คณะเทคโนโลยีสารสนเทศ
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
วิชา 06016319 ระบบคอมพิวเตอร์เบื้องต้น

ชื่อนักศึกษา_____รหัสนักศึกษา_____

<u>การปฏิบัติการที่ 3</u> พีชคณิตบูลีน (Boolean Algebra)

1. วัตถุประสงค์

1. เพื่อให้นักศึกษาสามารถสร้างวงจรดิจิทัลจากสมการบูลีนได้
2. เพื่อให้นักศึกษาสามารถใช้พีชคณิตบูลีนในการลดรูปวงจรได้

2. อุปกรณ์ในการทดลอง

1. โปรแกรม Logisim

3. การทดลอง

การทดลองที่ 1 ใช้พีชคณิตบูลีนในการลดรูปวงจร

การทดลองย่อยที่ 1.1

1. สร้างวงจรที่กำหนดให้จากสมการ (1) ป้อนค่าอินพุทต่างๆ และบันทึกผลการทดลองลงในตารางที่ 1
2. ลดรูปสมการโดยใช้พีชคณิตบูลีน แสดงวิธีการลดรูป
3. สร้างวงจรใหม่จากสมการที่ลดรูปแล้ว บันทึกผลการทดลองในตารางที่ 1
4. ตรวจสอบความถูกต้องของผลการทดลองที่ได้ โดยเปรียบเทียบผลของทั้งสองวงจร

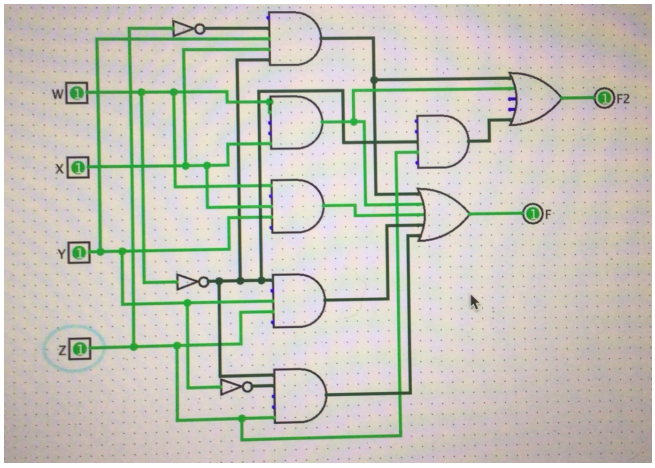
$$F = WX + WXY + \overline{W}YZ + \overline{W}\,\overline{Y}Z + \overline{W}XY\overline{Z} \qquad (1)$$

แสดงวิธีการลดรูป

$$F = WX + WXY + \overline{W}YZ + \overline{W}\,\overline{Y}Z + \overline{W}XY\overline{Z}$$

$= WX(1+Y) + \overline{W}Z(Y+\overline{Y}) + \overline{W}XY\overline{Z}$

$= WX + \overline{W}Z + \overline{W}XY\overline{Z}$



สมการที่ลดรูปแล้ว $F = WX + \overline{W}Z + \overline{W}XY\overline{Z}$

ตารางที่ 1: บันทึกผลการทดลองที่ 1.1

W	X	Y	Z	F (เดิม)	F (ลดรูป)
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	0	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	0
1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1

การทดลองย่อยที่ 1.2

1. สร้างวงจรที่กำหนดให้จากสมการ (2) ป้อนค่าอินพุทต่างๆ และบันทึกผลการทดลองลงในตารางที่ 2
2. ลดรูปสมการโดยใช้พีชคณิตบูลีน แสดงวิธีการลดรูป
3. สร้างวงจรใหม่จากสมการที่ลดรูปแล้ว บันทึกผลการทดลองในตารางที่ 2
4. ตรวจสอบความถูกต้องของผลการทดลองที่ได้ โดยเปรียบเทียบผลของทั้งสองวงจร

$$G = (X+Y)(X+Y+\overline{Z})+\overline{Y} \tag{2}$$

แสดงวิธีการลดรูป

$G = X + XY + X\overline{Z} + XY + Y + \overline{Z}Y + \overline{Y}$

$= \quad (Y+\overline{Y})\ 1$

$G = 1$

สมการที่ลดรูปแล้ว $G = 1$

ตารางที่ 2: บันทึกผลการทดลองที่ 1.2

X	Y	Z	G (เดิม)	G (ลดรูป)
0	0	0	1	1
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	1	1
1	0	0	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

<u>การทดลองย่อยที่ 1.3</u>

1. สร้างวงจรที่กำหนดให้จากสมการ (3) ป้อนค่าอินพุทต่างๆ และบันทึกผลการทดลองลงในตารางที่ 3
2. ลดรูปสมการโดยใช้พีชคณิตบูลีน แสดงวิธีการลดรูป
3. สร้างวงจรใหม่จากสมการที่ลดรูปแล้ว บันทึกผลการทดลองในตารางที่ 3
4. ตรวจสอบความถูกต้องของผลการทดลองที่ได้ โดยเปรียบเทียบผลของทั้งสองวงจร

$$Y = \underline{(A+\overline{B}+C)(A+\overline{B}+\overline{C})}\,\underline{(\overline{A}+B+C)(\overline{A}+\overline{B}+C)} \qquad (3)$$

แสดงวิธีการลดรูป

$(x+c)(x+\bar{c})$

$x + x\bar{c} + xc + 0$

$= x(1+\bar{c}+c)$

$= x$

$= (A+\bar{B})$

$= \bar{A}+c$

$(x+y)(x+\bar{y})$

$= x + \bar{y}x + xy + 0$

$= x + x(\bar{y}+y)$

$= x$

$Y = (A+\bar{B})(\bar{A}+c)$

$(A+\bar{B})(\bar{A}+c)$

$0 \quad 0 \quad 1 \quad 1$

0

สมการที่ลดรูปแล้ว $Y = (A+\bar{B})(\bar{A}+c) = AC + \bar{B}\bar{A} + \bar{B}C$

ตารางที่ 3: บันทึกผลการทดลองที่ 1.3

A	B	C	Y (เดิม)	Y (ลดรูป)
0	0	0	1	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	1	0	0
1	0	0	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

<u>การทดลองย่อยที่ 1.4</u>

1. สร้างวงจรที่กำหนดให้จากสมการ (4) ป้อนค่าอินพุทต่างๆ และบันทึกผลการทดลองลงในตารางที่ 4
2. ลดรูปสมการโดยใช้พีชคณิตบูลีน แสดงวิธีการลดรูป
3. สร้างวงจรใหม่จากสมการที่ลดรูปแล้ว บันทึกผลการทดลองในตารางที่ 4
4. ตรวจสอบความถูกต้องของผลการทดลองที่ได้ โดยเปรียบเทียบผลของทั้งสองวงจร

$$J = (\overline{X} + \overline{Y} + \overline{Z})(\overline{X} + Y + \overline{Z})(\overline{X} + Y + Z) \tag{4}$$

แสดงวิธีการลดรูป

$J = (\bar{X}+\bar{Z})(\bar{X}+Y+Z)$

$= \bar{X}+\bar{X}Y+\bar{X}Z+\bar{X}\bar{Z}+Y\bar{Z}+0$

$= \bar{X}+Y\bar{Z}$

สมการที่ลดรูปแล้ว $J = \bar{X}+Y\bar{Z}$

ตารางที่ 4: บันทึกผลการทดลองที่ 1.4

X	Y	Z	J (เดิม)	J (ลดรูป)
0	0	0	1	1
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	1	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0

<u>การทดลองย่อยที่ 1.5</u>

1. กำหนดเอาท์พุท H ตามสมการ (5) สร้างวงจรของ H ป้อนค่าอินพุทต่างๆ และบันทึกผลการทดลองลงในตารางที่ 5
2. เขียนสมการที่ลดรูปแล้วของ $\overline{H}$ สร้างวงจรที่ลดรูปแล้วของ $\overline{H}$ ป้อนค่าอินพุทต่างๆ และบันทึกผลการทดลองลงในตารางที่ 5

$$H = (A + \overline{B}C)\overline{D} + (\overline{A} + \overline{C})(C + D) \tag{5}$$

แสดงวิธีการลดรูป

$$\begin{aligned}
\overline{H} &= \overline{(A+\overline{B}C)\overline{D}} \cdot \overline{(\overline{A}\overline{C})(C+D)} \\
&= \overline{(A+\overline{B}C)} + D \cdot (AC) + (\overline{C}\overline{D}) \\
&= \overline{A} \cdot \overline{\overline{B}C} + D \cdot (AC) + (\overline{C}\overline{D}) \\
&= (\overline{A} \cdot (B+\overline{C}) + D) \cdot ((AC) + (\overline{C}\overline{D})) \\
&= (\overline{A}B + \overline{A}\overline{C} + D) \cdot (AC + (\overline{C}\overline{D})) \\
&= 0 + \overline{A}B\overline{C}\overline{D} + 0 + \overline{A}\overline{C}\overline{D} + ACD + 0 \\
&= \overline{A}\overline{C}\overline{D}(B+1) + ACD \\
&= \overline{A}\overline{C}\overline{D} + ACD
\end{aligned}$$

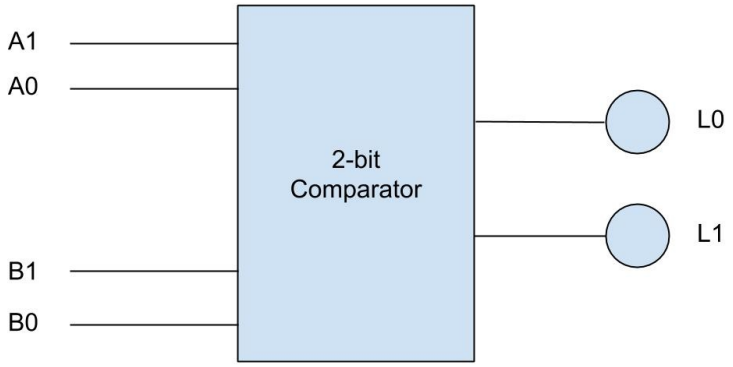
สมการที่ลดรูปแล้ว $\therefore \overline{H} = \overline{A}\overline{C}\overline{D} + ACD$

ตารางที่ 5: บันทึกผลการทดลองที่ 1.5

A	B	C	D	H (เดิม)	$\overline{H}$ (ลดรูป)
0	0	0	0	0	1
0	0	0	1 ✓	1	0
0	0	1	0 ✓	1	0
0	0	1	1 ✓	1	0
0	1	0	0 ✓	0	1
0	1	0	1 ✓	1	0
0	1	1	0 ✓	1	0
0	1	1	1 ✓	1	0
1	0	0	0 ✓	1	0
1	0	0	1 ✓	1	0
1	0	1	0 ✓	1	0
1	0	1	1 ✓	0	1
1	1	0	0 ✓	1	0
1	1	0	1 ✓	1	0
1	1	1	0 ✓	1	0
1	1	1	1 ✓	0	1

การทดลองที่ 2 การออกแบบวงจรดิจิทัลโดยใช้พีชคณิตบูลีน

วิศวกรต้องการออกแบบวงจรเปรียบเทียบเลขฐานสองที่มี 2 หลัก โดยแผนภูมิของวงจรเป็นดังรูปที่ 1 โดยที่วงจรจะรับเลขฐานสองจำนวน 2 ค่า (สองค่านั้นคือ A1A0 และ B1B0)



รูปที่ 1. วงจรเปรียบเทียบ 2-Bit comparator

เมื่อรับค่าแล้ววงจรจะทำการเปรียบเทียบค่าทั้งสองโดยแสดงผลไปที่ LED L0 กับ L1 โดยการแสดงผลมีเงื่อนไขดังนี้

- ถ้าหาก A1A0 > B1B0 ไฟ LED L0 จะสว่าง
- ถ้าหาก A1A0 < B1B0 ไฟ LED L1 จะสว่าง
- นอกเหนือจากนี้หลอด LED ทั้งสองจะต้องอยู่ในสถานะดับ

วิศวกรได้เขียนสมการบูลีนของ L0 และ L1 ดังนี้

$$L_0 = \overline{A}_1 A_0 \overline{B}_1 \overline{B}_0 + A_1 A_0 \overline{B}_1 \overline{B}_0 + A_1 \overline{A}_0 \overline{B}_1 \overline{B}_0 + A_1 A_0 \overline{B}_1 B_0 + A_1 \overline{A}_0 \overline{B}_1 B_0 + A_1 A_0 B_1 \overline{B}_0$$

$$L_1 = \overline{A}_1 \overline{A}_0 \overline{B}_1 B_0 + \overline{A}_1 \overline{A}_0 B_1 B_0 + \overline{A}_1 \overline{A}_0 B_1 \overline{B}_0 + \overline{A}_1 A_0 B_1 B_0 + \overline{A}_1 A_0 B_1 \overline{B}_0 + A_1 \overline{A}_0 B_1 B_0$$

1. ลดรูปสมการบูลีนของ L0 และ L1 โดยใช้กฎของพีชคณิตบูลีน และบันทึกผลในตารางที่ 6
2. สร้างวงจรสำหรับ L0 และ L1 ตามสมการที่ลดรูปแล้วใน Logisim
3. ทดสอบวงจรตามตามค่าอินพุทในตารางที่ 7 และบันทึกผล
4. ถ้าวิศวกรต้องการเพิ่ม LED L2 เพื่อแสดงผลในกรณีที่ A1A0 = B1B0 โดย L2 จะสว่างก็ต่อเมื่อ A1A0 = B1B0 เท่านั้น จงเขียนสมการบูลีนสำหรับ L2

ตารางที่ 6: สมการที่ลดรูปแล้ว

LED	สมการที่ลดรูปแล้ว
L0	$A_1\bar{A}_0\bar{B}_1 + A_1\bar{B}_1B_0 + A_0\bar{B}_1\bar{B}_0 + A_1A_0\bar{B}_0$
L1	$\bar{A}_1\bar{A}_0B_0 + \bar{A}_0B_1B_0 + \bar{A}_1B_1$

ตารางที่ 7: บันทึกผลการทดลองที่ 2

		A1	A0	B1	B0	L1		L0		POS	
0	0	0	0	0	0	0	✓	0	✓	1	✓
0	1	0	0	0	1	1	✓	0	✓	0	✓
0	2	0	0	1	0	1	✓	0	✓	0	✓
0	3	0	0	1	1	1	✓	0	✓	0	✓
1	0	0	1	0	0	0	✓	1	✓	0	✓
1	1	0	1	0	1	0	✓	0	✓	1	✓
1	2	0	1	1	0	1	✓	0	✓	0	✓
1	3	0	1	1	1	1	✓	0	✓	0	✓
2	0	1	0	0	0	0	✓	1	✓	0	✓
2	1	1	0	0	1	0	✓	1	✓	0	✓
2	2	1	0	1	0	0	✓	0	✓	1	✓
2	3	1	0	1	1	1	✓	0	✓	0	✓
3	0	1	1	0	0	0	✓	1	✓	0	✓
3	1	1	1	0	1	0	✓	1	✓	0	✓
3	2	1	1	1	0	0	✓	1	✓	0	✓
3	3	1	1	1	1	0	✓	0	✓	1	✓

$(A_1+A_0+B_1+B_0)(A_1+\bar{A}_0+B_1+\bar{B}_0)(\bar{A}_1+A_0+\bar{B}_1+B_0)(\bar{A}_1+\bar{A}_0+\bar{B}_1+\bar{B}_0)$

สมการบูลีนสำหรับ LED L2 คือ $(A_1+A_0+B_1+B_0)(A_1+\bar{A}_0+B_1+\bar{B}_0)(\bar{A}_1+A_0+\bar{B}_1+B_0)(\bar{A}_1+\bar{A}_0+\bar{B}_1+\bar{B}_0)$