เฉลยแบบฝึกหัดชุดที่ 12

Probability and Statistics

คณะเทคโนโลยีสารสนเทศ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

---

1. ละอองดาวสังเกตรถที่วิ่งผ่านหน้าบ้านของเธอใน 3 ช่วงเวลา เปรียบเทียบกับค่าสถิติที่คาดหวัง ตามตาราง 1 จงหาว่าสิ่งที่ละอองดาวสังเกตกับค่าที่คาดหวังมีความแตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 5%

ตาราง 1: จำนวนรถที่วิ่งผ่านหน้าบ้านละอองดาว

ช่วงเวลา	สังเกต	คาดหวัง
เช้า	455	470
เที่ยง	380	412
เย็น	533	514

วิธีทำ ทดสอบสมมติฐานตามขั้นตอนดังนี้

1. กำหนดสมมติฐานคือ

$$H_0 \ : \ \text{สิ่งที่ละอองดาวสังเกตกับค่าที่คาดหวังเหมือนกัน}$$
$$H_1 \ : \ \text{สิ่งที่ละอองดาวสังเกตกับค่าที่คาดหวังแตกต่างกัน}$$

2. คำนวณค่าทดสอบ χ^2

$$\begin{aligned}\chi^2 &= \frac{(455-470)^2}{470} + \frac{(380-412)^2}{412} + \frac{(533-514)^2}{514} \\ &= 3.6665\end{aligned}$$

3. หาค่า P-value จากตาราง Chi-square ที่ d.f. = 3-1 = 2 พบว่า P > 0.100 ดังนั้น เราไม่สามารถปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ 5% ($\alpha = 0.05$) เนื่องจาก $P > \alpha$ สรุปคือเราไม่มีหลักฐานเพียงพอที่จะแย้งว่าสิ่งที่สังเกตแตกต่างจากสิ่งที่คาดหวังอย่างมีนัยสำคัญนั่นเอง

2. คุณฉงนกล่าวว่าสัดส่วนของผู้ใช้งานเฟซบุ๊คประกอบไปด้วยเพศชาย 45% เพศหญิง 47% และเพศอื่นๆ 8% ละอองดาวต้องการทดสอบว่าสิ่งที่คุณฉงนกล่าวอ้างเป็นจริงหรือไม่ จึงได้สุ่มตัวอย่างผู้ใช้งานเฟซบุ๊คมา 500 คน พบว่าเป็นเพศชาย 195 คน เพศหญิง 250 คน และเพศอื่นๆ 55 คน ละอองดาวควรสรุปอย่างไร ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 1%

วิธีทำ ทดสอบสมมติฐานตามขั้นตอนดังนี้

1. กำหนด p_m เป็นสัดส่วนเพศชาย p_f เป็นสัดส่วนเพศหญิง p_o ป็นสัดส่วนเพศอื่นๆ สมมติฐานคือ

$$H_0: \quad p_m = 0.45, p_f = 0.47, p_o = 0.08$$
$$H_1: \quad p_m \neq 0.45, p_f \neq 0.47, p_o \neq 0.08$$

2. เทียบสิ่งที่สังเกตกับสิ่งที่คาดตามตาราง 2

ตาราง 2: จำนวนผู้ใช้งานเฟซบุ๊คแยกตามเพศ

เพศ	สังเกต	คาดหวัง
ชาย	195	225
หญิง	250	235
อื่นๆ	55	40
รวม	500	500

3. คำนวณค่าทดสอบ χ^2

$$\begin{aligned} \chi^2 &= \frac{(195-225)^2}{225} + \frac{(250-235)^2}{235} + \frac{(55-40)^2}{40} \\ &= 10.582 \end{aligned}$$

4. หาค่า P-value จากตาราง Chi-square ที่ d.f. = 3-1 = 2 พบว่า 0.005 < P < 0.01 ดังนั้น เราสามารถปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ 1% ($\alpha = 0.01$) เนื่องจาก $P \leq \alpha$ สรุปคือสัดส่วนผู้ใช้งานเฟซบุ๊คไม่น่าจะเป็นไปตามที่คุณฉงนกล่าวอ้าง

3. สกาวเดือนต้องการทราบว่า พนักงานในร้านสะดวกซื้อที่ทำงานในแต่ละช่วงเวลามีคุณภาพแตกต่างกันหรือไม่ จึงได้สังเกตจำนวนพนักงานแยกตามประเภทและช่วงเวลา ดังแสดงในตาราง 3 สกาวเดือนควรมีข้อสรุปอย่างไรที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 5%

ตาราง 3: จำนวนพนักงานแยกตามคุณภาพและช่วงเวลาที่ทำงาน

ช่วงเวลางาน	คุณภาพสูง	คุณภาพปานกลาง	คุณภาพแย่
8:00 - 16:00	373	550	150
16:00 - 23:00	350	500	100
23:00 - 8:00	360	525	123

วิธีทำ ทดสอบสมมติฐานตามขั้นตอนดังนี้

1. สมมติฐานคือ

H_0 : ในแต่ละช่วงเวลา มีสัดส่วนของพนักงานที่มีคุณภาพประเภทเดียวกันเหมือนกัน

H_1 : ในแต่ละช่วงเวลา มีสัดส่วนของพนักงานที่มีคุณภาพประเภทเดียวกันไม่เหมือนกัน

2. หาผลรวมตามแถวและคอลัมน์ของสิ่งที่สังเกต

ตาราง 4: จำนวนพนักงานแยกตามคุณภาพและช่วงเวลาที่ทำงาน

ช่วงเวลางาน	คุณภาพสูง	คุณภาพปานกลาง	คุณภาพแย่	
8:00 - 16:00	373	550	150	1073
16:00 - 23:00	350	500	100	950
23:00 - 8:00	360	525	123	1008
รวม	1083	1575	373	3031

3. คำนวณค่าคาดหวัง $E_{ij} = \frac{O_{i.}O_{.j}}{O_{..}}$ ได้ค่าตามตาราง 5

ตาราง 5: ค่าคาดหวังของจำนวนพนักงานแยกตามคุณภาพและช่วงเวลาที่ทำงาน

ช่วงเวลางาน	คุณภาพสูง	คุณภาพปานกลาง	คุณภาพแย่	
8:00 - 16:00	383.39	557.56	132.05	1073
16:00 - 23:00	339.44	493.65	116.91	950
23:00 - 8:00	360.17	523.79	124.05	1008
รวม	1083	1575	373	3031

4. คำนวณค่าทดสอบ χ^2

$$\begin{aligned} \chi^2 &= \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\frac{(O_{ij}-E_{ij})^2}{E_{ij}} \\ &= 5.6929 \end{aligned}$$

5. หาค่า P-value จากตาราง Chi-square ที่ d.f. = (3-1)(3-1) = 4 พบว่า P > 0.100 ดังนั้น เราไม่สามารถปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ 5% ($\alpha = 0.05$) เนื่องจาก $P > \alpha$ สรุปคือไม่มีหลักฐานเพียงพอที่จะแย้งว่าคุณภาพพนักงานในแต่ละช่วงเวลามีความแตกต่างกัน