



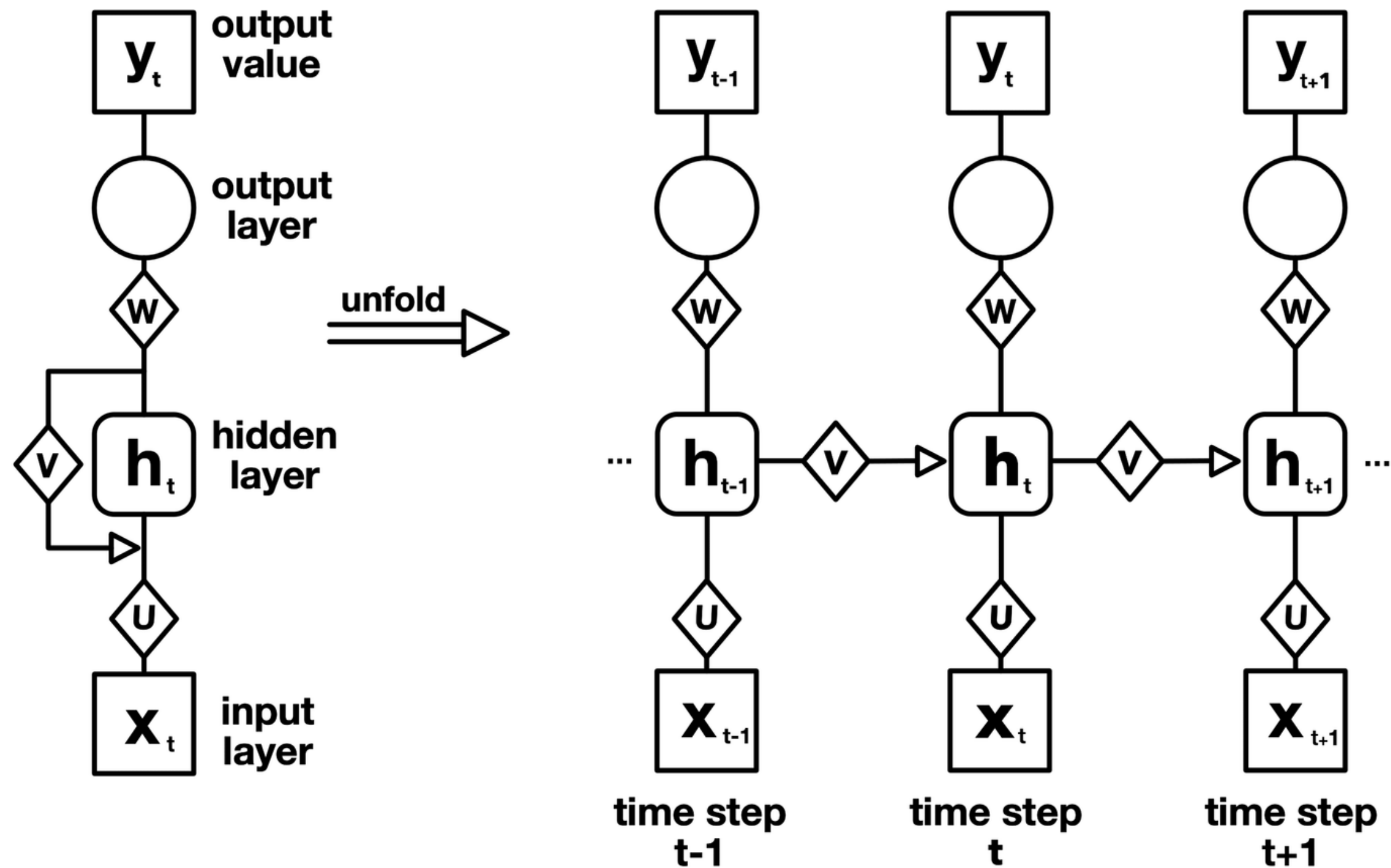
UNIVERSITÀ DI PISA

LEGENDRE RESERVOIR MEMORY UNIT: LRMU

RETI NEURALI RICORRENTI: RNN

$$\mathbf{h}_t = \sigma_h(\mathbf{U}\mathbf{x}_t + \mathbf{V}\mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{b}_h)$$

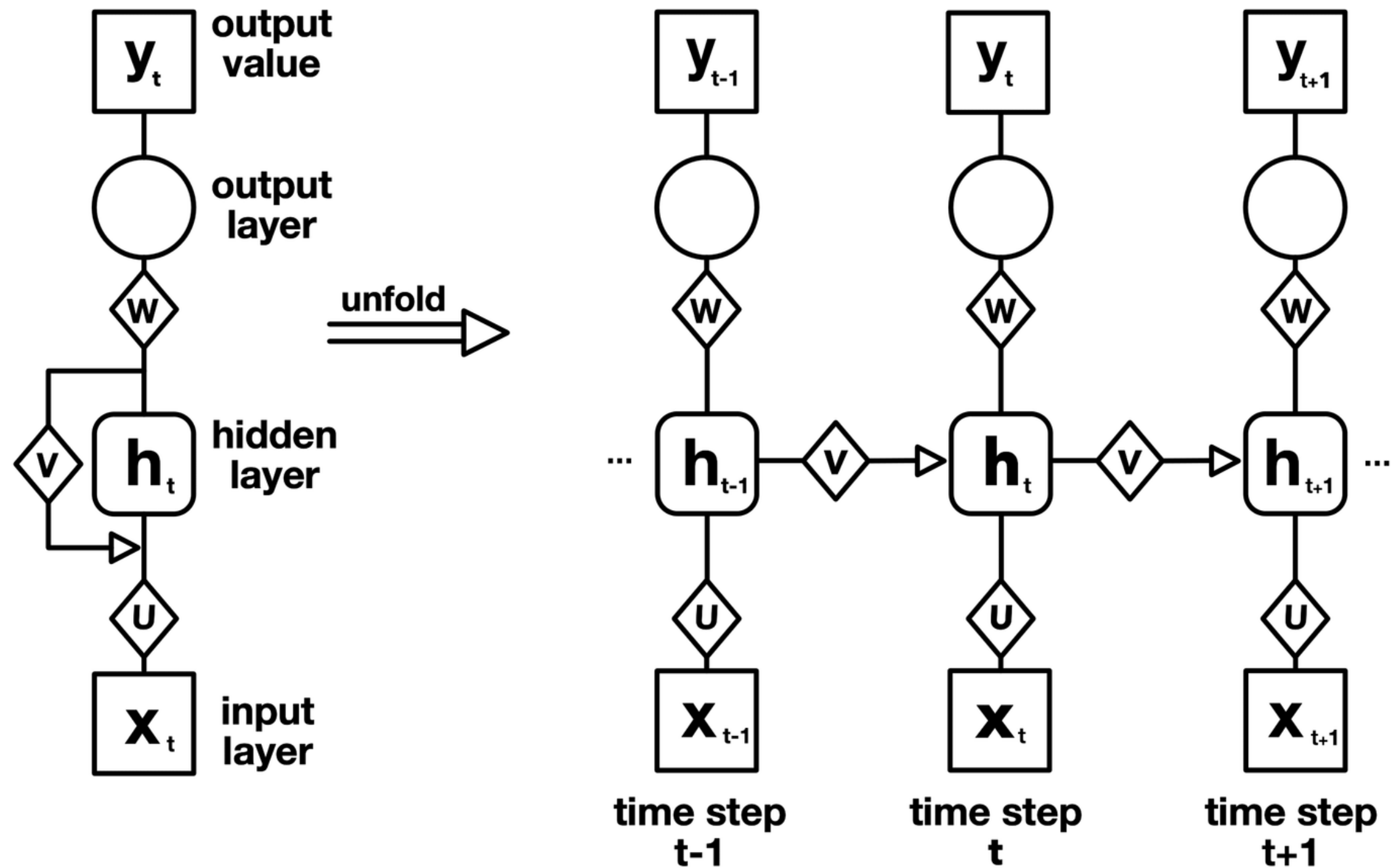
$$\mathbf{y}_t = \sigma_y(\mathbf{W}\mathbf{h}_t + \mathbf{b}_y)$$



PROBLEMATICHE RNN

BASSA VELOCITÀ DI TRAINING

**SCSA CAPACITÀ DI MANTENERE
MEMORIA A LUNGO TERMINE**





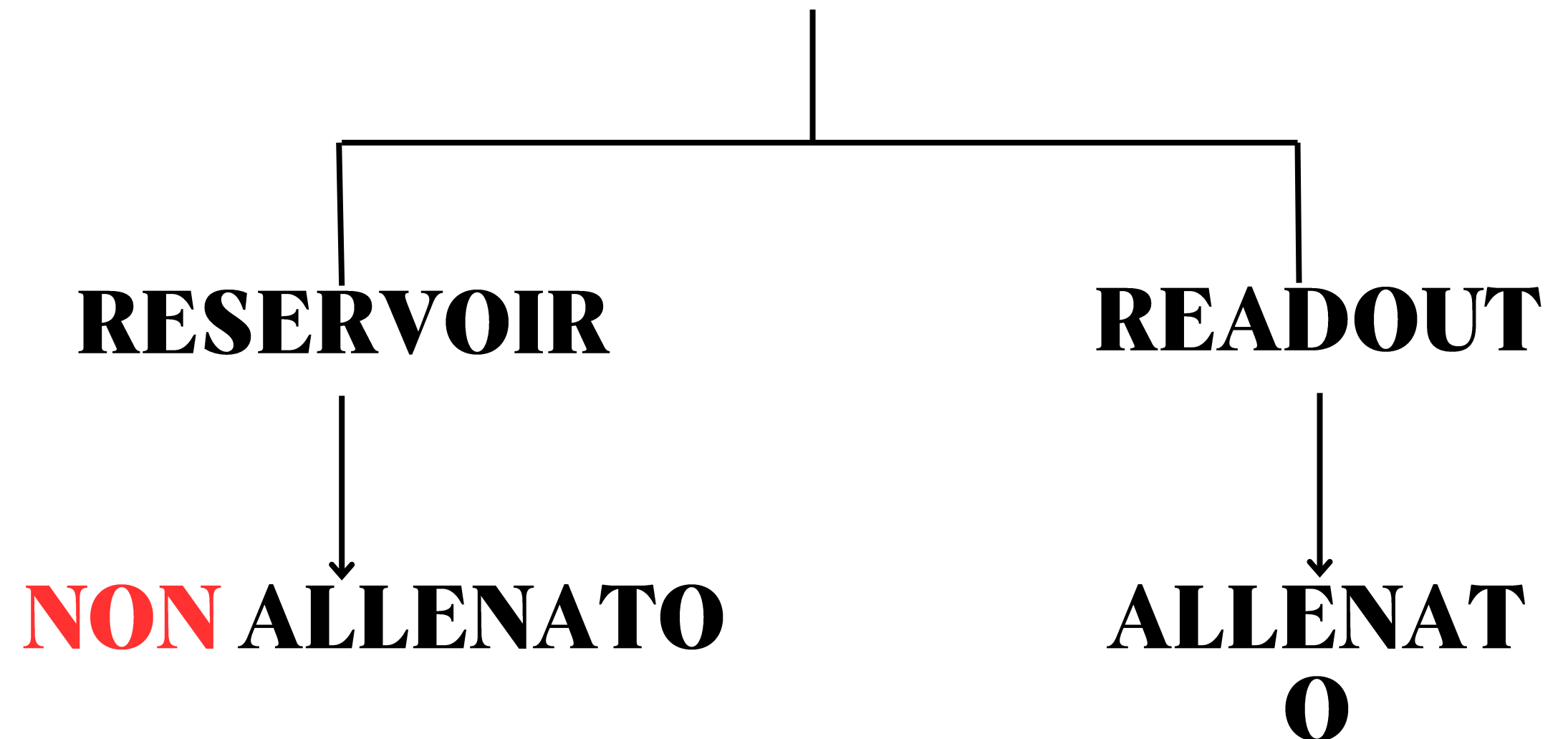
RESERVOIR COMPUTING

**MIGLIORARE LA
VELOCITÀ DI
TRAINING**

METODOLOGIE:

- **ECHO STATE NETWORK**
- **LIQUID STATE MACHINE**
- **BACKPROPAGATION-DECORELATION**

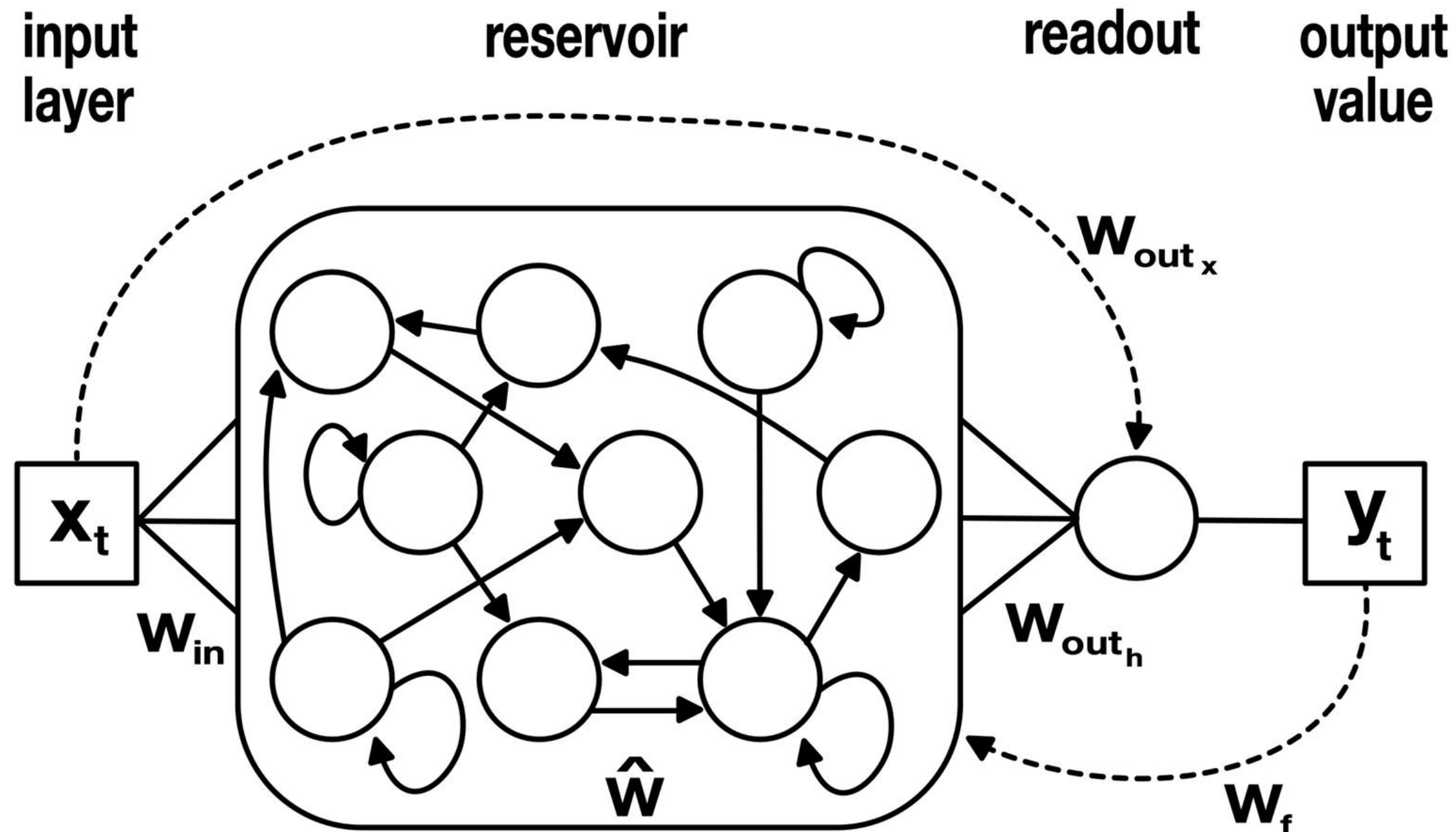
RETI DIVISE IN DUE PARTI



ECHO STATE NETWORK: ESN

**MIGLIORARE LA
VELOCITÀ DI
TRAINING**

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_t &= \mathbf{W}_{in}\mathbf{x}_t + \hat{\mathbf{W}}\mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{W}_f\mathbf{y}_{t-1} \\ \mathbf{h}_t &= \tanh(\mathbf{z}_t w + \mathbf{b})leaky + \mathbf{h}_{t-1}leaky \\ \mathbf{y}_t &= \mathbf{W}_{out_h}\mathbf{h}_t + \mathbf{W}_{out_x}\mathbf{x}_t \end{aligned}$$



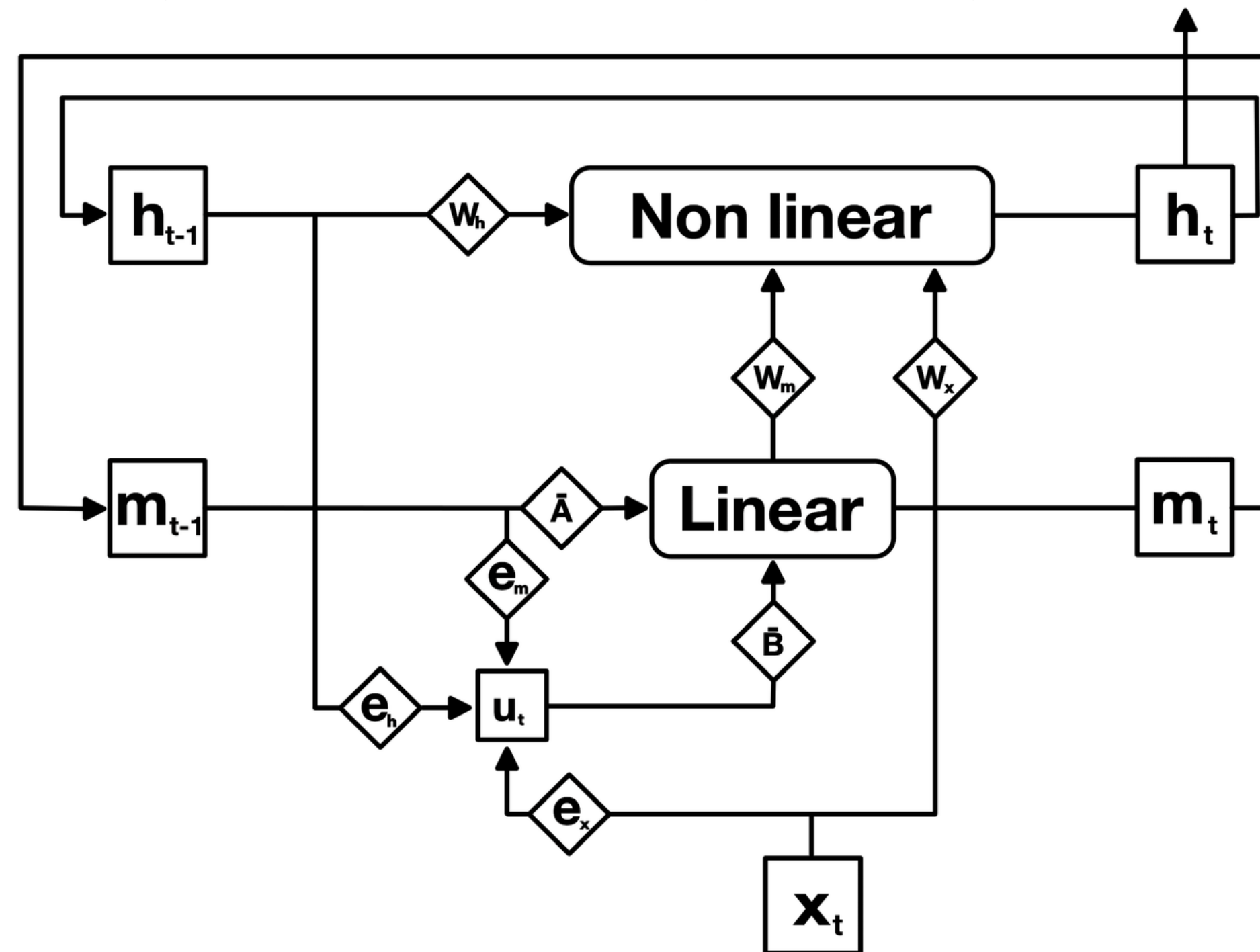
LEGENDRE MEMORY UNIT: LMU

**MIGLIORARE LA
CAPACITÀ DI
MEMORIA**

$$\mathbf{h}_t = \sigma(\mathbf{W}_x \mathbf{x}_t + \mathbf{W}_h \mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{W}_m \mathbf{m}_t)$$

$$\mathbf{u}_t = \mathbf{e}_x^\top \mathbf{x}_t + \mathbf{e}_h^\top \mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{e}_m^\top \mathbf{m}_{t-1}$$

$$\mathbf{m}_t = \bar{\mathbf{A}} \mathbf{m}_{t-1} + \bar{\mathbf{B}} \mathbf{u}_t$$

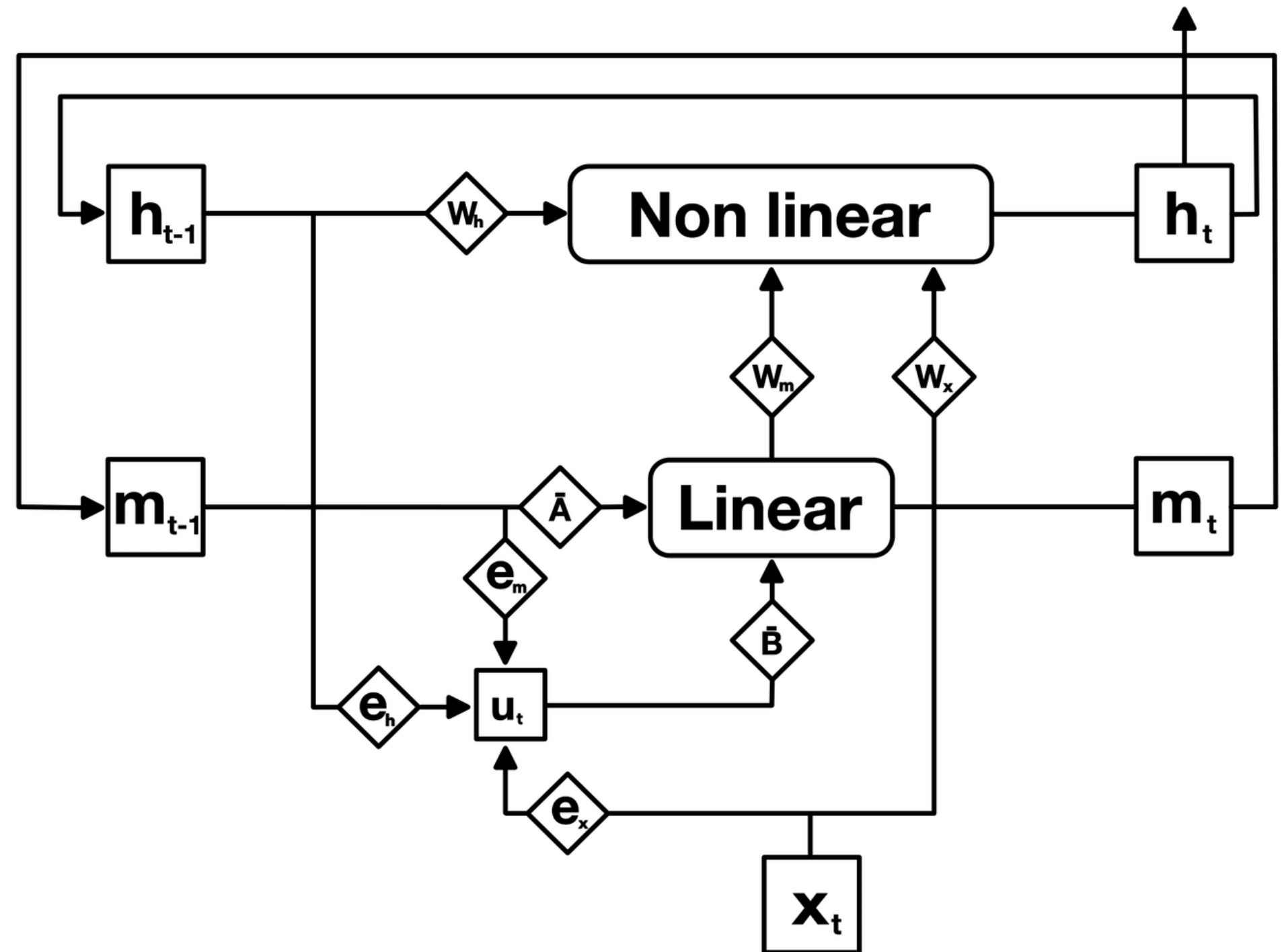


OBIETTIVO

**UNIRE IL MEGLIO
DEI DUE MONDI**

LEGENDRE RESERVOIR MEMORY UNIT: LRMU

- **STESSA ARCHITETTURA DEL LMU**
- **GLI ENCODER NON VENGONO ALLENTI E VENGONO INIZIALIZZATI COME L'INPUT DELLA ESN**
- **OGNI ENCODER HA UN IPER PARAMETRO ASSOCIATO CHE CONTROLLA L' INIZIALIZZAZIONE**





CONFRONTO COMPONENTI ALLENABILI

MODELLO COMPON ENTE	LMU	LRMU	LMU-ESN	LRMU-ESN	LRMU-ESN-R
CELLA NON LINEARE	✓	✓	✗	✗	✗
ENCODER	✓	✗	✓	✗	✗
READ OUT	✓	✓	✓	✓	✓



FEED-FORWARD

**RIDGE
REGRESSION/
CLASSIFIER**

**READ
OUT:**



DATASET DI BENCHMARK

DUE BENCHMARK

PSMNIST

**(CLASSIFICAZIONE DI
SERIE TEMPORALE)**

MACKEY-GLASS

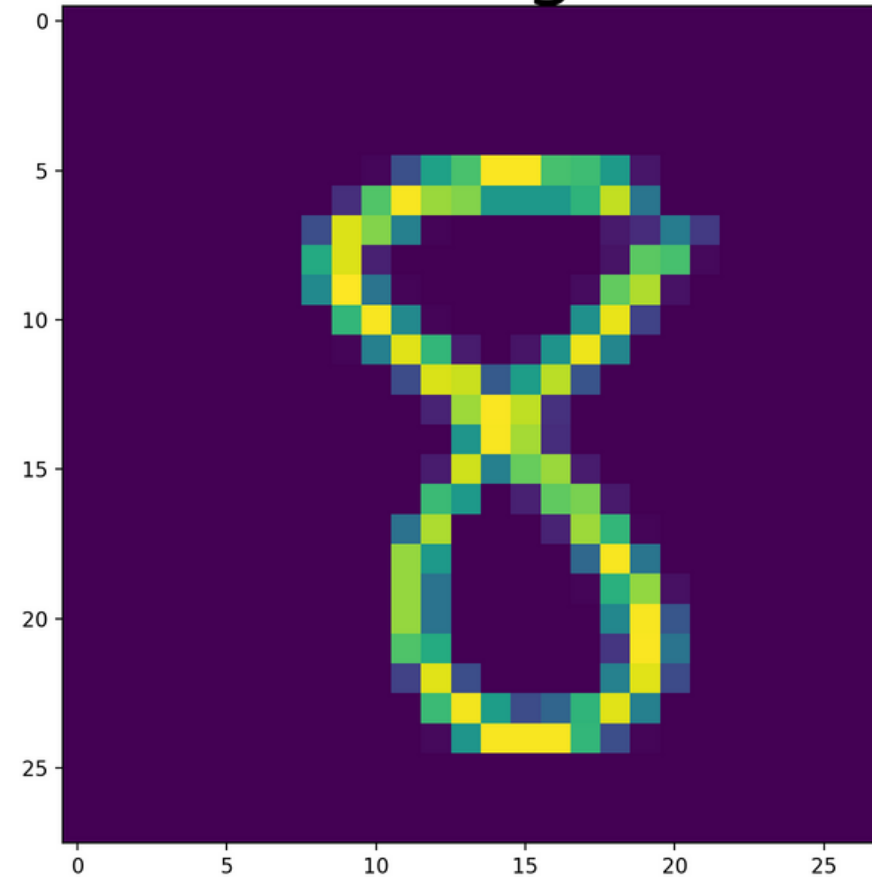
**(PREDIZIONE DI
SERIE
TEMPORALE)**

PSMNIST

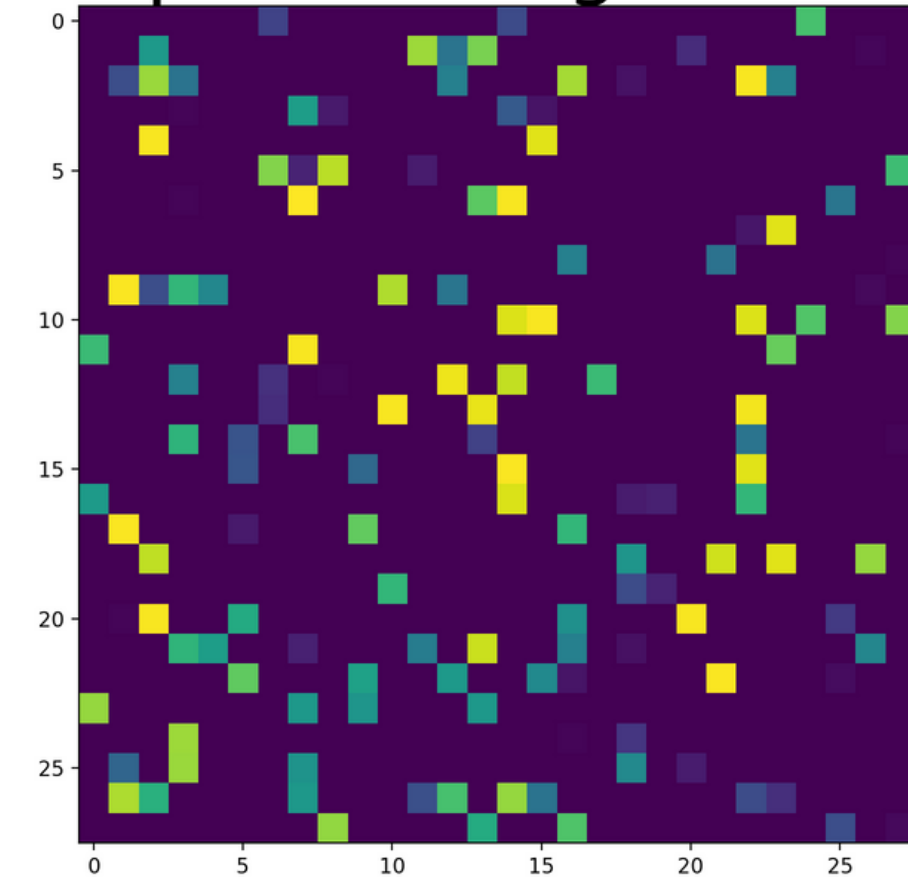
**IMMAGINI DA
28X28
PIXEL**

**SERIE
TEMPORALE
DA 784 PIXEL**

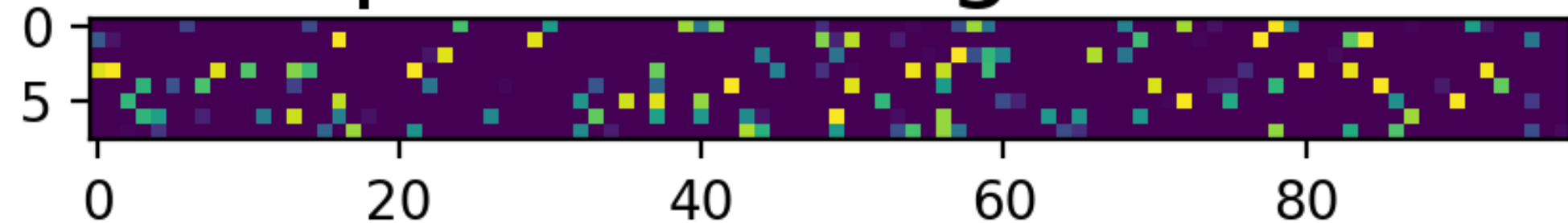
MNIST-Digit = 8



pMNIST-Digit = 8



psMNIST-Digit = 8

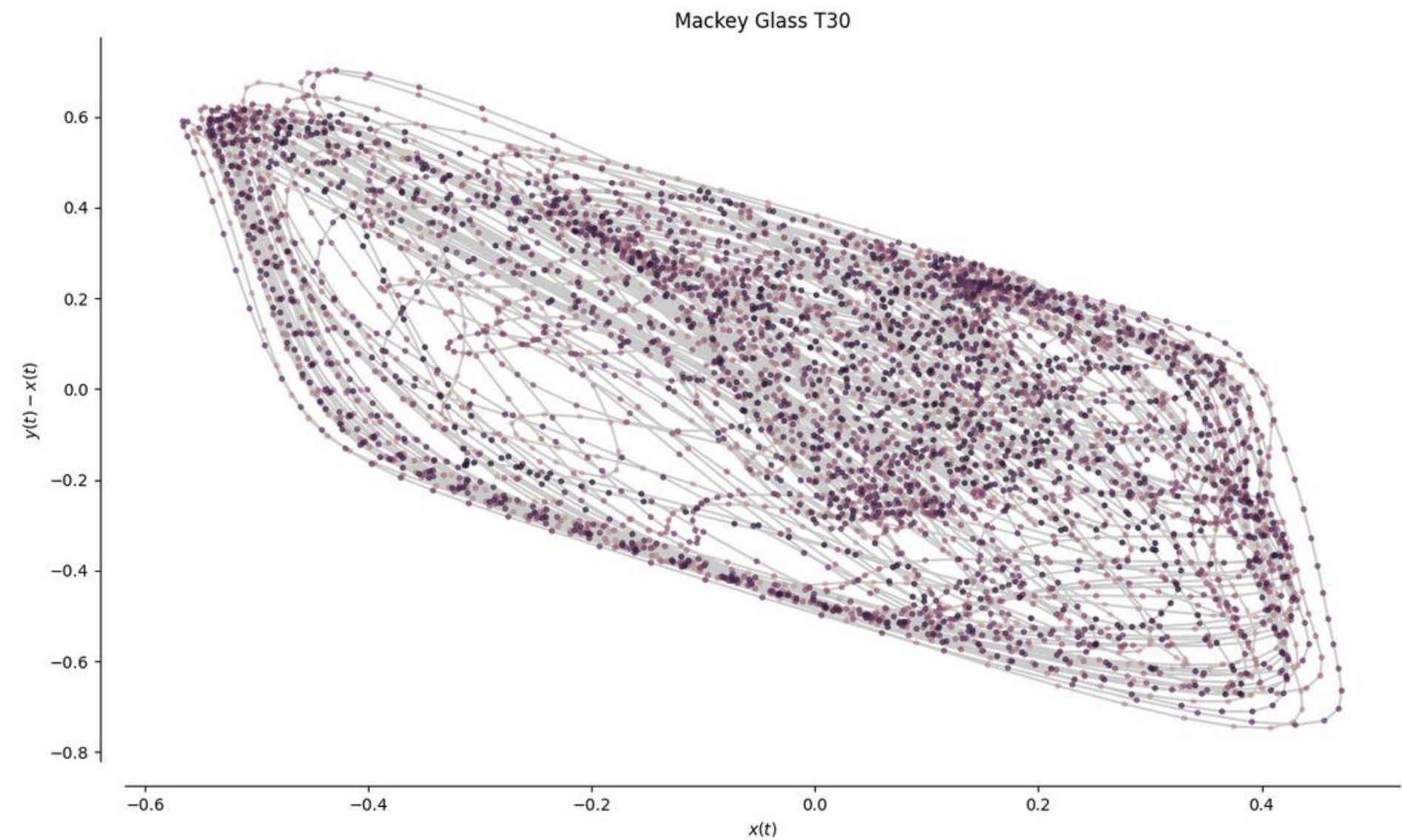
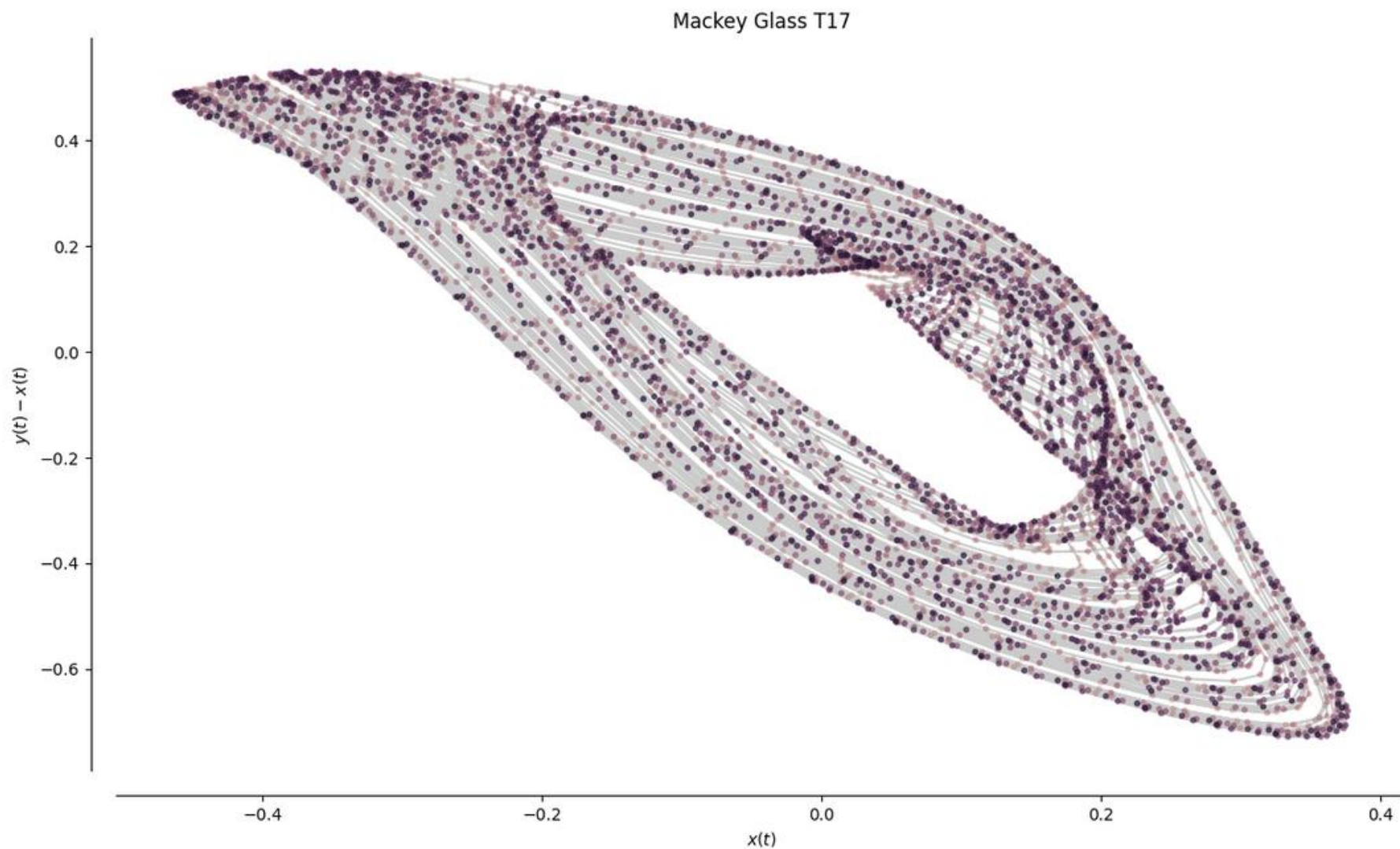


MACKEY–GLASS

$$\frac{df(t)}{dt} = \frac{0.2f(t - \tau)}{1 + f(t - \tau)^{10}} - 0.1f(t)$$

CONDIZIONE INIZIALE:

$$f(0) = 0.1$$





PSMNIST RISULTATI

METRICA UTILIZZATA: ACCURACY

Modello	Validation	Test	Step(ms)
LMU	96.97%	97.15%	94 \pm 2
LRMU	96.85%	96.22%	80 \pm 1
LMU-ESN	91.66%	91.02%	80 \pm 1
LRMU-ESN	90.36%	90.12%	33 \pm 3
LRMU-ESN-R	86.61%	86.66%	— —



MACKEY–GLASS RISULTATI

$\tau = 17$

Modello	Validation	Test	Step(ms)
LMU	0.22284	0.19269	$726_{\pm 25}$
LRMU	0.19957	0.18438	$657_{\pm 20}$
LMU-ESN	0.18919	0.19755	$633_{\pm 22}$
LRMU-ESN	0.19161	0.18414	$389_{\pm 21}$
LRMU-ESN-R	0.16384	0.16438	— —

**METRICA UTILIZZATA:
ERRORE MEDIO
ASSOLUTO**

$\tau = 30$

Modello	Validation	Test	Step(ms)
LMU	0.28175	0.25518	$726_{\pm 25}$
LRMU	0.24399	0.24229	$657_{\pm 20}$
LMU-ESN	0.25691	0.27440	$633_{\pm 22}$
LRMU-ESN	0.24529	0.22015	$389_{\pm 21}$
LRMU-ESN-R	0.20486	0.20637	— —

CONCLUSIONI E SVILUPPI FUTURI

CONCLUSIONI:

- **APPROCCIO NON OTTIMO PER TASK DI CLASSIFICAZIONE DI SERIE TEMPORALI (PSMNIST)**
- **APPROCCIO RISULTATO FRUTTUOSO PER TASK DI PREDIZIONE DI SERIE TEMPORALI (MACKEY-GLASS)**

LAVORI FUTURI:

- **TEST SU ALTRI DATASET**
- **TEST SU ALTRE ARCHITETTURE, AD ESEMPIO APPROCCIO DEEP**



UNIVERSITÀ DI PISA

LEGENDRE RESERVOIR MEMORY UNIT: LRMU