Messung

Um zu überprüfen, ob unsere hergeleitete Formel korrekt ist, führen wir eine Messung durch. Hierbei messen wir die Schwingperioden T und leiten daraus einen Wert für die Erdbeschleunigung g her.

Messergebnisse Schwingperioden

$T_1 = 1{,}52\,s \quad T_2 = 1{,}46\,s \quad T_3 = 1{,}46\,s \quad T_4 = 1{,}44\,s$

Messergbnis Länge des Pendels

$l = 50\,cm \qquad \Delta l = 1{,}5\,cm = 0{,}015\,m$

Nun ermitteln wir mithilfe von Mittelwert, Standardabweichung und Fehlerfortpflanzung einen Wert für g:

Mittelwert T:

$$\overline{\Delta T} = \frac{1}{4} \cdot (1{,}52\,s + 1{,}46\,s + 1{,}46\,s + 1{,}44\,s) = 1{,}47\,s$$

Standardabweichung σ_T:

verwendete Formel: $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}$

$$\sigma_T \approx 0{,}0346\,s$$

Fehler des Mittelwerts T:

$$\sigma_{\overline{\Delta T}} = 0{,}0173\,s = \frac{\sigma_T}{\sqrt{4}}$$

Berechnung Fehlerintervall

Unsere hergeleitete Formel lautet:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Diese lässt sich umformen zu:

$$g(l,T) = 4\pi^2 \cdot \frac{l}{T^2}$$

Mittels Gauss'scher Fehlerfortpflanzung erhalten wir folgendes Fehlerintervall:

$$\Delta g = \sqrt{\frac{\partial g}{\partial l} \Delta l + \frac{\partial g}{\partial T} \sigma_{\overline{\Delta T}}}$$

$$= \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot \Delta l}{T^2} + \left(- \frac{8\pi^2 \cdot l}{T^3} \cdot \sigma_{\overline{\Delta T}}\right)}$$

Setzen wir für $T = \Delta T$ in Δg ein, so erhalten wir:

$$\Delta g = 0{,}243 \, m/s^2$$

und für g:

$$g = 4\pi^2 \cdot \frac{l}{(\Delta T)^2} \approx 9{,}135 \, m/s^2$$

Wir erhalten somit für g mit Δg:

$$g \pm \Delta g = 9{,}135\, m/s^2 \pm 0{,}243\, m/s^2$$

Wählen wir $\tilde{g}$ als größtmöglichen Wert innerhalb des Fehlerintervalls:

$$\tilde{g} = g + \Delta g$$

Dann ergibt sich folgende prozentuale Abweichung für den tatsächlichen Wert $g_{real} = 9{,}81\, m/s^2$

$$\frac{g_{real} - \tilde{g}}{g_{real}} \approx 0{,}044 = 4{,}4\,\%$$

Ein gutes Ergebnis.