ค่าคาดหวัง (Expected Values)

64070106 ศศิธร ศรีจันทร์

0.5 ชั่ว

แบบฝึกหัด 1 ทำการโยนเหรียญ 5 ครั้งได้ผลการทดลองเป็น H, H, T, H, T จงหาค่าค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่ม และ ถ้าทำการทดลองเพิ่มจำนวนครั้งการโยนเหรียญไปเรื่อยๆ จงคำนวณ หาค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม → 0.5n

การโยนเหรียญ 5 ครั้งผลที่เป็นไปได้คือ $2\times2\times2\times2\times2 = 32$ แบบ

ให้ x แทนจำนวนการออก H

$x = 0$; $f(0) = \frac{1}{32}$

$x = 1$; $f(1) = \frac{\binom{5}{1}}{32} = \frac{5}{32}$

$x = 2$; $f(2) = \frac{\binom{5}{2}}{32} = \frac{10}{32}$

$x = 3$; $f(3) = \frac{10}{32}$

$x = 4$; $f(4) = \frac{5}{32}$

$x = 5$; $f(5) = \frac{1}{32}$

$$\mu_x = \sum_{\forall x} x f(x)$$

$$= 0\left(\frac{1}{32}\right) + 1\left(\frac{5}{32}\right) + 2\left(\frac{10}{32}\right) + 3\left(\frac{10}{32}\right) + 4\left(\frac{5}{32}\right) + 5\left(\frac{1}{32}\right)$$

$$= \frac{5}{2} = 2.5 \ \#$$

∴ ค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่มในการโยนเหรียญ, แล้วออกหัว (หรือก้อยก็ได้) คือ 2.5

เทียบบท 4 กรณีสูงกำหนด $E(x) = np$; p ออกหัว คือ 0.5

เมื่อเพิ่มจำนวนการทดลอง ไปจนถึง n ครั้ง

$$\mu_x = \sum_{x=0}^{n} x \frac{\binom{n}{x}}{2^n} \ ; \ n = 5, 6, 7, \ldots \ \#$$

หาค่าเฉลี่ยตัวแปรสุ่มของการออกหัว $= \frac{3}{5} = 0.6$ #

$x = 0$; T $f(0) = 0.4$

$x = 1$; H $f(1) = 0.6$

∴ E(x) กรณีโยน 5 ครั้งตามการทดลอง $= 0(0.4) + 1(0.6)$

$= 0.6$ # ทดลองจริง

วิธีนี้ไม่ถูก 100%

ค่าความคาดหวังทั่วไปโดยไม่สนใจการทดลอง 5 ครั้ง

T ; $f(0) = 0.5$

H ; $f(1) = 0.5$

$E(x) = 0(0.5) + 1(0.5) = 0.5$ # ทั่วไป

ค่าคาดหวัง (Expected Values)

64070106 ศศิธร ศรีจันทร์

แบบฝึกหัด 2 ในการโยนเหรียญ 3 เหรียญ พร้อมกัน ให้ x_i เป็นตัวแปรสุ่มของจำนวนเหรียญที่ปรากฏหัว **จงคำนวณหาค่าคาดหวัง**ของตัวแปรสุ่มนั้นๆ

เหตุการณ์ทั้งหมดคือ $2 \times 2 \times 2 = 8$ แบบ

$x = 0;\ f(0) = \frac{\binom{3}{0}}{8} = \frac{1}{8}$

$x = 1;\ f(1) = \frac{\binom{3}{1}}{8} = \frac{3}{8}$

$x = 2;\ f(2) = \frac{\binom{3}{2}}{8} = \frac{3}{8}$

$x = 3;\ f(3) = \frac{\binom{3}{3}}{8} = \frac{1}{8}$

$$\therefore \mu_x = \sum_{\forall x} x f(x)$$

$$= 0\left(\tfrac{1}{8}\right) + 1\left(\tfrac{3}{8}\right) + 2\left(\tfrac{3}{8}\right) + 3\left(\tfrac{1}{8}\right)$$

$$= \frac{3+6+3}{8}$$

$$= \frac{12}{8} = \frac{3}{2} = 1.5\ \#$$

ค่าความแปรปรวน (Variance)

64070106 ศศิธร ศรีจันทร์

แบบฝึกหัด 3 ในการโยนเหรียญ 3 เหรียญ พร้อมกัน ให้ x_i เป็นตัวแปรสุ่มของจำนวนเหรียญที่ปรากฏหัว **จงคำนวณหาค่าความแปรปรวน** ตัวแปรสุ่มนั้นๆ

$$\mu_x^2 = (1.5)^2 = (2.25)$$

$$\sigma^2 = V(X) = \sum_{\forall x} x^2 f(x) - \mu_x^2$$

$$= 0\left(\tfrac{1}{8}\right) + 1\left(\tfrac{3}{8}\right) + 4\left(\tfrac{3}{8}\right) + 9\left(\tfrac{1}{8}\right) - 2.25$$

$$= \frac{3+12+9}{8} - 2.25$$

$$= 3 - 2.25$$

$$= 0.75 \ \#$$

ค่าความแปรปรวน (Variance)

64070106 ศศิธร ศรีจันทร์

แบบฝึกหัด 4

$$f(x) = \begin{cases} 2(x-1) & \text{เมื่อ } 1 < x < 2 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ มีค่าอื่น ๆ} \end{cases}$$

ถ้าให้ X เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง ซึ่งมีฟังก์ชันเท่ากับ ด้านบน

จงคำนวณหาค่าความแปรปรวน ตัวแปรสุ่ม X

$$\mu_X = \int_1^2 x f(x)\,dx$$

$$= \int_1^2 x \cdot 2(x-1)\,dx$$

$$= \int_1^2 2x^2 - 2x\,dx$$

$$= \left[\frac{2}{3}x^3 - x^2\right]\Big|_1^2$$

$$= \left(\frac{16}{3} - 4\right) - \left(\frac{2}{3} - 1\right)$$

$$= \frac{4}{3} + \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$$

$$\sigma_x^2 = \int_1^2 x^2 f(x)\,dx - \mu_x^2$$

$$= \int_1^2 x^2(2x-2)\,dx - \mu_x^2$$

$$= \int_1^2 2x^3 - 2x^2\,dx - \mu_x^2$$

$$= \left(\frac{x^4}{2} - \frac{2}{3}x^3\right)\Big|_1^2 - \frac{25}{9}$$

$$= \left(8 - \frac{16}{3}\right) - \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\right) - \frac{25}{9}$$

$$= 8 - \frac{16}{3} - \frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{25}{9}$$

$$= \frac{144 - 96 - 9 + 12 - 50}{18} = \frac{1}{18} \#$$