, desde luego, la restricción presupuestal y causarán que un individuo tome decisiones diferentes. Este cuestionamiento es el tema central de este y del siguiente capítulo. Específicamente, en este capítulo se considerarán las derivadas parciales $\partial x/\partial I$ y $\partial x/\partial p_x$ para

[1] Las funciones de demanda en la ecuación 5.1 se conocen como *funciones de demanda de Marshall* (así llamadas en honor a Alfred Marshall) para diferenciarlas de las *funciones de demanda de Hicks* (en honor a John Hicks), que abordaremos más adelante. La diferencia entre estos dos conceptos se deriva de si el ingreso o la utilidad entra en las funciones. Para mayor simplicidad, a lo largo de este texto el término *funciones de demanda* o *curvas de demanda* remitirá al concepto marshalliano, mientras que las referencias a funciones de demanda y curvas de demanda hicksianas (o "compensadas") se señalarán explícitamente.

Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

cualquier bien x. En el capítulo 6 se abundará en este análisis al examinar los efectos de "precio cruzado" de la forma $\partial x/\partial p_y$ para cualquier par de bienes x y y.

Homogeneidad

Una primera propiedad de las funciones de demanda requiere un poco de matemáticas. Si se duplicaran todos los precios y el ingreso (si, en realidad, se les multiplicara por cualquier constante positiva), las cantidades óptimas demandadas se mantendrían sin cambios. Duplicar todos los precios y el ingreso sólo cambia las unidades con las que contamos, no la cantidad "real" de bienes demandados. Este resultado puede verse de diversas formas, aunque quizá la más fácil de ellas sea mediante gráficas. En referencia a las figuras 4.1 y 4.2 resulta claro que duplicar p_x, p_y e I no afecta la gráfica de la restricción presupuestal. De ahí que x^*, y^* siga siendo la combinación elegida. En términos algebraicos, $p_x x + p_y y = I$ es la misma restricción que $2p_x x + 2p_y y = 2I$. Un poco más técnicamente, este resultado puede escribirse diciendo que para cualquier bien x_i,

$$x_i^* = x_i(p_1, p_2, \ldots, p_n, I) = x_i(tp_1, tp_2, \ldots, tp_n, tI) \tag{5.3}$$

para cualquier $t > 0$. Se dice que las funciones que cumplen la propiedad ilustrada en la ecuación 5.3 son homogéneas de grado 0.[2] De ahí que se haya demostrado que *las funciones de demanda individual son homogéneas de grado 0 en todos los precios y en el ingreso*. Cambiar todos los precios y el ingreso en las mismas proporciones no afectará las cantidades físicas de los bienes demandados. Este resultado indica que (en teoría) las demandas de los individuos no se verán afectadas por una inflación "pura" durante la cual todos los precios e ingresos aumentan proporcionalmente. Estos seguirán demandando el mismo conjunto de bienes. Claro que si una inflación no fuera pura (es decir, si algunos precios aumentaran más rápido que otros), no sería éste el caso.

EJEMPLO 5.1 Homogeneidad

La homogeneidad de la demanda es el resultado directo del supuesto de optimización de la utilidad. Las funciones de demanda derivadas de la optimización de la utilidad serán homogéneas y a la inversa: las funciones de demanda no homogéneas no pueden reflejar optimización de la demanda (a menos que los precios entren directamente en la función de utilidad misma, como podría ocurrir para los bienes con algún atractivo para los esnobs). Si, por ejemplo, la utilidad de un individuo respecto a alimentos (x) y vivienda (y) está dada por

$$\text{utilidad} = U(x, y) = x^{0.3}y^{0.7}, \tag{5.4}$$

todo se reduce entonces (siguiendo el mismo procedimiento que en el ejemplo 4.1) a derivar las funciones de demanda

$$\begin{aligned} x^* &= \frac{0.3I}{p_x}, \\ y^* &= \frac{0.7I}{p_y}. \end{aligned} \tag{5.5}$$

Estas funciones obviamente exhiben homogeneidad porque una duplicación de todos los precios y el ingreso no afectarían a x^* ni a y^*.

Si las preferencias de un individuo por x y y se reflejaran, en cambio, en la función ESC

$$U(x, y) = x^{0.5} + y^{0.5}, \tag{5.6}$$

[2] Más generalmente, como se vio en los capítulos 2 y 4, de una función $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ se dice que es homogénea de grado k si $f(tx_1, tx_2, \ldots, tx_n) = t^k f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ para cualquier $t > 0$. Los casos más comunes de funciones homogéneas son $k = 0$ y $k = 1$. Si f es homogénea de grado 0, duplicar todos sus argumentos la deja sin cambios en valor. Si f es homogénea de grado 1, duplicar todos sus argumentos duplicará su valor.

Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

entonces (como se mostró en el ejemplo 4.2) las funciones de demanda estarían dadas por

$$x^* = \left(\frac{1}{1 + p_x/p_y}\right) \cdot \frac{I}{p_x},$$
$$y^* = \left(\frac{1}{1 + p_y/p_x}\right) \cdot \frac{I}{p_y}. \quad \textbf{(5.7)}$$

Como ya vimos, estas dos funciones de demanda son homogéneas de grado 0; una duplicación de p_x, p_y e I no afectaría a x^* ni a y^*.

PREGUNTA: Las funciones de demanda derivadas en este ejemplo, ¿garantizan que el gasto total en x y y agote el ingreso de un individuo para *cualquier combinación* de p_x, p_y e I? ¿Puedes demostrar que es éste el caso?

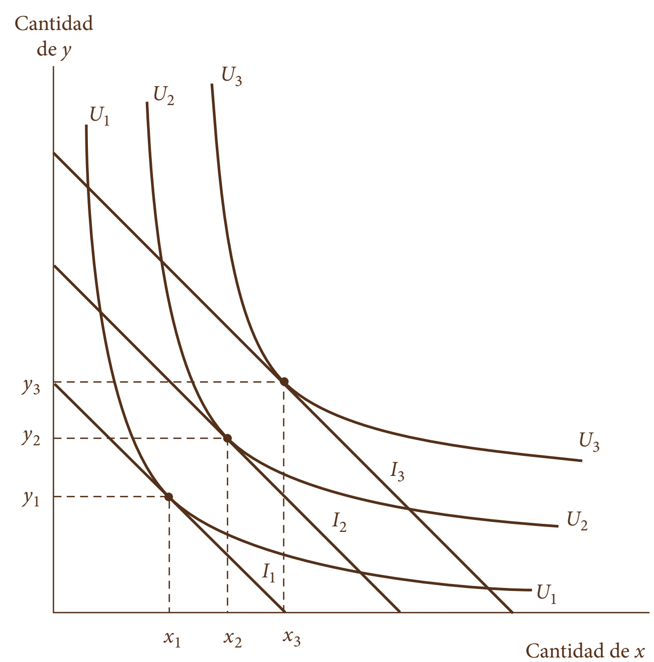
VARIACIONES EN EL INGRESO

Al aumentar el poder de compra de una persona es natural esperar que la cantidad de cada bien comprado también aumente. Esta situación se ilustra en la figura 5.1. Al incrementarse los gastos de I_1 a I_2 a I_3, la cantidad de x demandada aumenta de x_1 a x_2 a x_3. Asimismo, la cantidad de y aumenta de y_1 a y_2 a y_3. Nótese que las líneas presupuestales I_1, I_2 e I_3 son paralelas, en reflejo de

FIGURA 5.1

Efecto de un incremento en el ingreso sobre las cantidades de x y y elegidas.

Al incrementarse el ingreso de I_1 a I_2 a I_3 las opciones óptimas (de optimización de la utilidad) de x y y se indican mediante los puntos sucesivamente más altos de la tangencia. Obsérvese que la restricción presupuestal se desplaza en forma paralela porque su pendiente (dada por $-p_x/p_y$) no cambia.



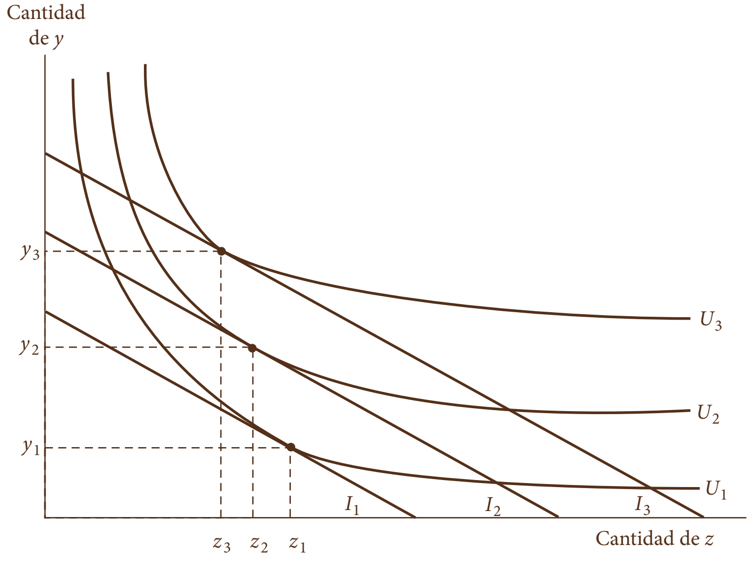
Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

FIGURA 5.2

Mapa de curvas de indiferencia que exhibe inferioridad.

En este diagrama el bien z es inferior porque la cantidad adquirida decrece al incrementar el ingreso. Aquí, y es un bien normal (como debe de ser si sólo hay dos bienes disponibles), y las compras de y aumentan al aumentar los gastos totales.



que lo único que cambia es el ingreso, no los precios relativos de x y y. Como la razón p_x/p_y se mantiene constante, las condiciones de optimización de la utilidad también requieren que la *TMS* se mantenga constante conforme el individuo se desplaza a mayores niveles de satisfacción. Así, la *TMS* es igual en el punto (x_3, y_3) y en (x_1, y_1).

Bienes normales e inferiores

En la figura 5.1 tanto x como y se incrementan al crecer el ingreso; tanto $\partial x/\partial I$ como $\partial y/\partial I$ son positivas. Esta podría considerarse la situación común, y los bienes que tienen esta propiedad se llaman *bienes normales* en el rango de cambio de ingreso observado.

Para algunos bienes, sin embargo, la cantidad elegida puede decrecer al incrementar el ingreso en algunos rangos. Ejemplos de tales bienes son la garrafa de *whisky*, las papas y la ropa de segunda mano. Un bien z para el cual $\partial z/\partial I$ es negativo se llama *bien inferior*. Este fenómeno se ilustra en la figura 5.2. En ese diagrama el bien z es inferior porque para los incrementos en el ingreso en el rango mostrado se elige menos de z. Nótese que las curvas de indiferencia no tienen que ser de formas "raras" para exhibir inferioridad; las curvas correspondientes a los bienes y y z en la figura 5.2 siguen cumpliendo el supuesto de la *TMS* decreciente. El bien z es inferior dada la manera en que se relaciona con los demás bienes disponibles (aquí el bien y), no a causa de una peculiaridad exclusiva del mismo. De ahí que se desarrollen las siguientes definiciones.

DEFINICIÓN

Bienes normales e inferiores. Un bien x_i para el cual $\partial x_i/\partial I < 0$ en algún rango de variaciones en el ingreso es un *bien inferior* en ese rango. Si $\partial x_i/\partial I \geq 0$ en algún rango de variación en el ingreso, el bien es un *bien normal* (o "no inferior") en ese rango.

Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

VARIACIONES EN EL PRECIO DE UN BIEN

El efecto de un cambio de precio sobre la cantidad demandada de un bien es más complejo de analizar que el efecto de un cambio en el ingreso. Geométricamente, esto se debe a que cambiar un precio implica cambiar no sólo una de las intercepciones de la restricción presupuestal, sino también su pendiente. En consecuencia, el desplazamiento a la nueva opción de optimización de la utilidad supone no sólo pasar a otra curva de indiferencia, sino también cambiar la *TMS*. Así, cuando un precio cambia entran en juego dos efectos analíticamente diferentes. Uno de ellos es el *efecto de sustitución*: aun si el individuo permaneciera en la *misma* curva de indiferencia se asignarían patrones de consumo que igualarían la *TMS* con la nueva razón de precio. Emerge un segundo efecto, el *efecto de ingreso*, porque un cambio de precio cambia necesariamente el ingreso "real" de un individuo. Una persona no puede permanecer en la curva de indiferencia inicial y debe transitar a una nueva. Analicemos estos efectos gráficamente. Luego ofreceremos un desarrollo matemático.

Análisis gráfico de un decremento en el precio

En la figura 5.3 se ilustran los efectos de ingreso y de sustitución. Una persona optimiza inicialmente su utilidad (sujeta a gastos totales, I), consumiendo la combinación x^*, y^*. La restricción presupuestal inicial es $I = p_x^1 x + p_y y$. Supongamos ahora que el precio de x decrece a p_x^2. La nueva restricción presupuestal está dada por la ecuación $I = p_x^2 x + p_y y$ en la figura 5.3.

Resulta claro que la nueva posición de utilidad óptima es x^{**}, y^{**}, donde la nueva línea presupuestal es tangente a la curva de indiferencia U_2. El desplazamiento a este nuevo punto puede verse compuesto por dos efectos. Primero, el cambio en la pendiente de la restricción presupuestal motiva un desplazamiento al punto B, aun si las opciones se hubieran limitado a la curva de indiferencia original U_1. La línea punteada en la figura 5.3 tiene la misma pendiente que la nueva restricción presupuestal ($I = p_x^2 x + p_y y$), pero sigue un trazo tangente a U_1 porque conceptualmente se mantiene constante el ingreso "real" (es decir, la utilidad). Un precio relativamente menor para x causará un movimiento de x^*, y^* a B si no permitimos que este individuo esté en mejores condiciones a raíz del precio menor. Este desplazamiento es una demostración gráfica del *efecto de sustitución*. El movimiento adicional de B al punto óptimo x^{**}, y^{**} es analíticamente idéntico a la clase de cambio exhibido por variaciones en el ingreso. Como el precio de x ha decrecido, esta persona tiene un mayor ingreso "real" y puede permitirse un nivel de utilidad (U_2) mayor que el que antes podía alcanzar. Si x es un bien normal se elegirá más del mismo en respuesta a este incremento en el poder de compra. Esta observación explica el origen del término *efecto de ingreso* para ese desplazamiento. En general, entonces, el resultado del decremento de precio es que causa que se demande más x.

Es importante reconocer que en realidad esta persona no toma una serie de decisiones de x^*, y^* a B y luego a x^{**}, y^{**}. Jamás observamos el punto B; sólo se reflejan las dos posiciones óptimas en el comportamiento observado. Sin embargo, la noción de los efectos de ingreso y de sustitución son analíticamente valiosos porque muestra que un cambio de precio afecta la cantidad demandada de x en dos formas conceptualmente distintas. Veremos cómo esta separación ofrece importantes discernimientos en la teoría de la demanda.

Análisis gráfico de un incremento en el precio

Si el precio del bien x se incrementara se usaría un análisis similar. En la figura 5.4 la línea presupuestal se ha desplazado hacia dentro debido a un incremento en el precio de x de p_x^1 a p_x^2. El desplazamiento desde el punto inicial de optimización de la utilidad (x^*, y^*) al nuevo punto (x^{**}, y^{**}) puede descomponerse en dos efectos. Primero, aun si esta persona pudiera permanecer en la curva de indiferencia inicial (U_2), habría un incentivo para sustituir y por x y transitar a lo largo de U_2 al punto B. Sin embargo, puesto que el poder de compra se ha reducido, debido al incre-

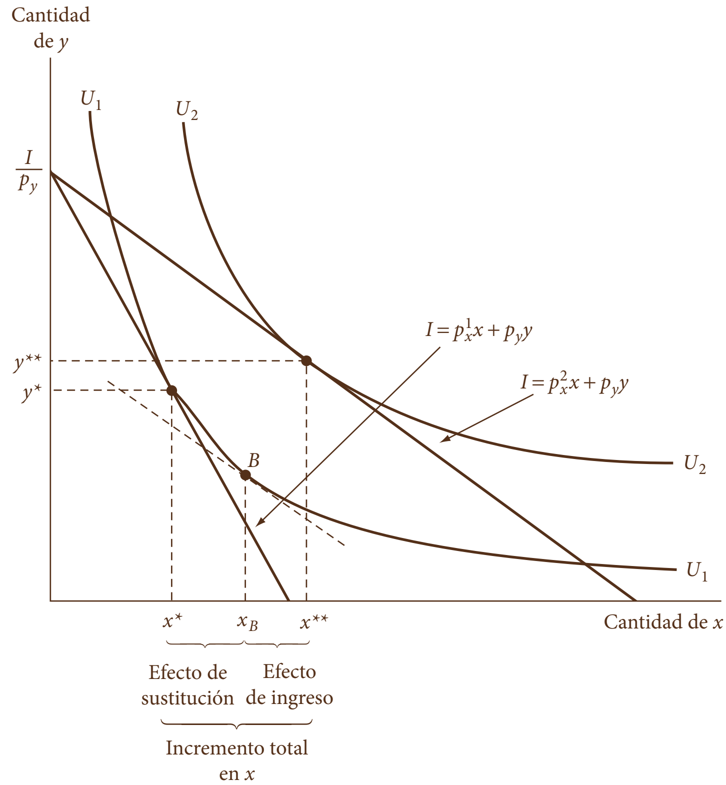
Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

FIGURA 5.3

Demostración de los efectos de ingreso y de sustitución de un decremento en el precio de *x*.

Cuando el precio de x decrece de p_x^1 a p_x^2, la opción de optimización de la utilidad pasa de x^*, y^* a x^{**}, y^{**}. Este desplazamiento puede desglosarse en dos efectos analíticamente distintos: primero, el efecto de sustitución, que implica un desplazamiento a lo largo de la curva de indiferencia inicial al punto B, donde la *TMS* es igual a la nueva razón de precio; y segundo, el efecto de ingreso, que supone un desplazamiento a un nivel de utilidad más alto porque el ingreso real se ha incrementado. En el diagrama los efectos tanto de sustitución como de ingreso provocan que se compre más x cuando su precio decrece. Nótese que el punto I/p_y es el mismo que antes del cambio de precio; esto se debe a que p_y no ha cambiado. Así, el punto I/p_y aparece tanto en las antiguas como en las nuevas restricciones presupuestales.



mento en el precio de x, debe desplazarse a un nivel de utilidad más bajo. Este desplazamiento se llama, como ya se dijo, *efecto de ingreso*. Adviértase en la figura 5.4 que los efectos tanto de ingreso como de sustitución operan en la misma dirección y provocan que la cantidad demandada de x se reduzca, en respuesta a un incremento en su precio.

Efectos de las variaciones de precio para bienes inferiores

Hasta aquí se ha demostrado que los efectos de sustitución y de ingreso tienden a reforzarse entre sí. Para un decremento de precio ambos provocan que se demande más del bien, mientras que para un incremento de precio, ambos propician que se demande menos. Aunque este análisis es atinado para el caso de los bienes normales (no inferiores), la posibilidad de bienes inferiores complica la historia. En este caso, los efectos de ingreso y de sustitución operan en direcciones opuestas, y el resultado combinado de un cambio de precio es indeterminado. Un decremento en el precio, por ejemplo, siempre hará que un individuo tienda a consumir más de un bien a

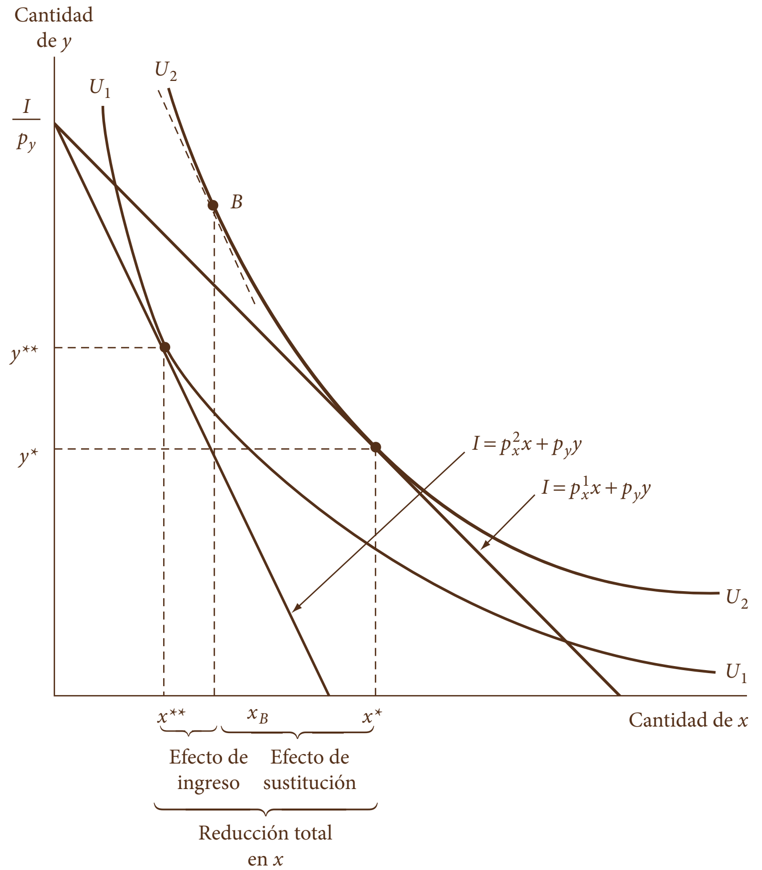
Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

FIGURA 5.4

Demostración de los efectos de ingreso y de sustitución de un incremento en el precio de *x*.

Cuando el precio de *x* se incrementa la restricción presupuestal se desplaza hacia dentro. El desplazamiento desde el punto inicial de optimización de la utilidad (x^*, y^*) al nuevo punto (x^{**}, y^{**}) puede analizarse como dos efectos aparte. El efecto de sustitución se describiría como un desplazamiento al punto *B* sobre la curva de indiferencia inicial (U_2). El incremento en el precio, sin embargo, creará una pérdida de poder de compra y un desplazamiento consecuente a una curva de indiferencia más baja. Este es el efecto de ingreso. En el diagrama los efectos tanto de ingreso como de sustitución causan que la cantidad de *x* decrezca a raíz del incremento en su precio. También en este caso el punto I/p_y no se ve afectado por el cambio en el precio de *x*.



causa del efecto de sustitución. Pero si el bien es inferior el incremento en el poder de compra causado por el decremento de precio puede provocar que se compre menos del bien. Así, el resultado es indeterminado: el efecto de sustitución tiende a incrementar la cantidad del bien inferior comprado, mientras que el (perverso) efecto de ingreso tiende a reducir esa cantidad. A diferencia de la situación para los bienes normales, aquí no es posible predecir siquiera la dirección del efecto de un cambio en p_x sobre la cantidad consumida de *x*.

Paradoja de Giffen

Si el efecto de ingreso de un cambio de precio es lo bastante fuerte, el cambio en el precio y el cambio resultante en la cantidad demandada podrían moverse en realidad en la misma dirección.

Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

Cuenta la leyenda que el economista inglés Robert Giffen observó esta paradoja en la Irlanda del siglo XIX: supuestamente, cuando el precio de las papas subía la gente consumía más papas. Este resultado peculiar puede explicarse estudiando la magnitud del efecto de ingreso de un cambio en el precio de las papas. Las papas no sólo eran bienes inferiores, sino que también absorbían una gran porción del ingreso del pueblo irlandés. Así, un incremento en el precio de las mismas reducía sustancialmente el ingreso real. Los irlandeses se veían obligados a reducir el consumo de otros alimentos suntuarios para comprar más papas. Aunque esta versión de los hechos es históricamente inverosímil, la posibilidad de un incremento en la cantidad demandada, en respuesta a un incremento en el precio de un bien, ha dado en llamarse *paradoja de Giffen*.[3] Más adelante se proporcionará un análisis matemático de cómo puede presentarse esta paradoja.

Sinopsis

De ahí que nuestro análisis gráfico nos lleve a las conclusiones siguientes.

PRINCIPIO DE OPTIMIZACIÓN

Efectos de ingreso y de sustitución. La hipótesis de optimización de la utilidad sugiere que para bienes normales un decremento en el precio de un bien conduce a un incremento en la cantidad adquirida, debido a que 1) el *efecto de sustitución* provoca que se compre más a medida que la persona se desplaza a lo largo de una curva de indiferencia, y 2) el *efecto de ingreso* hace que se compre más porque el decremento en el precio ha incrementado el poder de compra, permitiendo así un desplazamiento a una curva de indiferencia *más alta*. Cuando el precio de un bien normal se incrementa, un razonamiento similar predice un decremento en la cantidad adquirida. Para bienes inferiores los efectos de sustitución y de ingreso operan en direcciones opuestas y no es posible hacer predicciones definidas.

CURVA DE DEMANDA DE UNA PERSONA

Con frecuencia los economistas desean graficar funciones de demanda. Sin duda no te sorprenderá saber que esas gráficas se llaman "curvas de demanda". Comprender cómo se relacionan esas curvas de uso muy común con las funciones de demanda subyacentes brinda discernimientos adicionales incluso sobre los argumentos económicos fundamentales. Para simplificar el desarrollo supongamos que sólo hay dos bienes y que, como antes, la función de demanda para el bien x está dada por

$$x^* = x(p_x, p_y, I).$$

La curva de demanda derivada de esta función examina la relación entre x y p_x, manteniendo constantes p_y, I y las preferencias. Es decir, muestra la relación

$$x^* = x(p_x, \bar{p}_y, \bar{I}). \tag{5.8}$$

donde las barras sobre p_y e I indican que estos determinantes de la demanda se mantienen constantes. Esta construcción se advierte en la figura 5.5. La gráfica muestra opciones de optimización de la utilidad de x y y conforme se le presentan a este individuo precios sucesivamente más bajos del bien x (manteniendo constantes p_y e I). Suponemos que las cantidades de x elegidas aumentan de x' a x'' y x''' al decrecer el precio de ese bien de p_x' a p'' a p_x'''. Tal supuesto concuerda con nuestra

[3] Un problema importante de esta explicación es que desestima la observación de Marshall en el sentido de que factores tanto de oferta como de demanda deben tomarse en cuenta al analizar las variaciones de precio. Si el precio de las papas hubiera aumentado a causa de una plaga en Irlanda, la oferta se habría reducido; por tanto, ¿cómo es posible que se hayan consumido más papas? Asimismo, dado que muchos irlandeses cultivaban papas, el incremento en el precio de estas habría incrementado el ingreso real por ellas. Para un análisis detallado de estos y otros interesantes aspectos del saber popular sobre las papas, véase G. P. Dwyer y C. M. Lindsey, "Robert Giffen and the Irish Potato", *American Economic Review* (marzo de 1984), pp. 188-192.

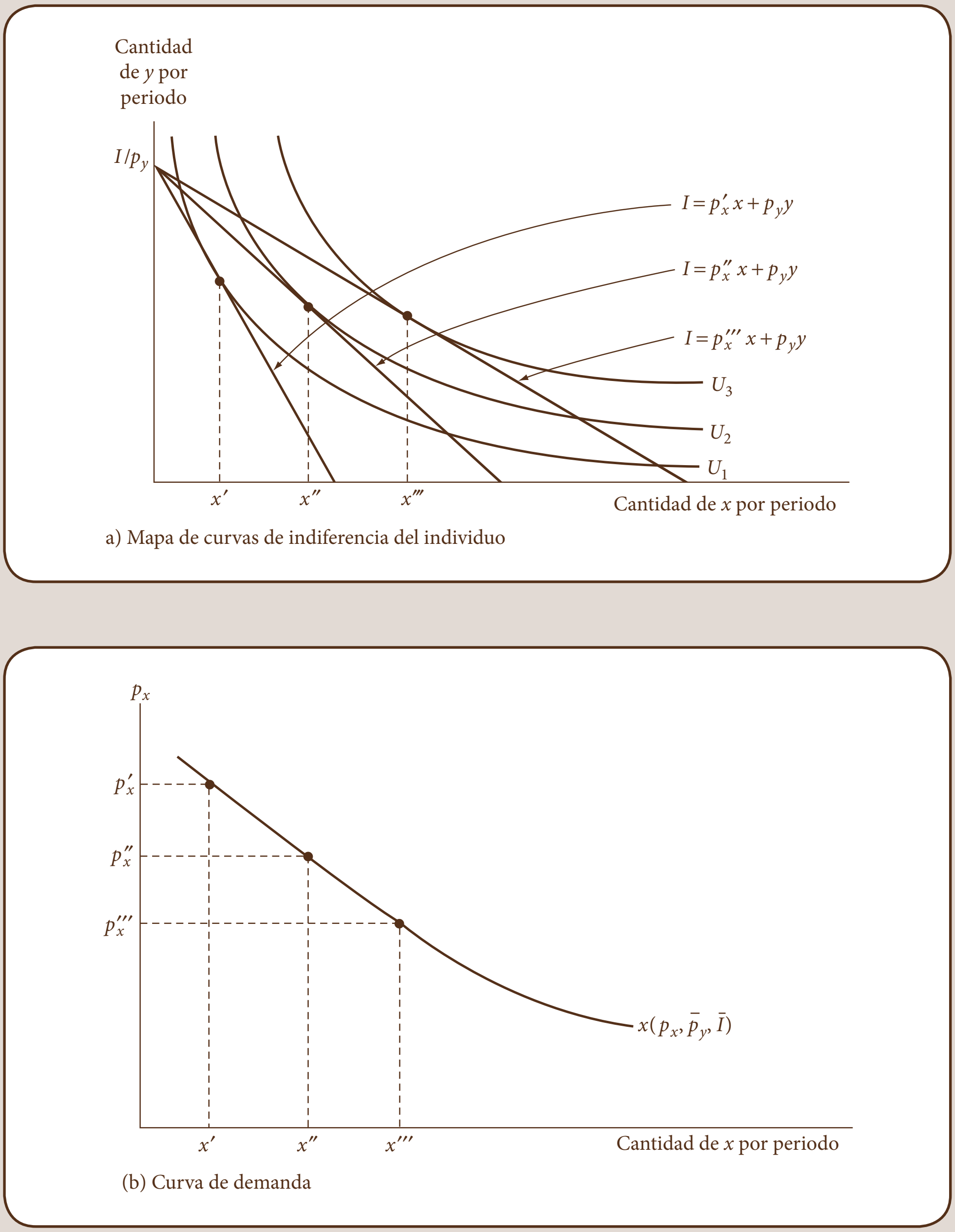
Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

FIGURA 5.5

Construcción de la curva de demanda de una persona.

En a) se muestran las opciones de optimización de la utilidad del individuo de x y y para tres diferentes precios de $x(p_x', p_x''$ y $p_x''')$. En b), esta relación entre p_x y x se usa para elaborar la curva de demanda de x. Esta curva de demanda se traza con base en el supuesto de que p_y, I y las preferencias se mantienen constantes conforme p_x varía.



a) Mapa de curvas de indiferencia del individuo

(b) Curva de demanda

Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

conclusión general de que, salvo en el caso inusual de la paradoja de Giffen, $\partial x/\partial p_x$ la pendiente es negativa.

En la figura 5.5b la información sobre las opciones de optimización de la utilidad del bien x se transfiere a una *curva de demanda* con p_x en el eje vertical y compartiendo el mismo eje horizontal de la figura 5.5a. La pendiente negativa de la curva refleja de nuevo el supuesto de que $\partial x/\partial p_x$ es negativa. De ahí que la curva de demanda individual pueda definirse como sigue.

DEFINICIÓN

Curva de demanda de una persona. Una *curva de demanda de una persona* muestra la relación entre el precio de un bien y la cantidad de ese bien adquirida por un individuo, suponiendo que todos los demás determinantes de la demanda se mantienen constantes.

La curva de demanda que se ilustra en la figura 5.5 permanece en una posición fija sólo mientras todos los demás determinantes de la demanda se mantengan sin cambios. Si uno de estos otros factores cambiara la curva podría desplazarse a una nueva posición, como describiremos en seguida.

Desplazamientos en la curva de demanda

Tres factores se mantuvieron constantes al derivar esta curva de demanda: 1) ingreso, 2) precios de otros bienes (digamos, p_y) y 3) las preferencias del individuo. Si alguno de ellos cambiara, la curva de demanda entera podría desplazarse a una nueva posición. Por ejemplo, si I se incrementara, la curva se desplazaría hacia fuera (siempre y cuando $\partial x/\partial I > 0$; es decir, que el bien sea un bien "normal" en este rango de ingreso). Para *cada* menor precio se demandaría más cantidad de x. Si otro precio cambiara (digamos, p_y) la curva se desplazaría hacia dentro o hacia fuera, dependiendo justamente de cómo se relacionen x y y. En el capítulo siguiente se examinará en detalle esa relación. Por último, si las preferencias del individuo por el bien x cambiaran, la curva se desplazaría. Una súbita campaña publicitaria de la McDonald's Corporation podría desplazar la demanda de hamburguesas hacia fuera, por ejemplo.

Como obviamente deja ver este análisis debemos recordar que la curva de demanda es sólo una representación bidimensional de la verdadera función de demanda (ecuación 5.8) y que sólo es estable si lo demás se mantiene constante. Es importante tener en claro la diferencia entre un movimiento a lo largo de una curva de demanda dada, causado por un cambio en p_x y un desplazamiento de la curva entera motivado por un cambio en el ingreso, en uno de los demás precios o en las preferencias. Tradicionalmente, el término *un incremento en la demanda* se reserva para un desplazamiento hacia fuera en la curva de demanda, mientras que el término *un incremento en la cantidad demandada* se refiere a un movimiento a lo largo de una curva dada, causado por una caída en p_x.

EJEMPLO 5.2 Funciones de demanda y curvas de demanda

Para poder graficar una curva de demanda a partir de una función de demanda dada debemos suponer que las preferencias que generaron la función permanecen estables y que se conocen los valores del ingreso y de otros precios relevantes. En el primer caso que se estudió en el ejemplo 5.1 se determinó que

$$x = \frac{0.3I}{p_x} \quad \textbf{(5.9)}$$

y

$$y = \frac{0.7I}{p_y}.$$

Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

Si las preferencias no cambian y si el ingreso de una persona es de 100 dólares, estas funciones se convierten en

$$x = \frac{30}{p_x},\qquad y = \frac{70}{p_y}, \tag{5.10}$$

o

$$p_x x = 30,\qquad p_y y = 70,$$

lo cual deja en claro que las curvas de demanda para esos dos bienes son hipérbolas simples. Un incremento en el ingreso desplazaría hacia fuera las dos curvas de demanda. Nótese también, en este caso, que la curva de demanda para x no es desplazada por variaciones en p_y y viceversa.

Para el segundo caso que se examinó en el ejemplo 5.1 el análisis es más complejo. Respecto al bien x, sabemos que

$$x = \left(\frac{1}{1 + p_x/p_y}\right) \cdot \frac{I}{p_x}, \tag{5.11}$$

así que para graficar esto en el plano $p_x - x$ debemos conocer tanto I como p_y. Si suponemos también que $I = 100$ y concedemos que $p_y = 1$, entonces la ecuación 5.11 se convierte en

$$x = \frac{100}{p_x^2 + p_x}, \tag{5.12}$$

la que, al graficarse, también exhibirá una relación hiperbólica general entre precio y cantidad consumida. En este caso la curva será relativamente más plana porque los efectos de sustitución son mayores que en el caso de la función Cobb-Douglas. Por la ecuación 5.11 también sabemos que

$$\frac{\partial x}{\partial I} = \left(\frac{1}{1 + p_x/p_y}\right) \cdot \frac{1}{p_x} > 0 \tag{5.13}$$

y

$$\frac{\partial x}{\partial p_y} = \frac{I}{(p_x + p_y)^2} > 0,$$

de manera que los incrementos en I o p_y desplazarían hacia fuera la curva de demanda del bien x.

PREGUNTA: ¿Cómo cambiarían las funciones de demanda en las ecuaciones 5.10 si una persona gastara la mitad de su ingreso en cada bien? Demuestra que estas funciones de demanda predicen el mismo consumo de x en el punto $p_x = 1$, $p_y = 1$, $I = 100$ que la ecuación 5.11. Usa un ejemplo numérico para demostrar que la función de demanda ESC es más sensible a un incremento en p_x que la función de demanda Cobb-Douglas.

CURVAS Y FUNCIONES DE DEMANDA COMPENSADA (DE HICKS)

En la figura 5.5 el nivel de utilidad que una persona obtiene varía a lo largo de la curva de demanda. Al decrecer p_x, la persona se encuentra en condiciones cada vez mejores, como lo indica el incremento en utilidad de U_1 a U_2 a U_3. La razón de que esto ocurra es que la curva de demanda se traza con base en el supuesto de que el ingreso *nominal* y otros precios se mantienen constantes; de ahí que una reducción en p_x deje en mejores condiciones a esta persona al incrementar su

Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

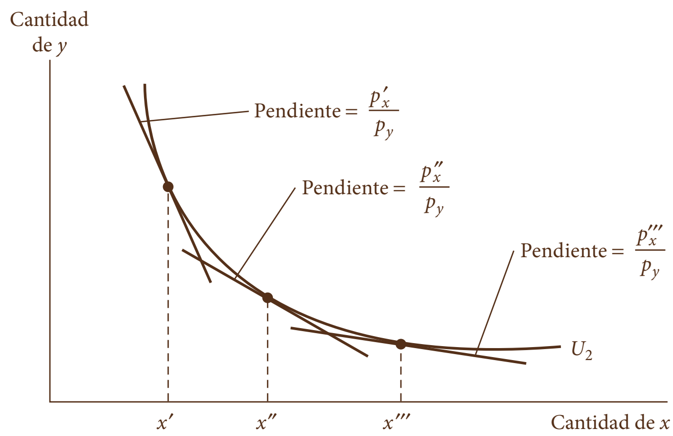
Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

capacidad de poder de compra real. Aunque esta es la forma más común de imponer el supuesto *ceteris paribus* al desarrollar una curva de demanda, no es la única. Otro método mantiene constante el ingreso *real* (o utilidad) al examinar reacciones a las variaciones en p_x. La derivación se ilustra en la figura 5.6, donde se mantiene constante la utilidad (en U_2) al tiempo que se reduce sucesivamente p_x. Al decrecer p_x el ingreso nominal del individuo se reduce de manera efectiva, impidiendo así todo incremento en utilidad. En otras palabras, los efectos de la variación de precio en el poder de compra son "compensados" para obligar al individuo a permanecer en U_2. Las reacciones a los precios cambiantes sólo incluyen efectos de sustitución. Si, en cambio, se examinaran los efectos de los incrementos en p_x la compensación del ingreso sería positiva: el ingreso de la persona tendría que incrementarse para permitirle permanecer en la curva de indiferencia U_2 en respuesta a los incrementos de precio. Estos resultados pueden resumirse como sigue.

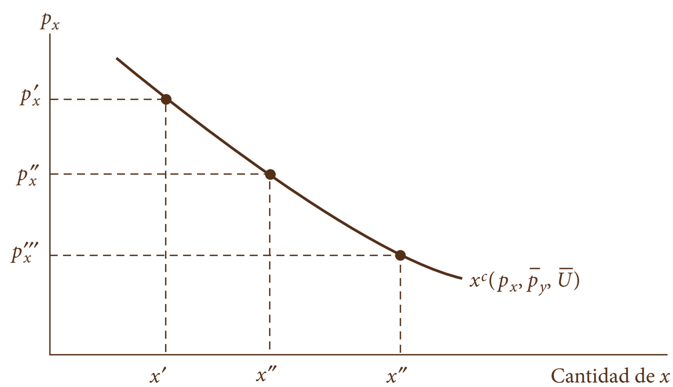
FIGURA 5.6

Elaboración de una curva de demanda compensada.

La curva x^c muestra cómo la cantidad demandada de x cambia cuando p_x cambia, manteniendo constantes p_y y la *utilidad*. Es decir, el ingreso del individuo es "compensado" para mantener constante la utilidad. De ahí que x^c sólo refleje efectos de sustitución de precios cambiantes.



(a) Mapa de curvas de indiferencia de un individuo



(b) Curva de demanda compensada

Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

DEFINICIÓN

Curva de demanda compensada. Una *curva de demanda compensada* muestra la relación entre el precio de un bien y la cantidad adquirida con base en el supuesto de que los demás precios *y la utilidad* se mantienen constantes. Así, esta curva (también llamada *curva de demanda de Hicks* en honor al economista británico John Hicks) sólo ilustra efectos de sustitución. Matemáticamente, la curva es una representación bidimensional de la *función de demanda compensada*

$$x^c = x^c(p_x, p_y, U). \tag{5.14}$$

Adviértase que la única diferencia entre la función de demanda compensada en la ecuación 5.14 y las funciones de demanda no compensada en las ecuaciones 5.1 o 5.2 es si la utilidad o el ingreso entran en las funciones. De ahí que la principal diferencia entre las curvas de demanda compensada y no compensada es si la utilidad o el ingreso se mantienen constantes en la elaboración de las curvas.

Lema de Shephard

Muchos hechos sobre las funciones de demanda compensada pueden comprobarse fácilmente usando un resultado notorio de la teoría de la dualidad llamada *lema de Shephard* (la cual debe su nombre a R. W. Shephard, pionero en el uso de la teoría de la dualidad en funciones de producción y costo; véanse los capítulos 9 y 10). Consideremos el problema dual de minimización del gasto, expuesto en el capítulo 4. La expresión lagrangiana para ese problema fue

$$\mathscr{L} = p_x x + p_y y + \lambda[U(x, y) - \bar{U}]. \tag{5.15}$$

La solución de este problema produce la función de gasto $E(p_x, p_y, U)$. Es posible aplicar el teorema de la envolvente a esta función advirtiendo que su derivada respecto a los precios de uno de los bienes puede interpretarse diferenciando la expresión lagrangiana en la ecuación 5.15:

$$\frac{\partial E(p_x, p_y, U)}{\partial p_x} + \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial p_x} + x^c(p_x, p_y, U). \tag{5.16}$$

Es decir, la función de demanda compensada de un bien siempre puede hallarse a partir de la función de gasto por diferenciación respecto al precio de ese bien. Para ver intuitivamente por qué esa derivada es una función de demanda compensada nótese primero que tanto la función de gasto como la función de demanda compensada dependen de las mismas variables (p_x, p_y y U); el valor de una derivada siempre dependerá de las mismas variables que intervienen en la función original. Segundo, puesto que se diferencia una función minimizada se tiene la seguridad de que a cualquier cambio en precios le corresponderá una serie de ajustes en cantidades compradas que seguirá minimizando los gastos necesarios para llegar a un nivel de utilidad dado. Por último, variaciones en el precio de un bien afectarán los gastos en relativa proporción con la cantidad comprada de ese bien, justo lo que indica la ecuación 5.16.

Uno de los muchos discernimientos que pueden derivarse del lema de Shephard concierne a la pendiente de la curva de demanda compensada. En el capítulo 4 se demostró que la función de gasto debe ser cóncava en precios. En términos matemáticos, $\partial^2 E(p_x, p_y, V)/\partial p_x^2 < 0$. Tomar en cuenta el lema de Shephard, sin embargo, implica que:

$$\frac{\partial^2 E(p_x, p_y, V)}{\partial p_x^2} = \frac{\partial[\partial E(p_x, p_y, V)/\partial p_x]}{\partial p_x} = \frac{\partial x^c(p_x, p_y, V)}{\partial p_x} < 0. \tag{5.17}$$

De ahí que la curva de demanda compensada deba tener pendiente negativa. La ambigüedad que surge cuando los efectos de sustitución y de ingreso operan en direcciones opuestas para las

Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

curvas de demanda de Marshall no emerge en el caso de las curvas de demanda compensada porque estas sólo implican efectos de sustitución.

Relación entre curvas de demanda compensada y no compensada

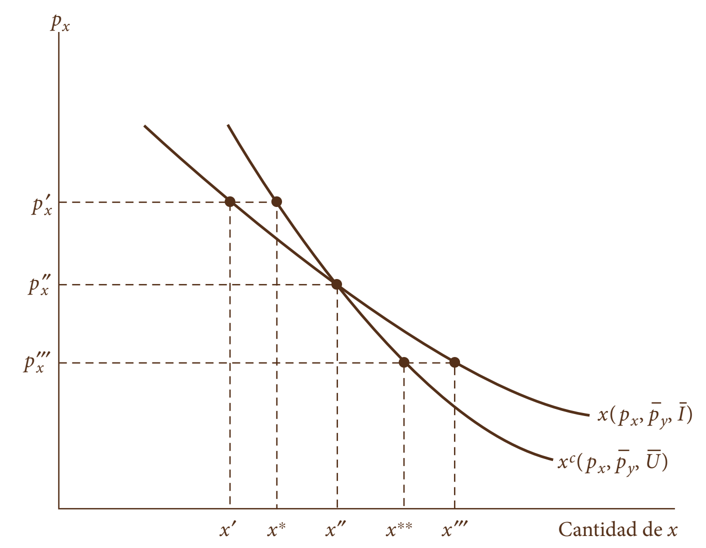
Esta relación entre los dos conceptos de curva de demanda se ilustra en la figura 5.7. En p_x'' las curvas se interceptan porque a ese precio el ingreso del individuo es suficiente para alcanzar el nivel de utilidad U_2 (compárense las figuras 5.5 y 5.6). De ahí que x'' se demande en cualquier concepto de demanda. Para precios inferiores a p_x'', sin embargo, el individuo sufre una reducción compensatoria en el ingreso sobre la curva x^c que impide que un incremento en utilidad surja del precio más bajo. De la suposición de que x es un bien normal se desprende que se demanda menos x en p_x'' a lo largo de x^c que a lo largo de la curva no compensada x. O bien, para un precio superior a p_x'' (como p_x''), la compensación del ingreso es positiva porque el individuo necesita cierta ayuda para permanecer en U_2. Suponiendo nuevamente que x es un bien normal, en p_x' se demanda más x a lo largo de x^c que de x. En general, entonces, para un bien normal la curva de demanda compensada es un poco menos sensible a variaciones de precio que la curva no compensada. Esto se debe a que esta última refleja efectos de las variaciones de precio, tanto de sustitución como de ingreso, mientras que la curva compensada sólo refleja efectos de sustitución.

La decisión entre usar curvas de demanda compensada o no compensada en el análisis económico, es en gran medida, cuestión de conveniencia. En casi todos los trabajos empíricos se usan las curvas de demanda no compensada (o de Marshall) por los datos sobre precios e ingresos

FIGURA 5.7

Comparación de curvas de demanda compensada y no compensada.

Las curvas de demanda compensada (x^c) y no compensada (x) se interceptan en p_x'' porque x'' es demandado en cada concepto. Para precios por encima de p_x'' el poder de compra del individuo debe incrementarse con la curva de demanda compensada; por tanto, se demanda más x que con la curva no compensada. Para precios por debajo de p_x'' el poder de compra debe reducirse para la curva compensada; de este modo, se demanda menos x que con la curva no compensada. La curva de demanda estándar es más sensible al precio porque incorpora efectos tanto de sustitución como de ingreso, mientras que la curva x^c sólo refleja efectos de sustitución.



Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

nominales necesarios para estimarlas son fáciles de conseguir. En las extensiones del capítulo 12 se describen algunas de estas estimaciones y se muestra cómo podrían usarse para propósitos políticos prácticos. Para algunos propósitos teóricos, sin embargo, las curvas de demanda compensada son un concepto más apropiado, ya que la posibilidad de mantener constante la utilidad ofrece ciertas ventajas. Nuestro análisis del "superávit del consumidor", que aparecerá más adelante, aporta una ilustración de dichas ventajas.

EJEMPLO 5.3 Funciones de demanda compensada

En el ejemplo 3.1 se supuso que la función de utilidad para hamburguesas (y) y refrescos (x) estaba dada por

$$\text{utilidad} = U(x, y) = x^{0.5}y^{0.5}, \tag{5.18}$$

y en el ejemplo 4.1 se mostró que las funciones de demanda de Marshall pueden calcularse para esas funciones de utilidad como

$$\begin{aligned} x(p_x, p_y, I) &= \frac{0.5I}{p_x} \\ y(p_x, p_y, I) &= \frac{0.5I}{p_y}. \end{aligned} \tag{5.19}$$

En el ejemplo 4.4 se estableció que la función de gasto en este caso está dada por $E(p_x, p_y, U) = 2p_x^{0.5}p_y^{0.5}U$. Así, ahora podemos usar el lema de Shephard para calcular las funciones de demanda compensada como:

$$\begin{aligned} x^c(p_x, p_y, U) &= \frac{\partial E(p_x, p_y, U)}{\partial p_x} = p_x^{-0.5}p_y^{0.5}U \\ y^c(p_x, p_y, U) &= \frac{\partial E(p_x, p_y, U)}{\partial p_y} = p_x^{0.5}p_y^{-0.5}U. \end{aligned} \tag{5.20}$$

A veces se emplea la utilidad indirecta, V, en estas funciones de demanda compensada en vez de U, pero esto no cambia el significado de las expresiones; estas funciones de demanda muestran cómo reacciona un individuo a las variaciones de precio, manteniendo constante la utilidad.

Aunque p_y no interviene en la función de demanda no compensada para x, sí lo hace en la función compensada: incrementos en p_y desplazan hacia fuera la curva de demanda compensada para x. Los dos conceptos de demanda coinciden en el punto inicial supuesto $p_x = 1$, $p_y = 4$, $I = 8$ y $U = 2$; las ecuaciones 5.19 predicen $x = 4$, $y = 1$ en este punto, igual que las ecuaciones 5.20. Sin embargo, para $p_x > 1$ o $p_x < 1$ las demandas difieren en ambos conceptos. Si, por decir algo, $p_x = 4$, las funciones no compensadas predicen $x = 1$, $y = 1$, mientras que las funciones compensadas predicen $x = 2$, $y = 2$. La reducción en x resultante del incremento en su precio es menor con la función de demanda compensada que con la función no compensada porque el primer concepto ajusta el efecto negativo sobre el poder de compra ocasionado por el incremento de precio.

Este ejemplo deja en claro los diferentes supuestos *ceteris paribus* inherentes a los dos conceptos de demanda. Con la demanda no compensada los gastos se mantienen constantes en $I = 2$, de modo que el incremento en p_x de 1 a 4 resulta en una pérdida de utilidad; en este caso, la utilidad decrece de 2 a 1. En el caso de la demanda compensada, la utilidad se mantiene constante en $U = 2$. Para mantener constante la utilidad los gastos deben aumentar a $E = 4(2) + 4(2) = 16$ para neutralizar los efectos del incremento de precio.

PREGUNTAS: ¿Las funciones de demanda compensada dadas en las ecuaciones 5.20 son homogéneas de grado 0 en p_x y p_y, si la utilidad se mantiene constante? ¿Esperarías que esto fuera cierto para todas las funciones de demanda compensada?

Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

DESARROLLO MATEMÁTICO DE LA RESPUESTA A LAS VARIACIONES DE PRECIO

Hasta este punto nos hemos apoyado en gran medida en recursos gráficos para describir la manera en que los individuos responden a las variaciones de precio. Discernimientos adicionales son provistos por un enfoque más matemático. Nuestro objetivo básico es examinar la derivada parcial $\partial x/\partial p_x$; es decir, cómo un cambio en el precio de un bien afecta su compra, *ceteris paribus* para la curva de demanda usual de Marshall. En el capítulo siguiente se aborda el tema de cómo las variaciones en el precio de una mercancía afectan las compras de otra.

Método directo

Nuestro objetivo es usar el modelo de optimización de la utilidad para saber algo sobre la forma en que cambia la demanda del bien x cuando p_x cambia; esto es, queremos calcular $\partial x/\partial p_x$. El método directo para resolver este problema hace uso de las condiciones de primer orden para la optimización de la utilidad. La diferenciación de esas $n + 1$ ecuaciones produce un nuevo sistema de $n + 1$ ecuaciones, que eventualmente pueden despejar la derivada que buscamos.[4] Lamentablemente, obtener esta solución es muy laborioso y los pasos requeridos para hacerlo aportan pocos discernimientos económicos. De ahí que, en cambio, adoptemos un método indirecto fundado en el concepto de la dualidad. Al final, ambos métodos arrojan la misma conclusión, pero el indirecto es mucho más rico para la economía por los términos que contiene.

Método indirecto

Para iniciar nuestro método indirecto[5] supondremos (una vez más) que sólo hay dos bienes (x y y) y nos centraremos en la función de demanda compensada, $x^c(p_x, p_y, U)$, y su relación con la función de demanda ordinaria, $x(p_x, p_y, I)$.

Por definición sabemos que

$$x^c(p_x, p_y, U) = x[p_x, p_y, E(p_x, p_y, U)]. \tag{5.21}$$

Esta conclusión ya fue introducida en relación con la figura 5.7, que mostró que la cantidad demandada es idéntica para las funciones de demanda compensada y no compensada cuando el ingreso es justo el necesario para alcanzar el nivel de utilidad requerido. La ecuación 5.21 se obtiene insertando ese nivel de gasto en la función de demanda, $x(p_x, p_y, I)$. Ahora podemos proceder diferenciando parcialmente la ecuación 5.21 respecto a p_x y reconociendo que esta variable interviene en la función de demanda ordinaria en dos lugares. De ahí que

$$\frac{\partial x^c}{\partial p_x} = \frac{\partial x}{\partial p_x} + \frac{\partial x}{\partial E} \cdot \frac{\partial E}{\partial p_x}, \tag{5.22}$$

y reordenar los términos produce

$$\frac{\partial x}{\partial p_x} = \frac{\partial x^c}{\partial p_x} - \frac{\partial x}{\partial E} \cdot \frac{\partial E}{\partial p_x}. \tag{5.23}$$

[4] Véase, por ejemplo, Paul A. Samuelson, *Foundations of Economic Analysis* (Harvard University Press, Cambridge, 1947), pp. 101-103.

[5] La prueba siguiente fue originalmente popularizada por Phillip J. Cook en "A 'One Line' Proof of the Slutsky Equation", *American Economic Review*, núm. 62 (marzo de 1972), p. 139.

Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

Efecto de sustitución

En consecuencia, la derivada que buscamos tiene dos términos. La interpretación del primero es simple: es la pendiente de la curva de demanda compensada. Pero esa pendiente representa movimiento a lo largo de una sola curva de indiferencia; es, de hecho, lo que hemos llamado el *efecto de sustitución*. El primer término de la derecha de la ecuación 5.23 es una representación matemática de dicho efecto.

Efecto de ingreso

El segundo término de la ecuación 5.23 refleja la manera en que las variaciones en p_x afectan la demanda de x a través de las variaciones en los niveles de gastos necesarios (es decir, cambios en la capacidad de poder de compra). Por tanto, este término refleja el efecto de ingreso. El signo negativo en la ecuación 5.23 señala la dirección del efecto. Por ejemplo, un incremento en p_x incrementa a su vez el nivel de gasto que habría sido necesario para mantener constante la utilidad (matemáticamente, $\partial E/\partial p_x > 0$). Pero como el ingreso nominal se mantiene constante en la demanda de Marshall, estos gastos adicionales no están disponibles. De ahí que x (y y) deben reducirse para enfrentar esta deficiencia. La medida de la reducción en x está dada por $\partial x/\partial E$. Por otro lado, si p_x decrece, el nivel de gasto requerido para alcanzar una utilidad determinada también decrece. La reducción en x que acompañaría normalmente dicho decremento en gastos es justo el monto que debe reponerse mediante el efecto de ingreso. Nótese que en este caso el efecto de ingreso opera para incrementar el monto de x.

La ecuación de Slutsky

Las relaciones incorporadas en la ecuación 5.23 fueron descubiertas por el economista ruso Eugen Slutsky, a fines del siglo XIX. Para enunciar el resultado como Slutsky lo hizo se requiere un ligero cambio en la notación. Escribamos primero el efecto de sustitución como

$$\text{efecto de sustitución} = \frac{\partial x^c}{\partial p_x} = \left.\frac{\partial x}{\partial p_x}\right|_{U=\text{constante}} \tag{5.24}$$

para indicar movimiento a lo largo de una sola curva de indiferencia. En cuanto al efecto de ingreso tenemos

$$\text{efecto de ingreso} = -\frac{\partial x}{\partial E}\cdot\frac{\partial E}{\partial p_x} = -\frac{\partial x}{\partial I}\cdot\frac{\partial E}{\partial p_x}, \tag{5.25}$$

porque las variaciones en el ingreso o los gastos equivalen a lo mismo en la función $x(p_x, p_y, I)$.

El segundo término del efecto de ingreso puede interpretarse usando el lema de Shephard. Esto es, $\partial E/\partial p_x = x^c$. En consecuencia, el efecto de ingreso total está dado por

$$\text{efecto de ingreso} = -x^c\frac{\partial x}{\partial I}. \tag{5.26}$$

Forma final de la ecuación de Slutsky

Unir las ecuaciones 5.24-5.26 nos permite ensamblar la ecuación de Slutsky en la forma en que se le derivó originalmente:

$$\frac{\partial x(p_x, p_y, I)}{\partial p_x} = \text{efecto de sustitución} + \text{efecto de ingreso} = \left.\frac{\partial x}{\partial p_x}\right|_{U=\text{constante}} - x\frac{\partial x}{\partial I} \tag{5.27}$$

en donde hemos considerado el hecho de que en el punto de optimización de la utilidad $x(p_x, p_y, I) = x^c(p_x, p_y, V)$.

Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

Esta ecuación permite un tratamiento más definido de la dirección y la magnitud de los efectos de sustitución e ingreso del que fue posible con el análisis gráfico. Primero, como se ha demostrado, el efecto de sustitución (y la pendiente de la curva de demanda compensada) siempre es negativo. Este resultado se deriva lo mismo de la cuasi concavidad de las funciones de utilidad (*TMS* decreciente), que de la concavidad de la función de gasto. En la última sección de este capítulo se mostrará la negatividad del efecto de sustitución en una forma algo diferente.

El signo del efecto de ingreso ($-x\partial x/\partial I$) depende del signo de $\partial x/\partial I$. Si x es un bien normal, entonces $\partial x/\partial I$ es positiva y el efecto de ingreso total, al igual que el de efecto sustitución, es negativo. Por tanto, para bienes normales, precio y cantidad siempre se mueven en direcciones opuestas. Por ejemplo, un decremento en p_x incrementa el ingreso real, y como x es un bien normal, las compras de x se incrementan. De igual modo, un incremento en p_x reduce el ingreso real y por tanto, las compras de x decrecen. En general, entonces, como ya se describió al usar el análisis gráfico, los efectos de sustitución e ingreso operan en la misma dirección para producir una curva de demanda de pendiente negativa. En el caso de un bien inferior, $\partial x/\partial I < 0$ y los dos términos de la ecuación 5.27 tienen signos diferentes. De ahí que el impacto general de un cambio en el precio de un bien sea ambiguo; todo depende de las magnitudes relativas de los efectos. Al menos teóricamente es posible que, en el caso de los bienes inferiores, el segundo término domine al primero lo cual conduce a la paradoja de Giffen ($\partial x/\partial p_x > 0$).

EJEMPLO 5.4 Una descomposición de Slutsky

La descomposición de un efecto de precio, descubierto por Slutsky, puede ilustrarse convenientemente con el ejemplo de la función Cobb-Douglas que ya hemos estudiado. En el ejemplo 5.3 se estableció que la función de demanda de Marshall para el bien x es

$$x(p_x, p_y, I) = \frac{0.5I}{p_x} \tag{5.28}$$

y que la función de demanda compensada para este bien es

$$x^c(p_x, p_y, U) = p_x^{-0.5}p_y^{0.5}U. \tag{5.29}$$

De ahí que el efecto total de un cambio de precio sobre la demanda de Marshall pueda determinarse diferenciando la ecuación 5.28:

$$\frac{\partial x(p_x, p_y, I)}{\partial p_x} = \frac{-0.5I}{p_x^2}. \tag{5.30}$$

Deseamos demostrar que esta es la suma de los dos efectos identificados por Slutsky. Para derivar el efecto de sustitución primero se debe diferenciar la función de demanda compensada de la ecuación 5.29:

$$\text{efecto de sustitución} = \frac{\partial x^c(p_x, p_y, U)}{\partial p_x} = -0.5p_x^{-1.5}p_yU. \tag{5.31}$$

Ahora, en vez de U se usa la utilidad indirecta: $V(p_x, p_y, I) = 0.5Ip_x^{-0.5}p_y^{-0.5}$:

$$\text{efecto de sustitución} = -0.5p_x^{-1.5}p_y^{0.5}V = -0.25p_x^{-2}I \tag{5.32}$$

En este ejemplo el cálculo del efecto de ingreso es considerablemente más fácil. Aplicando los resultados de la ecuación 5.27, tenemos

$$\text{efecto de ingreso} = -x\frac{\partial x}{\partial I} = -\left[\frac{0.5I}{p_x}\right]\cdot\frac{0.5}{p_x} = -\frac{0.25I}{p_x^2}. \tag{5.33}$$

Una comparación entre la ecuación 5.30 y las ecuaciones 5.32 y 5.33 indica que en realidad hemos descompuesto la derivada del precio de esta función de demanda en sus componentes de sustitución e

Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

ingreso. Curiosamente, los efectos de sustitución e ingreso son justo de la misma magnitud. Esta, como se verá en ejemplos posteriores, es una de las razones por las cuales el caso de la función Cobb-Douglas es un caso especial.

El trillado ejemplo numérico que hemos usado muestra también esta descomposición. Cuando el precio de x se incrementa de 1 a 4 dólares la demanda (no compensada) de x decrece de $x = 4$ a $x = 1$, pero la demanda compensada de x sólo decrece de $x = 4$ a $x = 2$. Esta reducción de 50 por ciento es el efecto de sustitución. El decremento adicional de 50 por ciento de $x = 2$ a $x = 1$ representa reacciones a la reducción del poder de compra, incorporada en la función de demanda de Marshall. Este efecto de ingreso no ocurre cuando se utiliza la noción de demanda compensada.

PREGUNTA: En este ejemplo una persona gasta la mitad de su ingreso en el bien x y la otra mitad en el bien y. ¿Cómo se alterarían las magnitudes relativas de los efectos de sustitución e ingreso si los exponentes de la función de utilidad Cobb-Douglas no fueran iguales?

ELASTICIDADES DE LA DEMANDA

Hasta aquí, en este capítulo, hemos examinado cómo responden los individuos a las variaciones de precio e ingreso estudiando las derivadas de la función de demanda. Para muchas cuestiones analíticas esta es una buena manera de proceder porque se pueden aplicar directamente métodos de cálculo. Sin embargo, como se señala en el capítulo 2, concentrarse en las derivadas tiene una desventaja importante para el trabajo empírico: las magnitudes de las derivadas dependen directamente de cómo se miden las variables. Esto puede dificultar la comparación entre bienes, o a través de países y periodos. Por esta razón en casi todos los trabajos empíricos en microeconomía se usa alguna forma de la medida de elasticidad. En esta sección se presentarán los tres tipos más comunes de elasticidades de la demanda y se explorarán algunas de las relaciones matemáticas entre ellas. Una vez más, para mayor simplicidad, analizaremos una situación en la cual una persona elige únicamente entre dos bienes, aunque estas ideas son fáciles de generalizar.

Elasticidades de la demanda de Marshall

La mayoría de las elasticidades de demanda de uso más común se deriva de la función de demanda de Marshall $x(p_x, p_y, I)$. Específicamente se usan las definiciones siguientes.

DEFINICIÓN

1. *Elasticidad precio de la demanda* ($e_{x,\,p_x}$). Mide la variación proporcional en la cantidad demandada en respuesta a una variación proporcional en el precio de un bien. Matemáticamente,

$$e_{x,p_x} = \frac{\Delta x/x}{\Delta p_x/p_x} = \frac{\Delta x}{\Delta p_x}\cdot\frac{p_x}{x} = \frac{\partial x(p_x,p_y,I)}{\partial p_x}\cdot\frac{p_x}{x}. \quad \textbf{(5.34)}$$

2. *Elasticidad ingreso de la demanda* ($e_{x,\,I}$). Mide la variación proporcional en la cantidad demandada en respuesta a una variación proporcional en el ingreso. En términos matemáticos,

$$e_{x,I} = \frac{\Delta x/x}{\Delta I/I} = \frac{\Delta x}{\Delta I}\cdot\frac{I}{x} = \frac{\partial x(p_x,p_y,I)}{\partial I}\cdot\frac{I}{x}. \quad \textbf{(5.35)}$$

3. *Elasticidad cruzada de la demanda* ($e_{x,\,p_y}$). Mide la variación proporcional en la cantidad demandada de x en respuesta a una variación proporcional en el precio de otro bien (y):

$$e_{x,p_y} = \frac{\Delta x/x}{\Delta p_y/p_y} = \frac{\Delta x}{\Delta p_y}\cdot\frac{p_y}{x} = \frac{\partial x(p_x,p_y,I)}{\partial p_y}\cdot\frac{p_y}{x}. \quad \textbf{(5.36)}$$

Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

Obsérvese que todas estas definiciones usan derivadas parciales lo cual significa que todas los demás determinantes de la demanda deben mantenerse constantes al examinar el impacto de una variable específica. En el resto de esta sección se explorará en mayor detalle la definición de la elasticidad precio. El examen de la elasticidad cruzada de la demanda es el tema principal del capítulo 6.

Elasticidad precio de la demanda

La elasticidad precio de la demanda es quizá el concepto de elasticidad más importante de toda la microeconomía. No sólo brinda una manera conveniente de resumir cómo responden los individuos a las variaciones de precio en una amplia variedad de bienes económicos, sino que también es un concepto central en la teoría de cómo reaccionan las empresas a las curvas de demanda que enfrentan. Como tal vez conoces de cursos previos de economía, suele distinguirse entre los casos de demanda elástica (en los que el precio afecta significativamente la cantidad) y los de demanda inelástica (en los que el efecto del precio es reducido). Una complicación matemática en la precisión de estas ideas es que la elasticidad precio de la demanda es en sí misma negativa[6] porque, salvo en el improbable caso de la paradoja de Griffen, $\partial x/\partial p_x$ es negativa. La línea divisoria entre reacciones grandes y pequeñas generalmente se fija en -1. Si $e_{x,\,p_x} = -1$, los cambios en x y p_x son de la misma magnitud proporcional. Es decir, un incremento de 1 por ciento en el precio conduce a un decremento de 1 por ciento en la cantidad demandada. En este caso, se dice que la demanda es "elástica y unitaria". O bien, si $e_{x,\,p_x} < -1$, entonces los cambios en cantidad son proporcionalmente mayores que las variaciones de precio, y se dice que la demanda es "elástica". Por ejemplo, si $e_{x,\,p_x} = -3$, cada incremento de 1 por ciento en el precio conduce a un decremento de 3 por ciento en la cantidad demandada. Finalmente, si $e_{x,\,p_x} > -1$, la demanda es inelástica y los cambios en cantidad son proporcionalmente menores que las variaciones de precio. Un valor de $e_{x,\,p_x} = -0.3$, por ejemplo, significa que un incremento de 1 por ciento en el precio conduce a un decremento en la cantidad demandada de 0.3 por ciento. En el capítulo 12 se verá cómo se usan los datos agregados para estimar la elasticidad precio de la demanda del individuo típico para un bien, y cómo esas estimaciones se usan en varias cuestiones de microeconomía aplicada.

Elasticidad precio y gasto total

La elasticidad precio de la demanda determina el modo en que una variación de precio, *ceteris paribus*, afecta el gasto total en un bien. Esta relación es fácil de demostrar mediante el cálculo:

$$\frac{\partial(p_x \cdot x)}{\partial p_x} = p_x \cdot \frac{\partial x}{\partial p_x} + x = x(e_{x,\,p_x} + 1). \tag{5.37}$$

Así, el signo de esta derivada depende de si $e_{x,\,p_x}$ es mayor o menor que -1. Si la demanda es inelástica ($0 > e_{x,\,p_x} > -1$), la derivada es positiva y el precio y el gasto total se mueven en la misma dirección. Intuitivamente, si el precio no afecta mucho la cantidad demandada, la cantidad se mantiene relativamente constante al cambiar el precio, y el gasto total refleja principalmente esos movimientos de precio. Este es el caso, por ejemplo, de la demanda de la mayoría de los productos agrícolas. Las variaciones de precio inducidas por el clima para cultivos específicos suelen provocar que el gasto total en esos cultivos se mueva en la misma dirección. Por otro lado, si la demanda es elástica ($e_{x,\,p_x} < -1$), las reacciones a una variación de precio son tan grandes que el efecto en el gasto total se invierte: un incremento en el precio causa que el gasto total decrezca (porque la cantidad decrece mucho), y un decremento en el precio provoca que el gasto total se incremente (la cantidad se incrementa en forma significativa). Para el caso elástico igual a la unidad ($e_{x,\,p_x} = -1$), el gasto total es constante sin importar cómo varíe el precio.

[6] A veces, en sus análisis, los economistas usan el valor absoluto de la elasticidad precio de la demanda. Aunque esto es matemáticamente incorrecto, dicho uso es común. Por ejemplo, un estudio que encuentra que $e_{x,\,p_x} = -1.2$ en ocasiones podría reportar la elasticidad precio de la demanda como "1.2". Sin embargo, nosotros no lo haremos aquí.

Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

Elasticidades precio compensadas

Dado que algunos análisis microeconómicos se centran en la función de demanda compensada, también es útil definir elasticidades basadas en dicho concepto. Esas definiciones se desprenden directamente de sus contrapartes de Marshall.

DEFINICIÓN

Concedamos que la función de demanda compensada está dada por $x^c(p_x, p_y, U)$. Tenemos entonces las definiciones siguientes.

1. *Elasticidad precio compensada de la demanda* ($e_{x^c,\,p_x}$). Esta elasticidad mide la variación compensada proporcional en la cantidad demandada, en respuesta a una variación proporcional en el precio de un bien:

$$e_{x^c,p_x} = \frac{\Delta x^c/x^c}{\Delta p_x/p_x} = \frac{\Delta x^c}{\Delta p_x}\cdot\frac{p_x}{x^c} = \frac{\partial x^c(p_x,p_y,U)}{\partial p_x}\cdot\frac{p_x}{x^c}. \tag{5.38}$$

2. *Elasticidad cruzada compensada de la demanda* ($e_{x^c,\,p_y}$). Mide la variación compensada proporcional en la cantidad demandada en respuesta a una variación proporcional en el precio de otro bien:

$$e_{x^c,p_y} = \frac{\Delta x^c/x^c}{\Delta p_y/p_y} = \frac{\Delta x^c}{\Delta p_y}\cdot\frac{p_y}{x^c} = \frac{\partial x^c(p_x,p_y,U)}{\partial p_y}\cdot\frac{p_y}{x^c}. \tag{5.39}$$

Que estas elasticidades precio difieran mucho de sus contrapartes de la demanda de Marshall depende de la importancia de los efectos ingreso en la demanda general del bien x. La relación precisa entre ambos tipos de elasticidad puede demostrarse multiplicando el resultado de Slutsky de la ecuación 5.27 por el factor p_x/x:

$$\frac{p_x}{x}\cdot\frac{\partial x}{\partial p_x} = e_{x,\,p_x} = \frac{p_x}{x}\cdot\frac{\partial x^c}{\partial p_x} - \frac{p_x}{x}\cdot x\cdot\frac{\partial x}{\partial I} = e_{x^c,\,p_x} - s_x e_{x,\,I}, \tag{5.40}$$

donde $s_x = p_x x/I$ es la parte del ingreso total dedicada a la compra del bien x.

La ecuación 5.40 señala que las elasticidades precio compensada y no compensada de la demanda serán similares, si se cumple una de dos condiciones: 1) la parte del ingreso dedicada al bien $x(s_x)$ es reducida, o 2) la elasticidad ingreso de la demanda para el bien $x(e_{x,\,I})$ es reducida. Cualquiera de estas condiciones sirve para reducir la importancia de la compensación del ingreso que se usa en la elaboración de la función de demanda compensada. Si el bien x no es importante en el presupuesto de una persona, la cantidad de compensación del ingreso requerido para neutralizar una variación de precio será reducida. Aun cuando un bien tiene una porción presupuestal grande, si la demanda no reacciona intensamente a las variaciones en el ingreso, los resultados de ambos conceptos de demanda serán similares. De ahí que haya muchas circunstancias en las que pueden usarse los dos conceptos de elasticidad precio en forma más o menos indistinta. Para decirlo de otra manera, existen muchas circunstancias económicas en las cuales los efectos de sustitución constituyen el componente más importante de las respuestas al precio.

Relaciones entre elasticidades de la demanda

En esta sección se han desarrollado varias relaciones entre los conceptos de elasticidad. Todas estas se derivan del modelo subyacente de optimización de la utilidad. Aquí se estudiarán tres de esas relaciones las cuales proporcionan discernimientos adicionales sobre la naturaleza de la demanda individual.

Homogeneidad. La homogeneidad de las funciones de demanda también puede expresarse en términos de elasticidad. Dado que cualquier incremento proporcional en todos los precios y el ingreso deja sin cambios a la cantidad demandada, la suma neta de todas las elasticidades precio,

Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

junto con la elasticidad ingreso de un bien particular, debe ser de cero. Una comprobación formal de esta propiedad se vale del teorema de Euler (véase el capítulo 2). La aplicación de ese teorema a la función de demanda $x(p_x, p_y, I)$, recordando que esta función es homogénea de grado 0, produce

$$0 = p_x \cdot \frac{\partial x}{\partial p_x} + p_y \cdot \frac{\partial x}{\partial p_y} + I \cdot \frac{\partial x}{\partial I}. \tag{5.41}$$

Si la ecuación 5.41 se divide entre x obtenemos

$$0 = e_{x,\,p_x} + e_{x,\,p_y} + e_{x,\,I}, \tag{5.42}$$

como sugiere la intuición. Este resultado indica que las elasticidades de la demanda de cualquier bien no pueden seguir un patrón totalmente flexible. Deben exhibir algún tipo de coherencia interna que refleje el enfoque básico de optimización de la utilidad en que se funda la teoría de la demanda.

Agregación de Engel. En las extensiones del capítulo 4 se expone el análisis empírico de porciones del mercado y se tomó especial nota de la ley de Engel en la cual la parte del ingreso dedicada a alimentos decrece al incrementar el ingreso. Desde la perspectiva de la elasticidad la ley de Engel es una formulación de la regularidad empírica de que la elasticidad ingreso de la demanda de alimentos suele determinarse como considerablemente menor que 1. Dado lo anterior, debe ser el caso de que la elasticidad ingreso de todos los productos no alimentarios tiene que ser mayor que 1. Si una persona experimenta un incremento en su ingreso se espera que sus gastos en alimentos aumenten en un monto proporcional menor, pese a lo cual el ingreso debe gastarse en algo. En el agregado estos otros gastos deben incrementarse proporcionalmente más rápido que el ingreso.

Una enunciación formal de esta propiedad de las elasticidades ingreso puede derivarse diferenciando la restricción presupuestal del individuo ($I = p_x x + p_y y$) respecto al ingreso, al tiempo que los precios se tratan como constantes:

$$1 = p_x \cdot \frac{\partial x}{\partial I} + p_y \cdot \frac{\partial y}{\partial I}. \tag{5.43}$$

Un poco de manipulación algebraica de esta expresión produce

$$1 = p_x \cdot \frac{\partial x}{\partial I} \cdot \frac{xI}{xI} + p_y \cdot \frac{\partial y}{\partial I} \cdot \frac{yI}{yI} = s_x e_{x,\,I} + s_y e_{y,\,I}; \tag{5.44}$$

aquí, nuevamente, s_i representa la parte del ingreso gastada en el bien i. La ecuación 5.44 indica que el promedio ponderado de las elasticidades de ingreso de todos los bienes que compra una persona debe ser de 1. Si supiéramos, por decir algo, que una persona gastó un cuarto de su ingreso en alimentos y que la elasticidad ingreso de la demanda de alimentos era de 0.5, la elasticidad ingreso de la demanda de todo lo demás debe ser aproximadamente de 1.17 [$= (1 - 0.25 \cdot 0.5)/0.75$]. Puesto que los alimentos son una "necesidad" importante todo lo demás es, en cierto sentido, un "lujo".

Agregación de Cournot. El economista francés del siglo XVIII, Antoine Cournot, aportó uno de los primeros análisis matemáticos respecto a las variaciones de precio mediante el cálculo. Su descubrimiento más importante fue el concepto de ingreso marginal, concepto central en la hipótesis de maximización de los beneficios para las empresas. A Cournot también le interesó cómo la variación en un precio afecta la demanda de todos los bienes. Nuestra relación final señala que, en efecto, existen conexiones entre todas las reacciones a las variaciones en un solo precio. Comenzaremos diferenciando la restricción presupuestal una vez más, ahora respecto a p_x:

$$\frac{\partial I}{\partial p_x} = 0 = p_x \cdot \frac{\partial x}{\partial p_x} + x + p_y \cdot \frac{\partial y}{\partial p_x}.$$

Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

La multiplicación de esta ecuación por p_x/I produce

$$\begin{aligned} 0 &= p_x \cdot \frac{\partial x}{\partial p_x} \cdot \frac{p_x}{I} \cdot \frac{x}{x} + x \cdot \frac{p_x}{I} + p_y \cdot \frac{\partial y}{\partial p_x} \cdot \frac{p_x}{I} \cdot \frac{y}{y}, \\ 0 &= s_x e_{x,\,p_x} + s_x + s_y e_{y,\,p_x}, \end{aligned} \tag{5.45}$$

por tanto el resultado final de Cournot es

$$s_x e_{x,\,p_x} + s_y e_{y,\,p_x} = -s_x. \tag{5.46}$$

Esta ecuación indica que la magnitud del efecto cruzado de una variación en el precio de x sobre la cantidad de y consumida es limitada debido a la restricción presupuestal. Los efectos precio directos no pueden ser totalmente abrumados por los efectos cruzados. Esta es la primera de muchas relaciones entre las demandas de bienes que estudiaremos más intensivamente en el capítulo siguiente.

Generalizaciones. Aunque sólo se han demostrado estos resultados de agregación para el caso de dos bienes, es fácil generalizarlos al caso de muchos bienes. En el problema 5.11 se te pedirá hacer justamente eso. Un asunto más difícil es si debe esperarse que estos resultados se sostengan respecto a los datos económicos típicos en los cuales se combinan las demandas de muchas personas. Con frecuencia los economistas tratan las relaciones de demanda agregada como descriptivas del comportamiento de una "persona representativa", y de hecho estas relaciones deberían aplicarse a esta persona. Pero la situación quizá no sea tan simple, como se demostrará al analizar más adelante la agregación.

EJEMPLO 5.5 Elasticidades de la demanda: importancia de los efectos de sustitución

En este ejemplo se calculan las elasticidades de la demanda contenidas por tres de las funciones de utilidad que hemos usado. Aunque son demasiado simples para reflejar cómo los economistas estudian empíricamente la demanda, las posibilidades incorporadas en estas funciones señalan que en última instancia las elasticidades reflejan las preferencias de las personas. Una lección especialmente importante es mostrar por qué la variación en las elasticidades de la demanda entre bienes surge, probablemente, en su mayor parte a causa de las diferencias en la magnitud de los efectos de sustitución.

Caso 1: Cobb-Douglas ($\sigma = 1$). $U(x, y) = x^{\alpha} y^{\beta}$, donde $\alpha + \beta = 1$.

Las funciones de demanda derivadas de esta función de utilidad son

$$\begin{aligned} x(p_x, p_y, I) &= \frac{\alpha I}{p_x}, \\ y(p_x, p_y, I) &= \frac{\beta I}{p_y} = \frac{(1-\alpha) I}{p_y}. \end{aligned}$$

La aplicación de las definiciones de elasticidad indica que

$$\begin{aligned} e_{x,\,p_x} &= \frac{\partial x}{\partial p_x} \cdot \frac{p_x}{x} = \frac{-\alpha I}{p_x^2} \cdot \frac{p_x}{\alpha I / p_x} = -1, \\ e_{x,\,p_y} &= \frac{\partial x}{\partial p_y} \cdot \frac{p_y}{x} = 0 \cdot \frac{p_y}{x} = 0, \\ e_{x,\,I} &= \frac{\partial x}{\partial I} \cdot \frac{I}{x} = \frac{\alpha}{p_x} \cdot \frac{I}{\alpha I / p_x} = 1. \end{aligned} \tag{5.47}$$

Las elasticidades para el bien y adoptan valores similares. De ahí que las elasticidades asociadas con la función Cobb-Douglas sean constantes en todos los rangos de precios e ingreso y adopten valores espe-

Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

cialmente simples. Se puede demostrar fácilmente que estos obedecen las tres relaciones expuestas en la sección anterior, usando el hecho de que aquí $s_x = \alpha$ y $s_y = \beta$.

Homogeneidad: $e_{x,p_x} + e_{x,p_y} + e_{x,I} = -1 + 0 + 1 = 0$.

Agregación de Engel: $s_x e_{x,I} + s_y e_{y,I} = \alpha \cdot 1 + \beta \cdot 1 = \alpha + \beta = 1$.

Agregación de Cournot: $s_x e_{x,p_x} + s_y e_{y,} s_x e_{x,p_x} = \alpha(-1) + \beta \cdot\ 0 = -\alpha = -s_x$.

También se puede usar la ecuación de Slutsky en forma de elasticidad (ecuación 5.40) para derivar la elasticidad precio compensada en este ejemplo:

$$e_{x^c,p_x} = e_{x,p_x} + s_x e_{x,I} = -1 + \alpha(1) = \alpha - 1 = -\beta. \tag{5.48}$$

Aquí la elasticidad precio compensada para x depende de la importancia de otros bienes (y) en la función de utilidad.

Caso 2: ESC ($\sigma = 2; \delta = 0.5$). $U(x, y) = x^{0.5} + y^{0.5}$.

En el ejemplo 4.2 se demostró que las funciones de demanda que pueden derivarse de esta función de utilidad son

$$x(p_x, p_y, I) = \frac{I}{p_x(1 + p_x p_y^{-1})},$$
$$y(p_x, p_y, I) = \frac{I}{p_y(1 + p_x^{-1} p_y)}.$$

Como es lógico imaginar, calcular elasticidades directamente de estas funciones puede llevar algo de tiempo. Aquí nos ocuparemos sólo de la elasticidad precio y haremos uso del resultado (del problema 5.6) de que la "porción de elasticidad" de cualquier bien está dada por

$$e_{s_x,\ p_x} = \frac{\partial s_x}{\partial p_x} \cdot \frac{p_x}{s_x} = 1 + e_{x,\ p_x}. \tag{5.49}$$

En este caso,

$$s_x = \frac{p_x x}{I} = \frac{1}{1 + p_x p_y^{-1}},$$

por tanto que la elasticidad de porción es más fácil de calcular y está dada por

$$e_{s_x,\ p_x} = \frac{\partial s_x}{\partial p_x} \cdot \frac{p_x}{s_x} = \frac{-p_y^{-1}}{(1 + p_x p_y^{-1})^2} \cdot \frac{p_x}{(1 + p_x p_y^{-1})^{-1}} = \frac{-p_x p_y^{-1}}{1 + p_x p_y^{-1}}. \tag{5.50}$$

Debido a que las unidades en que se miden los bienes son, de hecho, arbitrarias en la teoría de la utilidad, también podríamos definirlas para que inicialmente $p_x = p_y$, en cuyo caso[7] obtenemos

$$e_{x,\ p_x} = e_{s_x,\ p_x} - 1 = \frac{-1}{1+1} - 1 = -1.5. \tag{5.51}$$

De ahí que la demanda sea más elástica en este caso que en el ejemplo de la función Cobb-Douglas. La razón de lo anterior es que el efecto de sustitución es mayor para esta versión de la función de utilidad ESC. Esto puede demostrarse aplicando nuevamente la ecuación de Slutsky (y usando los hechos de que $e_{x,I} = 1$ y $s_x = 0.5$):

$$e_{x^c,p_x} = e_{x,p_x} + s_x e_{x,I} = -1.5 + 0.5(1) = -1, \tag{5.52}$$

una magnitud del doble de la del efecto de sustitución para el caso de la función Cobb-Douglas.

Caso 3: ESC ($\sigma = 0.5; \delta = -1$). $U(x, y) = -x^{-1} - y^{-1}$.

En referencia al ejemplo 4.2 puede verse que la parte del bien x implicada por esta función de utilidad está dada por

[7] Nótese que esta sustitución debe realizarse después de la diferenciación porque la definición de elasticidad requiere que cambiemos únicamente p_x mientras mantenemos constante p_y.

Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

$$s_x = \frac{1}{1 + p_y^{0.5} p_x^{-0.5}},$$

de modo que la elasticidad de porción está dada por

$$e_{s_x,\,p_x} = \frac{\partial s_x}{\partial p_x} \cdot \frac{p_x}{s_x} = \frac{0.5 p_y^{0.5} p_x^{-1.5}}{(1 + p_y^{0.5} p_x^{-0.5})^2} \cdot \frac{p_x}{(1 + p_y^{0.5} p_x^{-0.5})^{-1}} = \frac{0.5 p_y^{0.5} p_x^{-0.5}}{1 + p_y^{0.5} p_x^{-0.5}}. \tag{5.53}$$

Si se adopta de nuevo la simplificación de precios iguales, la elasticidad precio puede calcularse como

$$e_{x,\,p_x} = e_{s_x,\,p_x} - 1 = \frac{0.5}{2} - 1 = -0.75 \tag{5.54}$$

y la elasticidad precio compensada como

$$e_{x^c,\,p_x} = e_{x,\,p_x} + s_x e_{x,\,I} = -0.75 + 0.5(1) = -0.25. \tag{5.55}$$

Por tanto, para esta versión de la función de utilidad ESC, la elasticidad precio es menor que en los casos 1 y 2 porque el efecto de sustitución es menor. De ahí que la variación principal entre los casos sea provocada en realidad por diferencias en la magnitud del efecto de sustitución.

Si quisieras no tener que resolver nuevamente este tipo de elasticidad podrías hacer uso del resultado general de que

$$e_{x^c,\,p_x} = -(1 - s_x)\sigma. \tag{5.56}$$

Puedes querer comprobar que esta fórmula funciona en estos tres ejemplos (con $s_x = 0.5$ y $\sigma = 1, 2, 0.5$, respectivamente), mientras que en el problema 5.9 se te pedirá demostrar que este resultado es por lo general cierto. Puesto que todos estos casos basados en la función de utilidad ESC tienen una elasticidad ingreso igual a la unidad, la elasticidad precio puede calcularse a partir de la elasticidad precio compensada, añadiendo simplemente $-s_x$ a la cifra calculada en la ecuación 5.56.

PREGUNTA: ¿A qué se debe que la porción presupuestal para bienes distintos de x (es decir, $1 - s_x$) interviene, en este ejemplo, en las elasticidades precio compensadas?

SUPERÁVIT DEL CONSUMIDOR

Un problema importante de la economía del bienestar aplicada es el de idear una medida monetaria de los beneficios y pérdidas de utilidad que los individuos experimentan cuando varían los precios. Un uso para este tipo de medida es asignar un valor en dólares a la pérdida de bienestar que las personas experimentan cuando un mercado es monopolizado con precios que exceden los costos marginales. Otra aplicación consiste en medir los beneficios de bienestar que la gente experimenta cuando el progreso técnico reduce los precios que paga por los bienes. Aplicaciones similares se producen en la economía ambiental (para medir los costos de bienestar de los recursos a los cuales se les ha fijado un precio incorrecto), en leyes y economía (para evaluar los costos de bienestar de protecciones excesivas adoptadas por temor a juicios) y en la economía pública (para medir la carga excesiva de un impuesto). Con objeto de realizar estos cálculos los economistas usan datos empíricos de estudios de la demanda del mercado en combinación con la teoría que subyace en dicha demanda. En esta sección se examinarán las herramientas principales utilizadas en ese proceso.

Bienestar del consumidor y función de gasto

La función de gasto aporta el primer componente para el estudio de la relación precio/bienestar. Supongamos que se desea medir la variación en bienestar que experimenta un individuo, si el precio del bien x se incrementa de p_x^0 a p_x^1. Inicialmente, se requieren gastos de $E(p_x^0, p_y, U_0)$ para alcanzar una utilidad de U_0. Para alcanzar esa misma utilidad, una vez que el precio de x incre-

Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

menta, esta persona requiere gastar al menos $E(p_x^1, p_y, U_0)$. Por tanto, para compensar el incremento de precio se necesitará una compensación (formalmente llamada *variación compensatoria*[8] o VC) de

$$VC = E(p_x^1, p_y, U_0) - E(p_x^0, p_y, U_0). \tag{5.57}$$

Esta situación se muestra gráficamente en el panel superior de la figura 5.8. Esta figura indica la cantidad del bien cuyo precio ha variado en el eje horizontal y el gasto en todos los demás bienes (en dólares) en el eje vertical. Inicialmente, un individuo consume la combinación x_0, y_0 y obtiene una utilidad de U_0. Cuando el precio de x se incrementa, se verá obligada a moverse a la combinación x_2, y_2 y sufrir una pérdida en utilidad. Si esta persona fuera compensada con poder de compra adicional de la cantidad VC, podría permitirse permanecer en la curva de indiferencia U_0, pese al incremento de precio, eligiendo la combinación x_1, y_1. La distancia VC, en consecuencia, proporciona una medida monetaria de cuánto debe ser compensada esta persona por el incremento de precio.

Uso de la curva de demanda compensada para mostrar la VC

Lamentablemente, las funciones de utilidad de los individuos y sus mapas de curvas de indiferencia asociados no son directamente observables. Pero podemos avanzar en la medición empírica, determinando cómo la cantidad de VC puede mostrarse en la curva de demanda compensada en el panel inferior de la figura 5.8. El lema de Shephard indica que la función de demanda compensada de un bien se puede determinar directamente de la función de gasto por diferenciación:

$$x^c(p_x, p_y, U) = \frac{\partial E(p_x, p_y, U)}{\partial p_x}. \tag{5.58}$$

De ahí que la compensación descrita en la ecuación 5.57 pueda determinarse, integrando en una secuencia de incrementos reducidos de precio de p_x^0 a p_x^1:

$$VC = \int_{p_x^0}^{p_x^1} \frac{\partial E(p_x, p_y, U_0)}{\partial p_x}\, dp_x = \int_{p_x^0}^{p_x^1} x^c(p_x, p_y, U_0)\, dp_x \tag{5.59}$$

al tiempo que se mantienen constantes p_y y la utilidad. La integral que se define en la ecuación 5.59 tiene una interpretación geométrica, la cual se muestra en el panel inferior de la figura 5.8: se trata del área sombreada a la izquierda de la curva de demanda compensada y delimitada por p_x^0 y p_x^1. Por tanto, el costo de bienestar de este incremento de precio también puede ilustrarse usando cambios en el área bajo la curva de demanda compensada.

Concepto de superávit del consumidor

Existe otra manera de examinar este asunto. Es posible preguntarse cuánto estaría dispuesta a pagar una persona por el derecho a consumir todo el bien que quiera al precio de mercado de p_x^0 en lugar de quedarse por completo sin el bien. La curva de demanda compensada en el panel inferior de la figura 5.8 indica que si el precio de x se incrementara a p_x^2 el consumo de esta persona decrecería a cero y requeriría una cantidad de compensación igual al área $p_x^2 A p_x^0$ para aceptar voluntariamente la variación. De este modo, el derecho a consumir x_0 a un precio de p_x^0 vale esta

[8] Algunos autores definen la variación compensatoria como la cantidad de ingreso que se le debe dar a una persona para permitirle incrementar su utilidad de U_1 a U_0 dado el nuevo precio del bien x, esto es, $VC = E(p_x^1, p_y, U_0) - E(p_x^1, p_y, U_1)$. Esta expresión es equivalente a la proporcionada en la ecuación 5.57 porque mediante supuestos $E(p_x^0, p_y, U_0) = E(p_x^1, p_y, U_1)$. Algunos autores también examinan la VC desde el punto de vista del presupuesto de un "planificador social", que debe hacer estas compensaciones, más que desde el punto de vista del consumidor que las recibe. En este caso, la VC que se ilustra sería negativa.

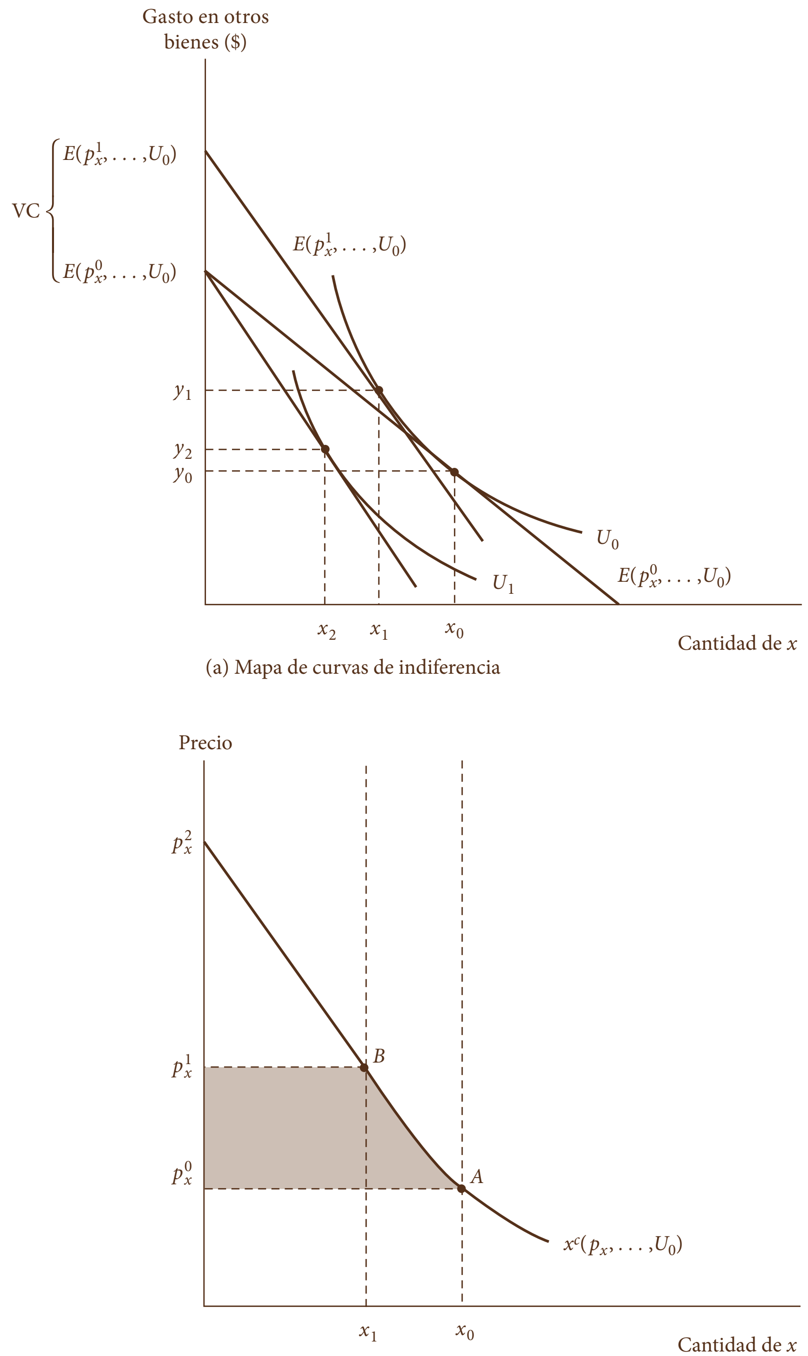
Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

FIGURA 5.8

Demostración de la variación compensatoria.

Si el precio de x se incrementara de p_x^0 a p_x^1, una persona necesitaría gastos adicionales de VC para permanecer en la curva de indiferencia U_0. La integración indica que VC también puede ser representada por el área sombreada bajo la curva de demanda compensada en el panel b).



(a) Mapa de curvas de indiferencia

(b) Curva de demanda compensada

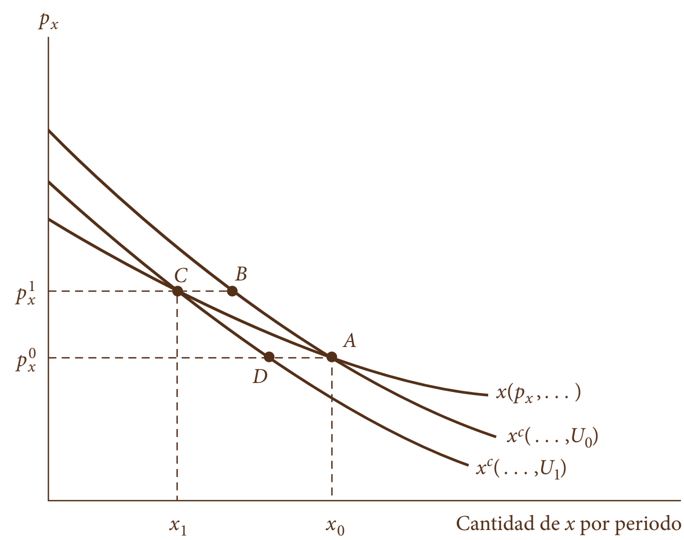
Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

FIGURA 5.9

Efectos de bienestar de las variaciones de precio y curva de demanda de Marshall.

La curva de demanda de Marshall (ingreso nominal constante) para el bien x es $x(p_x, \ldots)$. Además, $x^c(\ldots, U_0)$ y $x^c(\ldots, U_1)$ denotan las curvas de demanda compensada asociadas con los niveles de utilidad experimentados cuando prevalecen, respectivamente, p_x^0 y p_x^1. El área a la izquierda de $x(p_x, \ldots)$ entre p_x^0 y p_x^1 está delimitada por las áreas similares a la izquierda de las curvas de demanda compensada. De ahí que para variaciones pequeñas de precio, el área a la izquierda de la curva de demanda de Marshall sea una buena medida de pérdida de bienestar.



cantidad para este individuo. Éste es el beneficio adicional que una persona recibe por ser capaz de hacer transacciones de mercado al precio de mercado prevaleciente. Este valor, dado por el área bajo la curva de demanda compensada y sobre el precio de mercado se denomina *superávit del consumidor*. Visto de esta manera, el problema de bienestar causado por un incremento en el precio de x puede describirse como una pérdida en el superávit del consumidor. Cuando el precio se incrementa de p_x^0 a p_x^1 el "triángulo" del superávit del consumidor decrece en magnitud de $p_x^2Ap_x^0$ a $p_x^2Bp_x^1$. Como lo aclara la figura, esta es simplemente otra forma de describir la pérdida de bienestar representada en la ecuación 5.59.

Cambios de bienestar y curva de demanda de Marshall

Hasta aquí nuestro análisis de los efectos de bienestar respecto a las variaciones de precio se ha centrado en la curva de demanda compensada. Esto es lamentable en cierto sentido porque la mayor parte del trabajo empírico sobre la demanda estima en realidad curvas de demanda ordinaria (de Marshall). En esta sección se demostrará que estudiar los cambios en el área bajo una curva de demanda de Marshall puede ser, de hecho, una buena manera de medir pérdidas de bienestar.

Consideremos la curva de demanda de Marshall $x(p_x, \ldots)$ que se ilustra en la figura 5.9. Inicialmente, este consumidor enfrenta el precio p_x^0 y decide consumir x_0. Este consumo produce un nivel de utilidad de U_0, y la curva de demanda compensada inicial para x [es decir, $x^c(p_x, p_y, U_0)$] también pasa por el punto x_0, p_x^0 (el cual hemos denominado punto A). Cuando el precio se incrementa a p_x^1 la demanda de Marshall del bien x decrece a x_1 (punto C en la curva de demanda) y la utilidad de la persona también decrece a, digamos, U_1. Hay otra curva de demanda compensada asociada con este nivel de utilidad más bajo, que igualmente se muestra en la figura 5.9. Tanto la

Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

curva de demanda de Marshall como esta nueva curva de demanda compensada pasan por el punto C.

La presencia de una segunda curva de demanda compensada en la figura 5.9 plantea una interesante pregunta conceptual. ¿Deberíamos medir la pérdida de bienestar causada por el incremento de precio, como lo hicimos en la figura 5.8, usando la variación compensatoria (VC) asociada con la curva de demanda compensada inicial (área $p_x^1 BAp_x^0$), o quizá debemos usar esta nueva curva de demanda compensada y medir la pérdida de bienestar, como el área $p_x^1 CDp_x^0$? Una posible razón para usar el área bajo la segunda curva sería centrarnos en la situación de este individuo después del incremento de precio (con nivel de utilidad U_1). Podríamos preguntarnos cuánto estaría dispuesto a pagar para ver que el precio regresa a sus antiguos niveles inferiores.[9] La respuesta a lo anterior estaría dada por el área $p_x^1 CDp_x^0$. Por tanto, la decisión entre qué curva de demanda compensada utilizar se reduce a decidir qué nivel de utilidad se considera el objetivo apropiado de análisis.

Por fortuna, la curva de demanda de Marshall proporciona un arreglo conveniente entre estas dos medidas. Dado que la magnitud del área entre ambos precios y bajo la curva de demanda de Marshall (área $p_x^1 CAp_x^0$) es menor que la que se encuentra bajo la curva de demanda compensada basada en U_0, pero mayor que la que se encuentra bajo la curva basada en U_1, aquélla parece un punto medio atractivo. Por lo anterior esta será la medida de pérdidas de bienestar que usaremos principalmente en este libro.

DEFINICIÓN

Superávit del consumidor. El superávit del consumidor es el área bajo la curva de demanda de Marshall y sobre el precio de mercado. Muestra lo que un individuo pagaría por el derecho a hacer transacciones voluntarias a dicho precio. Se pueden usar las variaciones en el superávit del consumidor para medir los efectos de bienestar de las variaciones de precio.

Debemos señalar que algunos economistas emplean VC o VE para calcular los efectos de bienestar de las variaciones de precio. En efecto, los economistas no siempre tienen claro qué medida de cambio de bienestar están usando. Nuestro análisis de la sección anterior demuestra que en realidad no hace mucha diferencia si los efectos de ingreso son reducidos en cualquier caso.

EJEMPLO 5.6 Pérdida de bienestar causada por un incremento de precio

Estas ideas pueden ilustrarse numéricamente volviendo a nuestro viejo ejemplo de hamburguesas/refrescos. Examinemos las consecuencias de bienestar de un incremento desmesurado del precio de los refrescos (bien x) de 1 a 4 dólares. En el ejemplo 5.3 se determinó que la demanda compensada del bien x estaba dada por

$$x^c(p_x, p_y, V) = \frac{Vp_y^{0.5}}{p_x^{0.5}}. \tag{5.60}$$

Por tanto, el costo de bienestar del incremento de precio está dado por

$$\mathrm{VC} = \int_1^4 x^c(p_x, p_y, V)\,dp_x = \int_1^4 Vp_y^{0.5}p_x^{-0.5}dp_x = 2Vp_y^{0.5}p_x^{0.5}\Big|_{p_x=1}^{p_x=4}. \tag{5.61}$$

[9] Esta medida alterna se denomina variación equivalente (VE). Más formalmente, VE $= E(p_x^1, p_y, U_1) - E(p_x^0, p_y, U_1)$. Nuevamente, algunos autores usan una definición diferente de VE como el ingreso necesario para restaurar la utilidad, dados los precios antiguos, es decir VE $= E(p_x^0, p_y, U_0) - E(p_x^0, p_y, U_1)$. Pero debido a que $E(p_x^0, p_y, U_0) = E(p_x^1, p_y, U_1)$ estas definiciones son equivalentes.

Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

Si se usan los valores que hemos asumido a lo largo de este festín gastronómico ($V = 2, p_y = 4$), entonces

$$\text{VC} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot (4)^{0.5} - 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot (1)^{0.5} = 8. \quad \textbf{(5.62)}$$

Esta cifra se reduciría a la mitad (4) si creyéramos que el nivel de utilidad después del incremento de precio ($V = 1$) fuera el objetivo de utilidad más apropiado para medir la compensación. Si, en cambio, hubiéramos usado la función de demanda de Marshall

$$x(p_x, p_y, I) = 0.5Ip_x^{-1}, \quad \textbf{(5.63)}$$

la pérdida se calcularía como

$$\text{pérdida} = \int_1^4 x(p_x, p_y, I)\, dp_x = \int_1^4 0.5Ip_x^{-1} dp_x = 0.5I \ln p_x \Big|_1^4. \quad \textbf{(5.64)}$$

Así, con $I = 8$, esta pérdida es

$$\text{pérdida} = 4 \ln(4) - 4 \ln(1) = 4 \ln(4) = 4\,(1.39) = 5.55, \quad \textbf{(5.65)}$$

lo que parece un arreglo razonable entre las dos medidas alternas basadas en funciones de demanda compensada.

PREGUNTAS: En este problema, ninguna de las curvas de demanda tiene un precio finito en el que la demanda se dirija precisamente a cero. ¿Cómo afecta esto en el cálculo del superávit total del consumidor? ¿Afecta los tipos de cálculos de bienestar que hemos hecho aquí?

PREFERENCIA REVELADA Y EFECTO DE SUSTITUCIÓN

La principal predicción inequívoca que se puede derivar del modelo de optimización de la utilidad es que la pendiente (o elasticidad precio) de la curva de demanda compensada es negativa. Hemos demostrado este resultado de dos maneras. La primera prueba se basó en la cuasi concavidad de las funciones de utilidad; es decir, puesto que toda curva de indiferencia debe exhibir una *TMS* decreciente, cualquier cambio en un precio inducirá un cambio de cantidad en la dirección opuesta a lo largo de esa curva de indiferencia. Una segunda prueba se deriva del lema de Shephard: dado que la función de gasto es cóncava en los precios, la función de demanda compensada (la cual es la derivada de la función de gasto) debe tener una pendiente negativa. Nuevamente, la utilidad se mantiene constante en este cálculo como un argumento de la función de gasto. Para algunos economistas depender de una hipótesis sobre una función de utilidad no observable representaba un fundamento débil en el cual basar una teoría de la demanda. Un enfoque alterno que conduce al mismo resultado fue propuesto originalmente por Paul Samuelson, a fines de la década de 1940.[10] Este enfoque, que Samuelson llamó *teoría de la preferencia revelada*, define un principio de racionalidad basado en el comportamiento observado y usa después este principio para aproximar una función de utilidad de un individuo. En este sentido, una persona que sigue el principio de racionalidad de Samuelson se comporta *como si* optimizara una función de utilidad apropiada y exhibiera un efecto de sustitución negativo. Puesto que el enfoque de Samuelson brinda discernimientos adicionales a nuestro modelo de decisiones de consumo, lo examinaremos brevemente.

[10] Paul A. Samuelson, *Foundations of Economic Analysis* (Harvard University Press, Cambridge, 1947).

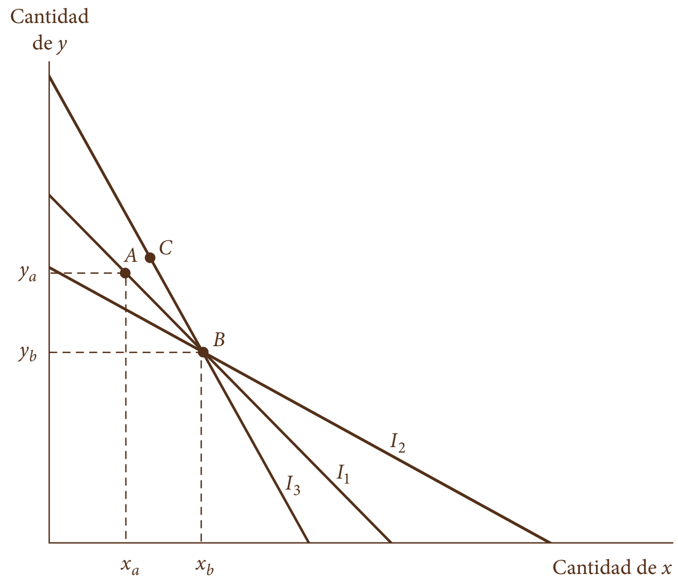
Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

FIGURA 5.10

Demostración del principio de racionalidad de la teoría de la preferencia revelada.

Con un ingreso I_1 un individuo puede permitirse los puntos A y B. Si se selecciona A, entonces A es la preferencia revelada sobre B. Sería irracional que B fuera la preferencia revelada sobre A en otra configuración precio-ingreso.



Enfoque gráfico

El principio de racionalidad de la teoría de la preferencia revelada es tal como sigue: considérense dos conjuntos de bienes, A y B. Si, a ciertos precios y nivel de ingreso un individuo puede permitirse A y B pero elige A, se dice que A es la "preferencia revelada" sobre B. El principio de racionalidad establece que en cualquier disposición distinta precio-ingreso, B nunca puede ser la preferencia revelada sobre A. Si, de hecho, B es elegida en otra configuración precio-ingreso ha de deberse a que no pudo permitirse A. Este principio es ilustrado en la figura 5.10. Supongamos que, cuando la restricción presupuestal está dada por I_1 se elige el punto A, aunque B también podía haberse comprado. Entonces, A es la preferencia revelada sobre B. Si para otra restricción presupuestal, de hecho, se elige B este debe ser un caso como el representado por I_2, donde A no pudo comprarse. Si se eligiera B cuando la restricción presupuestal es I_3, sería una violación del principio de racionalidad porque con I_3 pueden comprarse A y B. Con la restricción presupuestal I_3 es probable que algún punto diferente de A o B (digamos C) sea comprado. Nótese cómo este principio usa reacciones observables a las restricciones presupuestales alternativas para clasificar mercancías en vez de suponer la existencia de una función de utilidad. Nótese, asimismo, cómo este principio ofrece un atisbo de por qué las curvas de indiferencia son convexas. Pasemos ahora a una comprobación formal.

Negatividad del efecto de sustitución

Supongamos que un individuo es indiferente entre dos paquetes, C (compuesto por x_C y y_C) y D (compuesto por x_D y y_D). Sean p_x^C, p_y^C los precios en los que se elige el paquete C, y p_x^D, p_y^D los precios en los que se elige el paquete D.

Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

Puesto que el individuo es indiferente entre C y D, debe ser el caso de que cuando se elige C, D cuesta al menos tanto como C:

$$p_x^C x_C + p_y^C y_C \leq p_x^C x_D + p_y^C y_D. \tag{5.66}$$

Un enunciado similar es válido cuando se elige D:

$$p_x^D x_D + p_y^D y_D \leq p_x^D x_C + p_y^D y_C. \tag{5.67}$$

Reescribir estas ecuaciones da

$$p_x^C(x_C - x_D) + p_y^C(y_C - y_D) \leq 0, \tag{5.68}$$

$$p_x^D(x_D - x_C) + p_y^D(y_D - y_C) \leq 0. \tag{5.69}$$

Sumar estas produce

$$(p_x^C - p_x^D)(x_C - x_D) + (p_y^C - p_y^D)(y_C - y_D) \leq 0. \tag{5.70}$$

Supongamos ahora que lo único que cambia es el precio de x, y que $p_y^C = p_y^D$. Entonces,

$$(p_x^C - p_x^D)(x_C - x_D) \leq 0. \tag{5.71}$$

Pero la ecuación 5.71 indica que precio y cantidad se mueven en la dirección opuesta cuando la utilidad se mantiene constante (recuérdese que los paquetes C y D son igualmente atractivos). Este es justamente el enunciado sobre la naturaleza no positiva del efecto de sustitución:

$$\frac{\partial x^c(p_x, p_y, V)}{\partial p_x} = \left.\frac{\partial x}{\partial p_x}\right|_{U=\text{constante}} \leq 0. \tag{5.72}$$

Hemos llegado al resultado mediante un método que no requiere la existencia de una función de utilidad cuasi cóncava.

Resumen

En este capítulo se usó el modelo de optimización de la utilidad para estudiar cómo la cantidad de un bien que un individuo elige responde a variaciones en el ingreso o en el precio de ese bien. El resultado final de este examen es la derivación de la conocida curva de demanda de pendiente negativa. Para llegar a este resultado, sin embargo, extrajimos una amplia variedad de discernimientos de la teoría económica general de la elección.

- Variaciones proporcionales en todos los precios y el ingreso no hacen que se desplace la restricción presupuestal de una persona y, por tanto, no varían las cantidades de bienes elegidas. En términos formales, las funciones de demanda son homogéneas de grado 0 en todos los precios y el ingreso.

- Cuando la capacidad del poder de compra varía (es decir, cuando el ingreso se incrementa con precios que se mantienen sin cambios) las restricciones presupuestales se desplazan y los individuos elegirán nuevos conjuntos de bienes. Para bienes normales un incremento en el poder de compra provoca que se elija más. En el caso de los bienes inferiores, en cambio, un incremento en el poder de compra propicia que se adquiera menos. De ahí que el signo de $\partial x_i/\partial I$ puede ser positivo o negativo, aunque $\partial x_i/\partial I \geq 0$ es el caso más común.

- Un decremento en el precio de un bien produce efectos de sustitución y de ingreso que, para un bien normal, hacen que se compre más del bien. Para los bienes inferiores, sin embargo, los efectos de sustitución e ingreso operan en direcciones opuestas, y no es posible hacer predicciones inequívocas.

- De igual forma, un incremento en el precio induce efectos tanto de sustitución como de ingreso que, en el caso normal, generan que se demande menos. Para los bienes inferiores el resultado neto es, nuevamente, ambiguo.

- Las curvas de demanda de Marshall representan descripciones bidimensionales de funciones de demanda para las cuales sólo el propio precio varía; los demás precios y el ingreso se mantienen constantes. Variaciones en estas otras variables usualmente harán que se desplace la posición de la curva de demanda. El signo de la pendiente de la curva de demanda de Marshall $\left(\frac{\partial x(p_x, p_y, I)}{\partial p_x}\right)$ es teóricamente ambiguo porque los efectos de sustitución e ingreso pueden operar en direcciones opuestas. La ecuación de Slutsky permite un estudio formal de esta ambigüedad.

Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

- Las funciones de demanda compensada (o de Hicks) muestran cómo las cantidades demandadas son funciones de todos los precios y de la utilidad. La función de demanda compensada para un bien puede generarse diferenciando parcialmente la función de gasto respecto al precio de ese bien (lema de Shephard).

- Las curvas de demanda compensada (o de Hicks) representan descripciones bidimensionales de funciones de demanda compensada para las cuales sólo el propio precio varía; los demás precios y la utilidad se mantienen constantes. El signo de la pendiente de la curva de demanda compensada $\left(\frac{\partial x^c(p_x,\ p_y,\ U)}{\partial p_x}\right)$ es inequívocamente negativo, debido a la cuasi concavidad de las funciones de utilidad o a la concavidad conexa de la función de gasto.

- Las elasticidades de la demanda suelen usarse en el trabajo empírico para sintetizar cómo reaccionan los individuos a las variaciones en precios e ingreso. La más importante de estas elasticidades es la elasticidad precio de la demanda, $e_{x,\,p_x}$. Esta mide la variación proporcional en cantidad en respuesta a un cambio de 1 por ciento en precio. Una elasticidad similar puede definirse para los movimientos a lo largo de la curva de demanda compensada.

- Existen muchas relaciones entre las elasticidades de la demanda. Algunas de las más importantes son: 1) las elasticidades precio determinan cómo un cambio de precio afecta el gasto total en un bien, 2) los efectos de sustitución e ingreso pueden compendiarse en la ecuación de Slutsky en forma elástica, y 3) varias relaciones de agregación privan entre elasticidades y muestran cómo se relacionan entre sí las demandas de bienes diferentes.

- Con las áreas cambiantes bajo las curvas de demanda compensada o de la demanda de Marshall pueden medirse los efectos de bienestar de las variaciones de precio. Tales variaciones afectan la magnitud del superávit del consumidor que los individuos reciben si tienen la capacidad de hacer transacciones de mercado.

- La negatividad del efecto de sustitución es la conclusión básica de la teoría de la demanda. Este resultado puede demostrarse usando la teoría de la preferencia revelada, así que no requiere suponer la existencia de ninguna función de utilidad.

Problemas

5.1

El sediento Ed sólo bebe agua pura de manantial, pero puede adquirirla en dos envases de diferente tamaño: de 0.75 y de 2 litros. Como el agua en sí misma es idéntica, considera estos dos “bienes” como sustitutos perfectos.

a. Supón que la utilidad de Ed sólo depende de la cantidad de agua consumida y que los envases mismos no ofrecen ninguna utilidad. Expresa esta función de utilidad en términos de cantidades de envases de 0.75 litros (x) y de envases de 2 litros (y).
b. Formula la función de demanda de Ed para x en términos de p_x, p_y e I.
c. Grafica la curva de demanda de x, manteniendo constantes I y p_y.
d. Las variaciones en I y p_y ¿cómo hacen que se desplace la curva de demanda de x?
e. ¿Cómo sería la curva de demanda compensada de x en esta situación?

5.2

A David N. se le asignan $3 a la semana para gastar como le plazca. Dado que sólo le gustan los emparedados de crema de cacahuate y mermelada, gasta la cantidad entera en crema de cacahuate (a $0.05 la onza) y mermelada (a $0.10 la onza). El pan es provisto sin costo por un vecino muy considerado. David es un consumidor especial y hace sus emparedados con exactamente 1 onza de mermelada y 2 de crema de cacahuate. Es de hábitos firmes por lo que nunca varía estas proporciones.

a. ¿Cuánta crema de cacahuate y mermelada comprará David en una semana con su asignación de $3?
b. Supón que el precio de la mermelada aumenta a $0.15 la onza. ¿Cuánto comprará de cada mercancía?
c. ¿Cuánto debería aumentar la asignación de David para compensar el incremento en el precio de la mermelada del inciso b)?
d. Grafica tus resultados de los incisos a) a c).
e. ¿En qué sentido este problema implica únicamente un solo producto: emparedados de crema de cacahuate y mermelada? Grafica la curva de demanda de este producto único.
f. Analiza los resultados de este problema en términos de los efectos de ingreso y de sustitución implicados en la demanda de mermelada.

5.3

Como se definió en el capítulo 3, una función de utilidad es homotética si cualquier línea recta a través del origen cruza todas las curvas de indiferencia en puntos de igual pendiente: la TMS depende de la razón y/x.

Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

a. Comprueba que, en este caso, $\partial x/\partial I$ es constante.
b. Comprueba que, si los gustos de un individuo pueden representarse mediante un mapa de indiferencia homotética, precio y cantidad deben moverse en direcciones opuestas; es decir, comprueba que no puede ocurrir la paradoja de Giffen.

5.4

Igual que en el ejemplo, 5.1, supón que la utilidad está dada por

$$\text{utilidad} = U(x, y) = x^{0.3}y^{0.7}.$$

a. Usa las funciones de demanda no compensada que aporta el ejemplo 5.1 para calcular la función de utilidad indirecta y la función de gasto de este caso.
b. Usa la función de gasto calculada en el inciso a) junto con el lema de Shephard para calcular la función de demanda compensada del bien x.
c. Usa los resultados del inciso b) junto con la función de demanda no compensada del bien x para demostrar que la ecuación de Slutsky es válida para este caso.

5.5

Supón que la función de utilidad de los bienes x y y está dada por

$$\text{utilidad} = U(x, y) = xy + y.$$

a. Calcula las funciones de demanda no compensada (de Marshall) de x y y, y describe cómo las curvas de demanda de x y y son desplazadas por las variaciones en I o en el precio de otro bien.
b. Calcula la función de gasto de x y y.
c. Usa la función de gasto calculada en el inciso b) para calcular las funciones de demanda compensada de los bienes x y y. Describe cómo las curvas de demanda compensada de x y y son desplazadas por las variaciones en el ingreso o por las variaciones en el precio del otro bien.

5.6

A lo largo de un periodo de tres años un individuo exhibe el comportamiento de consumo siguiente:

	p_x	p_y	x	y
Año 1	3	3	7	4
Año 2	4	2	6	6
Año 3	5	1	7	3

¿Es congruente este comportamiento con los axiomas de la preferencia revelada?

5.7

Supón que una persona considera complementarios puros el jamón y el queso; siempre usará una rebanada de jamón con una rebanada de queso para hacer un emparedado. Supón también que el jamón y el queso son los únicos bienes que esta persona compra, pues el pan es gratis.

a. Si el precio del jamón es igual al del queso demuestra que la elasticidad precio de la demanda de jamón es de -0.5 y que la elasticidad cruzada de la demanda de jamón respecto al precio del queso también es de -0.5.
b. Explica por qué los resultados del inciso a) sólo reflejan efectos de ingreso y no efectos de sustitución. ¿Cuáles son las elasticidades precio compensadas en este problema?
c. Usa los resultados del inciso b) para mostrar cómo cambiarían tus respuestas del inciso a) si el costo de una rebanada de jamón fuera del doble del precio de una rebanada de queso.
d. Explica cómo podría resolverse intuitivamente este problema, suponiendo que la persona consume sólo un bien: un emparedado de jamón y queso.

5.8

Demuestra que la parte del ingreso que se gasta en un bien x es $s_x = \frac{d \ln E}{d \ln p_x}$, donde E es el gasto total.

Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

Problemas analíticos

5.9 Porción de elastidades

En las extensiones del capítulo 4 se demostró que casi todo el trabajo empírico en la teoría de la demanda se centra en porciones del ingreso. Para cualquier bien, x, la porción del ingreso se define como $s_x = p_x x/I$. En este problema se demostrará que la mayoría de las elasticidades de la demanda pueden derivarse de porciones de elasticidades correspondientes.

a. Demuestra que la elasticidad de la porción presupuestal de un bien respecto al ingreso ($e_{s_x, I} = \partial s_x/\partial I \cdot I/s_x$) es igual a $e_{x, I} - 1$. Interpreta esta conclusión con algunos ejemplos numéricos.
b. Demuestra que la porción de elasticidad presupuestal de un bien respecto a su precio ($e_{s_x, p_x} = \partial s_x/\partial p_x \cdot p_x/s_x$) es igual a $e_{x, p_x} + 1$. Nuevamente, interpreta este hallazgo con algunos ejemplos numéricos.
c. Usa tus resultados en el inciso b) para demostrar que la "elasticidad gasto" del bien x respecto a su precio [$e_{x\,.\,p_x, p_x} = \partial(p_x \cdot x)/\partial p_x \cdot 1/x$] también es igual a $e_{x, p_x} + 1$.
d. Demuestra que la porción de elasticidad presupuestal de un bien respecto a una variación en el precio de otro ($e_{s_x, p_y} = \partial s_x/\partial p_y \cdot p_y/s_x$) es igual a e_{x, p_y}.
e. En las extensiones del capítulo 4 se demostró que con una función de utilidad ESC, la parte del ingreso dedicada al bien x está dada por $s_x = 1/(1 + p_y^k p_x^{-k})$, donde $k = \delta/(\delta - 1) = 1 - \sigma$. Usa esta ecuación de porción para comprobar la ecuación 5.56: $e_{x^c, p_x} = -(1 - s_x)\sigma$. *Pista*: Este problema puede simplificarse suponiendo que $p_x = p_y$, en cuyo caso $s_x = 0.5$.

5.10 Más sobre elasticidades

El inciso e) del problema 5.9 tiene un número de aplicaciones útiles porque demuestra cómo las respuestas al precio dependen, en última instancia, de los parámetros subyacentes de la función de utilidad. Usa, específicamente, ese resultado junto con la ecuación de Slutsky en términos de elasticidad para demostrar que:

a. En el caso de la función Cobb-Douglas ($\sigma = 1$), la relación siguiente es válida entre las elasticidades precio de x y y: $e_{x, p_x} + e_{y, p_y} = -2$.
b. Si $\sigma > 1$, entonces $e_{x, p_x} + e_{y, p_y} < -2$, y si $\sigma < 1$, entonces $e_{x, p_x} + e_{y, p_y} > -2$. Ofrece una explicación intuitiva de este resultado.
c. ¿Cómo generalizarías este resultado a casos de más de dos bienes? Analiza si esa generalización será especialmente significativa.

5.11 Agregación de elasticidades de muchos bienes

Las tres relaciones de agregación que se presentaron en este capítulo pueden generalizarse a cualquier número de bienes. En este problema se te pedirá hacer eso. Supón que hay n bienes y que la parte del ingreso dedicada al bien i está denotada por s_i. Definimos asimismo las elasticidades siguientes:

$$e_{i,\ I} = \frac{\partial x_i}{\partial I} \cdot \frac{I}{x_i},$$
$$e_{i,\ j} = \frac{\partial x_i}{\partial p_j} \cdot \frac{p_j}{x_i}.$$

Utilice esta notación para demostrar:

a. Homogeneidad: $\sum_{j=1}^{n} = e_{i,\ j} + e_{i,\ I} = 0$.

b. Agregación de Engel: $\sum_{i=1}^{n} = s_i e_{i,\ I} = 1$.

c. Agregación de Cournot: $\sum_{i=1}^{n} s_i e_{i,\ j} = -s_j$.

5.12 Utilidad cuasi lineal (revisitada)

Considera una función de utilidad cuasi lineal simple de la forma $U(x, y) = x + \ln y$.

a. Calcula el efecto de ingreso para cada bien. Calcula igualmente la elasticidad de ingreso de la demanda de cada bien.
b. Calcula el efecto de sustitución para cada bien. Calcula también la elasticidad de precio compensada de la demanda de cada bien.
c. Demuestra que la ecuación de Slutsky se aplica a esta función.
d. Demuestra que la forma de elasticidad de la ecuación de Slutsky también se aplica a esta función. Describe las características especiales que observes.

Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

5.13 Sistema de demanda casi ideal

La forma general para la función de gasto del sistema de demanda casi ideal (SDCI) está dada por

$$\ln E(p_1, \ldots, p_n, U) = a_0 + \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \ln p_i + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \gamma_{ij} \ln p_i \ln p_j + U\beta_0 \prod_{i=1}^{k} p_k^{\beta_k},$$

Por facilidad analítica supón que se aplican las restricciones siguientes:

$$\gamma_{ij} = \gamma_{ji}, \quad \sum_{i=1}^{n} \alpha_i = 1, \quad \text{y} \quad \sum_{j=1}^{n} \gamma_{ij} = \sum_{k=1}^{n} \beta_k = 0.$$

a. Deriva la forma funcional SDCI para un caso de dos bienes.
b. Dadas las restricciones previas demuestra que esta función de gasto es homogénea de grado 1 en todos los precios. Esto, junto con el hecho de que esta función se parece mucho a los datos reales, la convierte en una función "ideal".
c. Usando el hecho de que $s_x = \frac{d \ln E}{d \ln p_x}$ (véase el problema 5.8) calcula la parte del ingreso de cada uno de los dos bienes.

5.14 Curvas de indiferencia al precio

Las curvas de indiferencia al precio son curvas de isoutilidad con los precios de dos bienes en los ejes X y Y, respectivamente. Así, tienen la forma general siguiente: $(p_1, p_2) | \, v(p_1, p_2, I) = v_0$.

a. Deriva la fórmula para las curvas de indiferencia al precio del caso de función Cobb-Douglas con $\alpha = \beta = 0.5$. Traza una de ellas.
b. ¿Qué demuestra la pendiente de esa curva?
c. ¿Cuál es la dirección de utilidad creciente en tu gráfica?

Sugerencias de lecturas adicionales

Cook, P. J. "A 'One Line' Proof of the Slutsky Equation", *American Economic Review*, núm. 62 (marzo de 1972), p. 139.

Ingenioso uso de la dualidad para derivar la ecuación de Slutsky; usa el mismo método que en el capítulo 5, pero con notación algo compleja.

Fisher, F. M. y K. Shell. *The Economic Theory of Price Indices*, Academic Press, Nueva York, 1972.

Análisis técnico completo de las propiedades económicas de varios índices de precios; describe en detalle índices "ideales" basados en modelos de maximización de la utilidad.

Luenberger, D. G. *Microeconomic Theory*, McGraw Hill, Nueva York, 1992.

Las páginas 147-151 ofrecen un conciso resumen de cómo formular la ecuación de Slutsky en notación matricial.

Mas-Colell, Andreu, Michael D. Whinston y Jerry R. Green. *Microeconomic Theory*, Oxford University Press, 1995.

El capítulo 3 cubre gran parte del material de este capítulo en un nivel un poco elevado. La sección I sobre la medición de los efectos de bienestar de las variaciones de precio es especialmente recomendable.

Samuelson, Paul A. *Foundations of Economic Analysis*, Harvard University Press, Cambridge, 1947, capítulo 5.

Brinda un completo análisis de los efectos de sustitución e ingreso. Desarrolla asimismo la noción de preferencia revelada.

Silberberg, E. y W. Suen. *The Structure of Economics: A Mathematical Analysis*, 3a. ed., Irwin/McGraw-Hill, Boston, 2001.

Aporta una derivación amplia de la ecuación de Slutsky y una extensa presentación de conceptos de elasticidad.

Sydsaetter, K., A. Strom y P. Berck. *Economist's Mathematical Manual*, Springer-Verlag, Berlín, 2003.

Ofrece una síntesis compacta de los conceptos de elasticidad. La cobertura de nociones de elasticidad de sustitución es especialmente completa.

Varian, H. *Microeconomic Analysis*, 3a. ed., W. W. Norton, Nueva York, 1992.

Desarrollo formal de nociones de preferencia. Amplio uso de funciones de gasto y su relación con la ecuación de Slutsky. También contiene una buena prueba de la identidad de Roy.

Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

Conceptos de demanda y evaluación de índices de precios

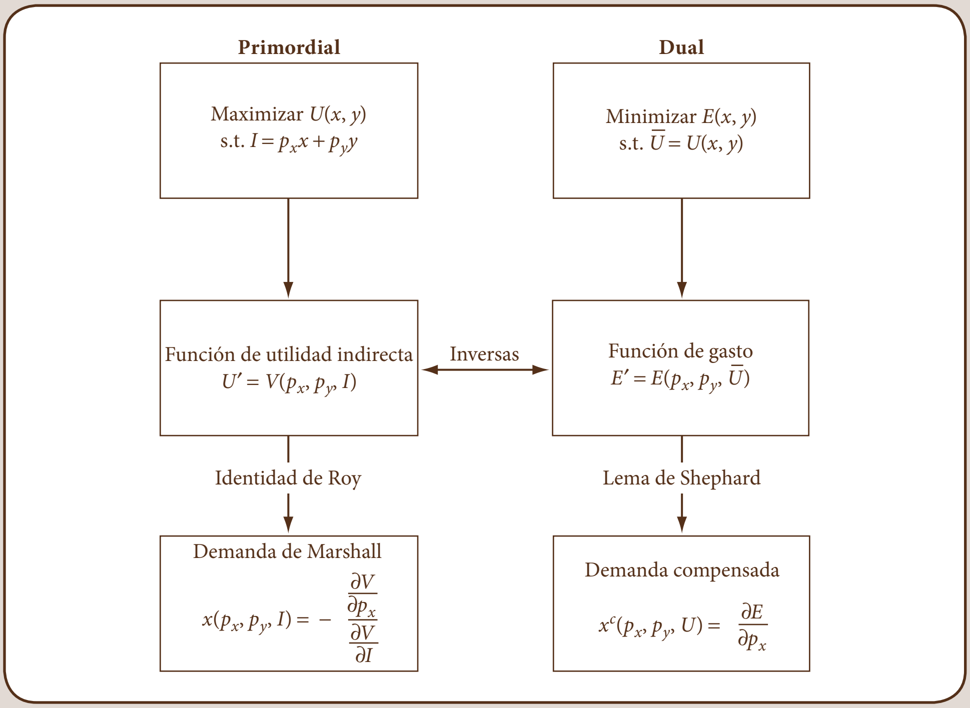
EXTENSIONES

En los capítulos 4 y 5 se presentaron diversos conceptos de demanda relacionados entre sí, todos los cuales se derivaron del modelo subyacente de maximización de la utilidad. Las relaciones entre esos diversos conceptos se resumen en la figura E5.1. En esta tabla se examina formalmente la mayoría de esos vínculos, pero aún no se ha analizado la relación matemática entre funciones de utilidad indirecta y funciones de demanda de Marshall (identidad de Roy), lo que se hará a continuación. Todas las entradas de la tabla dejan en claro que existen muchas maneras de saber algo sobre la relación entre el bienestar de los individuos y los precios que enfrentan. En esta extensión se exploran algunos de esos enfoques. Específicamente, se considera la forma en que estos conceptos pueden arrojar luz sobre la precisión del índice de precios al consumidor (IPC), la principal medida de la inflación en Estados Unidos. Se examinarán asimismo otros conceptos de índice de precios.

El IPC es un índice de "canasta básica" del costo de la vida. Los investigadores miden los montos que las personas consumen de una serie de bienes en un periodo base (en el caso de dos bienes, estos niveles de consumo en el periodo base podrían denotarse con x_0 y y_0) y después usan datos de precios corrientes para calcular las variaciones de precio en esa canasta básica. Usando este procedimiento, el costo de la canasta básica sería inicialmente $I_0 = p_x^0 x_0 + p_y^0 y_0$ y el costo en el periodo 1 sería $I_1 = p_x^1 x_0 + p_y^1 y_0$. El cambio en el costo de la vida entre estos dos periodos se mediría entonces con I_1/I_0. Aunque este procedimiento es una manera

FIGURA E5.1

Relaciones entre conceptos de demanda.



Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

intuitivamente verosímil de medir la inflación y aunque los índices de precios de la canasta básica son de uso muy frecuente, tales índices presentan muchas deficiencias.

E5.1 Funciones de gasto y sesgo de sustitución

Los índices de precios de la canasta básica sufren de "sesgo de sustitución". Puesto que los índices no permiten a los individuos hacer sustituciones en la canasta básica, en respuesta a las variaciones en precios relativos, tienden a exagerar las pérdidas de bienestar de la gente a causa del aumento de precios. Esta exageración se muestra en la figura E5.2. Alcanzar el nivel de utilidad U_0 requiere, inicialmente, gastos de E_0, lo que resulta en una compra de la canasta x_0, y_0. Si p_x/p_y decrece el nivel de utilidad inicial puede obtenerse ahora con gastos de E_1, alterando el paquete de consumo por x_1, y_1. Al calcular el nivel de gasto necesario para continuar consumiendo x_0, y_0 se exagera cuánto poder de compra extra necesita una persona para restaurar su nivel de bienestar. Los economistas han estudiado extensamente el grado de este sesgo de sustitución. Aizcorbe y Jackman (1993), por ejemplo, determinan que esta dificultad con el índice de la canasta básica puede exagerar el nivel de inflación mostrado por el IPC en aproximadamente 0.2 por ciento al año.

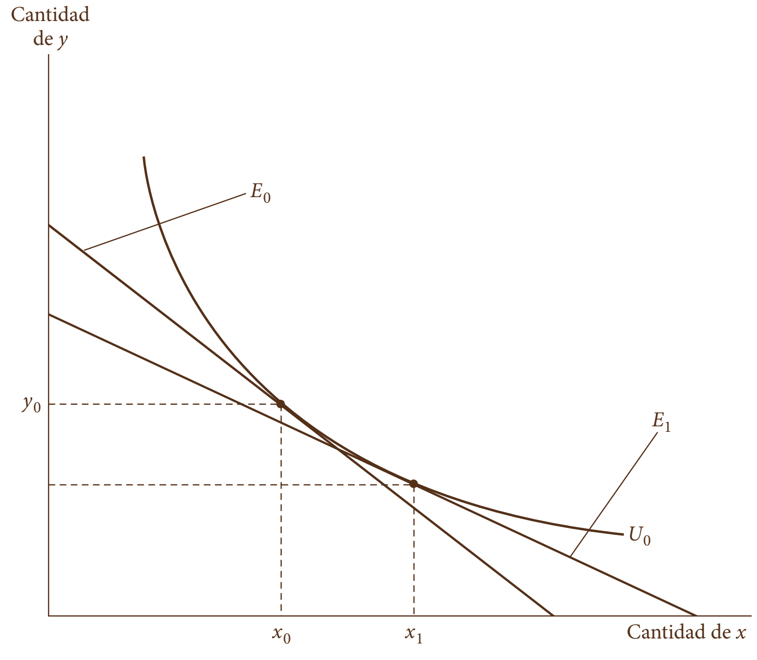
E5.2 Identidad de Roy y sesgo de bienes nuevos

Cuando se introducen bienes nuevos pasa un poco de tiempo antes de ser integrados en el IPC. Por ejemplo, Hausman (1999, 2003) afirma que los teléfonos celulares tardaron más de 15 años en aparecer en el índice. El problema de esta demora es que los índices de canasta básica no reflejarán las ganancias de bienestar que experimentan las personas por el uso de bienes nuevos. Para medir estos costos, Hausman intentó medir un precio "virtual" (p^*) en el que la demanda de, digamos, teléfonos celulares fuera de cero y después argumentó que la introducción de ese bien a su precio de mercado representaba un cambio en el superávit del consumidor, susceptible de ser medido. De ahí que este autor haya enfrentado el problema de cómo pasar de la función de demanda

FIGURA E5.2

Sesgo de sustitución en el IPC.

Inicialmente los gastos están dados por E_0, y la persona compra x_0, y_0. Si p_x/p_y decrece, el nivel de utilidad U_0 puede alcanzarse a menor costo consumiendo x_1, y_1 y gastando E_1. Comprar x_0, y_0 a los nuevos precios costaría más que E_1. Por tanto, mantener constante el paquete de consumo impone un sesgo ascendente a los cálculos tipo IPC.



Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

de Marshall de los teléfonos celulares (la cual estimó econométricamente) a la función de gasto. Para hacerlo usó la identidad de Roy (véase Roy, 1942). Recuérdese que el problema de maximización de la utilidad del consumidor puede representarse con la expresión lagrangiana $\mathscr{L} = U(x, y) + \lambda(I - p_x x - p_y y)$. Si se aplica a esta expresión el teorema de la envolvente, se sabe que

$$\frac{\partial U^*}{\partial p_x} = \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial p_x} = -\lambda x(p_x, p_y, I),$$
$$\frac{\partial U^*}{\partial I} = \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial I} = \lambda. \tag{i}$$

Por tanto, la función de demanda de Marshall está dada por

$$x(p_x, p_y, I) = \frac{-\partial U^*/\partial p_x}{\partial U^*/\partial I}. \tag{ii}$$

Usando estas estimaciones de la función de demanda de Marshall, Hausman integró la ecuación ii para obtener la función de utilidad indirecta implicada y después calculó su inversa, la función de gasto (consúltese la figura E5.1 para ver la lógica de este proceso). Aunque éste es, sin duda, un procedimiento indirecto produjo grandes estimaciones de la ganancia en bienestar del consumidor procedente de los teléfonos celulares, un valor presente en 1999 de más de 100 mil millones de dólares. Entonces las demoras en la inclusión de esos bienes en el IPC pueden resultar en una medida engañosa del bienestar del consumidor.

E5.3 Otras quejas sobre el IPC

Los investigadores han descubierto también otras fallas del IPC en su versión actual. La mayoría de ellas se centra en las consecuencias de usar precios incorrectos para calcular el índice. Por ejemplo, cuando la calidad de un bien aumenta, la gente se halla en mejores condiciones aun cuando esto no aparece en el precio del bien. En las décadas de 1970 y 1980 la confiabilidad de los televisores a color mejoró drásticamente, pero su precio no cambió mucho. Una canasta básica que incluyera "un televisor a color" habría dejado de lado esta fuente de mayor bienestar. De igual modo la inauguración de grandes almacenes como Costco y Home Depot, durante la década de 1990, redujo indudablemente los precios que los consumidores pagaban por diversos bienes. Sin embargo, la inclusión de estos nuevos establecimientos en el esquema muestral del IPC tardó varios años, así que el índice tergiversó lo que la gente pagaba en realidad. La evaluación de la magnitud del error introducido por estos casos en los que se usan precios incorrectos en el IPC también puede hacerse usando los diversos conceptos de demanda de la figura E5.1. Para un resumen de estas investigaciones véase Moulton (1996).

E5.4 Índices de precios exactos

En principio es posible que algunas de las deficiencias de los índices de precios como el IPC se superen con una atención más cuidadosa a la teoría de la demanda. Si se conociera la función de gasto del consumidor representativo, por ejemplo, podría elaborarse un índice "exacto" de los cambios en el poder de compra que tomara en cuenta la sustitución de mercancías. Para ilustrar esto, supongamos que sólo hay dos bienes y que se desea saber cómo ha cambiado el poder de compra entre el periodo 1 y el periodo 2. Si la función de gasto está dada por $E(p_x, p_y, U)$, entonces la razón

$$I_{1,2} = \frac{E(p_x^2, p_y^2, \overline{U})}{E(p_x^1, p_y^1, \overline{U})} \tag{iii}$$

muestra cómo el costo de alcanzar el nivel de utilidad objetivo $\overline{U}$ ha cambiado entre los dos periodos. Si, por ejemplo, $I_{1,2} = 1.04$ se diría que el costo de alcanzar el objetivo de utilidad aumentó 4 por ciento. Desde luego que esta respuesta es únicamente conceptual. Sin conocer la función de utilidad de la persona representativa, ignoraríamos la forma específica de la función de gasto. Pero en algunos casos la ecuación iii puede sugerir cómo proceder en la elaboración del índice. Supongamos, por ejemplo, que las preferencias de la persona típica pudieran representarse con la función de utilidad Cobb-Douglas $U(x, y) = x^\alpha y^{1-\alpha}$. En este caso es fácil demostrar que la función de gasto es una generalización de la que ofrece el ejemplo 4.4: $E(p_x, p_y, U) = p_x^\alpha p_y^{1-\alpha} U/\alpha^\alpha(1-\alpha)^{1-\alpha} = kp_x^\alpha p_y^{1-\alpha} U$. Insertar esta función en la ecuación iii produce

$$I_{1,2} = \frac{k(p_x^2)^\alpha (p_y^2)^{1-\alpha}\overline{U}}{k(p_x^1)^\alpha (p_y^1)^{1-\alpha}\overline{U}} = \frac{(p_x^2)^\alpha (p_y^2)^{1-\alpha}}{(p_x^1)^\alpha (p_y^1)^{1-\alpha}}. \tag{iv}$$

Así, en este caso, el índice de precios exacto es una función relativamente simple de los precios observados. La característica particularmente útil de este ejemplo es que el objetivo de utilidad se elimina en la elaboración del índice del costo de la vida (como ocurrirá siempre que la función de gasto sea homogénea en la utilidad). Nótese también que las porciones de gasto (α y $1 - \alpha$) desempeñan un papel importante en el índice: cuanto mayor sea la porción de un bien, más importantes serán las variaciones de precio de dicho bien en el índice final.

E5.5 Desarrollo de índices de precios exactos

La función de utilidad Cobb-Douglas es, por supuesto, muy simple. Muchas investigaciones recientes sobre los índices de precios se han centrado en tipos más generales de funciones de utilidad y en el descubrimiento de los índices de precios exactos que implican. Por ejemplo, Feenstra y Reinsdorf (2000) señalan que el sistema de demanda casi ideal, descrito en las extensiones del capítulo 4, implica un índice de precios exacto (I) que adopta una forma "Divisia":

$$\ln(I) = \sum_{i=1}^{n} w_i \Delta \ln p_i \tag{v}$$

(aquí w_i son ponderaciones por atribuir al cambio en el logaritmo del precio de cada bien). A menudo, las ponderaciones en la ecuación v se interpretan como las porciones presupuestales de los bienes. Curiosamente, éste es justo el índice de precios implicado por la función de utilidad Cobb-Douglas en la ecuación iv, porque

$$\begin{aligned}\ln(I_{1,2}) &= \alpha \ln p_x^2 + (1-\alpha)\ln p_y^2 \\ &\quad - \alpha \ln p_x^1 - (1-\alpha)\ln p_y^1 \\ &= \alpha\Delta \ln p_x + (1-\alpha)\Delta \ln p_y.\end{aligned} \tag{vi}$$

En aplicaciones reales las ponderaciones cambiarían de un periodo a otro en reflejo de las porciones presupuestales cambiantes. De

Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

igual forma, los cambios a lo largo de varios periodos se "encadenarían" a partir de distintos índices de cambio de precios de un solo periodo.

Cambios en la demanda de alimentos en China

China tiene una de las economías de más rápido crecimiento del mundo: actualmente su PIB *per capita* crece a una tasa de aproximadamente 8 por ciento al año. Los consumidores chinos gastan, asimismo, una gran fracción de su ingreso en alimentos, aproximadamente 38 por ciento del gasto total, según datos recientes. Una implicación del rápido crecimiento del ingreso en China, sin embargo, es que los patrones de consumo de alimentos están cambiando aceleradamente. Las compras de productos básicos como arroz o trigo han reducido su importancia relativa, mientras que las compras de aves, pescado y alimentos procesados aumentan rápidamente. En un artículo de Gould y Villarreal (2006) se estudian en detalle esos patrones, usando el modelo SDCI. Estos autores identifican diversos efectos de sustitución en categorías específicas de alimentos, en respuesta a las variaciones en sus precios relativos. Estos patrones cambiantes implican que un índice fijo de precios de la canasta básica (como el índice de precios al consumidor de Estados Unidos) sería particularmente inadecuado para medir cambios en el costo de la vida en China y que deberían examinarse otros métodos.

Referencias

Aizcorbe, Ana M. y Patrick C. Jackman. "The Commodity Substitution Effect in CPI Data, 1982-91", *Monthly Labor Review* (diciembre de 1993), pp. 25-33.

Feenstra, Robert C. y Marshall B. Reinsdorf. "An Exact Price Index for the Almost Ideal Demand System", *Economics Letters* (febrero de 2000), pp. 159-162.

Gould, Brain W. y Héctor J. Villarreal. "An Assessment of the Current Structure of Food Demand in Urban China", *Agricultural Economics* (enero de 2006), pp. 1-6.

Hausman, Jerry. "Cellular Telephone, New Products, and the CPI", *Journal of Business and Economic Statistics* (abril de 1999), pp. 188-194.

Hausman, Jerry. "Sources of Bias and Solutions to Bias in the Consumer Price Index", *Journal of Economics Perspectives* (invierno de 2003), pp. 23-44.

Moulton, Brent R. "Bias in the Consumer Price Index: What Is the Evidence?", *Journal of Economics Perspectives* (otoño de 1996), pp. 159-177.

Roy, R. *De l'utilité, contribution á la théorie des choix*, Hermann, París, 1942.

Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central, http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.

Copyright © 2015. CENGAGE Learning. All rights reserved.

Nicholson, Walter, and Walter Snyder. Teoría microeconómica: principios básicos y ampliaciones (11a. ed.), CENGAGE Learning, 2015. ProQuest Ebook Central,
http://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliodgbsp/detail.action?docID=3430518.
Created from bibliodgbsp on 2021-03-16 15:29:49.