1. ระบบเลขฐาน:

(a) จงแปลงเลข 110101_2 ในระบบฐานสอง ให้เป็นเลขฐาน 10 (2 คะแนน)

$2^5 = 32$
$2^4 = 16$
$2^2 = 4$
$2^0 = 1$

$= 32+16+4+1$
$= 53$

(b) จงแปลงเลข $0|1110|1000|0001|1101_2$ ในระบบฐานสอง ให้เป็นเลขฐาน 16 (3 คะแนน)

1101 = 8+4+1 = 13 = D
0001 = 1
1000 = 8
1110 = 8+4+2 = 14 = E
0000 = 0

E81D

(c) จงแปลงเลข 249_{10} ในระบบฐานสิบ ให้เป็นเลขฐาน 2 (3 คะแนน)

2 | 249		
2 | 124	1	
2 | 62	0	
2 | 31	0	
2 | 15	1	
2 | 7	1	
2 | 3	1	
2 | 1	1	
0		

11111001

(d) จงแปลงเลข $3A5_{16}$ ในระบบฐานสิบหก ให้เป็นเลขฐาน 10 (2 คะแนน)

256 $(3 \cdot 16^2) + (10 \cdot 16) \cdot (5)$

$= 768 + 160 + 5$

$= 933$

2. พีชคณิตบูลีน:

(a) จงใช้กฎของพีชคณิตบูลีนเพื่อลดรูปสมการของ F จนได้สมการที่สั้นที่สุด (5 คะแนน)

$$F(A,B,C) = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}\,C + A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}\,C + AB\overline{C} + ABC$$

$$\overline{A}\,\overline{B}(\overline{C}+C) + A\overline{B}(\overline{C}+C) + AB(\overline{C}+C)$$

$$= \overline{A}\,\overline{B} + A\overline{B} + AB$$

$$= \overline{B} + AB$$

$$= (\overline{B}+A)(\overline{B}+B)$$

$$= \overline{B} + A$$

(b) จงใช้กฎของ De Morgan เพื่อหา $\overline{F}$ และลดรูปต่อจนได้สมการของ $\overline{F}$ ที่สั้นที่สุด (5 คะแนน)

$$F(A,B,C,D) = ABC + B(\overline{C}+\overline{D})$$

$$\overline{ABC + B(\overline{C}+\overline{D})} = (\overline{ABC})(\overline{B(\overline{C}+\overline{D})})$$

$$= (\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})(\overline{B}+\overline{\overline{C}+\overline{D}})$$

$$= (\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})(\overline{B}+\overline{\overline{C}}\,\overline{\overline{D}})$$

$$= (\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})(\overline{B}+CD)$$

$$= (\overline{B}+CD)\overline{A} + (\overline{B}+CD)\overline{B} + (\overline{B}+CD)\overline{C}$$

$$= \overline{A}\,\overline{B} + \overline{A}CD + \overline{B} + \overline{B}CD + \overline{B}\,\overline{C} + \overline{C}CD$$

$$= \overline{A}CD + \overline{B} + \overline{B}CD + \overline{B}\,\overline{C} + \overline{C}CD$$

$$= \overline{A}CD + \overline{B} + \overline{B}\,\overline{C} + \overline{C}CD$$

$$= \overline{A}CD + \overline{B} + 0$$

$$= \overline{A}CD + \overline{B}$$

(c) จงใช้กฎของพีชคณิตบูลีนเพื่อพิสูจน์ว่า $BC + \overline{A}\,\overline{B} + \overline{A}\,\overline{C} = ABC + \overline{A}$ (10 คะแนน)

$= BC + \overline{A}(\overline{B}+\overline{C}) = BC+\overline{A}$

$= (BC+\overline{A})(BC+\overline{B}+\overline{C})$

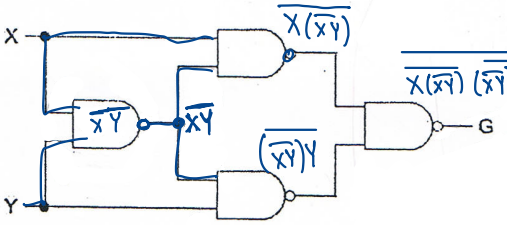
$= (BC+\overline{A})(C+\overline{B}+\overline{C})$

$= (BC+\overline{A})(\overline{B}+1)$

$= BC+\overline{A}$

XOR

(d) จงใช้กฎของพีชคณิตบูลีนเพื่อพิสูจน์ว่า output ของวงจรในรูปที่ 1 คือ $G = X \oplus Y = X\overline{Y} + \overline{X}Y$ (10 คะแนน)



รูปที่ 1: วงจรสำหรับข้อ 2.d

$\overline{\overline{X(\overline{XY})}\;\overline{(\overline{XY})Y}} = \overline{\overline{X(\overline{XY})}} + \overline{\overline{(\overline{XY})Y}}$

$= X(\overline{XY}) + (\overline{XY})Y$

$= X(\overline{X}+\overline{Y}) + (\overline{X}+\overline{Y})Y$

$= 0 + X\overline{Y} + \overline{X}Y$

$= X\overline{Y} + \overline{X}Y$

$= X \oplus Y$

3. K-Map:

(a) จงใช้ K-Map เพื่อลดรูปสมการ $F(A,B,C,D) = \Pi M(0,1,6,7)$ (5 คะแนน)

0000 0110 0001 0111

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	1	1	1
01	0	1	1	1
11	1	0	1	1
10	1	0	1	1

F(A,B,C,D) = $A+\bar{B}C+B\bar{C}$

(b) จงใช้ K-Map เพื่อลดรูปสมการ $F(A,B,C,D) = \Sigma m(1,3,5,7,9) + \Sigma d(6,12,13)$ (10 คะแนน)

0001 0101 1001 1100 0011 0111 0110 1101

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	0	X	0
01	1	1	X	1
11	1	1	0	0
10	0	X	0	0

F(A,B,C,D) = $\bar{A}D+\bar{C}D$

$= D(\bar{A}+\bar{C})$

(c) จงใช้ K-Map เพื่อลดรูปสมการ (15 คะแนน)

16 8 4 2 1

$F(A,B,C,D,E) = \Sigma m(3,7,12,14,15,19,23,27,28,29,31) + \Sigma d(4,5,6,13,30)$

00011 01100 01111 10111 11100 11111 00100 00110 11110

00111 01110 10011 11011 11101 00101 01101

A=0

DE \ BC	00	01	11	10
00	0	X	1	0
01	0	X	X	0
11	1	1	1	0
10	0	X	1	0

A=1

DE \ BC	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	0	1	0
11	1	1	1	1
10	0	0	X	0

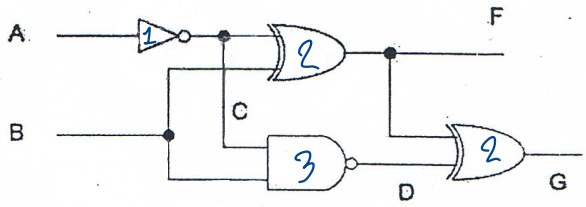
F(A,B,C,D,E) = $BC+ADE+\bar{B}DE$

4. Time Response: จงเขียน Time Diagram ของ C, D, F, และ G โดยกำหนดให้ Delay ของเกตต่างๆเป็นดังนี้ (20 คะแนน)

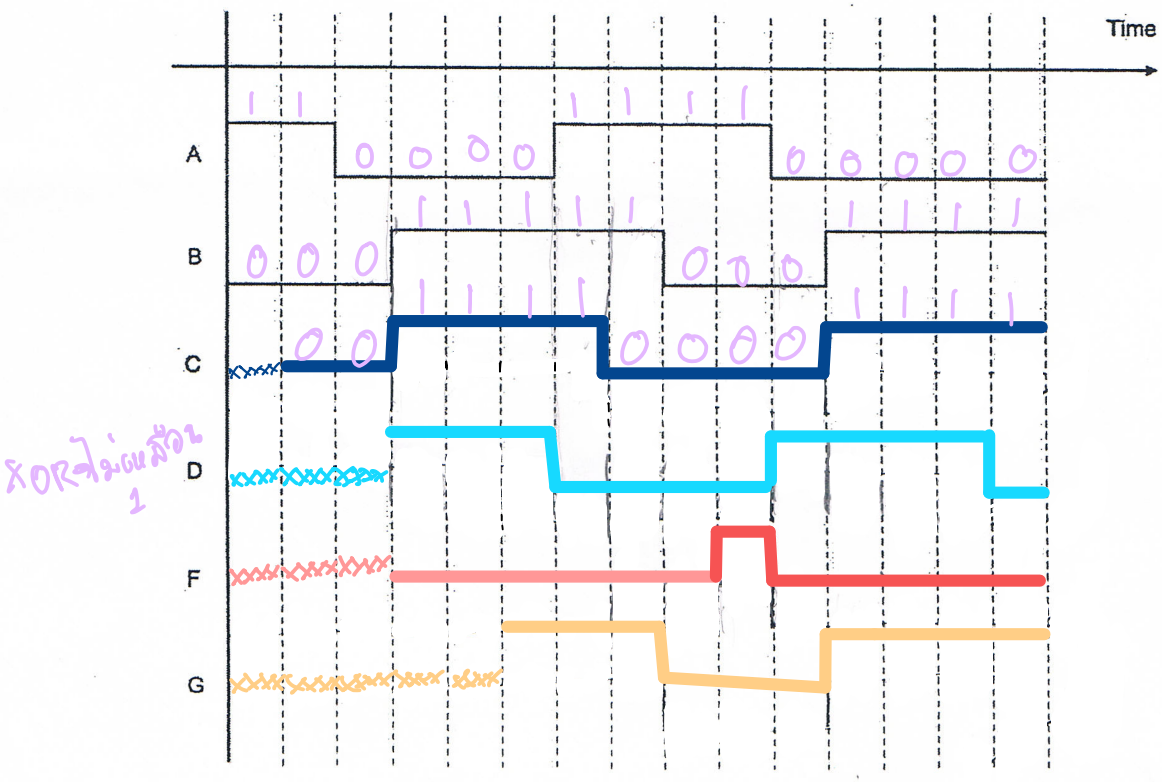
Inverter เกต มี Delay 1 หน่วยเวลา

XOR เกต มี Delay 2 หน่วยเวลา → ไม่เหลือน1

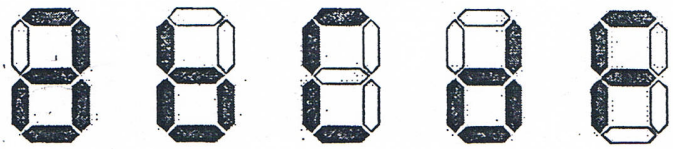
NAND เกต มี Delay 3 หน่วยเวลา → ค่า1 → 0



รูปที่ 2: วงจรสำหรับโจทย์ข้อ 4



5. การออกแบบวงจร: วิศวกรต้องการสร้างวงจรสำหรับแสดงผลการเรียนของนักศึกษาในวิชา Digital โดยแสดงผลในรูปแบบตัวอักษร a,b,c,d,f บน 7-Segment Display ดังรูปที่ 3



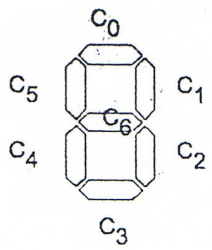
รูปที่ 3: การแสดงผลตัวอักษรบน 7-Segment Display

โดยกำหนด Input ขนาด 3 บิต (XYZ) เพื่อควบคุมการสดงผลตามตารางที่ 1 สำหรับค่า input อื่นๆที่ไม่ได้ใช้ ให้ถือว่า output เป็น don't care

ตารางที่ 1: Input และ การแสดงผล

XYZ	การแสดงผลบน 7-Segment Display	C_0	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
001	a	1	1	1	1	1	0	1
010	b	0	0	1	1	1	1	1
011	c	1	0	0	1	1	1	0
100	d	0	1	1	1	1	0	1
101	f	1	0	0	0	1	1	1

กำหนดให้ส่วนต่างๆ ของ 7-Segment Display เป็นดังรูปที่ 4



รูปที่ 4: ส่วนต่างๆบน 7-Segment Display

	C_0	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
001	1	1	1	1	1	0	1
010	0	0	1	1	1	1	1
011	1	0	0	1	1	1	0
100	0	1	1	1	1	0	1
101	1	0	0	0	1	1	1

(a) เขียน K-Map ของ C0, C1, ..., C6 และสมการบูลีนที่ได้จาก K-map (20 คะแนน)

C0

z \ XY	00	01	11	10
0	X	0	X	0
1	1	1	X	1

C1

z \ XY	00	01	11	10
0	X	0	X	1
1	1	0	X	0

C2

z \ XY	00	01	11	10
0	X	1	X	1
1	1	0	X	0

C3

z \ XY	00	01	11	10
0	X	1	X	1
1	1	1	X	0

C4

z \ XY	00	01	11	10
0	X	1	X	1
1	1	1	X	1

C5

z \ XY	00	01	11	10
0	X	1	X	0
1	0	1	X	1

C6

z \ XY	00	01	11	10
0	X	1	X	1
1	1	0	X	1

C0 = Z

C1 = $X\bar{Z} + \bar{X}\bar{Y}$

C2 = $\bar{Z} + \bar{X}\bar{Y}$

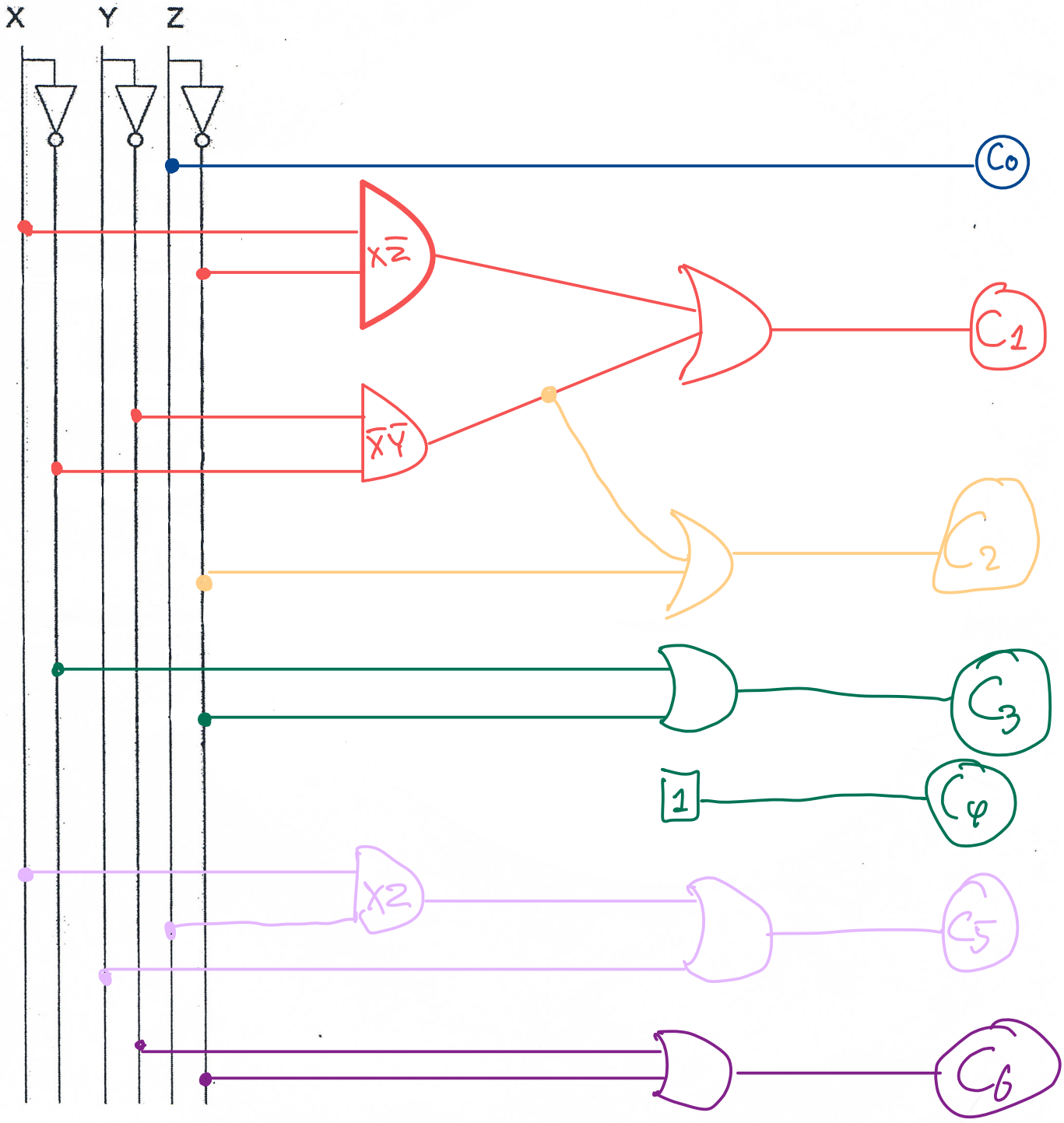
C3 = $\bar{X} + \bar{Z}$

C4 = 1

C5 = $Y + XZ$

C6 = $\bar{Z} + \bar{Y}$

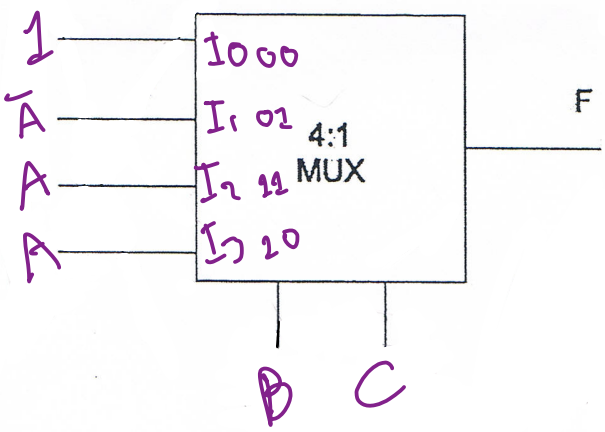
(b) เขียน Schematic Diagram ของ C0, C1, ..., C6 (10 คะแนน)



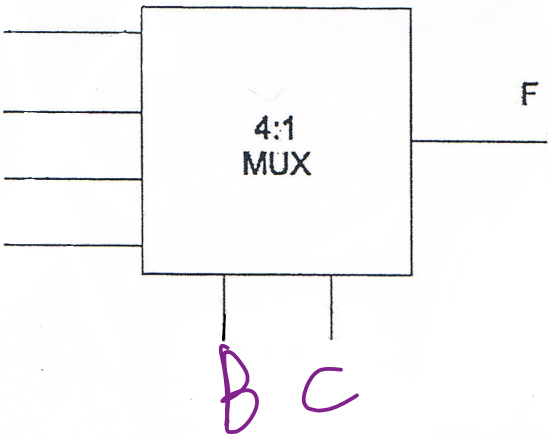
6. MUX: จากตารางค่าความจริงที่กำหนดให้ (A,B,C เป็น inputs และ F เป็น output) จงออกแบบวงจรโดยใช้ 4:1 MUX และใช้ B และ C เป็น Control Inputs ให้นักศึกษาตอบโดยใส่ค่า input ที่ขาต่างๆของ 4:1 MUX ที่กำหนดให้ **(คะแนนเสริม 10 คะแนน)**

ตารางที่ 2: ตารางค่าความจริงสำหรับโจทย์ข้อ 6

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1



6. MUX: จากตารางค่าความจริงที่กำหนดให้ (A,B,C เป็น inputs และ F เป็น output) จงออกแบบวงจรโดยใช้ 4:1 MUX และใช้ B และ C เป็น Control Inputs ให้นักศึกษาตอบโดยใส่ค่า input ที่ขาต่างๆของ 4:1 MUX ที่กำหนดให้ **(คะแนนเสริม 10 คะแนน)**

ตารางที่ 2: ตารางค่าความจริงสำหรับโจทย์ข้อ 6

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1