

ALGORITMISCHE SKITUURENPLANUNG

Vom Bildschirm an den Berg – und zurück



Jesse Born, G21D

Oktober 2024

Maturaarbeit
Eingereicht bei Michael Kappeler
Alte Kantonsschule Aarau

Inhaltsverzeichnis

Abstract

Vorwort

1 Einleitung	1
1.1 Ziel der Arbeit	1
1.2 Bestehende Referenzsysteme	1
1.3 Begriffe und Definitionen	1
2 Grundlagen der Lawinenkunde	2
2.1 Ziel der Lawinenkunde	2
2.2 Lawinentypen	2
2.3 Typische Lawinenprobleme	4
2.4 Lawinenlagebericht (Bulletin) & Gefahrenstufen	4
2.5 Lawinenbildende Faktoren	6
2.6 Schema 3×3	6
2.7 Grafische Reduktionsmethode & relevante Geländefaktoren	7
2.8 Unfalldaten & Begehungungen	7
3 Geoinformatische Grundlagen	8
3.1 Digitale Höhenmodelle	8
3.2 Digitale Landschaftmodelle	8
3.3 GIS	8
3.4 Einführung in die Graphentheorie	9
3.5 Algorithmus von Dijkstra und A*	9
3.6 Naismith'sche Regel	10
3.7 Berechnung topografischer Oberflächenfaktoren	10
4 Methodik	11
4.1 Herunterladen des Höhenmodells	11
4.2 Erstellung von Risikokarten	11
4.3 Parallele Berechnungen	12
4.4 Wasserquerungen und Brücken	12
4.5 QGIS-Plugin LeastCostWalk	13
4.6 Server Deployment mit Docker	14
4.7 3D-Karte im Webbrowser	14
5 Resultat	15
6 Diskussion	16
6.1 Modellevaluation	16
6.2 Einschränkungen des Modells	20
6.3 Mögliche Verbesserungen	20
6.4 Anwendungsbereich	21

7 Methodische Reflexion	22
7.1 Versionsverwaltung, Backup und Archiv mit Git	22
7.2 Verworfene Variante	22
7.3 GIS	22
7.4 Verfassen mit LaTeX	22
7.5 Evaluation	23
7.6 3D-Karte & Web-App	23
8 Fazit & Schlusswort	24
9 Literatur	25
A Abkürzungsverzeichnis	I
B Abbildungsverzeichnis	II
C Codebeispiele	III
C.1 Risikokarte	III
D Formeln zur Berechnung von Oberflächenfaktoren	III
E Evaluationsrouten	IV

Abstract

In der vorliegenden Arbeit wird Umsetzung eines Computerprogramms zur automatisierten Planung von Ski- und Bergtouren erörtert. Zwei Aspekte stehen dabei im Vordergrund: Methodik: Wie können Risikowerte berechnet werden? Technik: Wie kann ein Computer diese Berechnungen effizient ausführen?

Auf Basis des digitalen Höhenmodells (DEM / DHM) SwissAlti^{3D} mit einer Auflösung von 0.5m, der Bodenbedeckungskarte SwissTLM^{3D} sowie von historischen Unfalldaten des WSL-Institut für Schnee- und Lawinenforschung (SLF) wird eine computeroptimierte Reduktionsmethode entwickelt, welche flächendeckend individuelle Gefahrenwerte für einzelne Rasterpunkte innerhalb der Schweiz errechnen kann. Um sinnvolle Risikowerte zu errechnen, wird das Risiko aus historischen Unfalldaten und Begehungshäufigkeiten abgeleitet. Die Berechnung der Risikokarten soll dabei in Echtzeit erfolgen können, um das täglich erscheinende Lawinenbulletin sowie – als Erweiterung des Projekts – im Tagesverlauf wahrgenommene Warnzeichen in die Beurteilung aufzunehmen.

Aus den obigen Datengrundlagen können mittels vom Benutzer eingetragenen Start- und Zielkoordinaten sichere, bzw. risikooptimierte Routen automatisiert geplant werden. Die resultierenden Routen werden mit Literaturtouren aus SAC-legitimierte Tourenführern verglichen und gegenüber diesen bewertet.

Vorwort

Seit einigen Jahren, nicht zuletzt aufgrund der weltweiten Coronapandemie erlebt das Skitourengehen eine neue Hochkonjunktur. Viele Pistenskifahrer stiegen wegen geschlossener Transportanlagen auf Muskelkraft um [1]. So begab auch ich mich mit meinem Vater auf meine erste Skitour – den 1922 Meter hohen Fronalpstock im Herzen des Kantons Schwyz. Eigentlich ist dieser Berg durch eine Sesselbahn in zwei Sektionen mechanisch erschlossen, nicht aber während der Weihnachtsferien 2020. Als ich im August 2021 an der Alten Kanti Aarau mit dem Gymnasium begann und ich mich bereits in den ersten Wochen für eine Themenwoche entscheiden musste, schafften es für mich nur drei Angebote in die engere Auswahl: Die beiden Skilager Flims 1 & 2 – und das Tourenlager Steingletscher, angeboten von Michael Kappeler. So war ich im dann im April 2021 zum ersten Mal in Begleitung eines Bergführers auf Tour im Sustengebiet. Seither lässt mich das Skitourengehen nicht mehr los.

Im Winter der Jahre 2023/2024¹ wurden vom Schweizer Institut für Schnee- und Lawinenforschung SLF 175 Lawinenabgänge mit Sach- oder Personenschaden gemeldet. Insgesamt waren 190 Personen von einer Lawine erfasst worden. [2]

Daher kommt auch die Motivation für diese Arbeit. Um eine risikominimierende Route zu planen, gibt es bereits viele sogenannte Reduktionsmethoden und Entscheidungshilfen, die dazu dienen, eine Ja / Nein-Entscheidung zu treffen, ob eine gewünschte Route möglich oder unmöglich ist [3][4]. Hier besteht oft eine gewisse Interpretationsfreiheit. Computer besitzen keine Arroganz, sie sind emotional nicht an eine Lieblingstour oder ein Gipfelerlebnis gebunden. Sie führen nur genau diese Berechnungen durch, mit denen sie beauftragt wurden – genau diese Qualität ist hier verlangt: stures, objektives Abarbeiten des Geländes auf der Suche nach Schlüsselstellen oder übermäßig gewagten Routenführungen [4]. Kann ein Computer also, ohne je das Konzept eines Gipfels zu verstehen, eine Reduktionsmethode durchführen und eine sinnvolle Route planen? Uns vom Bildschirm lösen, uns aus dem Wohnzimmer auf eine sichere Tour schicken? Auf der Suche nach einer variantenreichen Abfahrt das Risiko minimieren, in einer Statistik des SLF zu enden?

Einen grossen Dank an Christophe Seiler für die Zahlreichen germanistischen Inputs. Ebenfalls an Eliane Häfliger für die treue Begleitung auf Skitour, im Alltag und nicht zuletzt bei der Korrektur dieser Arbeit. Ein Dank auch an Michael Kappeler für die Betreuung dieser Arbeit und der Touren, die wir zusammen unternommen haben.

¹1. Oktober 2023 – 26. März 2024

1 Einleitung

1.1 Ziel der Arbeit

In erster Linie soll ein Computerprogramm entwickelt werden, welches aufgrund eines Höhenmodells eine möglichst defensive (risikominimierende) Aufstiegsroute plant. Als Erweiterung wird dieses Modell mit einer ansprechenden 3D-Karte als Hintergrundebene in einer öffentlich zugänglichen Web-App zur Verfügung gestellt. Die vom Modell produzierten Touren werden mit Literaturrouten aus dem Tourenportal des SAC bzw. aus diversen dort gesammelten Tourenführern verglichen und auf ihre Begehbarkeit kritisch überprüft.

1.2 Bestehende Referenzsysteme

Mit dem Algorithmus von Andreas Eisenhut besteht seit 2013 eine mehr oder weniger fertig implementierte Lösung um Skitouren im Gelände automatisch zu planen [5]. Trotz der starken Abhängigkeit von kostenpflichtigen Werkzeugen stellt diese Arbeit eine Pionierleistung in diesem Gebiet dar und wurde ebenfalls durch die Plattform Skitourenguru aufgegriffen. Hier ist es jedoch nutzerseitig nicht möglich, eine Navigation von einem Start- zu einem Zielpunkt durchzuführen. Zum Verfassungszeitpunkt dieser Arbeit kann die öffentlich zugängliche Version des Tools nur verwendet werden, um bestehende GPS-Tracks und von Hand gezeichnete Routen idealer zu legen. Die Thesis von A. Eisenhut wurde während des Implementationsprozesses dieser Arbeit nicht referenziert, erst während des Verfassens der finalen Arbeit.

1.3 Begriffe und Definitionen

Diverse Akronyme werden im Anhang/Abkürzungsverzeichnis definiert. Es empfiehlt sich, diesen Abschnitt im Voraus zu konsultieren. Weitere Begriffserklärungen sind in den Fusszeilen zu finden.

2 Grundlagen der Lawinenkunde

2.1 Ziel der Lawinenkunde

Konkret steht eine Entscheidung im Vordergrund: «GO / NO-GO». Ist mit den aktuell vorherrschenden Wetterbedingungen eine Tour mit akzeptierbarem Restrisiko möglich? Welche Vorsichtsmassnahmen müssen dazu getroffen werden? Gibt es Schlüsselstellen, welche nicht durchquert werden dürfen? In der modernen Lawinenkunde wird der Fokus vor allem auf die Praxis gelegt. «Wie kann das bestehende Risiko eingeschätzt werden?» Während früher vor allem ein Fokus auf Bergungsmethoden gelegt wurde, wird heute vermehrt präventiv gearbeitet. [4]

Ein Literaturklassiker im Bereich der Lawinenkunde ist beispielsweise Werner Munters *3x3 Lawinen*, in welchem erstmals nebst dem Gelände und den Verhältnissen auch der Faktor «Mensch» betrachtet wurde [6]. In dieser Arbeit wird der Schwerpunkt auf den Faktor «Gelände» gelegt.

2.2 Lawinentypen

Lawinen lassen sich klassifizieren anhand ihrer Auslösemechanismen, des Materials, welches sie transportieren, und der spezifischen Bedingungen, unter denen sie entstehen. Die wichtigsten Lawinentypen – Schneebrettlawinen, Lockerschneelawinen, Gleitschneelawinen (und Staublawinen) – unterscheiden sich in ihrer Entstehung, Dynamik und den daraus resultierenden Gefahren [4]. Eine genaue Kenntnis dieser Unterschiede ist für die Lawinenkunde und das alpine Risikomanagement notwendig. In Abb. 1 sind die wichtigsten Lawinentypen grafisch dargestellt (+ 4. Staublawinen, welche vermehrt im Himalaya auftreten) [7].

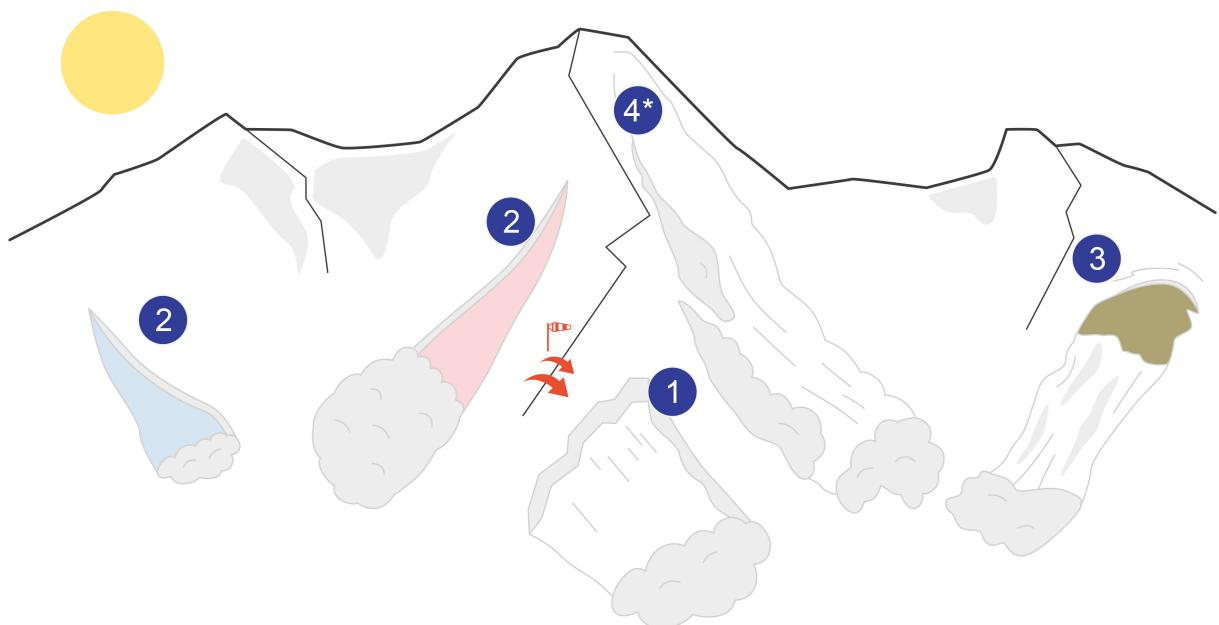


Abb. 1: Wichtigsten Lawinentypen [7]

1. Schneebrettlawinen [4][8][9][7]:

- Fordern 90% der Lawinenopfer
- 98% aller Lawinentoten sterben in Schneebrettlawinen
- Abriss entlang einer Kante, Schnee gleitet als ganzer Block, als «Brett» ab
- Brett gleitet auf einer darunterliegenden Schwachschicht in der Schneedecke ab
- Kann aufgrund von Mehrbelastung durch Wintersportler oder spontan abgehen
- Auslösender Athlet steht oft mitten im Schneebrett
- Verschüttungsgefahr: gross – Mitreiss- & Absturzgefahr: gross
- Gefahr ab einer Hangneigung von 30°

2. Lockerschneelawinen [4][8][9]:

- Punktformiger Auslösepunkt
- Reisst immer mehr Schnee mit; kegelförmiger Abgang, der nach unten breiter wird
- Verschüttungsgefahr: klein – Mitreiss- & Absturzgefahr: gross
- Im Auslösepunkt ist meistens eine hohe Steigung von 40° notwendig

3. Gleitschneelawinen [4][8][9]:

- Linienförmige Abrisskante
- Die gesamte Schneedecke gleitet ab
- Geringe Bedeutung für Wintersportler — gehen oft spontan ab und gefährden vor allem Infrastruktur (Abgleiten erfolgt über mehrere Stunden oder Tage hinweg, zeigt sich gut durch sog. «Fischmäuler»)

Für unsere Zwecke interessieren uns an erster Stelle **Schneebrettlawinen** und an zweiter **Lockerschneelawinen**, da diese Lawinentypen abseits der Schweizer Pisten für die meisten Unfälle mit Personenschäden verantwortlich sind [4]. In 95 % aller Unfälle lösen Schneesportler dabei ihre Unglückslawine selbst aus [7]. Aus diesem Grund wird im weiteren Verlauf dieser Arbeit einer möglichen Fernauslösung keine weitere Beachtung geschenkt. Damit wird vor allem verhindert, das flächendeckend auf Basis von zu langen oder falsch eingeschätzten Ablagerungsbereichen ein zu hohes Risiko vorhergesagt wird [10].

2.3 Typische Lawinenprobleme

In der Lawinenkunde werden bestimmte Lawinenprobleme definiert, um die komplexen Zusammenhänge einfacher verständlich zu machen und die Risikoanalyse zu erleichtern. Diese typischen Lawinenprobleme umfassen verschiedene Szenarien, die besonders häufig auftreten und die Lawinengefahr massgeblich beeinflussen. Ein tiefes Verständnis dieser Probleme ist vonnöten, um im gefährdetem Gelände sicher unterwegs zu sein und präzise Entscheidungen in Bezug auf Lawinensicherheit zu treffen. Es werden vier Lawinenprobleme unterschieden:

1. Neuschneeproblem [4][11]:

- Frischer Neuschnee, welcher sich schlecht mit den darunterliegenden Schneeschichten verbunden hat
- Produziert ab der kritischen Neuschneemenge (je nach Bedingungen zwischen 10 cm und 50 cm) mindestens die Warnstufe «3 - Erheblich» im Lawinenlagebericht (LLB)
- Setzt sich innerhalb von zwei bis drei Tagen

2. Triebsschneeproblem [4][11]:

- Wind trägt Neuschnee in Windschattenlagen
- Triebsschnee verbindet sich leicht mit sich selbst, jedoch nicht mit darunterliegenden Schichten; ideale Voraussetzungen für ein Schneebrett
- Gefahr durch Schneeverfrachtungen (z.B. Wechten)
- Setzt sich innert zwei bis drei Tagen

3. Nassschneeproblem [4][11]:

- Die Schneedecke wird durch eindringendes Wasser geschwächt
- Die erste Durchfeuchtung führt zu der bedeutendsten Schwächung
- Gefahr nach andauernden Regenperioden im Winter
- Typische Frühlingslawinen, steigende Gefahr im Verlauf des Tages mit steigender Temperatur
- Lange anhaltende Gefahr

4. Altschneeproblem [4][11]:

- z.B. eingeschneite Harschschichten schwächen die Schneedecke erheblich
- Dauert Wochen bis Monate an

Es ist möglich, dass mehrere Lawinenprobleme kombiniert auftreten. Im Lawinenlagebericht (LLB) sind jeweils alle zu erwartenden Lawinenprobleme mit einer eigenen Gefahrenstufe aufgeführt. [12]

2.4 Lawinenlagebericht (Bulletin) & Gefahrenstufen

Im Lawinenbulletin/Lawinenlagebericht (LLB), werden die momentan am Berg zu erwartenden Lawinenprobleme (siehe 2.3) zusammengefasst und mit diversen zusätzlichen Daten ergänzt [13].

Abb. 2 zeigt ein Beispiel eines LLB Bulletins, wie dieses während des Winters täglich erscheint.

In der europäischen Lawinengefahrenskala werden fünf Warnstufen unterschieden, von «1 - gering» bis «5 - sehr gross» [4][13]. Rund 50% der Unfälle geschehen dabei bei Stufe «3 - mässig». [11]

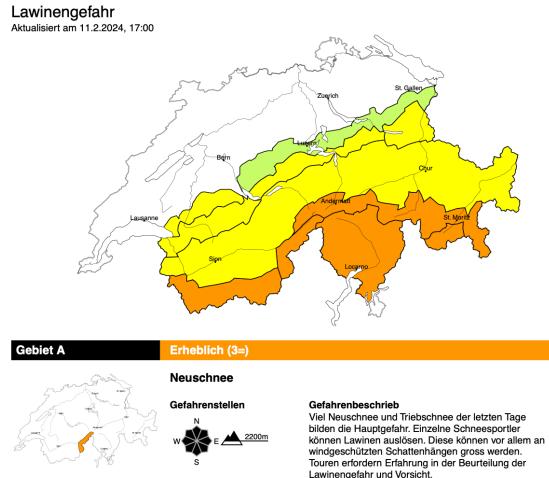


Abb. 2: Bulletin vom 12.2.24 [14]

Die Skala ist kontinuierlich, jedoch nicht linear. Dies bedeutet konkret: Im Durchschnitt ist das Risiko bei «mässig» fünfmal grösser als bei «gering», und bei «erheblich» dreimal grösser als bei «mässig» [8] (siehe Abb. 3).

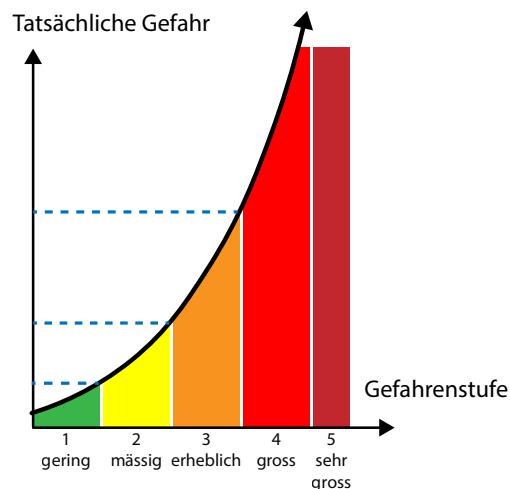


Abb. 3: Die 5 europäischen Lawinengefahrstufen in einem Graph

Um die Einteilung dieser fünf Kategorien weiter zu verfeinern, wurden in der Schweiz zusätzlich Teilabstufen mittels +, – und = eingeführt (So lautet die Warnstufe im Bericht nun z.B. 3+, wenn die tatsächliche Gefahr bereits nahe an einer 4 bzw. 4– liegt). [8] Unterschiedliche Interpretationen der standartisierten europäischen Skala sorgen leider dafür, dass Differenzen zwischen schweizerischen und ausländischen Vorhersagen bestehen. Dies stellt besonders in Grenzregionen ein Problem dar. Nachfolgend wird dies jedoch nicht weiter thematisiert.

2.5 Lawinenbildende Faktoren

Lawinen sind das Resultat eines unglücklichen Zusammenspiels dreier wesentlicher Faktoren: **Verhältnisse** (Wetterlage und Zustand der Schneedecke), **Gelände** (Neigung, Exposition, Höhe) und **Mensch** (95% aller Lawinen mit Personenschäden wurden durch Menschen ausgelöst) [7].

Weder die Verhältnisse noch das Gelände lassen sich direkt von Wintersportlern beeinflussen. Nur durch die Wahl eines anderen Datums (nur in Ausnahmefällen sinnvoll, z.B. bei einer Expedition), oder durch eine geschickte Spuranlage lassen sich diese Faktoren mildern. Ist beides keine Option, muss eine alternative Tour ausgewählt werden. Den bei weitem grössten Einfluss hat die maximale Hangneigung – daher konzentrieren sich die meisten gängigen Reduktionsmethoden wie die Grafische Reduktionsmethode (GRM) und der Avulator² vor allem darauf [15][4].

2.6 Schema 3 × 3

Der Goldstandard der heutigen Tourenplanung ist Werner Munters 3 × 3-Schema. Dabei werden in drei «Zoom»-Stufen drei Faktoren ausgewertet:

	Verhältnisse	Gelände	Mensch
Regional	1. Lawinenlagebericht 2. Wetterprognose 3. Auskünfte von Einheimischen/ Hüttenwart	1. Karte 1 : 25000 2. Tourenführer 3. Eigene Geländekennisse	1. Wer ist dabei? 2. Ausbildung 3. Material 4. Mentale und physische Kondition?
Lokal	1. Sicht? 2. Bewölkung, Wind, Niederschlag, Temperatur? 3. Schneeverfrachtungen, Neuschneemenge 4. Stimmt der LLB?	1. Stimmt meine Vorstellung (Steilheit, Exposition)? 2. Spuren anderer Gruppen	1. Ausrüstungskontrolle (Gruppencheck LVS, Harscheisen dabei?) 2. Andere Gruppen unterwegs?
Zonal	1. Neuschneemenge 2. Triebsschnee 3. Mögliche Abrisszonen 4. Sonneneinstrahlung	1. Wer / was ist über/unter der Gruppe? 2. Steilste Stelle? 3. Exposition, 4. Typisches Lawinengelände 5. Hangform 6. Höhe 7. Oft befahren?	1. Können und Kondition 2. Vorsichtsmassnahmen 3. Sichere Sammelstellen

Tabelle 1: Das Schema 3×3 [6]

²Gängiger Entscheidungsrahmen in Kanada

2.7 Grafische Reduktionsmethode & relevante Geländefaktoren

Die momentan am meisten verwendete Reduktionsmethode ist die sogenannte grafische Reduktionsmethode. Bei dieser wird – je nach prognostizierter Ausprägung eines Lawinenproblems – nur die lokale Hangneigung zur Entscheidungsfindung eingesetzt [8]. In der Planungsphase wird die Hangneigung aus einer 1 : 25000er-Karte mittels Neigungsmesser herausgelesen. Dies liefert jedoch nur die durchschnittliche Neigung des Geländes zwischen den Höhenlinien – einen möglichen steileren Hangabschnitt sieht man also nicht. Unterwegs kann entweder mittels Smartphone, Skistöcken oder Pendel die Hangneigung ermittelt werden. Es kann nun in der Grafik (siehe Abb. 4) herausgelesen werden, ob das zu überprüfende Gelände problemlos, nur mit Vorsichtsmassnahmen wie Entlastungsabständen oder gar nicht betreten werden darf.

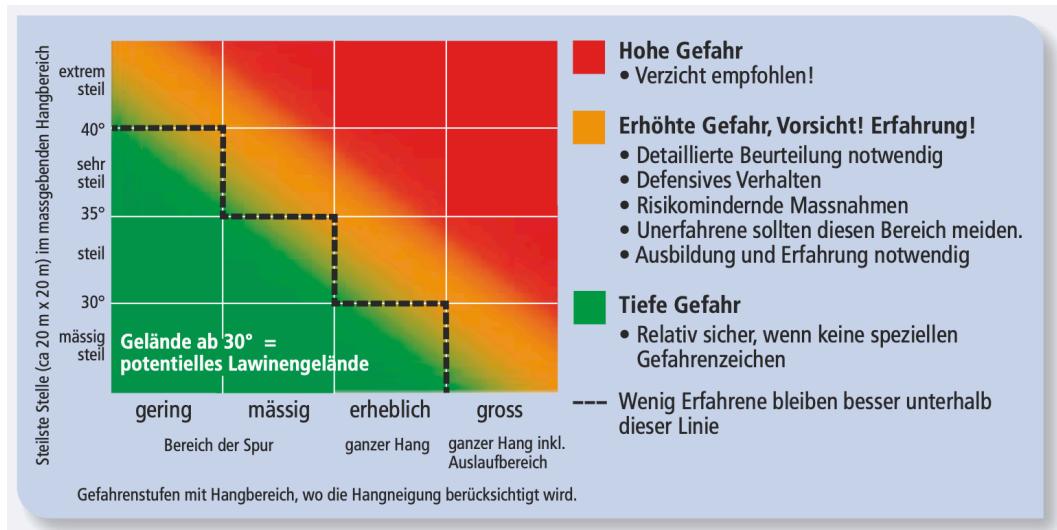


Abb. 4: GRM-Karte [11]

Der starke Fokus auf die Hangneigung ist ein häufiger Kritikpunkt an der grafischen Reduktionsmethode. Deshalb wird diese oft zusammen mit sogenannten «Mustern» gelehrt. Diese beschreiben bestimmte Warnzeichen und wie diese das Risiko beeinflussen [11]. Dabei wird beispielsweise auf «Fischmäuler» geachtet, welche ein Gleitschneeproblem im Hang anzeigen [4]. Letztendlich bleibt die GRM jedoch, wie der Name verrät, eine Reduktionsmethode – es werden selektiv die in die Auswertung einfließenden Parameter reduziert.

2.8 Unfalldaten & Begehungen

Hänge, deren steilste Stelle mindestens 30° geneigt ist gelten als lawinengefährdet. Etwa 19° geneigtes Gelände wird am häufigsten begangen, bis 40° steigt das Lawinenrisiko enorm an und bleibt danach hoch. Auf eine eigene Auswertung von Unfalldaten wird in dieser Arbeit verzichtet, hier hat der Schweizer Alpen-Club (SAC) zusammen mit der Skitourenguru GmbH bereits wertvolle Vorarbeit geleistet. So konnten die berechneten Risikoverteilungen direkt übernommen werden. [16]

3 Geoinformatische Grundlagen

3.1 Digitale Höhenmodelle

In den 1960er Jahren verlangte der Schweizer Generalstab vom heutigen Bundesamt für Landestopografie zu prüfen, ob tief fliegende feindliche Kampfflugzeuge unbemerkt in den Schweizer Luftraum eindringen könnten. Um die für dieses Vorhaben nötigen Berechnungen erstmals an einem Grossrechner ausführen zu können, mussten die topografischen Höhen aus der Landeskarte 1 : 25000 auf Lochkarten transferiert werden. Mit einer Auflösung von 250 m wurden die Höhenlinien der analogen Kartenprodukte so in mühseliger Handarbeit zwischen 1966 – 1968 erstmals digital nutzbar gemacht. Das so erstellte digitale Höhenmodell (DEM / DHM) «RIMINI» wurde bis in die 1970er Jahre genutzt. [17]

Rufe nach einem engmaschigeren Modell brachten schliesslich unter anderem das «DHM25» hervor, welches Daten in einer Auflösung von bereits 25 m mitbrachte. [17]

Um die Jahrtausendwende erfolgte dank schnelleren Rechenkernen und günstigerem Datenspeicher eine Umkehrung des Prozesses. Neu werden die analogen Landeskarten auf Grund eines DEM erstellt. Moderne DEMs erreichen dabei eine Auflösung bis zu 0.5 m bei einer Genauigkeit von 0.5 – 3 m und werden direkt aus Lasermessungen oder stereokorrelierten Luftbildern abgeleitet [18]. SwissAlti^{3D} ist genau solches ein Modell.

Dank der «Open Government Data Strategie» des Bundes werden seit 2020 diverse Datensammlungen die öffentliche Verwaltungen produzieren der Öffentlichkeit wieder zur Verfügung gestellt [19]. So landet nebst dem Fahrplan der SBB, Jungwaldflächen und den Standorten aller öffentlichen Toiletten der Stadt Luzern (und unzähligen weiteren Datensätzen) auch SwissAlti^{3D} auf dem Open Data Portal des Bundes (<https://opendata.swiss/>). Dieses wird als GeoTIFF ausgeliefert. GeoTIFF sind verlustfrei komprimierte Bilddaten, welche um einen Eintrag zur Lokalisierung in einem Koordinatensystem, hier LV95 LN02, ergänzt wurden. Der Farbwert eines Pixel entspricht jeweils der Höhe an dieser Stelle. Insgesamt wird die Schweiz in ca. 43500 1 km × 1 km grosse Kacheln unterteilt. [18]

Aus einem solchen Höhenmodell lässt sich die Hangneigung viel präziser und hochauflösender herauslesen, als dies von Hand aus einer 1 : 25000er-Karte möglich ist.

3.2 Digitale Landschaftmodelle

Berge, Wälder, Flüsse und Seen sind ebenfalls ein wichtiger Kartenbestandteil. Auf Skitour gilt es zum Beispiel Schwimmpassagen zu vermeiden. Swisstopo liefert mit SwissTLM^{3D} einen Datensatz, welcher alle auf einer Landeskarte ersichtlichen Objekte enthält. Im weiteren Verlauf interessieren uns hier vor allem stehende und fliessende Gewässer, Brücken über diese sowie Wald- und Wildruhezonen.

3.3 GIS

Geoinformationssysteme (GIS) sind leistungsstarke Werkzeuge, die zur Analyse, Darstellung und Interpretation von geografischen Daten verwendet werden. Mit einem solchen Werkzeug können etwa Landkarten verfasst, ökologische Veränderungen überwacht oder zoologische Migrationsmuster analysiert werden. In dieser Arbeit wurde das quelloffene Werkzeug QGIS extensiv verwendet; zudem wurde eine eigene Analyse-Erweiterung entwickelt [20]. QGIS wurde gegenüber anderen kommerziellen GIS-Lösungen gewählt, da diese oft teuer verrechnet werden.

3.4 Einführung in die Graphentheorie

Ein Graph beschreibt wie eine Menge von Knotenpunkten (Vertices) V durch die Kanten (Edges) E verbunden sind. Ein Graph kann gerichtet oder ungerichtet sein: Ein gerichteter Graph beschreibt eine Beziehung zwischen zwei Knoten, wobei diese Beziehung nur in eine Richtung verläuft. Ein ungerichteter Graph beschreibt eine Beziehung, welche in beide Richtungen verläuft. Ein Graph kann zudem gewichtet sein, wobei die Kanten mit einem Wert bzw. Kosten versehen sind. Ein gewichteter Graph wird oft zur Modellierung von Netzwerken verwendet, beispielsweise können Schienen- oder Strassennetzwerke so modelliert werden. In diesem Fall entsprechen die Knoten den Haltestellen bzw. Kreuzungen, die Kanten den Verbindungen zwischen diesen und die Kosten den Fahrzeiten oder Distanzen. Da in dieser Arbeit mit einem diskreten Gitter gearbeitet wird, wird ein ungerichteter, gewichteter Graph verwendet. Die Knoten entsprechen den Gitterpunkten, die Kanten den möglichen Bewegungen zwischen den Punkten und die Gewichte den Kosten der Bewegung. Wir verbinden alle Gitterzellen mit ihren acht Nachbarn, analog zu allen Zügen, die für den König auf einem Schachbrett möglich sind.

3.5 Algorithmus von Dijkstra und A*

Die Suche nach einem Pfad mit minimalen Kosten lässt sich formal als Graphen-Problem darstellen und lösen. Dabei wird jeder Gitterpunkt zu einem Knotenpunkt in einem Graph, welcher mittels acht ungerichteter Kanten mit seinen Nachbarn verbunden ist. So kann das Problem bereits mit dem Algorithmus von Dijkstra gelöst werden. [21]

Es wird eine leere Vorrangwarteschlange³ initialisiert, welcher sofort der dem Ursprungspunkt entsprechenden Knoten mit Kosten 0 hinzugefügt wird. Die laufenden Kosten aller anderen Knoten werden auf $+\infty$ gesetzt. Es werden nun fortlaufend folgende zwei Schritte ausgeführt, bis der Knoten, welcher der Zielzelle entspricht, erweitert wurde. [21]

- **Selektion:** Es wird fortgefahren mit jenem Knoten, der die geringsten laufenden Kosten hat. Zu Beginn entspricht dies dem Startknoten mit Kosten 0. Dank der Vorrangwarteschlange ist dies trivial möglich, da diese Datenstruktur ein Element bereits beim dessen Einfügen am richtigen Ort einsortieren kann. Mit dem Abrufen des vordersten Elements aus der Warteschlange, wird dieses auch entfernt. [21]
- **Erweitern:** Es wird durch die Nachbarn des aktuellen Knotens iteriert. Jeden Nachbarn, bei dem die Summe aus den laufenden Kosten des aktuellen Knotens, den Gitterkosten des Nachbarn sowie den Bewegungskosten zwischen den beiden Zellen geringer ist, als dessen bisherige Kosten, wird mit der oben errechneten Summe als Priorität der Warteschlange hinzugefügt (und die laufenden Kosten des Knotens überschrieben). Formal sind die zu minimierenden Kosten hier $f(n) = g(n)$, wobei n dem nächsten Knoten und $g(n)$ den laufenden Kosten vom Start zum Knoten n entspricht. Außerdem wird gespeichert, von welcher Zelle aus die Nachbarn jeweils erreicht wurden. [21]

Da jeweils der Vorgänger von jeder Zelle gespeichert wurde, kann am Ende der Pfad vom Ende zum Start hin zurückverfolgt werden. So können nicht nur die gesamten Kosten, sondern auch der rekonstruierte Pfad als Lösung erhalten [21].

Eine implementierte Erweiterung die auf dem Algorithmus von Dijkstra aufbaut, wird als A* (A-Star) bezeichnet. Hier wird die Berechnung der zu minimierenden Kosten um eine Heuristik $h(n)$ (eine Schätzung der verbleibenden Kosten) erweitert. Formal werden die zu minimierenden Kosten neu also $f(n) = g(n) + h(n)$. [22]

Als Heuristik wird im weiteren Verlauf der Arbeit die Taxi- bzw. Chebyshev-Distanz verwendet [23]. Der Beweis für die Zulässigkeit der Heuristik wird dem Leser als Übung überlassen.

³Eine Liste von Elementen, die bereits beim Einfügen anhand eines Wertes sortiert werden.

3.6 Naismith'sche Regel

Nebst den risikoabhängigen Durchgangskosten, werden auch Bewegungskosten berücksichtigt. Diese beschreiben die Zeit und Anstrengung die benötigt wird, um einen Meter Weg zurückzulegen. Eine weitverbreitete und akzeptierte Schätzungsweise ist die sogenannte Naismith'sche Regel [24]. Beim Skitouren wird dabei je 4000 m Horizontaldistanz und je 400 hm Vertikaldistanz eine Stunde Wegzeit gerechnet [8][24]. Zum Beispiel wird für eine 6000 m lange Tour mit 800 hm Anstieg wird eine Aufstiegsdauer von $\frac{6000 \text{ m}}{4000 \text{ m}} + \frac{800 \text{ hm}}{400 \text{ hm}} = 3 \text{ h } 30 \text{ min}$ angenommen.

3.7 Berechnung topografischer Oberflächenfaktoren

Ziel ist die Berechnung der charakteristischen Geländeeigenschaften für die Zelle e . Von Interesse sind Aspekt, Neigung und Krümmung. Dazu wird ein 3×3 -Ausschnitt aus dem Höhenmodell betrachtet. $a - h$ sind die Höhen der Gitterpunkte rund um unserer Zielzelle e :

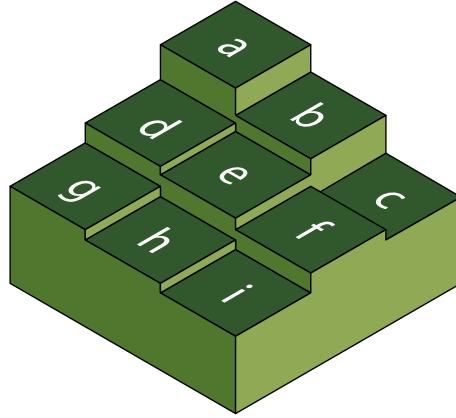


Abb. 5: 3×3 -Ausschnitt von Höhen aus einem DEM und deren Benennung

In der Praxis wurden diese Berechnungen mit dem Werkzeug `gdalDEM` ausgeführt, nachdem ein eigenes Programm keinen erheblichen Leistungsvorteil erzielt hatte. Die detaillierten Formeln zur Berechnung aller Eigenschaften finden sich im Anhang D.

4 Methodik

Zu Beginn der Arbeit war ein Ziel, möglichst unabhängig von Software-Bibliotheken und fremdem Code zu bleiben. Während der Machbarkeitsstudie wurde jedoch festgestellt, dass es letztlich sinnvoll ist, auf eine kommerzielle GIS-Lösung (siehe 3.3) zu setzen – analog zur UNIX-Philosophie [25]. Diese gilt als Orientierungshilfe, wie Software entworfen werden soll. Unter anderem soll zum Beispiel die jeweils die einfachste, funktionale Lösung gewählt werden, Software modular aufgebaut sein und nur einen Zweck erfüllen [25]. Tausende Stunden Entwicklungsarbeit stecken bereits in GDAL (Geospatial Data Abstraction Library) und QGIS, auf welchen gerne aufgebaut wurde [26][20].

4.1 Herunterladen des Höhenmodells

Wie bereits in Kap. 3.1 erwähnt, wird SwissAlti^{3D} in 1 km × 1 km grossen Kacheln ausgeliefert, welche einzeln heruntergeladen und anschliessend wieder vereint werden müssen [18]. Auf dem Datenportal von swisstopo kann für jeden Kanton eine Liste mit den URLs der Kacheln, welche in dem Kanton liegen, heruntergeladen werden. Mittels eines Python-Skriptes wurden so über Nacht knapp 30 GB Höhendaten der Kantone BE, GL, GR, NW, OW, SZ, UR und VS heruntergeladen. Durch `gdal_warp`, `rasterio` und `gdal2tiles`⁴ wird als Erstes eine Kopie in einem für die Webkarte lesbaren Datenformat erstellt. Statt Höhenwerte direkt aus dem Pixelraster zu lesen, werden diese auf die drei RGB-Farbkanäle verteilt. So schlüsselt der rote Farbwert nun einzelne Höhenmeter, der blaue Kanal 256 hm und der grüne 256² hm auf.

4.2 Erstellung von Risikokarten

Als Grundlage für alle weiteren Schritte werden Risikokarten benötigt; ursprünglich hätten tatsächliche Lawinenabgänge simuliert werden sollen. Mittels RAMMS::Avalanche⁵ wurden zuerst Initialisierungspolygone, also Flächen, welche durch Schneesportler ausgelöst werden könnten, gesucht und dann mittels einer Standardlawinensituation (50cm Neuschnee, Lockerschneeproblematik) ausgelöst und simuliert. Dies stellte sich aufgrund der hohen Rechenanforderungen und der damit verbunden Budget- & Zeitanforderungen als nicht praktikabel heraus.

Stattdessen soll nur die Hangneigung ρ betrachtet werden, da diese Geländeigenschaft den höchsten Korrelationsfaktor mit der Anzahl von Lawinenereignissen bildet [15]. Dies ist in der GRM bereits gebräuchlich. Auf die Analyse der Geländekrümmung wird verzichtet, da diese auf die tatsächliche Route praktisch keinen Einfluss hat.

Der Risikowert einer einzelnen Zelle wird gemäss Winkler [16] folgendermassen berechnet:

$$r(\rho) = \sqrt{\frac{1}{1 + e^{\frac{s-\rho}{3.0}}}}$$

Je nach prognostizierter Gefahrenstufe des LLB wird s zwischen 20 und 35 linear interpoliert. Im Fall der Gefahrenstufe 3= kommt s dabei bei 28.0 zu liegen. (siehe Abb. 6 für die resultierende Risikofunktion)

Mittels eines Python-Skriptes und des Pakets `rasterio` wurde diese Berechnung am gesamten Gitter ausgeführt.

⁴Diverse GIS-Werkzeuge

⁵Lawinensimulationsprogramm entwickelt am SLF

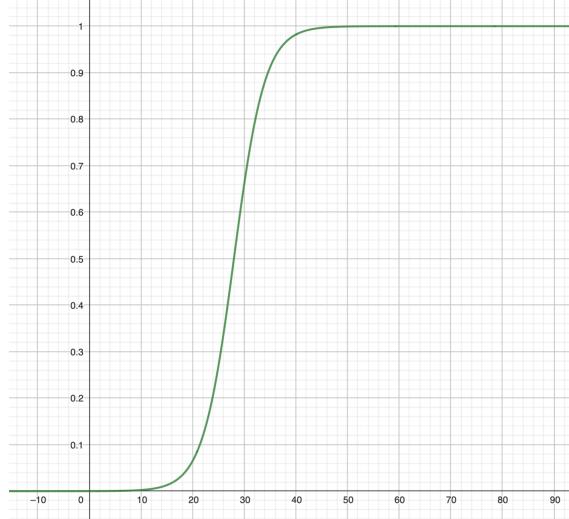


Abb. 6: Graph der modellierten Risikofunktion $r(\rho)$ für $0 \leq \rho \leq 90$ bei prognostizierter Gefahrenstufe 3=

4.3 Parallele Berechnungen

Um die Berechnung der Risikokarte effizient zu gestalten und alle auf dem Rechner verfügbaren Ressourcen zu verwenden, wird die Berechnung in kleinen Kacheln ausgeführt, welche dann zusammengepuzzelt werden. Die einzelnen Kacheln werden dabei auf der GPU verarbeitet. Letztlich ist diese Berechnung ein grafisches Problem, welches durch die Grafikeinheit mit ihren vielen parallel arbeitenden Rechenkernen um ein Vielfaches schneller gelöst werden kann.

4.4 Wasserquerungen und Brücken

SwissTLM^{3D} liefert den Verlauf von Strassen und Gewässern. Zuerst werden die Daten so gefiltert, dass nur noch Oberflächengewässer und Strassenabschnitte, die als Brücke deklariert sind im Datensatz vorhanden sind.

In QGIS werden nun alle Gewässerflächen um einen Radius von 7.5 m «gepuffert», also erweitert. Die resultierenden Gewässerpolygone werden gerastert und mit einem Risikowert von 9×10^9 in die rohe Risikokarte eingebrannt. Anschliessend wird dasselbe mit den Brücken wiederholt; hier wird jedoch das Risiko auf 0.0 gesetzt. Somit sind Gewässer für den Algorithmus ein absolutes Tabu und werden nur bei Brücken überquert. Auf das Abwägen ob eine Überquerung möglich ist, wurde aus praktischen Gründen verzichtet. In solchen Fällen kann eine Tour anhand der rohen Risikokarte geplant werden.

4.5 QGIS-Plugin LeastCostWalk

Um den Algorithmus von Dijkstra nun auch auszuführen, musste eine neue Erweiterung für QGIS in Python implementiert werden. Ein Auszug des Quellcodes befindet sich im Anhang. Gegenüber bestehenden Least-Cost-Plugins verfügt meine Implementierung über die Funktionalität, Wegzeit/Bewegungskosten gegen Reibungs- bzw. Risikokosten abzuwägen. Dies geschieht mittels 5 Parametern

- k_{risk} , wie schwer die Risikokosten ins Gewicht fallen,
- $c_{steepascend} / c_{steepdescend}$, wie stark steile Auf- & Abstiegspassagen gewichtet werden,
- c_{flat} , wie teuer Horizontaldistanz ist,
- $c_{ascend} / c_{descend}$, wie teuer ein normaler Auf- & Abstieg ist.

Die jeweiligen Quantitäten werden mit ihren Koeffizienten gewichtet und summiert.

Nebst den Kostenkoeffizienten werden Start- & Zielpunkt, die Koordinatenreferenzsysteme dieser Punkte, das Höhenmodell und die Risikokarte an das Modell übergeben. Wird die Erweiterung in der grafischen Oberfläche von QGIS gestartet, entspricht dies Abb. 7. Das gesamte Modell ist in der Abb. 9 ersichtlich. Wird das Modell als Endanwendung genutzt, wird vor dem Start der tatsächlichen Berechnungen das Gebiet der Tour aus der Risikokarte und dem DHM ausgeschnitten. So können die benötigten Rechenressourcen eingegrenzt werden.

Im Fall der Webanwendung wird die Erweiterung serverseitig über die Kommandozeile (CLI) automatisch aufgerufen.



Abb. 7: QGIS-Erweiterung «LeastCostWalk» in der grafischen Oberfläche von QGIS

4.6 Server Deployment mit Docker

Um ein einfaches Bereitstellen zu ermöglichen und auf diese Weise die horizontale Skalierbarkeit⁶ der Server-Ressource zu gewährleisten, wurde ein Docker-Image⁷ erstellt. Darin wurde die Geoinformationssystem (GIS)-Anwendung sowie die Risikokarten und das Höhenmodell vorinstalliert. Momentan läuft die Anwendung auf einem Miniaturserver unter Ubuntu Server 24.04 LTS. Der Vorteil der hier gewählten Paketierung ist jedoch, dass auch andere Serverbetriebssysteme ohne Änderung des eigentlichen Quellcodes unterstützt werden (inklusive Windows, Ubuntu, Debian und FreeBSD). Zusätzliche Instanzen könnten ebenfalls zugeschaltet werden, um eine durchgehend verfügbare öffentliche Version für 100 – 1000 Nutzer pro Stunde ohne lange Wartezeiten zur Verfügung zu stellen.

4.7 3D-Karte im Webbrowser

Als Erweiterung zum reinen GIS-Modell wurde eine Webanwendung mittels Vue.js und MapLibre GL JS realisiert [27][28]. Als Basislayer für die Karte wurde das Layer «Vector Base Map» von swisstopo verwendet, welches durch die Höhendaten von SwissAlti^{3D} in eine dreidimensionale Form gebracht wurde [29][18]. Nutzer können sich mittels eines Google-Accounts anmelden und ihre Routen so persönlich abspeichern und wieder aufrufen. Zusätzlich steht basierend auf den in SwissTLM verfügbaren Lokalnamen eine Suchfunktion zur Verfügung. Die Planung einer neuen Tour kann durch die Auswahl von Start- & Zielort sowie der gewünschten Modellvariante in Auftrag gegeben werden – innert ca. 20 s ist das Resultat verfügbar und wird dem Nutzer direkt angezeigt.

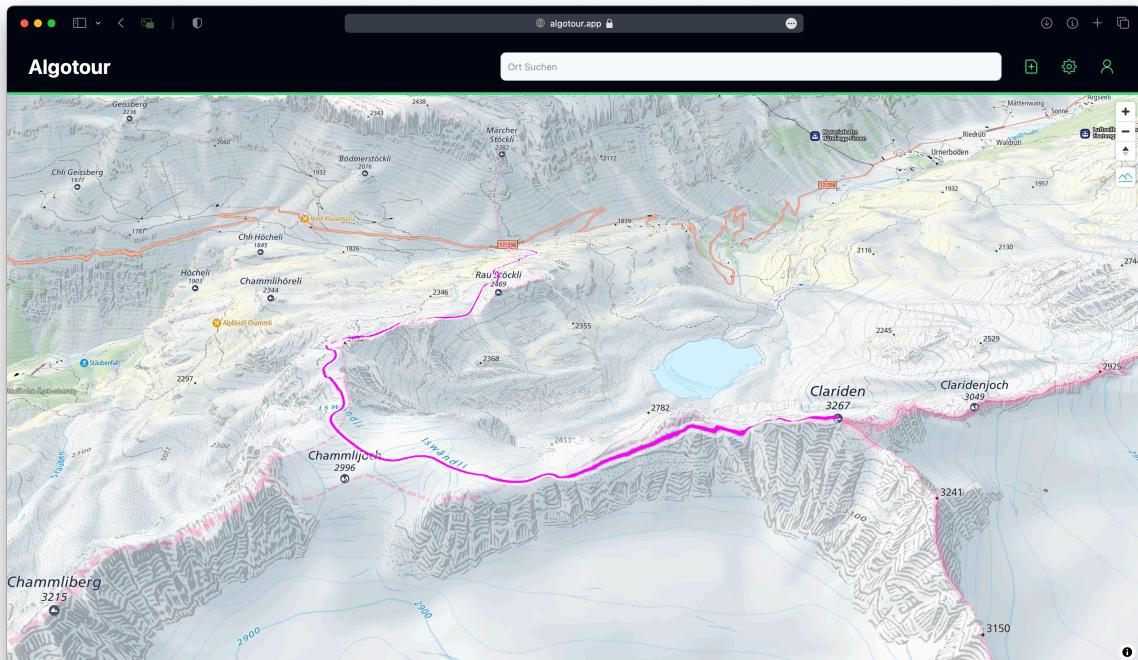


Abb. 8: Nutzeroberfläche der Web-App, Tour auf den Clariden

⁶Statt einen einzelnen Server mit mehr bzw. leistungsstärkerer Hardware zu bestücken, kann ein weiterer zugeschaltet bzw. «horizontal» daneben gestellt werden.

⁷Vereinfacht gesagt: Ein Miniaturbetriebssystem, das innert Sekunden auf diversen Rechnern als Gastsystem hochgefahren werden kann und vom Rest des Systems isoliert ist.

5 Resultat

Das Produkt dieser Arbeit ist zum einen die Web-App, welche in allen modernen Webbrowsersn funktioniert. Mittels Klicken können in der 3-D-Karte Start- & Zielpunkt ausgewählt werden. Mit einem bestätigenden Mausklick auf «Ausführen» wird im Hintergrund ein GIS-Modell gestartet, welches entweder eine «rohe» Gefahrenkarte oder eine mit enthaltenen Gewässern verwendet. Mit eigenen Touren kann auf <https://algotour.app> experimentiert werden. (Siehe Abb. 8)

Zum anderen sind die zugehörigen GIS-Modelle, welche im Hintergrund für alle Berechnungen benötigt werden, ebenfalls Teil des Resultats. Abb. 9 ist ein Beispiel eines solchen Modells. Konkret ist das hier gezeigte Modell für die endgültige Pfadberechnung auf dem Server verantwortlich.

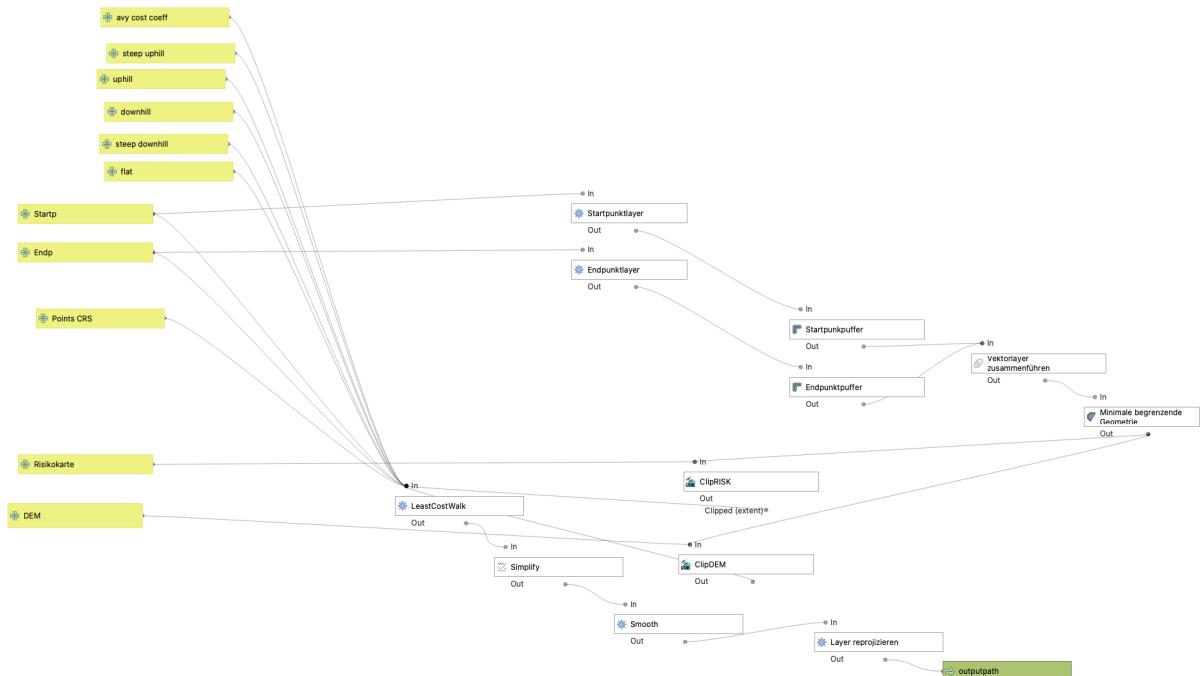


Abb. 9: Endgültiges Modell zur Berechnung von Touren

6 Diskussion

6.1 Modellevaluation

14 typische Frühlings-Skitouren & -Skihochtouren wurden aus dem SAC Tourenportal ausgewählt und mittels eines kurzen Python-Skripts heruntergeladen. Anschliessend wurden die Modellversionen mit und ohne eingebrennten Gewässern für die Start- und Zielpunkte der einzelnen Routensegmente ausgeführt. Start- und Zielpunkte wurden dabei von Hand platziert. Für alle 28 Tests wurden die gleichen Hyperparameter verwendet: $k_{risk} = 50.0$; $c_{steepascend} = 5.0$; $c_{steepdescend} = 5.0$; $c_{flat} = 0.25$; $c_{ascend} = 2.5$; $c_{descend} = 2.5$

Für einige Regionen bzw. Gipfel (Länta, Steingletscher) war nur eine von beiden Gefahrenkarten brauchbar – so ist es kaum sinnvoll, quer durch den Steinsee zu waten, da dieser nur selten zugefroren ist. Erfahrungswerte mit beiden Modellversionen zeigen, dass der Benutzer in den meisten Fällen beide Versionen begutachten werden sollte.

Nachfolgend wird eine Auswahl der Touren kurz diskutiert.

Die besten Routen waren jene vom Steingletscher aus auf die Tierberglhütte SAC, sowie auf das Sustenhorn, dies unter der Bedingung, dass die korrekte Gefahrenkarte verwendet wird; die andere Karte produziert unbrauchbare Resultate. Es kann eine hohe Übereinstimmung mit den Literatur-Routen, welche der SAC im Tourenportal auflistet, festgestellt werden [30] (siehe Abb. 10).

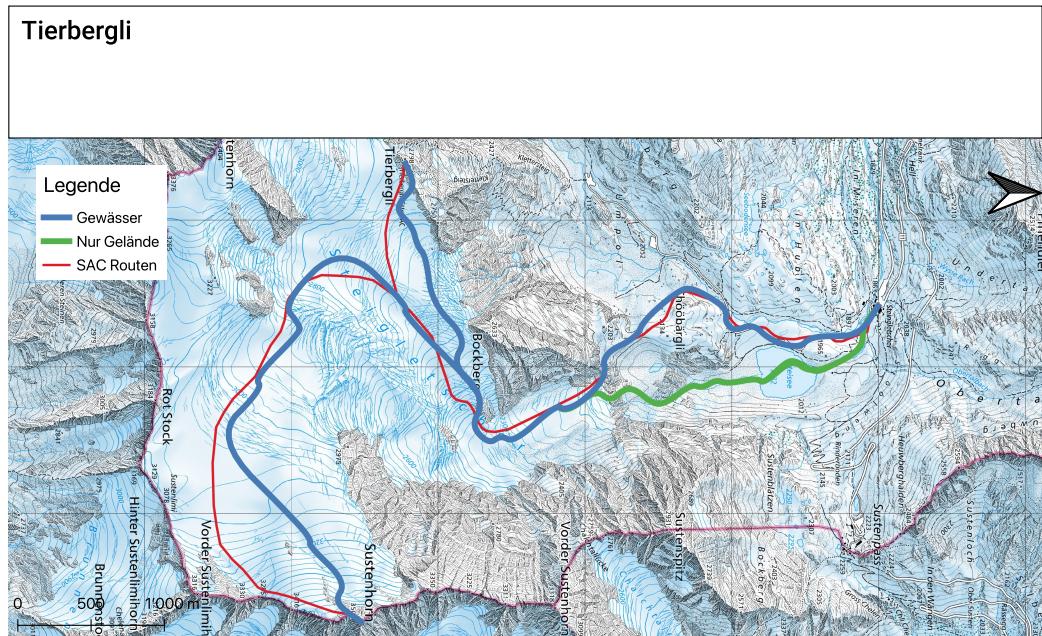


Abb. 10: Tour auf Tierberglhütte SAC und Sustenhorn ab Steingletscher,
Basislayer: swisstopo

Ebenso erreicht die Tour auf den Clariden in der Eigenevaluation eine Bestnote. Hier trumpft jedoch die nicht mit Gewässern ergänzte Karte (siehe Abb. 11). Die nicht ganz offensichtlichen Gratpassagen werden vom Modell sehr gut abgebildet, der Bach wird an einem sinnvollen Ort überquert. Die Übereinstimmung mit der SAC-legitimierten Route ist ebenfalls hervorra-

gend [31].

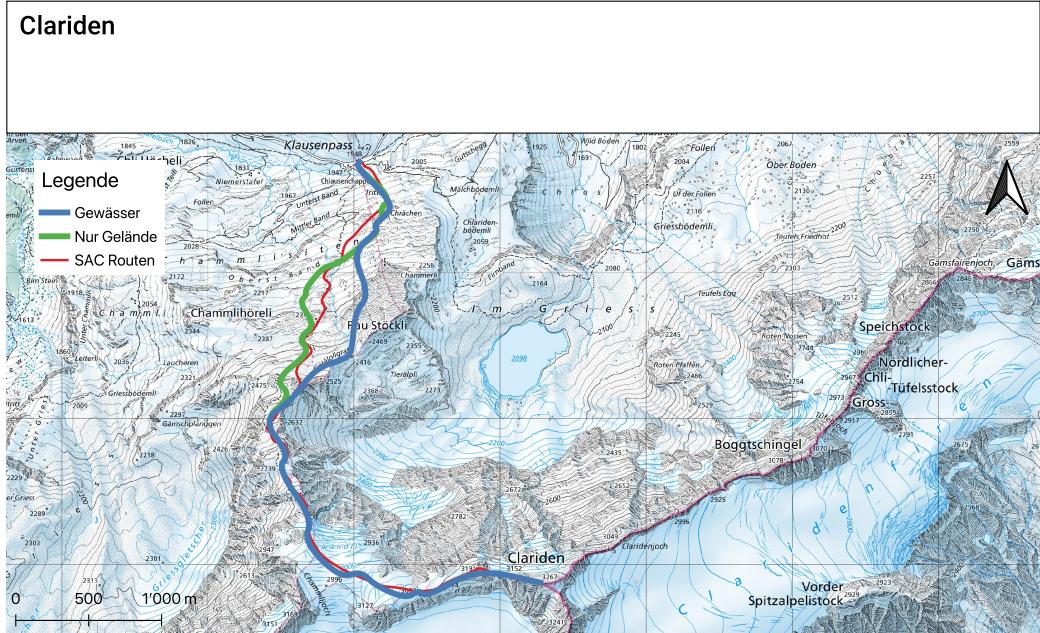


Abb. 11: Geplante Tour von der Klausenpass-Passhöhe auf den Clariden,
Basislayer: swisstopo

Weniger erfreulich sieht das Resultat bei den Touren im Monte-Rosa-Massiv aus. Bei der Route auf die Dufourspitze findet der Algorithmus ohne weitere Hilfe zwar eine Spuranzlage, welche als Hochtourenroute so existiert, im Winter jedoch – wegen einer Kletterstelle im III. Grad – kaum oder nur unter extremer Schwierigkeit und nur ohne Skis begangen werden kann. Die Tour welche nicht direkt zum Gipfel, sondern nur bis zum Skidepot der Literaturtour führt, funktioniert und kann so begangen werden. Die Routenwahl ist jedoch um einiges defensiver als jene aus dem Tourenführer (siehe Abb. 12 «Manuelles Skidepot»). Ein Umweg von ca. 1 h wird gegenüber einem 32° steilen Hang in Kauf genommen.

Die Route auf den Piz Palü ist aufgrund der Nähe zu einer Spaltenzone (siehe Abb. 15) nur bei günstigen Wetterverhältnissen zu empfehlen. In einem schneearmen Winter sind Schneebrücken über Spalten beispielsweise grundsätzlich schwächer [32]. Die Route kann jedoch ansonsten ohne grössere alpinistische Probleme begangen werden.

Auch bei den Touren auf den Galenstock sowie den Dammastock werden eher einer Hochtourenentsprechende Spurwahlen getroffen, wobei die Resultate des gewässerunterstützten Modells ungültig sind. In der Praxis sind diese Touren mit Skiern mangels einer attraktiven Abfahrt vom Skidepot aus keine Trendtouren-Kandidaten. Hier zeigt sich, dass das Modell nicht zwischen Ski- und Fussaufstieg unterscheidet. Es könnte sinnvoll sein, das Modell um einen Mechanismus zur Schätzung eines Skidepots bzw. von Tragepassagen zu ergänzen. Eine solche Funktionalität ist in Furrer beschrieben und hat sich als praktikabel erwiesen [33]. Im gleichen Zug wäre eine automatische Schätzung der Schwierigkeit in der Skitourenskala des SACs denkbar. Alle Routen werden im Anhang E zusätzlich gross abgebildet.

6 Diskussion

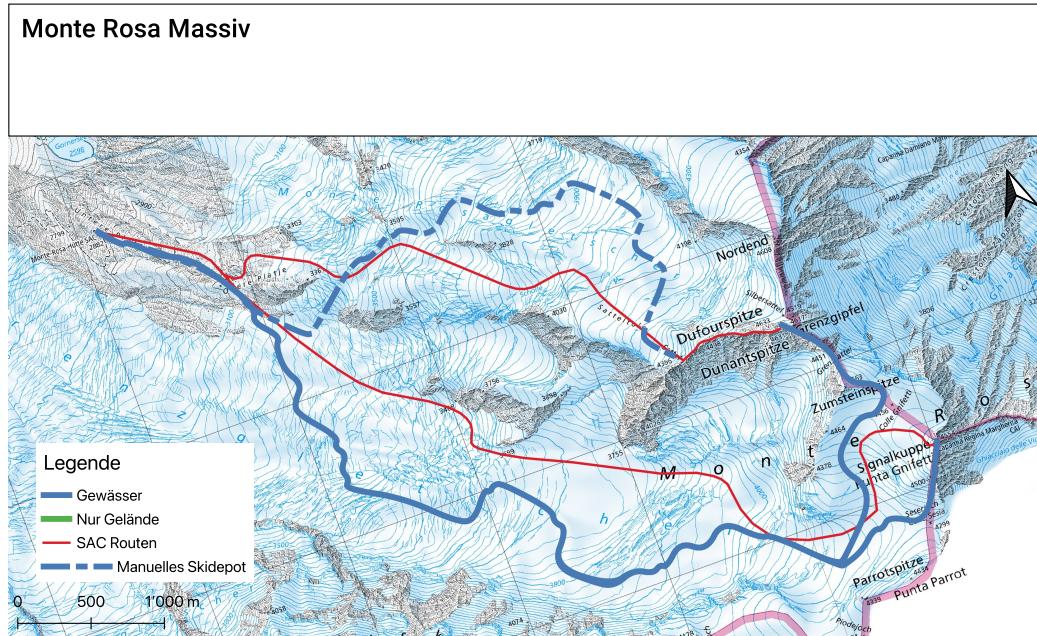


Abb. 12: Geplante Tour von der Monte-Rosa-Hütte SAC auf Dufourspitze und Signalkuppe,
Basislayer: swisstopo

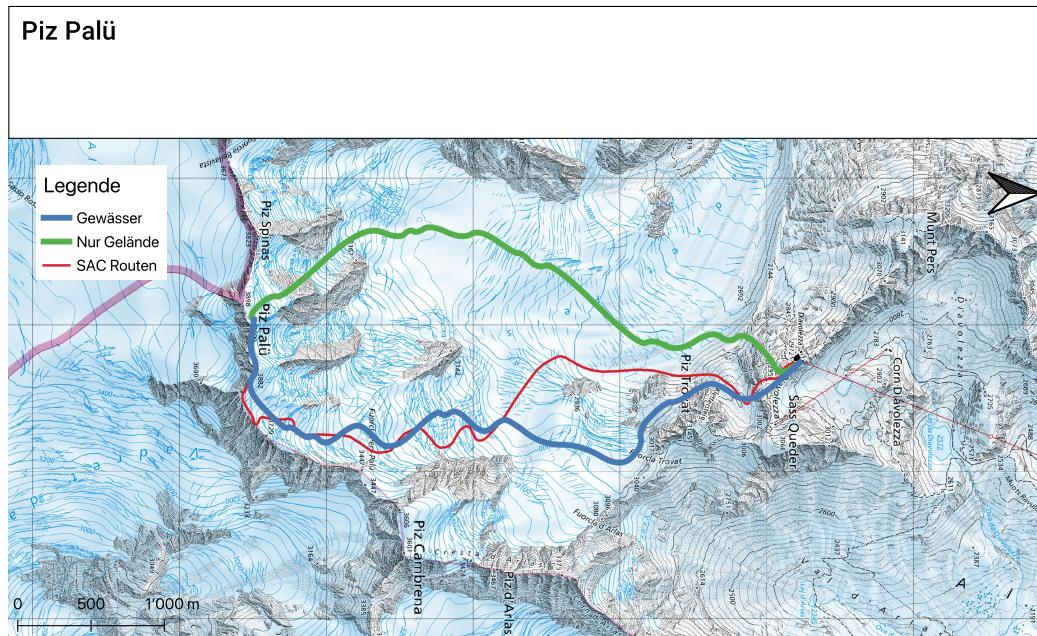


Abb. 13: Geplante Tour von der Diavolezza auf den Piz Palü
Basislayer: swisstopo

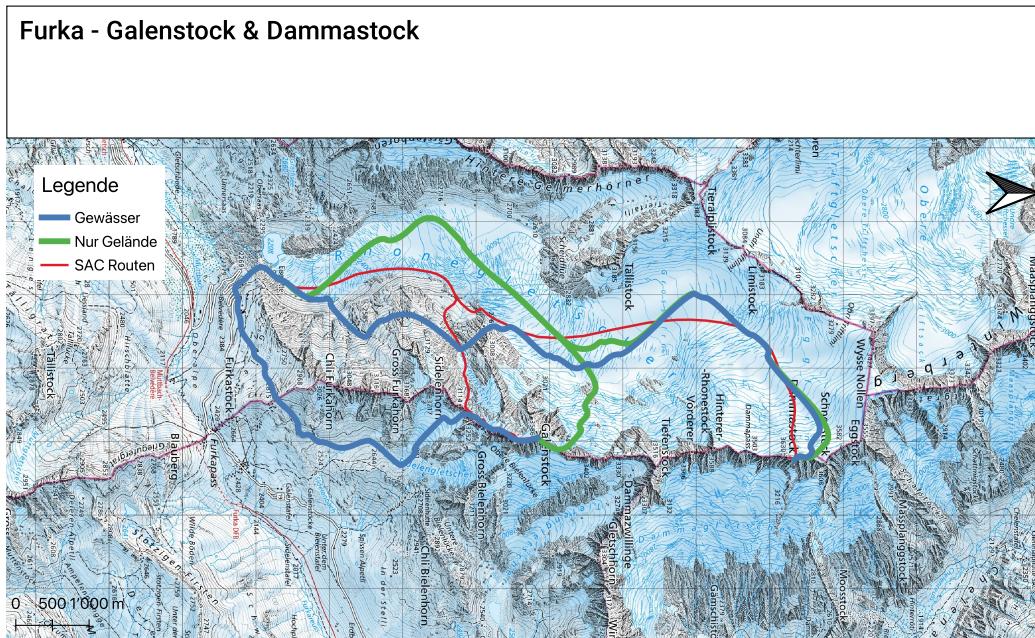


Abb. 14: Geplante Tour auf Galen- und Dammastock
Basislayer: swisstopo

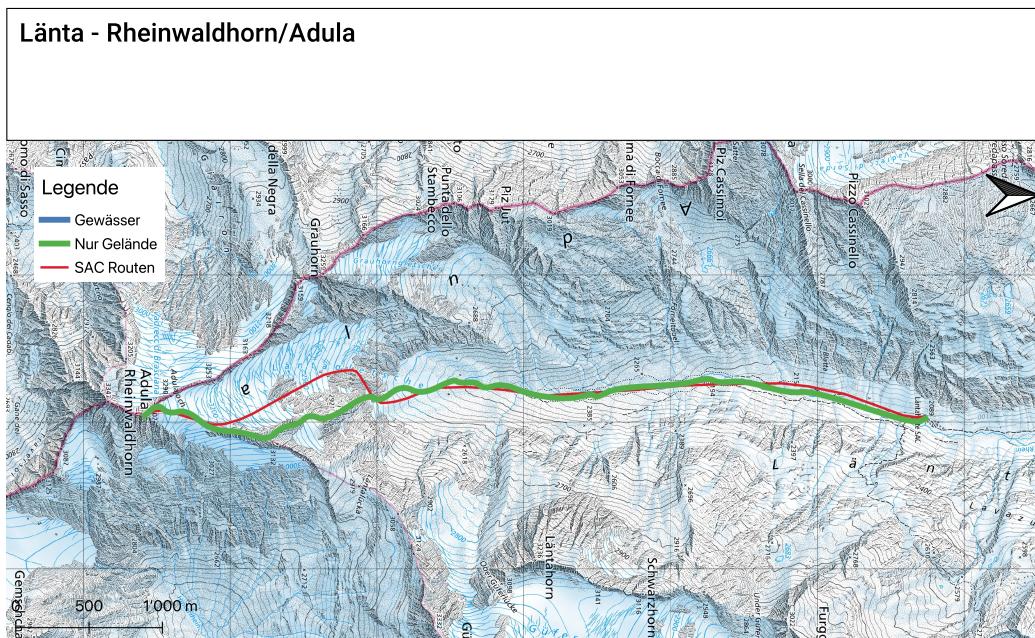


Abb. 15: Geplante Tour von der Läntahütte auf das Rheinwaldhorn
Basislayer: swisstopo

6.2 Einschränkungen des Modells

Die vom Modell verwendete Reduktionsmethode entspricht de facto der GRM. So übernimmt diese primär auch deren Schwächen. Es existiert mit der quantitativen Reduktionsmethode eine Methode, welche ein umfassenderes Bild des Geländes betrachtet. [34] Leider lassen die Quellen keine vollständige Reproduktion zu.

Das Modell leidet grundsätzlich unter einem Zielkonflikt. In der aktuellen Implementation kann das Modell theoretisch entscheiden, einen zu 100% tödlichen Abschnitt zu durchqueren, wenn die Wegersparnis gross genug ist. In der Praxis ist dies jedoch selten der Fall und wurde während der Evaluation nie beobachtet.

Ist ein Grat im DHM genügend breit verzeichnet, wird dieser momentan mit einem Risikowert nahe von 0.00 ausgewiesen, ungeachtet der tatsächlichen Begehbarkeit. Hier gilt das Prinzip «garbage in, garbage out». Die Datengrundlage lässt keine schlüssige Aussage über die Begehbarkeit von Graten zu.

Weiter erlaubt SwissTLM^{3D} keinen Aussage zur Breite und Durchquerbarkeit eines Fliessgewässers, bzw. zur Frage, ob dieses im Winter zufriert.

6.3 Mögliche Verbesserungen

Das Potenzial des Computers wird bei der Erstellung von Risikokarten bisher nur unzureichend genutzt. Eine komplexere Reduktionsmethode als die GRM ist daher wünschenswert. Vielversprechende Alternativen sind beispielsweise die Quantitative Reduktionsmethode (QRM), die derzeit auf der Plattform skitourenguru.com eingesetzt wird, sowie SLABS, ein bisher nur theoretisch erprobtes, verbessertes probabilistisches Verfahren zur Lawinenrisikobewertung [34][35]. Diese Umstellung lässt sich einfach durchführen, da in der Entwicklung dieser beiden erwähnten computergestützten Risikobeurteilungsmethoden der benötigte Quellcode bereits verfasst wurde. Dessen Veröffentlichung wäre im Rahmen der Publikation der Werke wünschenswert gewesen.

Es gilt außerdem, eine andere Kombinationsmethode von Anstrengung und Risiko zu prüfen. Aus Zeitgründen wurde in dieser Arbeit darauf verzichtet. Momentan wird eine einfache Summe verwendet, eine Multiplikation oder ein maximales Element könnten den bestehenden Sachverhalt besser abbilden. Kein Mensch springt über eine Klippe ab, wenn dadurch Wegzeit gespart werden kann (Abseilen wird hier als Seltenheit auf Skitouren hier einmal ausgelassen).

Eine andere denkbare Erweiterung ist ein Richtungsattribut. Die Gewichtung von negativer bzw. positiver Vertikaldistanz könnte einfach ergänzt werden. Diese Parameter bestehen bereits, sind jedoch fix auf einen Aufstieg eingestellt. So wird das Durchqueren unnötiger Mulden beispielsweise vermieden. Ebenfalls unterscheiden sich die Anforderungen an Abfahrtsgelände von jenen an Aufstiegsgelände. In der Praxis wird in der Abfahrt meist steileres Gelände bevorzugt.

Bedenkt man, wie wenig der Computer tatsächlich von Topografie versteht, ist es im Grunde genommen erstaunlich, wie gut die produzierten Routen sind. Viel mehr lässt sich, abgesehen von den oberen Verbesserungen, aus diesem simplen Modell jedoch nicht mehr herausholen. Eine nächste Version müsste verschiedene Landformen klassifizieren und entsprechend reagieren können. Lokalwissen, wie die Begehbarkeit von Graten, könnte in einem neuen Datensatz gesammelt werden. Diese Information liesse sich beispielsweise aus GPS-Tracks der Skitouren-Community ableiten. Bemühungen diese Datengrundlagen laufend zu sammeln und zu erweitern laufen bei der Skitourenguru GmbH bereits. Leider aber wird der Datensatz proprietär gehalten. Das Erfassen dieser Daten sprengt den Rahmen einer Maturaarbeit erheblich. Damit liessen sich die Probleme betreffend Gratkletterei und spontanen Schwimmaktionen jedoch lösen. Eine manuelle Selektion in der Nutzeroberfläche wäre als mögliche Erweiterung denkbar.

6.4 Anwendungsbereich

Aus diesen Beobachtungen lassen sich Interpretationsrichtlinien ableiten: Im Schema 3×3 siebelt sich das Modell als Ausgangslage der Stufe **Regional** an – gleich wie ein Tourenführer. Grundsätzlich sollte mit jeder Route, egal welchen Ursprungs, kritisch umgegangen werden [8]. Die endgültige Spur-anlage, die Stelle von Spitzkehren oder ob ein Einzelhang wirklich durchquert wird liegt in der Entscheidungsgewalt des jeweiligen Tourengängers. So wäre es sinnvoller, gemäss Eisenhut «Korridore» anstelle von Ideallinien vorherzusagen [5]. So kann die Unsicherheit des Modells besser vermittelt sowie ein kritischer Umgang mit dessen Ausgabe gefördert werden. Alternativrouten sollten in jedem Fall in Betracht gezogen werden. Falls eine Route sich im Gelände als unplausibel herausstellt, kann eine andere, im Voraus festgelegte Richtung eingeschlagen werden.

7 Methodische Reflexion

7.1 Versionsverwaltung, Backup und Archiv mit Git

In der Softwareentwicklung haben sich Softwareversionierungstools wie `git` bereits bewährt. Mit diesen ist es möglich, laufende Veränderungen in Textdateien (bzw. Programmcode) zeitlich sortiert zu speichern. So kann auf verschiedenen Rechnern an unterschiedlichen Versionen gearbeitet werden, welche anschliessend mit minimalem Aufwand wieder zusammengeführt (gemerged) werden können. Jede Änderung wird als «Commit» gespeichert – diese können mit einem kleinen Kommentar versehen werden. Man ist ausserdem frei darin, auf einen vorherigen Commit zurückzuspringen, sollte man mit einer Änderung nicht mehr zufrieden sein. Kurz: Zeitreise für Softwareentwicklung. [36] In dieser Arbeit wurde jeglicher Programmcode sowie die Arbeit selbst in ein Git-Repository «eingecheckt». Dieses wurde auf GitHub synchronisiert, um ein sicheres, cloudbasiertes Speichern aller Daten zu ermöglichen und einen Arbeitsverlust zu verhindern – was sich als absolut empfehlenswert herausgestellt hat. Speziell die Kombination von Git und `LATEX` hat sich für das Verfassen einer Arbeit als mächtige Arbeitsweise bewährt.

7.2 Verworfene Variante

Die erste Variante, mit der Risikokarten hätten erstellt werden sollen, stellte sich als unpraktisch heraus. Aufgrund einer Quelle wurde eine 3D-Lawinensimulation implementiert, bzw. ein Versuch in diese Richtung unternommen [10]. Die Physiksimulation könnte jedoch nicht korrekt implementiert werden, mangels des nötigen mathematischen Geschicks⁸. Mit diesem hier nur kurz ausgeführten Unterfangen liesse sich bereits eine ganze Arbeit füllen. Hier wurde der Versuch jedoch nach ca. einer Woche abgebrochen. In Kommunikation mit dem Entwickler wurde mir eine kostenlose Lizenz für den kommerziellen Lawinensimulator `RAMMS::Avalanche` zur Verfügung gestellt.

Zwischenzeitliche wurde eine Lawinensimulation mittels `RAMMS::Avalanche` in Betracht gezogen. Aufgrund der hohen Rechenanforderung musste die einfachere Variante, die der GRM ähnelt, ausgewählt werden. Der eigentliche Zweck der Software entspricht auch nicht der hier verlangten Anwendung. Eigentlich werden mit der Software Gefahrengutachten für Infrastrukturprojekte erstellt. Dabei werden meist grosse Lawinen- bzw. Steinschlagereignisse mit langen Wiederkehrperioden von 10 bis 300 Jahren simuliert.

7.3 GIS

Der Versuch mittels minimaler externer Werkzeuge zu arbeiten stellte sich schnell als mühsam heraus. Trotzdem wurde erstaunlich lange daran festgehalten. Hier hätte schneller gewechselt werden können. Grosse Fortschritte resultierten vor allem durch den Wechsel von rohem Python auf QGIS. QGIS ist speziell geeignet, da es ein quelloffenes und erweiterbares Werkzeug ist. So konnte nicht vorhandene Funktionalität einfach durch ein selbst geschriebenes Plugin ergänzt werden.

7.4 Verfassen mit `LaTeX`

Bereits in der Projektarbeit des Autors hat sich gezeigt, dass Microsoft Word ein denkbar ungeeignetes Werkzeug zum Verfassen von Arbeiten ist. Nach kurzem Einarbeiten in die grundsätz-

⁸Numerische Verfahren zur Lösung von partiellen Differentialgleichungen entziehen sich der Expertise des Autoren, Speziell Runge-Kutta-Heun konnte trotz mehrtägiger Bemühungen ohne externe Hilfe nicht erarbeitet werden. Ein Auszug der Versuche findet sich im Anhang

lichen Befehle, vielen Google-Anfragen und anfänglichen Kopfschmerzen zeigte L^AT_EX schnell, weshalb es so weit verbreitet ist. Eine stärkere Empfehlung im «Handbuch Projekte» seitens der Schule wäre wünschenswert.

7.5 Evaluation

In der ersten Fassung des Projektvertrages sollte die Evaluation anhand von Expertenmeinungen stattfinden. Dies wurde im Verlauf der Arbeit verworfen, da eine hohe Expertise in der Bedienung des Modells nötig ist, um brauchbare Parameter auszuwählen. Der für das Erwerben der nötigen GIS-Kenntnisse, Auswählen und Evaluieren von Routen erforderliche Zeitumfang konnte Freiwilligen nicht zugemutet werden. Nach Vorschlag der Betreuungsperson wurde schliesslich die Variante des Vergleichs mit Literaturrouten gewählt.

7.6 3D-Karte & Web-App

Dank des hohen Standards, der bei der Entwicklung von MapLibre GL JS durch die Beiträgen eingehalten wird, konnte innert kürzester Zeit eine erste Version der 3-D-Karte erstellt werden [28]. Swisstopo liefert ihre Grundlagenkarte «Base-VT» ebenfalls in einem Format, das bereits kompatibel ist. Das Grundgerüst der Web-App wurde in Vue.js implementiert, was ich während meines NAWIMAT-Praktikums erlernt habe. Diese Wahl stellte sich als sehr günstig heraus, auch wenn eine minimale Adaptionsschicht zwischen Vue und MapLibre zusätzlich implementiert werden musste.

Die grössten Schwierigkeiten stellten sich beim Umwandeln der Höhendaten. Diese mussten von GeoTIFF in ein sogenanntes RGB-DEM umgewandelt werden, von der Höhe als direktem Rasterwert zu einem RGB-Bild, in welchem die Höhe als Farbwert kodiert ist. Durch das Verändern der Bildgrösse treffen die neuen Pixel nicht genau auf die alten Pixel. Für Bilddaten würde man nun bilinear interpolieren, d.h. die Farbwerte der vier umliegenden Pixel je nach Distanz gewichtet verrechnen. Probiert man dies mit RGB-DEM-Bildern, verfälscht man die Höhen an Kanten, bei denen zum ersten Mal blaue Pixel relevant werden (es entstehen falsche, hohe Spitzen). Die Lösung für dieses eigentlich triviale Problem bestand darin, QGIS mittels CLI-Flag mitzuteilen, nur das nächste Pixel anstelle der nächsten vier zu verwenden. Leider ist dies nicht dokumentiert und musste durch Ausprobieren herausgefunden werden.

8 Fazit & Schlusswort

Das in dieser Arbeit präsentierte Werkzeug kann nicht ohne Weiteres bzw. nur mit entsprechender alpinistischer Ausbildung verwendet werden. Um zuverlässig begehbarer Routen zu produzieren, ist ein komplexeres System, welches das Gelände anders als nur mit GRM und Anstrengungswerten «begutachtet», notwendig. Nebst der Lawinengefahr ist auch die Absturzgefahr ein nicht zu unterschätzendes Kriterium. Das Werkzeug zeigt jedoch Potenzial: Bereits dieses zugegebenermaßen beschränkte Modell kann in einigen Gebieten auftrumpfen. Das Einstellen der Gewichtungsparameter nahm einige Zeit in Anspruch und es stellte sich als schwierig heraus, eine gute Balance zwischen risikominimierender Routenwahl sowie Wegdistanz zu finden. Ein automatisches System gilt es zukünftig zu prüfen. Weitere Vorschläge finden sich unter Abs. 6.3. Die grosse Schwäche des Computers ist die fehlende Intuition; der gesunde Menschenverstand. Mag er manchmal auch emotional sein, behält er zum mindesten momentan beim Tourenplanen noch die Oberhand.

Nebst den praktischen Einschränkungen kann auch über die philosophischen Hintergründe gestritten werden, angesichts des viralen Hypes rund um AI-Tools und Automatisierung – wollen wir unsere Kunstformen und Selbstausdrücke an Maschinen übergeben? Jede Tour ist letztendlich das Verlangen eines Menschen nach Abenteuer, nach Entdeckung und eigenen Erfahrungen. Ich persönlich möchte, dass mir ein Computer die Arbeit abnimmt, damit ich mich anderen Dingen wie Skitouren, Sport oder Kunst widmen kann – nicht andersherum.

«Zu Risiken und Nebenwirkungen fragen Sie Ihren Berg- oder Tourenführer»

9 Literatur

1. BACHMANN, Anita. *Corona macht Skitouren populärer* [<https://www.sac-cas.ch/de/ausbildung-und-sicherheit/corona-macht-skitouren-populaerer-24680/>]. 2020. [Accessed 10-05-2024].
2. ZWEIFEL, Benjamin. *Winterbericht 2023/24* [<https://www.slf.ch/de/lawinenbulletin-und-schneesituation/winterberichte/winterbericht-202324>]. 2024. [Accessed 10-05-2024].
3. SCHMUDLACH, Günter. *Reduktionsmethoden* [<https://info.skitourenguru.ch/index.php/reduktionsmethoden>]. [Accessed 10-05-2024].
4. HARVEY, Stephan; RHYNER, Hansueli; SCHWEIZER, Jürg. *Lawinenkunde*. [o. D.]. ISBN 978-3-7654-5779-1.
5. EISENHUT, Andreas. Skitourenplanung auf Knopfdruck? : Die optimale Aufstiegsroute bezüglich Anstrengung und Lawinensicherheit, modelliert mit einem Geographischen Informationssystem (GIS). 2013.
6. MUNTER, Werner. *3x3 Lawinen*. Athesia-Tappeiner Verlag, 2016. ISBN 978-88-7073775-2.
7. GMBH, Ortovox Sportartikel. *Safety Academy Lab Snow* [<https://www.ortovox.com/de/safety-academy-lab-snow/01-lawinen-basics/lawinenbildende-faktoren>]. [Accessed 10-05-2024].
8. WINKLER, Kurt. *Bergsport Winter: Technik / Taktik / Sicherheit*. SAC-Verlag Schweizer Alpen-Club, 2023. ISBN 978-3-85902-488-5.
9. WSL-INSTITUT FÜR SCHNEE- UND LAWINENFORSCHUNG SLF. *Lawinentypen* [<https://www.slf.ch/de/lawinenbulletin-und-schneesituation/wissen-zum-lawinenbulletin/lawinentypen/>]. [Accessed 10-05-2024].
10. HARVEY, Stephan; SCHMUDLACH, Gunter; BUHLER, Yves; DURR, Lukas; STOFFEL, Andreas; CHRISTEN, Marc. Avalanche Terrain Maps for Backcountry Skiing in Switzerland. 2018.
11. HARVEY, Stephan; RHYNER, Hansueli; DÜRR, Lukas; SCHWEIZER, Jürg; HENNY, Hans Martin. *Achtung Lawinen!* [<https://www.dora.lib4ri.ch/wsl/islandora/object/wsl:31985/dastream/PDF>]. 2022. [Accessed 10-05-2024].
12. SCHNEE- UND LAWINENFORSCHUNG SLF, WSL-Institut für. *Typische Lawinenprobleme* [<https://www.slf.ch/de/lawinenbulletin-und-schneesituation/wissen-zum-lawinenbulletin/typische-lawinenprobleme/>]. [o. D.]. [Accessed 10-05-2024].
13. SCHNEE- UND LAWINENFORSCHUNG SLF, WSL-Institut für. *Europäische Lawinengefährskala mit Empfehlungen und Ergänzungen* [https://www.slf.ch/fileadmin/user_upload/SLF/Lawinenbulletin_Schneesituation/Wissen_zum_Lawinenbulletin/Gefahrenstufen/Gefahrenskala-www_Komplettversion_DEU.pdf]. [o. D.]. [Accessed 10-05-2024].
14. WSL-INSTITUT FÜR SCHNEE- UND LAWINENFORSCHUNG SLF. *SLF Archiv* [<https://www.slf.ch/de/lawinenbulletin-und-schneesituation/archiv/>]. 2024. [Accessed 19-08-2024].
15. SCHMUDLACH, Günther. *Avalanche Risk Property Dataset (ARPD) User Manual* [https://info.skitourenguru.ch/download/data/ARPD_Manual_3.1.2.pdf]. 2024. [Accessed 11-08-2024].

16. WINKLER, Kurt. *Bergsport Winter: Technik / Taktik / Sicherheit*. SAC-Verlag Schweizer Alpen-Club, 2023. ISBN 978-3-85902-488-5.
17. SWISSTOPO, Bundesamt für Landestopografie. *Die Digitalisierung der Landestopografie (1960 - 1980)* [[https://www.swisstopohistoric.ch/de/archiv/die-digitalisierung-der-landestopografie-\(1960-1980\)-126.html](https://www.swisstopohistoric.ch/de/archiv/die-digitalisierung-der-landestopografie-(1960-1980)-126.html)]. [Accessed 08-05-2024].
18. SWISSTOPO, Bundesamt für Landestopografie. *SwissAlti3d Produktinformation* [<https://backend.swisstopo.admin.ch/fileservice/sdweb-docs-prod-swisstopoch-files/files/2023/11/14/6d40e558-c3df-483a-bd88-99ab93b88f16.pdf>]. 2022. [Accessed 08-05-2024].
19. DER BUNDESRAT, INFORMATIONSDIENST EDI. *Bundesrat streicht Preise für Daten von swisstopo und MeteoSchweiz — Der Bundesrat* [<https://www.admin.ch/gov/de/start/dokumentation/medienmitteilungen/bundesrat.msg-id-61210.html>]. 2016. [Accessed 10-05-2024].
20. QGIS ASSOCIATION. *QGIS.org, QGIS Geographic Information System* [<http://www.qgis.org>]. 2024.
21. DIJKSTRA, Edsger W. A Note on Two Problems in Connexion with Graphs. *Numerische Mathematik*. 1959, Jg. 1, Nr. 1, S. 269–271.
22. HART, Peter; NILSSON, Nils; RAPHAEL, Bertram. A Formal Basis for the Heuristic Determination of Minimum Cost Paths. *IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics*. 1968, Jg. 4, Nr. 2, S. 100–107. Abger. unter DOI: [10.1109/tssc.1968.300136](https://doi.org/10.1109/tssc.1968.300136).
23. CANTRELL, Cyrus D. *Modern Mathematical Methods for Physicists and Engineers*. Cambridge University Press, 2000.
24. NAISMITH, William W. Excursions. Cruach Ardran, Stobinian, and Ben More. *Scottish Mountaineering Club Journal*. 1892, Jg. 2, Nr. 3. [Accessed 11-08-2024].
25. MCILROY, Doug; PINSON, E. N.; TAGUE, B. A. Unix Time-Sharing System: Foreword. *The Bell System Technical Journal*. 1978, Jg. 57, Nr. 6.
26. GDAL/OGR CONTRIBUTORS. *GDAL/OGR Geospatial Data Abstraction Software Library*. Open Source Geospatial Foundation, 2024. Abger. unter DOI: [10.5281/zenodo.5884351](https://doi.org/10.5281/zenodo.5884351).
27. VUE.JS DEVELOPERS. *Vue.js - The Progressive JavaScript Framework*. 2024. Auch verfügbar unter: <https://vuejs.org/guide/introduction.html>. [Accessed 16-08-2024].
28. MAPLIBRE GL JS CONTRIBUTORS. *MapLibre GL JS*. 2024. Auch verfügbar unter: <https://maplibre.org/maplibre-gl-js/docs/>. [Accessed 16-08-2024].
29. SWISSTOPO, Bundesamt für Landestopografie. *Base Map Produktinformation* [<https://www.swisstopo.admin.ch/de/webkarten-base-map>]. 2024. [Accessed 16-08-2024].
30. MAIER, Martin. *Zentralschweizer Voralpen und Alpen: Einsiedeln bis Gotthard*. Weber Verlag, 2015. ISBN 978-3-85902-374-1.
31. WÄLTI, Thomas; LEUZINGER, Samuel. *Skitourenführer Glarus St. Gallen Appenzell*. Weber Verlag, 2018.
32. *Erhöhtes Risiko von Spaltenstürzen bei Skihochtouren / Bergsteigen.com — bergsteigen.com* [<https://www.bergsteigen.com/news/neuigkeiten/erhoehtes-risiko-von-spaltenstuerzen-bei-skihochtouren/>]. 2016. [Accessed 16-08-2024].
33. FURRER, Claudio. Artificial Intelligence in Ski Touring: Prediction of Caution- and Foot-Sections for Ski Touring Routes with a Machine Learning Approach. 2024.

34. SCHMUDLACH, Günter; WINKLER, Kurt; KÖHLER, Jochen. Quantitative Risk Reduction Method (QRM), a Data-Driven Avalanche Risk Estimator. 2018.
35. DEGRAEUWE, Bart; SCHMUDLACH, Günter; WINKLER, Kurt; KÖHLER, Jochen. SLABS: An Improved Probabilistic Method to Assess the Avalanche Risk on Backcountry Ski Tours. 2024.
36. CHACON, Scott; STRAUB, Ben. *Pro Git*. Apress, 2014.
37. HORN, Berthold. Hill Shading and the Reflectance Map. *Proceedings of the IEEE*. 1981, Jg. 69, S. 14–47. Abger. unter DOI: [10.1109/PROC.1981.11918](https://doi.org/10.1109/PROC.1981.11918).
38. THORNE, Colin et al. Terrain Analysis for Quantitative Description of Zero-Order Basins. 1987.

A Abkürzungsverzeichnis

CLI Command Line Interface, Kommandozeile.

DEM Digital Elevation Model.

DHM digitales Höhenmodell.

GDAL Geospatial Data Abstraction Library.

GIS Geoinformationssystem.

GPU Grafikprozessor.

GRM Grafische Reduktionsmethode.

LLB Lawinenlagebericht.

LVS Lawinenverschüttetensuchgerät.

QRM Quantitative Reduktionsmethode.

SAC Schweizer Alpen-Club.

SLF WSL-Institut für Schnee- und Lawinenforschung.

UNIX UNiplexed Information Computing System.

B Abbildungsverzeichnis

1	Wichtigsten Lawinentypen [7]	2
2	Bulletin vom 12.2.24 [14]	5
3	Die 5 europäischen Lawinengefahrstufen in einem Graph	5
4	GRM-Karte [11]	7
5	3×3 -Ausschnitt von Höhen aus einem DEM und deren Benennung	10
6	Graph der modellierten Risikofunktion $r(\rho)$ für $0 \leq \rho \leq 90$ bei prognostizierter Gefahrenstufe 3=	12
7	QGIS-Erweiterung «LeastCostWalk» in der grafischen Oberfläche von QGIS	13
8	Nutzeroberfläche der Web-App, Tour auf den Clariden	14
9	Endgültiges Modell zur Berechnung von Touren	15
10	Tour auf Tierberglhütte SAC und Sustenhorn ab Steingletscher, Basislayer: swisstopo	16
11	Geplante Tour von der Klausenpass-Passhöhe auf den Clariden, Basislayer: swisstopo	17
12	Geplante Tour von der Monte-Rosa-Hütte SAC auf Dufourspitze und Signalkuppe, Basislayer: swisstopo	18
13	Geplante Tour von der Diavolezza auf den Piz Palü Basislayer: swisstopo	18
14	Geplante Tour auf Galen- und Dammastock Basislayer: swisstopo	19
15	Geplante Tour von der Läntahütte auf das Rheinwaldhorn Basislayer: swisstopo	19
16	Python Code zur Produktion von Risikokarten aus Neigungskarte	III

Das Titelbild basiert auf einem mit Dall-E von OpenAI erstellten Rohbild. Promt «Create me a romantic-style picture of a skitourer from behind, looking out into the mountains. The image should symbolize Algorithmic Planning of skitours – from screen to the mountain and back safely» Das Rohbild wurde manuell angepasst.

Alle Abbildungen ohne Kurzverweis in der Beschriftung sind selbst erstellt. Die Hintergrundkarten stammen wo nicht anders erwähnt aus der «LK-Winter» von swisstopo. Die SAC-Routen sind den Tourenführern *Zentralschweizer Voralpen und Alpen* von Maier [30] sowie *Skitourenführer Glarus St. Gallen Appenzell* von Wälti; Leuzinger [31] entnommen.

C Codebeispiele

C.1 Risikokarte



```

import riomucho
import numpy as np

def riskfn(slope):
    return np.sqrt(1 / (1 + np.exp(-(slope-28.0) / 3.0))) # + np.power((1/45)*slope, 2)

def calculate_grm_risk(slope):
    # return np.maximum(expterm, expterm + ((slope/300) - 0.15))
    return riskfn(slope) / riskfn(90.0)

def read_function(data, window, ij, g_args):
    output = calculate_grm_risk(data[0])
    return output

def main():
    # Open w/ simple read mode, and work in parallel.
    with riomucho.RioMucho(
        ['./riskmap.tif', read_function, global_args={}])
        as rm:
            rm.run(4)

if __name__ == '__main__':
    main()

```

Abb. 16: Python Code zur Produktion von Risikokarten aus Neigungskarte

D Formeln zur Berechnung von Oberflächenfaktoren

Hangneigung und Exposition nach [37]:

$$\frac{\Delta z}{\Delta x} = \frac{(c + 2f + i) - (a + 2d + g)}{8r} \quad (1)$$

$$\frac{\Delta z}{\Delta y} = \frac{(g + 2h + i) - (a + 2b + c)}{8r} \quad (2)$$

Hangneigung ρ und Exposition θ :

$$\rho = \arctan \left(\sqrt{\left(\frac{\Delta z}{\Delta x} \right)^2 + \left(\frac{\Delta z}{\Delta y} \right)^2} \right) \quad (3)$$

$$\theta = \arctan \left(\frac{\frac{\Delta z}{\Delta x}}{-\frac{\Delta z}{\Delta y}} \right) \quad (4)$$

Geländekrümmung nach [38]:

$$D = \frac{(d + f)/2 - e}{r^2} \quad (5)$$

$$E = \frac{(b + h)/2 - e}{r^2} \quad (6)$$

$$F = \frac{-a + c + g - i}{4r^2} \quad (7)$$

$$G = \frac{-d + f}{2r} \quad (8)$$

$$H = \frac{b - h}{2r} \quad (9)$$

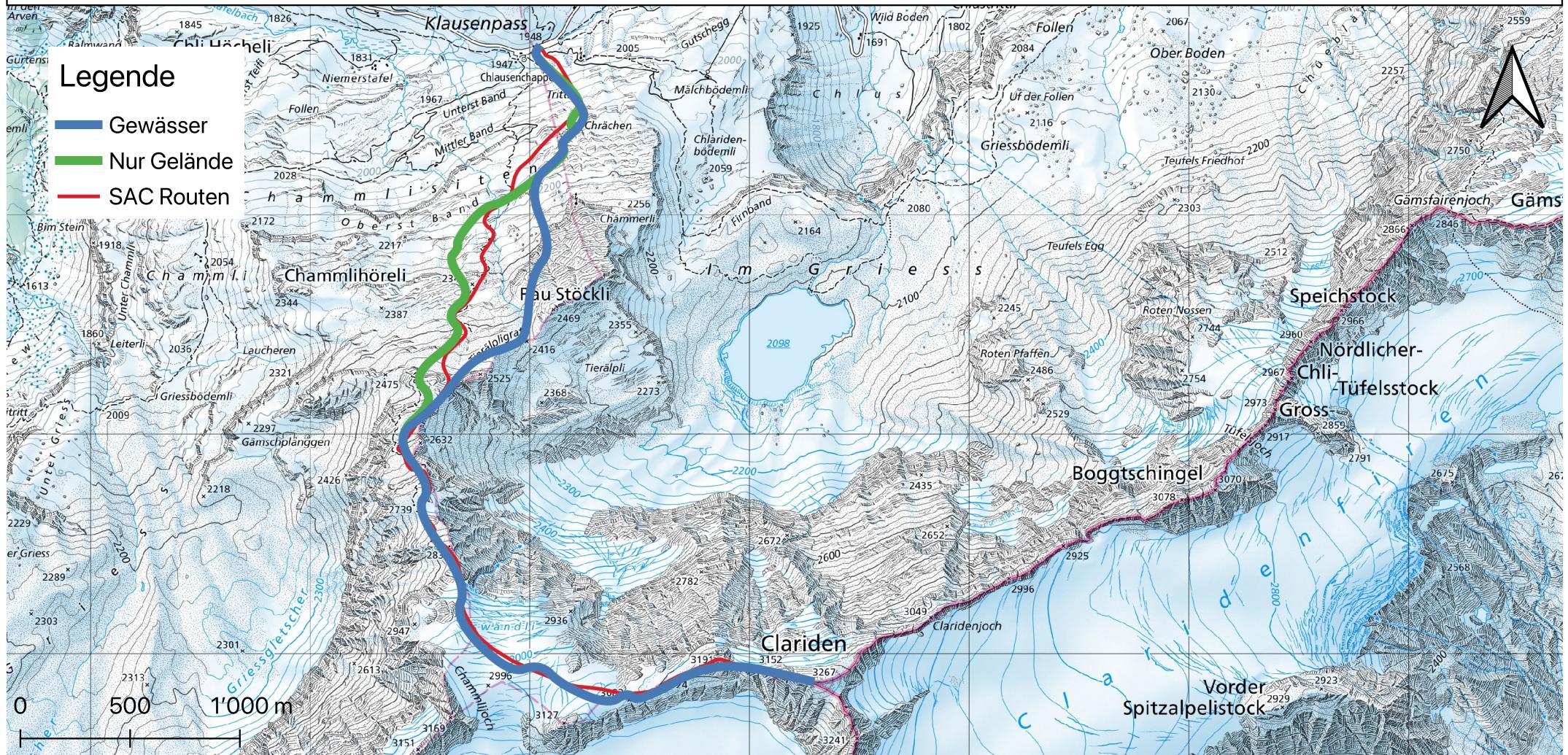
(6) – (10) sind die Faktoren eines teilweisen Polynom vierten Grades [38]. Hangkrümmung c_{Plan} und c_{Profil} beschreiben, mit welchem Radius sich die Hangneigung parallel (Plankrümmung) bzw. senkrecht (Profilkrümmung) zur Exposition ändert:

$$c_{Plan} = -\frac{2(DH^2 + EG^2 - FGH)}{G^2 + H^2} \quad (10)$$

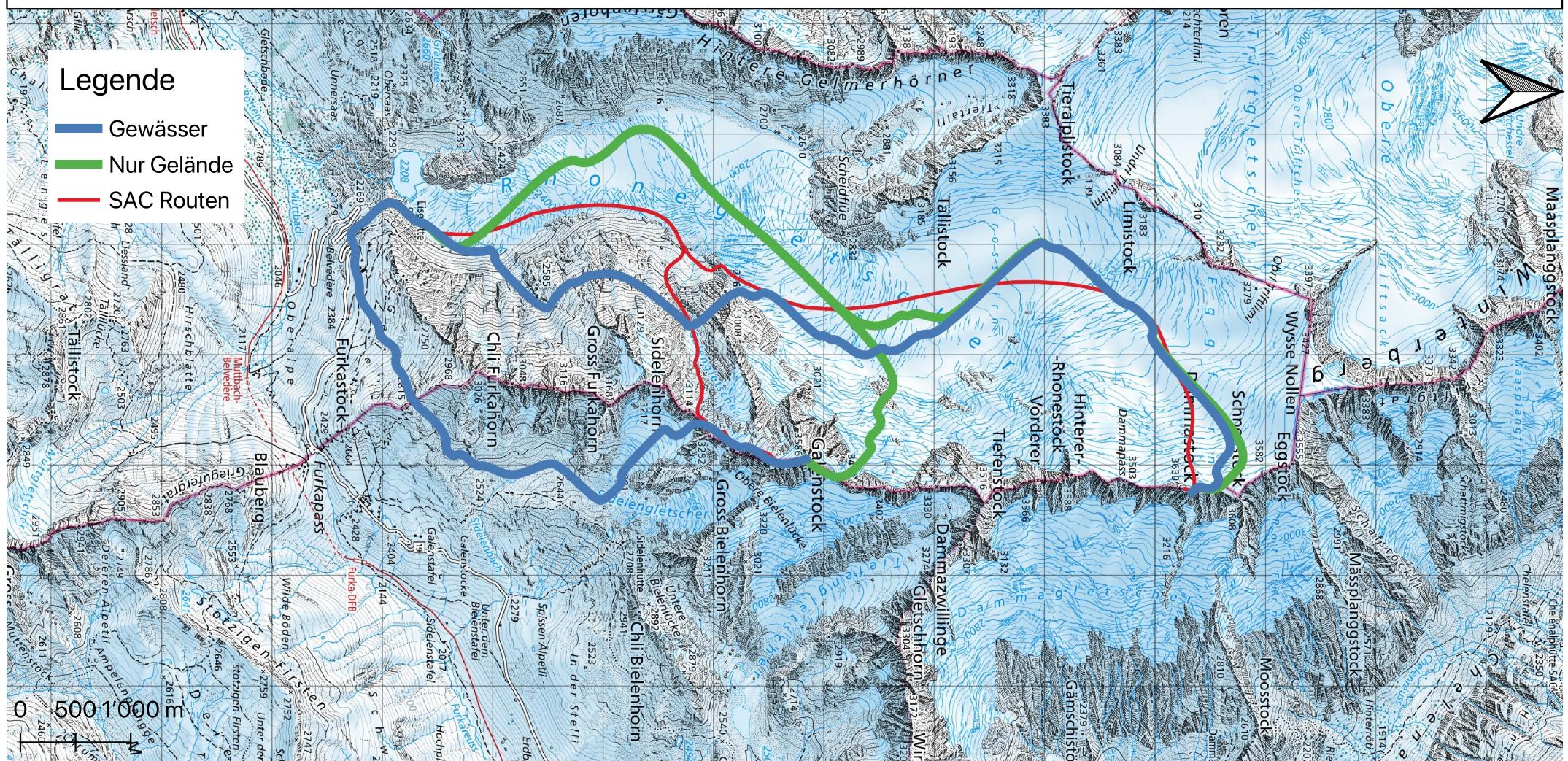
$$c_{Profil} = \frac{2(DG^2 + EH^2 + FGH)}{G^2 + H^2} \quad (11)$$

E Evaluationsrouten

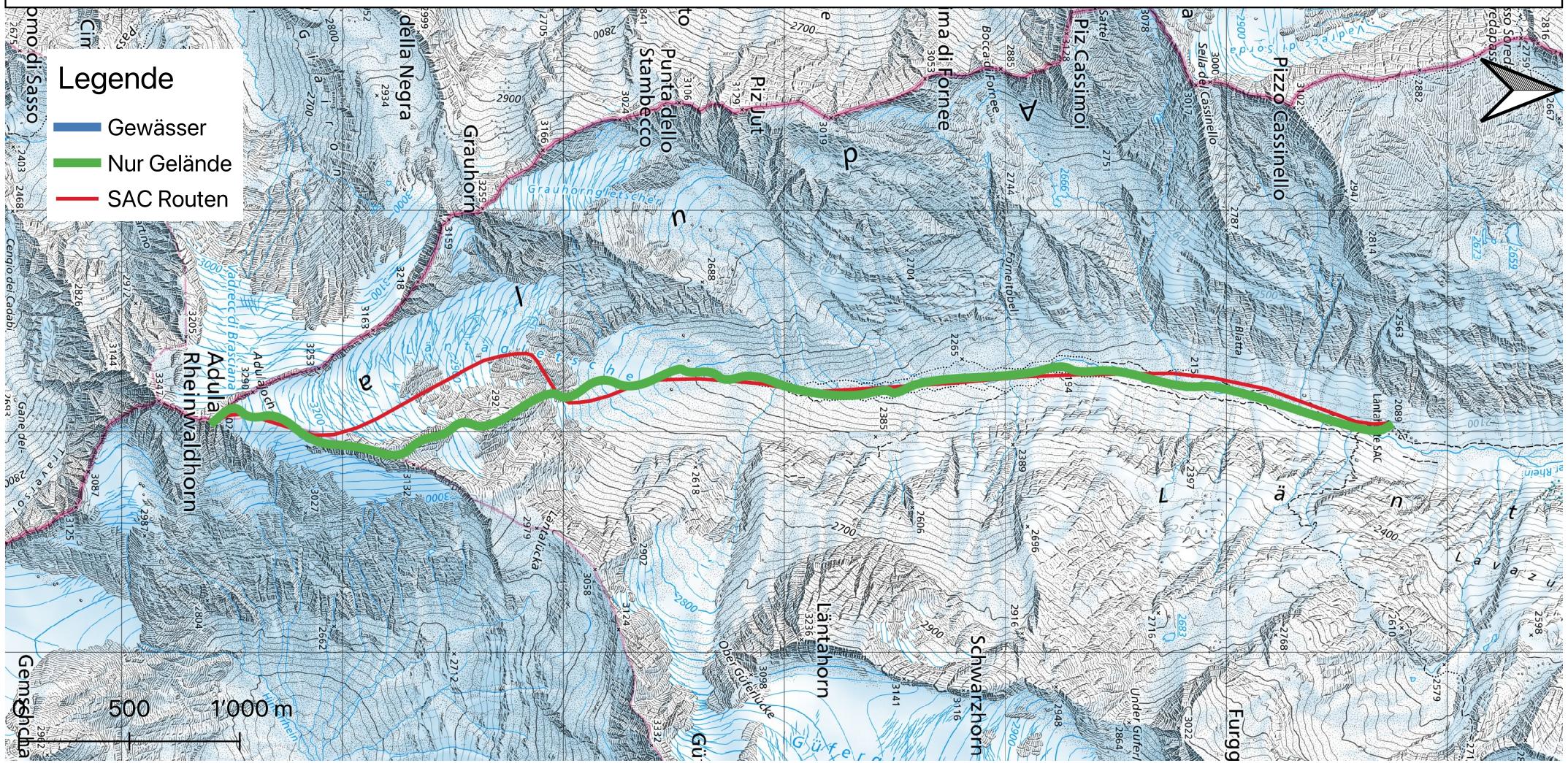
Clariden



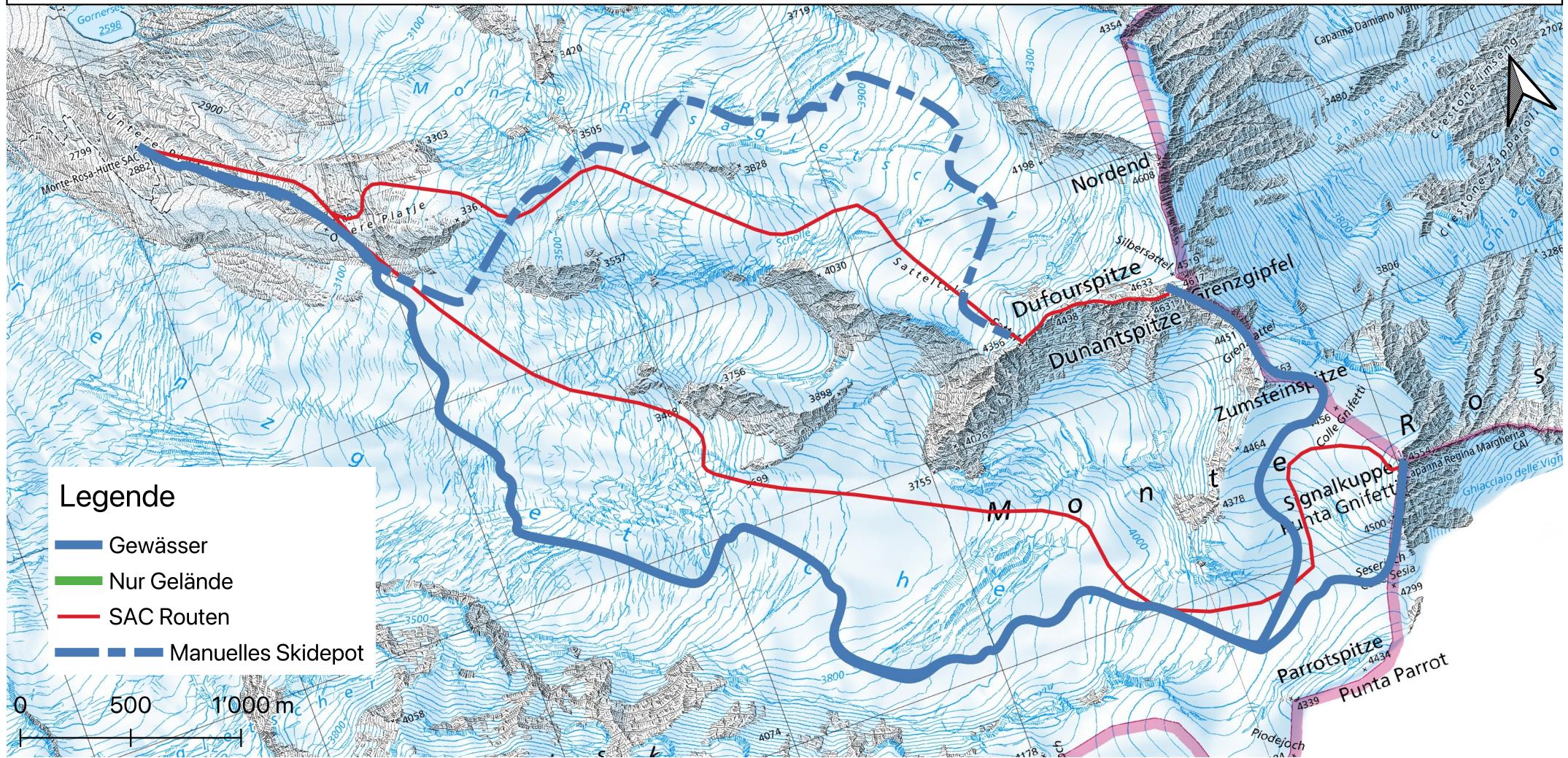
Furka - Galenstock & Dammastock



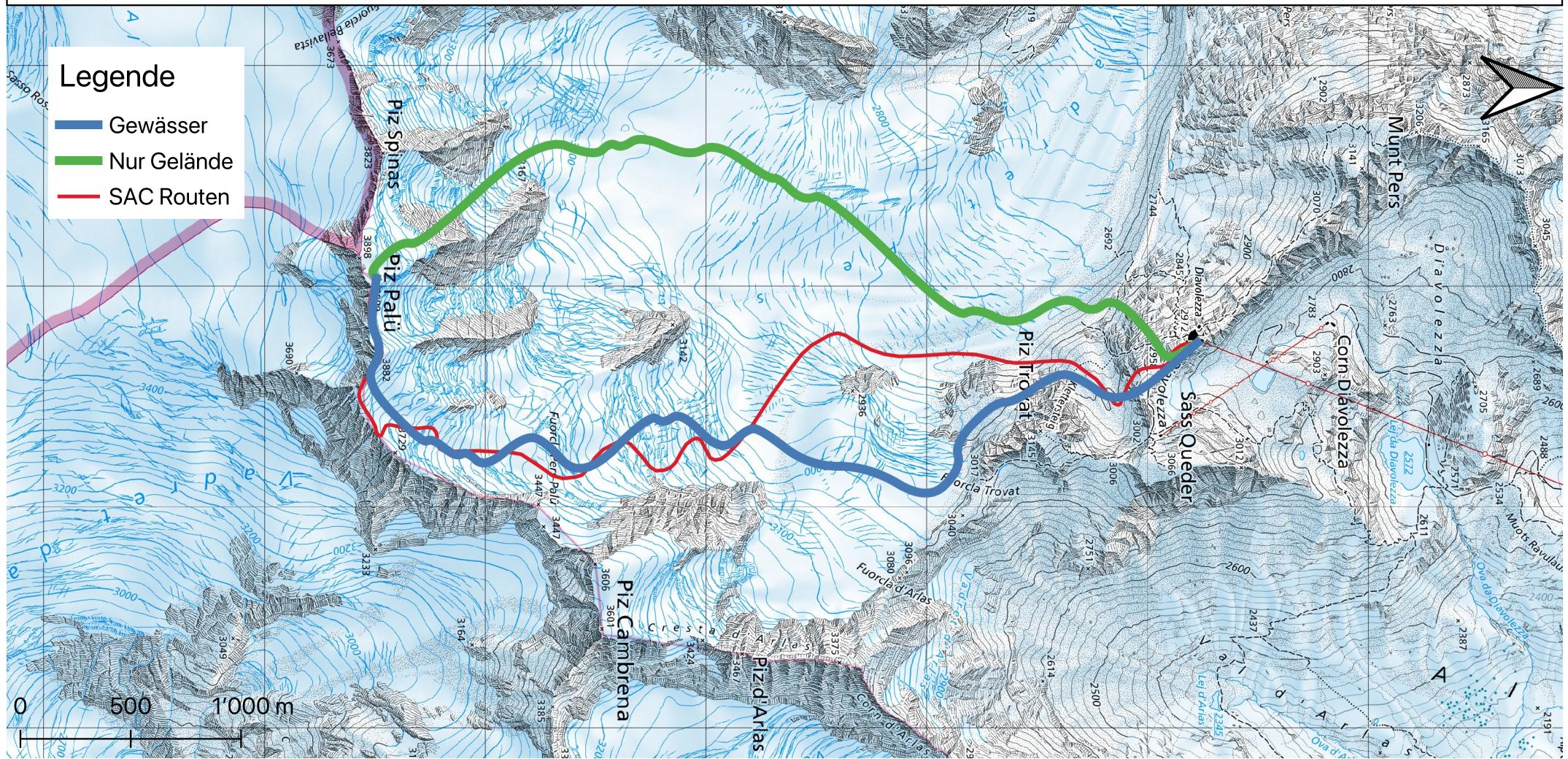
Länta - Rheinwaldhorn/Adula



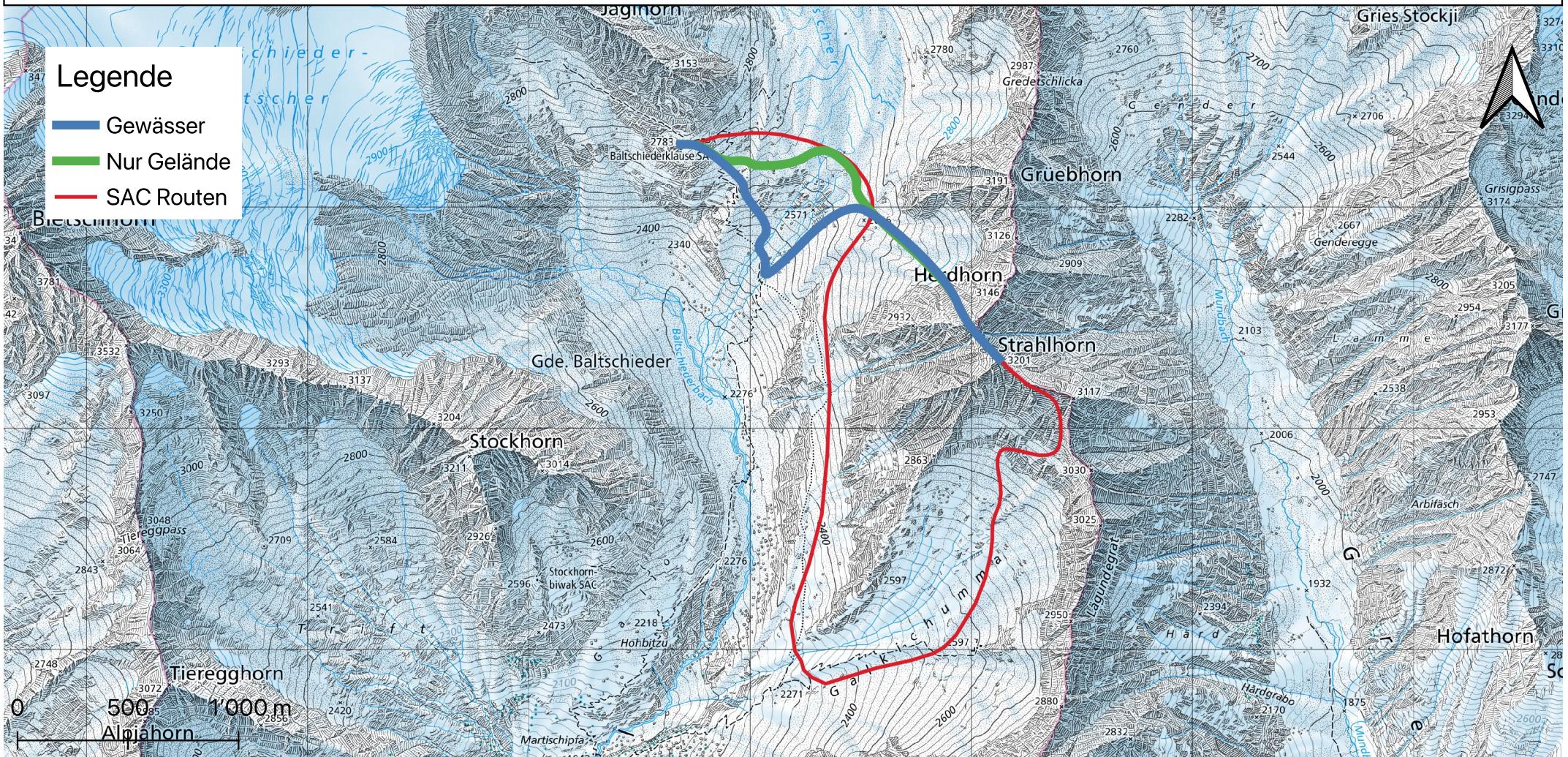
Monte Rosa Massiv



Piz Palü



Strahlhorn



Tierbergli

