เฉลยแบบฝึกหัดชุดที่ 10

Probability and Statistics

คณะเทคโนโลยีสารสนเทศ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

---

1. จงหาค่า $t_{n-1,\alpha/2}$ ที่จำเป็นต้องใช้ในการหาช่วงความเชื่อมั่นแบบ 2 ด้าน ในกรณีต่างๆ ดังนี้

(a) ระดับ 90% และจำนวนตัวอย่างเท่ากับ 13

วิธีทำ เปิดตาราง t-table ที่ระดับ d.f. = 12 และ พื้นที่ส่วนหางด้านขวาเท่ากับ 0.05 ได้ $t_{n-1,\alpha/2} = 1.782$

(b) ระดับ 95% และจำนวนตัวอย่างเท่ากับ 20

วิธีทำ เปิดตาราง t-table ที่ระดับ d.f. = 19 และ พื้นที่ส่วนหางด้านขวาเท่ากับ 0.025 ได้ $t_{n-1,\alpha/2} = 2.093$

(c) ระดับ 99% และจำนวนตัวอย่างเท่ากับ 8

วิธีทำ เปิดตาราง t-table ที่ระดับ d.f. = 7 และ พื้นที่ส่วนหางด้านขวาเท่ากับ 0.005 ได้ $t_{n-1,\alpha/2} = 3.499$

2. จงหาค่า $t_{n-1,\alpha}$ ที่จำเป็นต้องใช้ในการหาช่วงความเชื่อมั่นแบบ 1 ด้าน ในกรณีต่างๆ ดังนี้

(a) ระดับ 90% และจำนวนตัวอย่างเท่ากับ 13

วิธีทำ เปิดตาราง t-table ที่ระดับ d.f. = 12 และ พื้นที่ส่วนหางด้านขวาเท่ากับ 0.1 ได้ $t_{n-1,\alpha} = 1.356$

(b) ระดับ 95% และจำนวนตัวอย่างเท่ากับ 20

วิธีทำ เปิดตาราง t-table ที่ระดับ d.f. = 19 และ พื้นที่ส่วนหางด้านขวาเท่ากับ 0.05 ได้ $t_{n-1,\alpha} = 1.729$

(c) ระดับ 99% และจำนวนตัวอย่างเท่ากับ 8

วิธีทำ เปิดตาราง t-table ที่ระดับ d.f. = 7 และ พื้นที่ส่วนหางด้านขวาเท่ากับ 0.01 ได้ $t_{n-1,\alpha} = 2.998$

3. จงหาระดับความเชื่อมั่นแบบ 2 ด้าน เมื่อกำหนดค่า $t_{n-1,\alpha/2}$ และจำนวนตัวอย่างดังนี้

(a) $t_{n-1,\alpha/2} = 1.746, n = 17$

วิธีทำ เปิดตาราง t-table ที่ระดับ d.f. = 16, เมื่อ $t_{n-1,\alpha/2} = 1.746$ ได้พื้นที่ส่วนหางด้านขวาเท่ากับ 0.05 ซึ่งรวมพื้นที่หาง 2 ด้านจะได้ 0.1 ดังนั้นตรงกับระดับความเชื่อมั่น 90%

(b) $t_{n-1,\alpha/2} = 2.528, n = 21$

วิธีทำ เปิดตาราง t-table ที่ระดับ d.f. = 20, เมื่อ $t_{n-1,\alpha/2} = 2.528$ ได้พื้นที่ส่วนหางด้านขวาเท่ากับ 0.01 ซึ่งรวมพื้นที่หาง 2 ด้านจะได้ 0.02 ดังนั้นตรงกับระดับความเชื่อมั่น 98%

(c) $t_{n-1,\alpha/2} = 2.779, n = 27$

วิธีทำ เปิดตาราง t-table ที่ระดับ d.f. = 26, เมื่อ $t_{n-1,\alpha/2} = 2.779$ ได้พื้นที่ส่วนหางด้านขวาเท่ากับ 0.005 ซึ่งรวมพื้นที่หาง 2 ด้านจะได้ 0.01 ดังนั้นตรงกับระดับความเชื่อมั่น 99%

4. เครื่องชงกาแฟจะต้องต้มน้ำให้ได้อุณหภูมิ 94 องศาจึงจะถือว่าได้มาตรฐาน ละอองดาวทดลองชงกาแฟ 8 แก้ว ปรากฏว่าวัดอุณหภูมิเฉลี่ยได้ 92.7 องศา และวัดค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานได้ 3.2 องศา ถ้าสมมติว่าตัวอย่างเหล่านี้มาจากประชากรที่มีการกระจายแบบปกติ จงหาช่วงความเชื่อมั่นสำหรับค่าเฉลี่ยประชากรที่ระดับ 90% และที่ระดับ 95%

วิธีทำ โจทย์กำหนด $\overline{X} = 92.7, s = 3.2, n = 8$
หาช่วงความเชื่อมั่นที่ระดับ 90% ได้ดังนี้
ที่ d.f. = 7, ระดับ 90% $t_{n-1,\alpha/2} = 1.895$

$$\begin{aligned}\overline{X} \pm t_{n-1,\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}} &= 92.7 \pm 1.895\frac{3.2}{\sqrt{8}} \\ &= 92.7 \pm 2.1439 \\ &= (90.556, 94.8439)\end{aligned}$$

หาช่วงความเชื่อมั่นที่ระดับ 95% ได้ดังนี้
ที่ d.f. = 7, ระดับ 95% $t_{n-1,\alpha/2} = 2.365$

$$\begin{aligned}\overline{X} \pm t_{n-1,\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}} &= 92.7 \pm 2.365\frac{3.2}{\sqrt{8}} \\ &= 92.7 \pm 2.6757 \\ &= (90.0243, 95.3757)\end{aligned}$$

5. โรงงานผลิตเก้าอี้ต้องการมั่นใจว่าเก้าอี้แต่ละตัวที่ผลิตออกไปต้องรับน้ำหนักได้มากกว่า 20 กก. ขึ้นไป ผู้ผลิตได้ทดลองสุ่มเก้าอี้มา 13 ตัวและทดสอบการรับน้ำหนัก ปรากฏว่าได้ค่าเฉลี่ย 23 กก. และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 4.2 กก. ถ้าตัวอย่างนี้มาจากประชากรที่มีการกระจายแบบปกติ จงหาค่าขั้นต่ำสำหรับค่าเฉลี่ยน้ำหนักแท้จริงที่เก้าอี้จะรับได้ (1-side lower confidence bound) ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% และ 99%

วิธีทำ โจทย์กำหนด $\overline{X} = 23, s = 4.2, n = 13$
หา 1-side lower confidence bound ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% ได้ดังนี้

ที่ d.f. = 12, ระดับ 95% $t_{n-1,\alpha} = 1.782$

$$\begin{aligned}\overline{X} - t_{n-1,\alpha}\frac{s}{\sqrt{n}} &= 23 - 1.782\frac{4.2}{\sqrt{13}} \\ &= 23 - 2.0758 \\ &= 20.9242\end{aligned}$$

หา 1-side lower confidence bound ที่ระดับความเชื่อมั่น 99% ได้ดังนี้

ที่ d.f. = 12, ระดับ 99% $t_{n-1,\alpha} = 2.681$

$$\begin{aligned}\overline{X} - t_{n-1,\alpha}\frac{s}{\sqrt{n}} &= 23 - 2.681\frac{4.2}{\sqrt{13}} \\ &= 23 - 3.123 \\ &= 19.877\end{aligned}$$