1. จงแสดงวิธีทำและหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้ Cramer's Rule หรือการกำจัดแบบเกาส์ด้วยการแทนค่าย้อนกลับ (Gaussian elimination with back-substitution) หรือการกำจัดแบบเกาส์-จอร์แดน (Gauss-Jordan elimination)

$$x_1 + 2x_2 - x_3 = -7$$
$$2x_1 - 2x_2 - 2x_3 = -8$$
$$-x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 8$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & -7 \\ 2 & -2 & -2 & -8 \\ -1 & 3 & 4 & 8 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & -7 \\ 2 & -2 & -2 & -8 \\ 0 & 5 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad R_3 + R_1$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & -7 \\ 0 & -6 & 0 & 6 \\ 0 & 5 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad R_2 - 2R_1$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & -7 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 5 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad R_2 / -6$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & -7 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & 6 \end{bmatrix} \quad R_3 - 5R_2$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & -7 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad R_3 / 3$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad R_1 + R_3$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad R_1 - 2R_2$$

$\therefore$ $x_1 = -3$

$x_2 = -1$

$x_3 = 2$

2. จงแสดงวิธีทำและหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้การกำจัดแบบเกาส์ด้วยการแทนค่าย้อนกลับ (Gaussian elimination with back-substitution) หรือการกำจัดแบบเกาส์-จอร์แดน (Gauss-Jordan elimination)

$$
\begin{aligned}
x_1 \qquad\quad - 3x_3 &= -2 \\
3x_1 + \ x_2 - 2x_3 &= 5 \\
2x_1 + 2x_2 + \ x_3 &= 4
\end{aligned}
$$

$$
\begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & -2 \\ 3 & 1 & -2 & 5 \\ 2 & 2 & 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & -2 \\ 1 & -1 & -3 & 5 \\ 2 & 2 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad R_2 - R_3
$$

$$
= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 2 & 2 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad -(R_2 - R_1)
$$

$$
= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 2 & 7 & 8 \end{bmatrix} \quad R_3 - 2R_1
$$

$$
= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 7 & 14 \end{bmatrix} \quad R_3 - 2R_2
$$

$$
= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad R_3/7
$$

$$
= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad R_1 + 3R_3
$$

$\therefore \ x_1 = 4$

$x_2 = -3$

$x_3 = 2$