



Instituto Politécnico Nacional
Escuela Superior de Cómputo



Ingeniería en Inteligencia Artificial, Algoritmos Bioinspirados
Sem: 2025-1, 5BM1, Fecha: FECHA

AUTÓMATA CELULAR ELEMENTAL Y LA REGLA 30

Presenta

Angeles López Erick Jesse¹

Disponible en:
GITHUB

Resumen

Palabras clave:

¹eangelesl1700@alumno.ipn.mx

Índice

1. Introducción	3
2. Marco Teórico	5
2.1. Autómata Celular Elemental	5
2.2. Regla 30	6
3. Metodología	8
3.1. Divisores	8
3.2. Histograma	8
3.3. Incremento de los datos	9
Referencias	10

1. Introducción

Los autómatas celulares (AC, de ahora en adelante, por su traducción al inglés: “Cellular Automaton”) fueron concebidos por John Von Neumann en 1948 mientras buscaba diseñar un sistema capaz de auto-replicarse, es decir, un robot con la capacidad de construir otro robot. Las limitaciones físicas lo llevaron a seguir el consejo de Stanislaw Ulam, quien le sugirió diseñar un modelo matemático discreto con esta capacidad de auto-reproducción [1].

Los AC se definen como un conjunto de celdas o células que adquieren diferentes valores según la interacción que se produce entre ellas. Matemáticamente, un AC se describe mediante una 4-tupla:

$$CA = \{L, S, N, f\}$$

Donde:

- **L** : Espacio dimensional. Define la dimensionalidad de una rejilla de células agrupadas. Este espacio es (teóricamente) infinito.
- **S** : Conjunto finito de estados que puede adquirir cada célula dentro del espacio asignado.
- **N** : Define las posiciones relativas de cada célula que formarán parte de la vecindad. El comportamiento de cada célula depende de su vecindad.
- **$f : S^{[N]} \rightarrow S$** : Función de transición. Determina el próximo valor de cada célula en función de los valores de las células vecinas. Esta actualización se realiza de manera simultánea en cada periodo de tiempo discreto.

Estos sistemas han sido usados en el modelado de estaciones de metro [2], comportamiento de plagas en ecosistemas [3], sistemas de mercado financiero [4] o en el análisis de comportamiento de células cancerígenas [5].

Dos de los AC más conocidos son el Juego de la Vida, propuesto por John Conway, y el Autómata Celular Elemental, desarrollado por Stephen Wolfram.

El Juego de la Vida de Conway consiste en un conjunto de células en un espacio bidimensional, un conjunto de estados binarios (vivo y muerto), una vecindad de Moore (las 8 células circundantes) y una función que define la vida o muerte de cada célula con base en la población viva de su vecindad [6].

Por otro lado, el Autómata Celular Elemental es una colección de autómatas que comparten un espacio unidimensional, un conjunto de estados binarios y una vecindad de radio uno (la célula en cuestión y sus dos células vecinas más cercanas). Dichos autómatas se diferencian únicamente en la función de transición, que puede adoptar hasta 256 “reglas” o configuraciones diferentes [7].

Una de estas reglas, conocida y patentada por Wolfram como Regla 30, presenta un comportamiento errático y aparentemente aleatorio. Si se inicia con una única célula viva, esta se expande en ambas direcciones con cada iteración, siendo capaz de llenar todo el espacio. Sin embargo, el comportamiento de la célula inicial no parece seguir un patrón discernible [8]. Además, no parece existir una tendencia de un estado sobre el otro.

Por ello, en este reporte se propone un análisis estadístico sobre el primer millón de generaciones, esto con el objetivo de encontrar un patrón en la frecuencia de aparición de unos y ceros cada cierta segmentación.

2. Marco Teórico

2.1. Autómata Celular Elemental

El autómata celular elemental (ECA, de ahora en adelante, por su traducción al inglés: “Elementary Cellular Automaton”) se caracteriza por su simplificación de los autómatas celulares y su comportamiento divergente.

Sus características principales son:

- Una dimensión: $L = 1$. Es decir, las células están agrupadas en una línea infinita de forma consecutiva.
- Dos estados posibles por célula: $S = \{0, 1\}$.
- Vecindad local: La vecindad de cada célula se define por sí misma y sus dos vecinas más cercanas, también llamado radio 1. La posición relativa está dada por $N = \{-1, 0, 1\}$.
- Funciones de transición: Dado que la vecindad está conformada por tres células y cada célula puede adquirir dos valores, existen $|S|^{|N|} = 2^3 = 8$ combinaciones posibles de vecindad. Además, como cada combinación puede tener dos reglas de producción, es decir, generar un 0 o un 1, existen $|S|^{|S|^{|N|}} = 2^{2^3} = 2^8 = 256$ autómatas celulares diferentes.

A cada combinación de vecindad se le puede asociar un número binario determinado por el valor de cada célula. Dado que existen 8 combinaciones, cada ECA se puede representar mediante un número binario de 8 dígitos, lo que, traducido a base decimal, adquiere un valor (y el nombre del ECA) entre 0 y 255.

En la figura 1, se muestra la configuración de la regla 210, que equivale a $210_{10} = 11010010_2$ en base binaria. Las casillas negras representan los unos, y las blancas, los ceros.

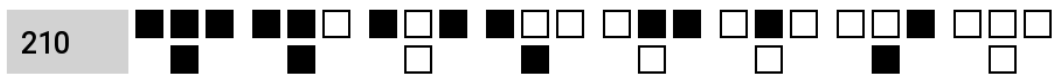


Figura 1: ECA 210

El resultado de dicha regla se muestra en la figura 2. Se utiliza una segunda dimensión para representar el historial de la regla, aunque el comportamiento afecta únicamente la dimensión original.

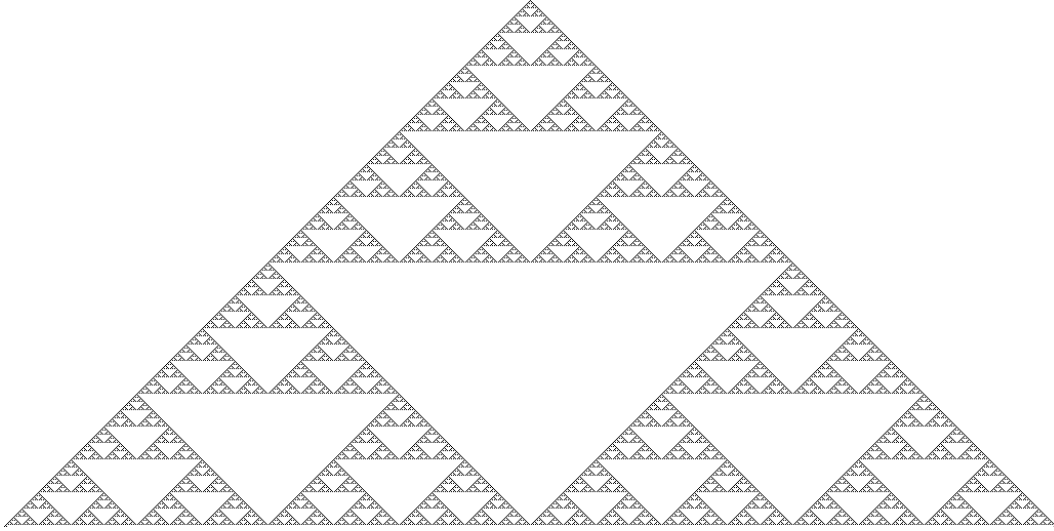


Figura 2: Evolución del ECA 210

2.2. Regla 30

La regla 30 equivale a $30_{10} = 00011110_2$ en binario. Dada una única célula con valor 1, esta se expande en ambas direcciones con cada iteración, como se muestra en las figuras 3 y 4, que ilustran las primeras 23 y 900 generaciones, respectivamente.

Como se observa en la figura 4, existe un pequeño patrón repetitivo que crece de forma diagonal en el lado izquierdo del historial. Sin embargo, en el lado derecho, el comportamiento no parece tener estabilidad ni un patrón discernible. Si almacenamos el historial de los valores de la célula inicial, se obtiene una secuencia pseudoaleatoria.

Hasta el momento no se ha podido predecir directamente si el siguiente estado será 0 o 1, es posible calcularlo realizando todas las generaciones previas.

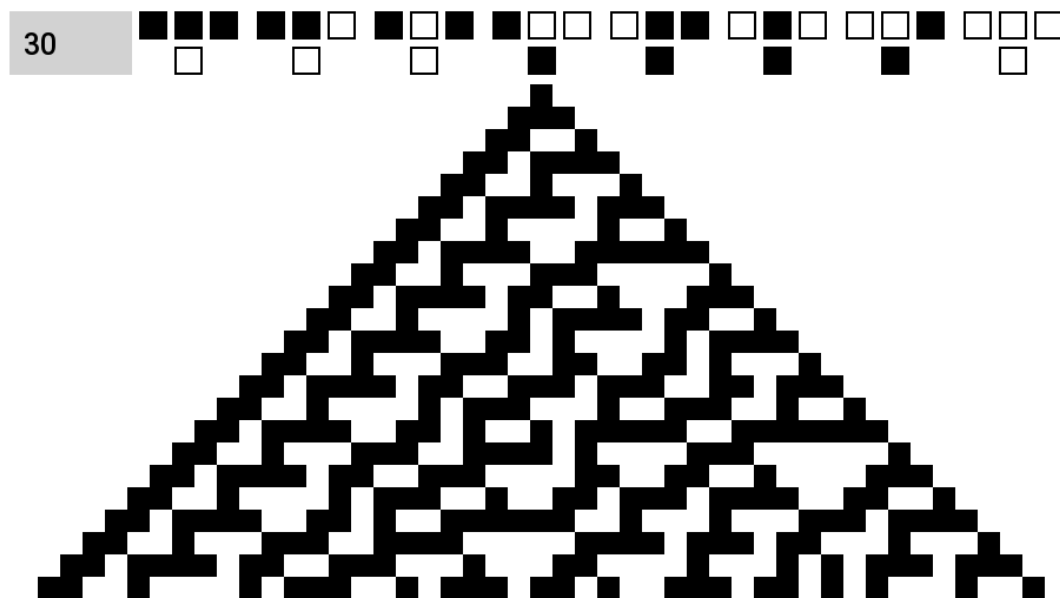


Figura 3: Primeras 23 generaciones de la regla 30

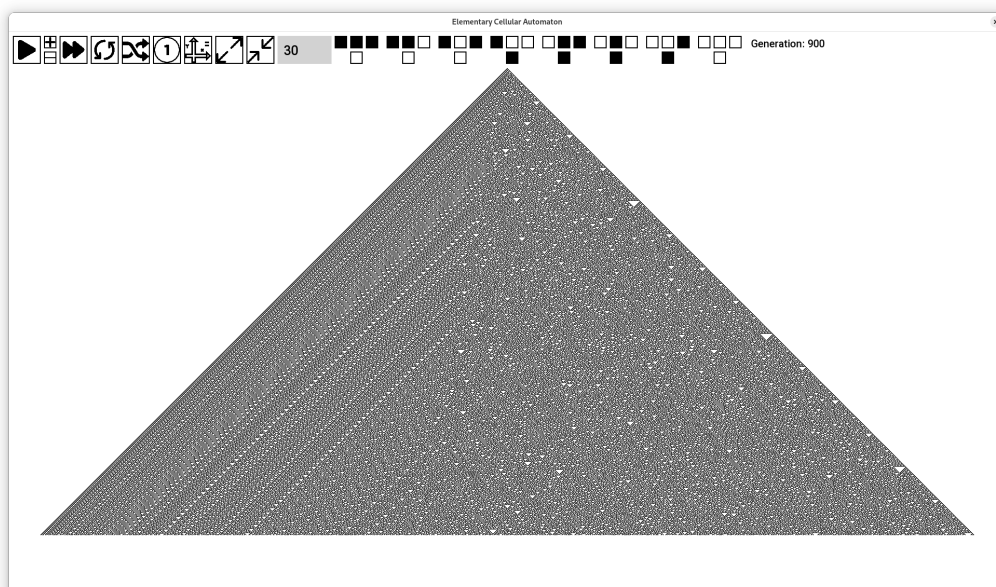


Figura 4: Primeras 900 generaciones de la regla 30

3. Metodología

Mediante la función 1, se generan las primeras t generaciones de la regla 30 del ECA y extrae en formato de lista el historial de la columna principal. Para las pruebas de esta investigación, se extrajo un vector de 5 millones de generaciones.

```
1 CellularAutomaton[30, {{1}, 0}, {t, {{0}}}]
```

Listing 1: Función extractora de la columna principal

Se define un conjunto de divisores. Este se compone de los primeros 100 números y todos los numeros primos menores a la raíz cuadrada del total de generaciones, es decir, todos los primos menores a 2221.

- Se selecciona un *divisor*.
- El vector de la columna principal se particiona en un cierto *divisor*.
- Se cuenta el numero de unos de cada sub-vector.
- Se cuentan las frecuencias de cada conteo.

3.1. Divisores

Se define un conjunto de divisores. Este se compone de los primeros 100 números y todos los primos menores a la raíz cuadrada del total de generaciones, es decir, todos los primos menores a 2221. Esto da un total de 406 divisores.

Se eligió trabajar con números primos por dos razones. La primera, para disminuir el costo computacional. La segunda, por el teorema fundamental de la aritmética, que dice que todo todo numero puede expresarse como el producto de números primos; Esto implica que si existe algún patrón en un numero, dicho patrón debiera existir en sus componentes primarias.

Entre mas grande sea el divisor, menor numero de particiones se pueden obtener, lo que implica menos datos que analizar. Por esto, se decide establecer el limite en la raíz cuadrada del total de generaciones, ya que al menos existen 2221 particiones de ese mismo tamaño.

3.2. Histograma

Se cuentan las frecuencias de las particiones de vector de la columna principal:

1. El vector de la columna principal se particiona en cada *divisor* generado.

2. Se cuenta y almacena el numero de unos existentes en cada partición.
3. Se hace un recuento de las densidades calculadas del paso anterior y se almacenan en un histograma.

3.3. Incremento de los datos

Referencias

- [1] M. G. Magaña Chávez. “Autómatas celulares elementales y sus composiciones”. *Motivos matemáticos / Matemáticas aplicadas*. Accedido el 24 de diciembre de 2024. [En línea]. Disponible: <https://motivos.matem.unam.mx/vol6/num1/aplicadas1.html#:~:text=En%201948,%20el%20clebre%20matemtico,de%20construir%20a%20otro%20robot>
- [2] C. A. Rodríguez Garzón, “Modelamiento de estaciones TransMilenio mediante Autómatas Celulares: lecciones aprendidas”, *Ingeniería*, vol. 19, n.º 2, diciembre de 2014. Accedido el 28 de diciembre de 2024. [En línea]. Disponible: <https://doi.org/10.14483/udistrital.jour.reving.2014.2.a05>
- [3] V. E. Barros Arenas y H. Gilabert P., “Modelación de la dinámica Plaga-Parasitoide-Bosque mediante autómatas celulares”, *Cienc. & Investig. For.*, vol. 14, n.º 2, pp. 311–323, julio de 2008. Accedido el 28 de diciembre de 2024. [En línea]. Disponible: <https://doi.org/10.52904/0718-4646.2008.292>
- [4] J. J. M. Martínez, “Modelo de autómatas celulares para la dinámica de un mercado financiero”, *Económica*, pp. 46–94, diciembre de 2018. Accedido el 28 de diciembre de 2024. [En línea]. Disponible: <https://doi.org/10.24215/18521649e004>
- [5] T. Muñoz Jiménez, A. Torres Soto y M. D. Torres Soto, “Autómatas Celulares Aplicados al Comportamiento de Células de Cáncer Cervicouterino”, *Tecnol. Educ. Rev. CONAIC*, vol. 6, n.º 1, pp. 44–49, enero de 2021. Accedido el 28 de diciembre de 2024. [En línea]. Disponible: <https://doi.org/10.32671/terc.v6i1.48>
- [6] “Conway’s Game of Life - LifeWiki”. *Conway’s Game of Life*. Accedido el 25 de diciembre de 2024. [En línea]. Disponible: https://conwaylife.com/wiki/Conway's_Game_of_Life
- [7] Wolfram Research, Inc. “Elementary Cellular Automaton”. *Wolfram MathWorld*. Accedido el 28 de diciembre de 2024. [En línea]. Disponible: <https://mathworld.wolfram.com/ElementaryCellularAutomaton.html>
- [8] Wolfram Research, Inc. “Rule 30”. *Wolfram MathWorld*. Accedido el 28 de diciembre de 2024. [En línea]. Disponible: <https://mathworld.wolfram.com/Rule30.html>