1. ให้ $\mathbf{u} = (4, 0, -3, 5), \mathbf{v} = (0, 2, 5, 4)$

จงหา (a) $\mathbf{u} - \mathbf{v}$

(b) $2(\mathbf{u} + 3\mathbf{v})$

(c) $2\mathbf{v} - \mathbf{u}$

a. $u - v = (4-0, 0-2, -3-5, 5-4)$

$= (4, -2, -8, 1)$ #

b. $2(u+3v) = 2(4+(3)(0), 0+(3)(2), -3+(3)(5), 5+(3)(4))$

$= 2(4, 6, 12, 17) = (8, 12, 24, 34)$ #

c. $2v - u = ((2)(0)-4, (2)(2)-0, (2)(5)-(-3), (2)(4)-5)$

$= (0-4, 4-0, 10+3, 8-5) = (-4, 4, 13, 3)$ #

2. ให้ $\mathbf{u} = (1, -1, 0, 1)$ และ $\mathbf{v} = (0, 2, 3, -1)$

จงหาผลเฉลยของ $\mathbf{w}$ เมื่อ $2\mathbf{w} = \mathbf{u} - 3\mathbf{v}$

$$2W = (1-(3)(0), -1-(3)(2), 0-(3)(3), 1-(3)(-1))$$

$$2W = (1, -7, -9, 4)$$

$$W = \left(\frac{1}{2}, -\frac{7}{2}, -\frac{9}{2}, \frac{4}{2}\right)$$

$$W = \left(\frac{1}{2}, -3\frac{1}{2}, -4\frac{1}{2}, 2\right)$$

3. ให้ $\mathbf{u} = (-1, 1, -2)$ และ $\mathbf{v} = (1, -3, -2)$

จงหา (a) $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$

(b) $\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}$

(c) $\|\mathbf{u}\|^2$

a. $u \cdot v = (-1)(1) + (1)(-3) + (-2)(-2)$

$= -1 - 3 + 4 = 0$ #

b. $u \cdot u = (-1)(-1) + (1)(1) + (-2)(-2)$

$= 1 + 1 + 4 = 6$ #

c. $\|u\|^2 = u \cdot u = 6$ #

4. ให้ $\mathbf{u} = (3,1), \mathbf{v} = (-2,4)$

จงหามุม θ ระหว่างเวกเตอร์

$$\cos\theta = \frac{u \cdot v}{\|u\|\|v\|} = \frac{(3)(-2)+(1)(4)}{\left(\sqrt{3^2+1^2}\right)\left(\sqrt{(-2)^2+4^2}\right)}$$

$$= \frac{-6+4}{(\sqrt{10})(\sqrt{20})} = \frac{-2}{\sqrt{200}} = -\frac{\sqrt{2}}{10}$$

$$\theta = -\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{10}\right), \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{10}\right)$$

#

5. ให้ $\mathbf{u} = (12, -3, 1), \mathbf{v} = (-2, 5, 1)$

จงหาผลเฉลยของ $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ และแสดงว่าผลเฉลยตั้งฉากกับทั้งสองเวกเตอร์ $\mathbf{u}$ และ $\mathbf{v}$

$$u \times v = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 12 & -3 & 1 \\ -2 & 5 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} -3 & 1 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} i - \begin{vmatrix} 12 & 1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} j + \begin{vmatrix} 12 & -3 \\ -2 & 5 \end{vmatrix} k$$

$$= ((-3)-5)i - (12+2)j + (60-6)k$$

$$u \times v = -8i - 14j + 54k$$

ตั้งฉาก กับ u และ v

$$\|u \times v\| = \sqrt{(-8)^2 + (-14)^2 + (54)^2}$$

$$= \sqrt{64 + 196 + 2{,}916}$$

$$= \sqrt{3{,}176}$$

$$\frac{u \times v}{\|u \times v\|} = -\frac{8}{\sqrt{3{,}176}} i - \frac{14}{\sqrt{3{,}176}} j + \frac{54}{\sqrt{3{,}176}} k$$

ตั้งฉากกับ u และ v

$$\left(-\frac{8}{\sqrt{3{,}176}}, -\frac{14}{\sqrt{3{,}176}}, \frac{54}{\sqrt{3{,}176}}\right) \cdot (12, -3, 1) = 0$$

$$\left(-\frac{8}{\sqrt{3{,}176}}, -\frac{14}{\sqrt{3{,}176}}, \frac{54}{\sqrt{3{,}176}}\right) \cdot (-2, 5, 1) = 0$$