ระบบเลขฐาน

1. จงแปลงเลข 110101_2 ในระบบฐานสองให้เป็นเลขฐานสิบ

* สังเกตหลัก 110101_2 มี 6 ตัวเขียนได้เป็น $2^{n-1} = 2^{6-1} = 2^5$

$2^5\ 2^4\ 2^3\ 2^2\ 2^1\ 2^0 \rightarrow 32\ 16\ 8\ 4\ 2\ 1$

$1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1 = 1(32)+1(16)+0(8)+1(4)+0(2)+1(1)$

$= 32+16+4+1 = 53$

2. จงแปลงเลข 249_{10} ในระบบฐานสิบให้เป็นเลขฐานสอง

→ มีสองวิธีด้วยกัน

1. การหาร 2 เพื่อดูเศษ

		เศษ
2	249	
2	124	1
2	62	0
2	31	0
2	15	1
2	7	1
2	3	1
2	1	1
	0	1

กลับเศษจากล่างขึ้นบน
ก็จะเป็นเลขฐานสอง

$\boxed{249_{10} = 11111001_2}$

* ใช้ได้กับทุกเลขฐาน โดยการเปลี่ยนตัวหารเป็นเลขฐานนั้น
* ถ้าเลขฐาน > 10 ตัวเศษที่ ≥ 10 จะแทนด้วยตัวอักษรภาษาอังกฤษ $\{10, 11, 12, \ldots\} = \{A, B, C, \ldots\}$

2. การลดค่าด้วย "$2^n - 1$"

249_{10} ใกล้เคียงกับ 2^8 (256)
ซึ่งเลยค่า 2^7 (128) มาแล้ว
จึงควรมี 8 หลัก
จะได้ $2^7\ 2^6\ 2^5\ 2^4\ 2^3\ 2^2\ 2^1\ 2^0$
เป็น 128 64 32 16 8 4 2 1 —(1)
นำ $249 - (256-1) = -6$ —(2)
นำมาเทียบกับแถว (1) และหัก
เลขที่เป็นค่าเกินออก คือ 4 กับ 2
(4+2 = 6 แต่ (2) ได้ -6 จึงหักออก)
จะได้เป็น 128+64+32+16+8+1 = 249 พอดี
ใส่เลข 1 ในหลักที่คงไว้และ 0 ในหลักที่หักออก
สรุปคำตอบคือ

$\boxed{11111001_2 = 249_{10}}$

* ใช้วิธีนี้ได้กับการแปลงเลขฐานสิบเป็นฐานสองเท่านั้น!
* ครับๆ วิธีทำมีแค่ 2 บรรทัด ง่ายกว่าอีกเยอะ

3. จงแปลงเลข $3A5_{16}$ ในระบบฐานสิบหกให้เป็นเลขฐานสิบ

* สังเกตหลัก $3A5_{16}$ มี 3 ตัวเขียนได้เป็น $16^{3-1} = 16^2$

$3A5_{16} = (3 \cdot 16^2) + (10 \cdot 16^1) + (5 \cdot 16^0)$
$= 768 + 160 + 5$
$= 933$

4. จงแปลงเลข 0111010000011101_2 ในระบบฐานสองให้เป็นเลขฐานสิบหก

วิธีที่ 1 : การแปลงจากฐานที่ 2 ไป 10 ก่อน แล้วค่อยแปลงจาก 10 ไป 16
* วิธีนี้ยากมาก ๆ จากหลักที่โจทย์ให้มา 17 หลักหรือ 2^{16} เยอะไป เลยใช้วิธีที่ 2

วิธีที่ 2 : การแบ่งชุดตัวเลขแบบ 2^n
ทำได้โดยแบ่งชุดข้อมูลจากข้างหลังมาข้างหน้าทีละเลขฐานที่ต้องการ $= 2^n$
โดยจะแบ่งเหลือ n หลัก
เช่น ในข้อนี้ $2^n = 16 \rightarrow n = 4$

$0 \mid 1110 \mid 1000 \mid 0001 \mid 1101_2$

แล้วแปลงเลขฐาน 2 เป็น 16 ได้เลย
→ $1101 = 2^3+2^2+2^0 = 13 = D$
→ $0001 = 2^0 = 1$
→ $1000 = 2^3 = 8$
→ $1110 = 2^3+2^2+2^1 = 14 = E$
→ $0 = 0$ ถ้า 0 ด้านหน้าไม่จำเป็นต้องเขียน

เมื่อนำมาเรียงต่อกันจะได้ $\boxed{E81D}$

Boolean Expression 1

1. จงใช้กฎของพีชคณิตบูลีนเพื่อลดรูปสมการของ F จนได้สมการที่สั้นที่สุด

$$F(A,B,C) = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$$

ดึงตัวร่วม $\bar{A}+A=1$

$$= \bar{A}\bar{B}(\cancel{\bar{C}+C}^{1}) + A\bar{B}(\cancel{\bar{C}+C}^{1}) + AB(\cancel{\bar{C}+C}^{1})$$

$$= \bar{A}\bar{B} + A\bar{B} + AB$$

ดึงตัวร่วม

$$= \bar{B}(\cancel{\bar{A}+A}^{1}) + AB$$

$$= AB + \bar{B}$$

$A+\bar{A}B = A+B$

$\bar{A}+AB = \bar{A}+B$

$$= \bar{B}+A$$

2. จงใช้กฎ De Morgan เพื่อหา $\bar{F}$ และลดรูปสมการของ $\bar{F}$ จนได้สมการที่สั้นที่สุด

$$F(A,B,C,D) = ABC + BC\bar{C}+\bar{D})$$

คูณเข้า

$$= ABC + B\bar{C} + B\bar{D}$$

ดึงตัวร่วม

$$= B(AC+\bar{C}) + B\bar{D}$$

$\bar{A}+AB = \bar{A}+B$

$$= B(\bar{C}+A) + B\bar{D}$$

กระจายเข้า

$$= BA + B\bar{C} + B\bar{D}$$

$$\bar{F}(A,B,C,D) = \overline{BA + B\bar{C} + B\bar{D}}$$

$\overline{A+B} = \bar{A}\bar{B}$

$\overline{AB+B\bar{C}} = \overline{AB}+\overline{B\bar{C}}$

$\overline{AB} = \bar{A}+\bar{B}$

De Morgan

$$= \overline{BA}\,(\overline{B\bar{C}})\,\overline{B\bar{D}}$$

$$= (\bar{B}+\bar{A})(\bar{B}+C)(\bar{B}+D)$$

$(A+B)(A+C) = A+BC$

$$= \bar{B}+\bar{A}CD$$

Boolean Expression 2

3. จงใช้กฎของพีชคณิตบูลีนเพื่อพิสูจน์ว่า $BC + \bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{C} = ABC + \bar{A}$

พิสูจน์แบบ LHS=RHS :

$BC + \bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{C} = BC + \bar{A}(\bar{B}+\bar{C})$ — $AB+AC = A(B+C)$

$= BC + \bar{A}(\overline{BC})$ — $\bar{A}+\bar{B} = \overline{AB}$; De morgan

$= BC + \bar{A}(\bar{B}\bar{C} + \bar{C}B + \bar{B}C)$ — $\overline{AB} = A\bar{B} + \bar{A}B + \bar{A}\bar{B}$

$= BC + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C$ — กระจาย $\bar{A}$

$= B(C+\bar{C}\bar{A}) + \bar{A}\bar{B}(\cancel{C+\bar{C}})^{1}$ — ดึงตัวร่วม

$= B(C+\bar{A}) + \bar{A}\bar{B}$ — $A+\bar{A}B = A+B$

$= \bar{A}B + BC + \bar{A}\bar{B}$ — กระจาย B

$= \bar{A}(\cancel{B+\bar{B}})^{1} + BC$ — ดึงตัวร่วม

$= \bar{A} + BC$

$= (\bar{A}+B)(\bar{A}+C)(1)$ — $A+BC = (A+B)(A+C)$

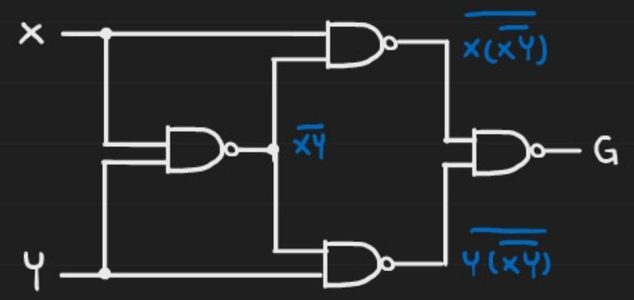
$= (\bar{A}+A)(\bar{A}+B)(\bar{A}+C)$ — $1 = A+\bar{A}$

$= \bar{A} + ABC$ — ดึงตัวร่วม

$BC + \bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{C} = ABC + \bar{A}$ — การสลับที่

$\therefore$ LHS = RHS ดังนั้น สมการข้างต้นเป็นจริง

4. จงใช้กฎของพีชคณิตบูลีนเพื่อพิสูจน์ว่า Output ของวงจรในรูปที่ 1



NAND $= \overline{XY}$
$= \bar{X}+\bar{Y}$

คือ $G = X \oplus Y \longrightarrow G = X\bar{Y} + Y\bar{X}$
↳ สัญลักษณ์ XOR

$G = \overline{\overline{X(\overline{YX})} \cdot \overline{Y(\overline{XY})}} = X(\overline{YX}) + Y(\overline{XY})$ — $\bar{\bar{A}} = A$

$= X(\bar{X}+\bar{Y}) + Y(\bar{X}+\bar{Y})$ — $\overline{AB} = \bar{A}+\bar{B}$

$= \cancel{X\bar{X}}^{0} + X\bar{Y} + \cancel{Y\bar{Y}}^{0} + Y\bar{X}$ — $A(B+C) = AB+AC$

$= X\bar{Y} + Y\bar{X}$

$G = X \oplus Y$

K-map

1. จงใช้ K-map เพื่อลดรูปสมการ $F(A,B,C,D) = \Pi M(0,1,6,7)$

CD \ AB	00	01	11	10
00	0 (0)	1 (4)	1 (12)	1 (8)
01	0 (1)	1 (5)	1 (13)	1 (9)
11	1 (3)	0 (7)	1 (15)	1 (10)
10	1 (2)	0 (6)	1 (14)	1 (11)

$0 = \Pi M(0,1,6,7)$

$1 = \Sigma m(2,3,4,5,8,9,10,11,12)$

$F(A,B,C,D) = \bar{B}C + B\bar{C} + A$

2. จงใช้ K-map เพื่อลดรูปสมการ

$F(A,B,C,D) = \Sigma m(1,3,5,7,9) + \Sigma d(6,12,13)$

CD \ AB	00	01	11	10
00	0 (0)	0 (4)	x (12)	0 (8)
01	1 (1)	1 (5)	x (13)	1 (9)
11	1 (3)	1 (7)	0 (15)	0 (10)
10	0 (2)	x (6)	0 (14)	0 (11)

$1 = \Sigma m(1,3,5,7,9) + \Sigma d(6,12,13)$

$0 = \Pi M(0,2,4,8,10,11,14,15) + \Pi D(6,12,13)$

$F(A,B,C,D) = \bar{C}D + \bar{A}D$

3. จงใช้ K-map เพื่อลดรูปสมการ

(1) $F(A,B,C,D,E) = \Sigma m(3,7,12,14,15,19,23,27,28,29,31) + \Sigma d(4,5,6,13,30)$

(0) $= \Pi M(0,1,2,8,9,10,11,16,17,18,20,21,22,24,25,26) + \Pi D(4,5,6,13,30)$

DE \ BC	00	01	11	10
00	0 (0)	x (4)	1 (12)	0 (8)
01	0 (1)	x (5)	x (13)	0 (9)
11	1 (3)	1 (7)	1 (15)	0 (10)
10	0 (2)	x (6)	1 (14)	0 (11)

A = 0

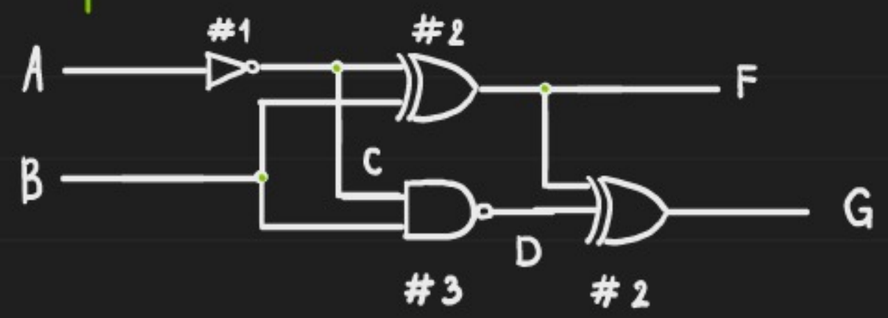
DE \ BC	00	01	11	10
00	0 (16)	0 (20)	1 (28)	0 (24)
01	0 (17)	0 (21)	1 (29)	0 (25)
11	1 (19)	1 (23)	1 (31)	1 (27)
10	0 (18)	0 (22)	x (30)	0 (26)

A = 1

$F(A,B,C,D,E) = BC + \bar{B}DE + ADE$

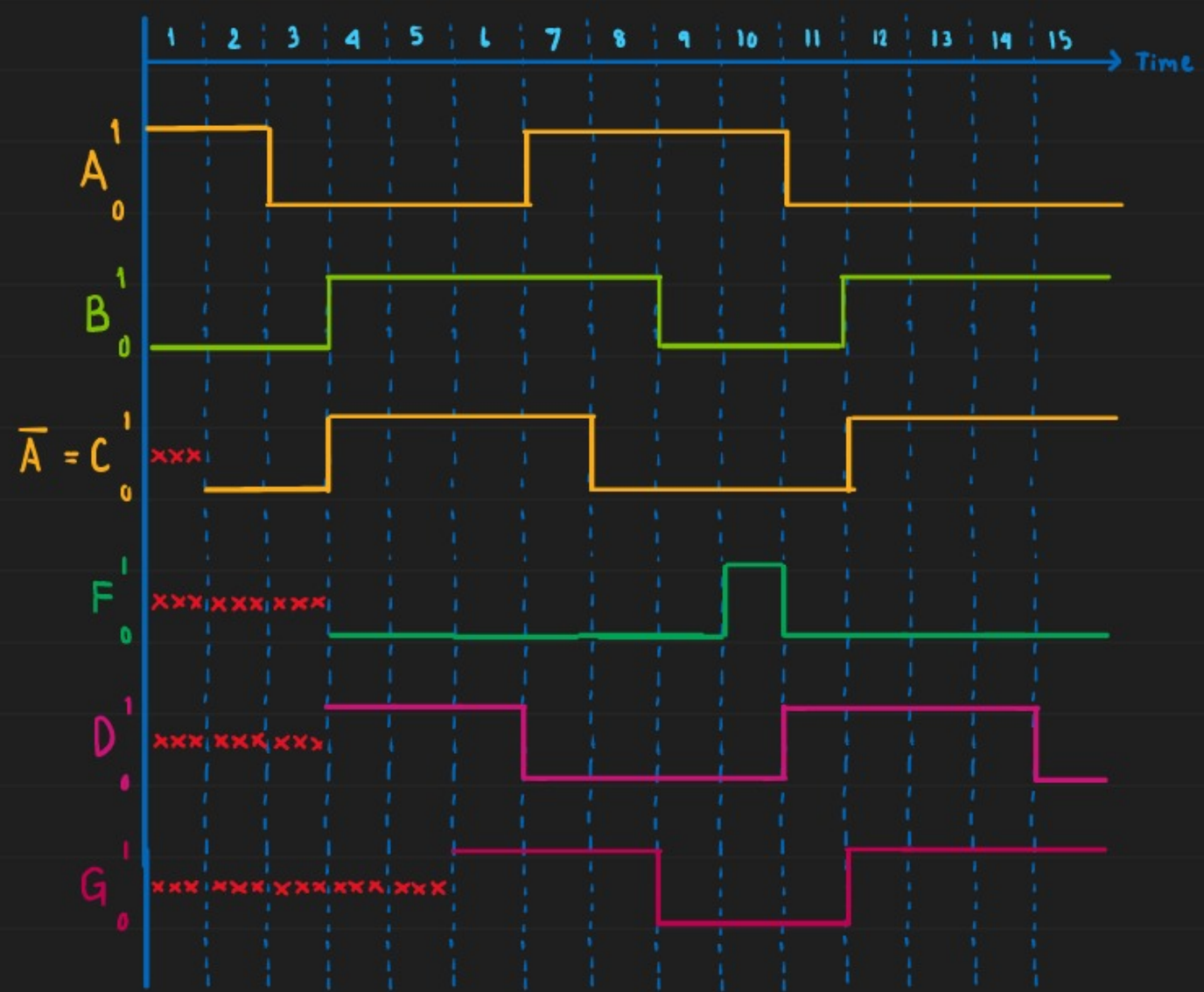
Time response

1.



XOR ⊃D
+ ค่าไม่เหมือนกัน
Output เป็น 1

NAND ⊃
+ ค่า 1 ทั้งหมด
Output เป็น 0



1. ดู gate ว่าเป็นประเภทอะไร ต้องการ Input และได้ Output แบบไหน มีตัวอะไรต่อบ้าง ?
2. ถ้าเห็น Delay(#) ให้เติม xxx ก่อน ให้จำนวนช่อง = ตัว Delay แล้วค่อยดำเนินการเขียนกราฟ
3. ทำการเขียนกราฟจนจบ

* ต้องดู gate ให้ดี เช่น gate NAND

"D ช่องที่ 4 ทำไมเป็น 1?"

C ไม่ทราบค่าแต่ไม่ว่า →

C เป็นอะไรก็ตามจะ = 1

C	B	D
x	0	1
1	1	0

การออกแบบวงจร

วิศวกรต้องการสร้างวงจรสำหรับแสดงผลการเรียนของนักศึกษาในวิชา Digital โดยแสดงผลในรูปแบบตัวอักษร a, b, c, d, f บน 7-Segment Display

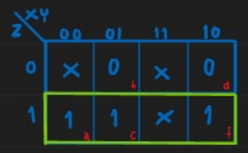
การแสดงผลตัวอักษรบน 7-Segment Display

โดยกำหนด Input ขนาด 3 บิต (XYZ) เพื่อควบคุมการแสดงผลตามตาราง สำหรับค่า input อื่นๆ ที่ไม่ได้ใช้ ให้ถือว่า Output เป็น don't care

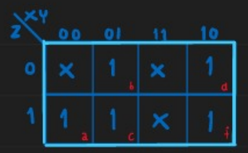
XYZ	การแสดงผลบน 7-Segment Display
001	a
010	b
011	c
100	d
101	f

กำหนดให้ส่วนต่างๆ ของ 7-Segment Display เป็นดังนี้

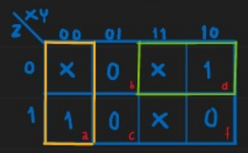
จงเขียน K-map ของ $C_0, C_1, C_2, \ldots, C_6$ และสมการบูลีนที่ได้จาก K-map นั้น



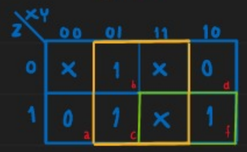
$C_0 = Z$



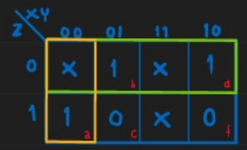
$C_4 = 1$



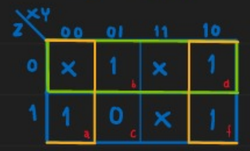
$C_1 = X\bar{Z} + \bar{X}\bar{Y}$



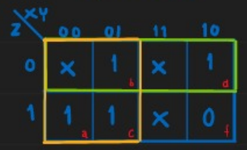
$C_5 = XZ + Y$

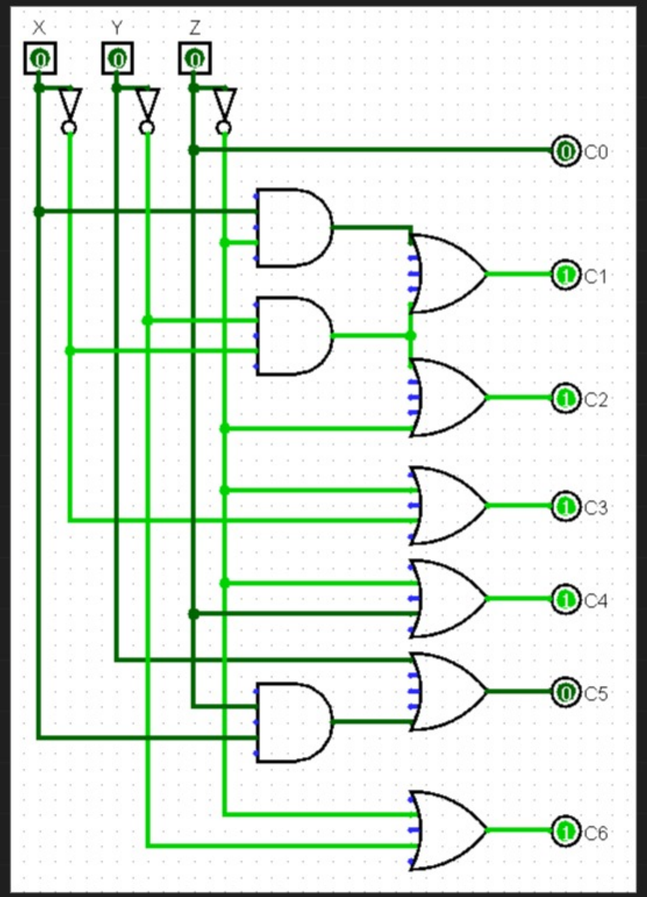


$C_2 = \bar{Z} + \bar{X}\bar{Y}$



$C_6 = \bar{Z} + \bar{Y}$



$C_3 = \bar{Z} + \bar{X}$

เขียน schematic Diagram ของ $C_0, C_1, C_2, \ldots, C_6$