

# Rapport de projet de fin d'études

CREATION D'UN OUTIL POUR LE CALCUL DE LA VALUE AT RISK Jessica GOURDON et Luc SAGNES

Référent : Zakaria Kardou



# Table des matières

Introduction	2
Qu'est-ce que la Value at Risk ?	2
Définition de la Value at Risk	2
Les différentes méthodes de calcul de la Value at Risk	3
La méthode de Value at Risk Historique	4
La méthode de Value at Risk paramétrique	4
La méthode de Value at Risk Monte-Carlo	5
La méthode de Value at Risk pondérée selon l'âge	6
La méthode de Value at Risk pondérée en fonction de la volatilité	6
(La méthode de Value at Risk simulation historique filtrée Erreur ! Signet non dé	áfini.
Les différentes étapes de ce projet	7
Création d'une Etude de Besoins et d'une Spécification Fonctionnelle	7
L'Etude de Besoins	7
La Spécification Fonctionnelle	8
Développement d'une interface graphique	9
Implémentation d'une première méthode : la Value at Risk historique	12
Implémentation d'une seconde méthode : la Value at Risk paramétrique	13
Implémentation d'une troisième méthode : la méthode de monte carlo par simulation de loi normale	14
Implémentation d'une quatrième méthode : la VaR pondérée selon l'âge	15
Implémentation d'une cinquième méthode : la VaR pondérée en fonction de la volatilité	15
Ajout de fonctionnalités à notre application	17
Ajout d'une fenêtre d'aide Utilisateur	17
Ajout d'une fenêtre offrant une analyse des différentes méthodes de calcul utilisées	17
Conclusion	25
Ribliographie	26

### Introduction

Ce projet s'inscrit dans le cadre de la dernière année de cycle ingénieur spécialisée en Informatique et Mathématiques Appliquées à la Finance et à l'Assurance. L'objectif final de celui-ci est de concevoir une application ayant pour but de calculer la Value at Risk d'un portefeuille. Il a été convenu, de réaliser cet outil en local grâce au langage de programmation Python. Cet outil pourra être utilisée par toute personne possédant certaines informations décrivant son portefeuille, comme un historique des valorisations de celui-ci et le poids des actions qui le composent sous la forme de documents Excel ou bien CSV. L'utilisateur pourra ensuite choisir les paramètres de calcul comme le choix de la méthode ou d'autres paramètres que nous détaillerons dans la suite de ce document. L'application retournera alors la Value at Risk calculée selon les paramètres de l'utilisateur.

## Qu'est-ce que la Value at Risk?

### DEFINITION DE LA VALUE AT RISK

La Value at Risk (ou VaR) fait référence à une valeur permettant d'exprimer l'exposition au risque d'un portefeuille ou d'une position. Il s'agit d'une mesure de la variation maximale de la valeur d'un portefeuille d'instruments financiers, avec un niveau de probabilité et un horizon de temps fixés, dans des conditions normales de marché.

De manière concrète, cette valeur permet d'émettre la constatation suivante : « Nous perdrons moins de X euros sur un horizon de temps N avec une probabilité égale à  $\alpha$  ». Cette variable X représente la VaR dépendant de deux paramètres :

L'horizon de temps : NLe seuil de confiance : α

Le client, dans ce cas, s'intéressera à la perte potentielle qui sera dépassée avec une probabilité 1- α sur l'horizon de temps donné. Cet horizon de temps, sur lequel la perte est exprimée, peut être un jour, une semaine ou bien un mois dans notre application. En pratique, on peut calculer une Value at Risk pour n'importe quel horizon. Il suffit alors de transformer correctement les données que l'on manipule.

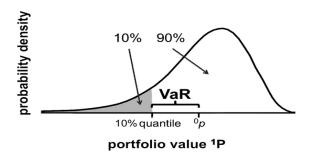


Schéma représentant le principe de la VaR

Mathématiquement, la VaR est définie à partir de la distribution des rendements de l'actif sur la période considérée. Soit  $\alpha$  un nombre entre o et 1, et soit r le rendement réalisé par l'actif. La VaR( $\alpha$ ) est telle que :  $\alpha$  = P( VaR < r). La VaR représente donc le quantile 1-  $\alpha$  de la distribution des rendements du portefeuille ou de l'actif.

Il existe plusieurs manières de calculer la Value at Risk. Nous détaillerons ces méthodes plus loin dans le document.

La VaR présente de nombreux avantages, qui expliquent sa popularité. Tout d'abord, il s'agit d'un indicateur synthétique permettant de fournir une évaluation d'un portefeuille dans sa globalité. Le fait de disposer d'un indicateur synthétique offre la possibilité de comparer différents portefeuilles, ce qui est très recherché. De plus, il s'agit d'un indicateur facile à interpréter, y compris par des personnes qui ne sont pas spécialisées dans ce domaine. Cet indicateur peut donc être communiqué aisément aussi bien avec le service de management d'une entreprise qu'avec les autorités de régulation.

La principale limite de la VaR réside dans le fait que, peu importe la méthode utilisée, les données injectées dans l'algorithme de calcul proviennent la plupart du temps de valorisations passées et donc qui ne peuvent refléter réellement les évolutions futures du portefeuille.

Malgré de nombreuses autres limites, l'utilisation de la Value at Risk n'est pas remise en cause et reste validée par les différentes autorités de régulation. Elle est donc aujourd'hui utilisée dans un grand nombre de domaines qui sont la gestion de fonds, le trading, la trésorerie d'entreprise, les assurances, les entreprises de crédits...

### LES DIFFERENTES METHODES DE CALCUL DE LA VALUE AT RISK

Tout d'abord, il est nécessaire de distinguer deux types de calculs pour la Value At Risk.

Il y a les méthodes Ex-Post, dont les calculs reposent sur les valorisations passées du portefeuille. Pour celles-ci, le client doit donc fournir un historique des valeurs du portefeuille. Puis, il y a les méthodes Ex-Ante, pour lesquelles on ne dispose pas des valorisations passées du portefeuille. On dispose uniquement de la valorisation actuelle de celui-ci. L'historique sera, par conséquent, estimé grâce à des pricers.

Si l'on souhaite comparer ces deux types, la première chose à prendre en compte est que les méthodes Ex-Post sont plus simples à mettre en place. Celles-ci, se basant sur l'observation passée des risques, supposent que le portefeuille fluctuera dans le futur de la même manière que dans le passé. Il paraît évident que ce n'est pas le cas en réalité. Elles nécessitent également d'être en possession d'un historique assez important de valeurs afin de réaliser une estimation précise. Cette contrainte ne les rend donc pas adaptées à de nouveaux portefeuilles, dont les actions viennent d'être émises.

Les méthodes Ex-Ante, elles, permettent une meilleure estimation du risque actuel de notre portefeuille. Cependant, étant donné qu'elles sont basées sur des estimations de valorisations, calculées à l'aide de pricers, le risque modèle est bien plus important pour ce type de méthode.

Ces deux visions sont donc complémentaires dans la mesure où les méthodes Ex-Post donnent une vision du risque en fonction du passé alors que les méthodes Ex-Ante analysent l'état actuel du portefeuille.

Néanmoins, dans le cadre de ce projet de fin d'études, il a été décidé, après de nombreuses discussions avec notre tuteur à ce sujet, de se concentrer sur les méthodes de calcul Ex-Post et de ne pas réaliser de méthodes Ex-Ante. L'objectif sera donc de mettre en place un maximum de méthodes de calcul Ex-Post afin d'être en mesure de comparer celles-ci.

### La méthode de Value at Risk Historique

La première méthode que l'on a choisi de mettre en place est la VaR historique Ex-Post. Celleci permet d'effectuer le calcul de la Value at Risk en ayant connaissance uniquement des valorisations du portefeuille dans le passé. En effet, elle repose sur une observation du comportement historique du portefeuille pour estimer la VaR grâce à un tri effectuer sur les rendements de celui-ci. Cette méthode est assez simple à mettre en place et peu coûteuse en termes de temps de calcul. Il existe cependant des contraintes liées à ce modèle comme celle de détenir une profondeur historique du portefeuille assez importante comparée à l'horizon temporel de la VaR souhaitée, si l'on souhaite obtenir de bons résultats.

### La méthode de Value at Risk paramétrique

La deuxième méthode que nous allons mettre en place est la méthode analytique ou paramétrique. Basée sur des calculs statistiques, elle consiste à définir une formule décrivant la distribution des pertes et des profits et, en fonction du seuil de confiance souhaité. Il s'agira alors de déterminer la Value at Risk en fonction de cette distribution. Néanmoins, cette méthode repose sur des hypothèses qui ne sont pas toujours vérifiées en réalité. Un exemple à ceci est l'hypothèse selon laquelle la distribution des rendements suit une loi normale. Celle-ci est loin d'être vérifiée dans la réalité, notamment quand survient un krach boursier. Cette méthode requiert le calcul des rendements du portefeuille ainsi que la création d'une matrice de Variance-Covariance afin de calculer

la volatilité du portefeuille, nécessaire pour simuler la distribution des pertes et profits de nos actions et, par conséquent, pour calculer la VaR paramétrique.

### La méthode de Monte-Carlo

La méthode de Monte-Carlo, considérée comme la plus difficile à implémenter, est une simulation utilisée pour des calculs de VaR sur de longs horizons (3mois, 1an ...). On peut se servir de celle-ci si l'on ne connaît pas la loi de probabilité des facteurs de risque de notre portefeuille. On ne pourrait obtenir ces résultats avec d'autres méthodes. Cependant, elle nécessite un temps de calcul plus important.

Cette méthode ne prend pas obligatoirement comme hypothèse la normalité des rendements du portefeuille, contrairement à la VaR paramétrique. Toutes les lois de probabilités peuvent être employées.

#### Intérêt de la méthode Méthode Paramétrique Simulation Monte Carlo Chocs sur Chocs sur Toutes les lois de Hypothèse: ils suivent Grand nombre de les facteurs probabilités sont les facteurs une loi normale tirages aléatoires de risque de risque possibles centrée réduite Distribution des gains et des Distribution des gains et des pertes pertes du portefeuille du portefeuille Déterminer la VaR Déterminer la VaR

Schéma comparant la VaR paramétrique et la VaR de Monte Carlo

### Cette méthode s'effectue de la manière suivante :

Il est nécessaire d'affecter à nos rendements une loi de probabilité. Cela pourra être une loi normale comme dans la Value at Risk paramétrique mais nous pourrons très bien choisir une autre loi de probabilité qui correspondra mieux aux fluctuations d'un actif.

Puis, cette méthode effectue de nombreuses simulations de la loi de probabilité choisie. Afin d'obtenir un calcul viable, il est nécessaire de faire au moins 1 000 simulations. Il faudra ensuite organiser les résultats de pertes et de gains sous forme d'une distribution qui permettra par la suite le calcul de la Value at Risk final selon le seuil de confiance choisi.

### La méthode de Value at Risk pondérée selon l'âge

La méthode de VaR pondérée selon l'âge est un pas en avant par rapport à la Value at Risk historique, dans la mesure où elle tente de résoudre le problème de la réaction lente à de nouvelles informations et une importance égale accordée à tous les rendements de l'historique. Cela sera très utile dans le cas où l'on a un changement brutal de marché par exemple. La VaR pondérée en fonction de l'âge tentera de s'adapter à ce genre de situation en mettant davantage l'accent sur les rendements récents et en accordant moins d'importance aux données plus anciennes. Cette modification permettra également de limiter l'effet d'écho, qui se produit lorsqu'un choc important du passé devient trop ancien pour être considéré.

La méthode consiste à attribuer des pondérations à chaque rendement. Plus le rendement est reculé, plus le poids qu'on lui attribue est faible. De cette manière, la Value at Risk reflètera les évènements qui sont survenus récemment.

### La méthode de Value at Risk pondérée en fonction de la volatilité

La méthode de VaR pondérée en fonction de la volatilité est considérée comme une amélioration de la VaR pondérée selon l'âge. Les deux méthodes sont assez similaires dans la mesure où la VaR pondérée selon la volatilité vise à ajuster chaque rendement en fonction de différentes volatilités (plutôt qu'en fonction d'un facteur lié à l'ancienneté).

Chaque rendement sera multiplié par l'estimation de volatilité la plus récente et divisé par une estimation de la volatilité actuelle, à la date de chaque valorisation. De cette manière, si la volatilité au moment présent est supérieure à la volatilité à la date du rendement, celui-ci aura un poids plus important. Il s'agit d'une technique visant à imposer les conditions du marché d'aujourd'hui aux rendements d'hier.

Cette méthode nécessite, afin de déterminer la volatilité actuelle, de calculer une volatilité conditionnelle. Si nous effectuions des calculs, pour cette volatilité, identiques aux autres méthodes, alors nous obtiendrions une volatilité inconditionnelle. Or, une volatilité inconditionnelle n'est pas aussi précise qu'une volatilité pour capturer la dynamique du marché actuel. En effet, la volatilité conditionnelle permet de calculer la volatilité aujourd'hui conditionnellement à la volatilité d'hier.

### Les différentes étapes de ce projet

Il est essentiel de noter que le début de cette période de projet ne consistait pas à débuter directement le développement de l'application. Avant cela, notre tuteur a exigé le rendu de deux livrables étant une Etude de Besoins et une Spécification fonctionnelle. Ces livrables ont été réalisés par nos soins, puis, ont été validés par Mr Kardou.

De plus, concernant le rythme de ce projet, il faut noter que chaque semaine avait lieu une réunion avec notre référent afin d'échanger au sujet de l'avancement de notre travail, qu'il s'agisse des documents à livrer ou bien du développement de l'application.

CREATION D'UNE ETUDE DE BESOINS ET D'UNE SPECIFICATION FONCTIONNELLE

### L'Etude de Besoins

L'Expression des Besoins ou Etude de Besoins est le point de départ de tout projet informatique. Sa conception ainsi que son rendu doivent avoir lieu avant ceux des Spécifications Fonctionnelles Générales (SFG).

Ce document nécessite d'être concis et clair. Il s'organise en différentes parties. Tout d'abord, on rappelle le contexte afin de pouvoir resituer le besoin du client dans une situation précise. Dans notre cas, il s'agira donc de rappeler la définition de la Value at Risk, que mesure-t-elle, par qui celle-ci peut-elle être employée et quelle constatation peut-on tirer de cet indicateur. Puis, il est nécessaire d'exprimer clairement le besoin du client. Ici, il s'agira de mettre en place une application proposant au client différentes méthodes de calcul de la VaR. A la fin du document, nous établissons également un diagramme de Gantt afin de pouvoir planifier les différentes étapes du projet. Ce document décrira les exigences sans entrer dans l'aspect réellement technique du projet. Le but est de définir clairement le sujet et le besoin du client.



• Le seuil de confiance: X
Le client, dans ce cas, s'intéressera donc à la perte potentielle qui sera dépassée avec
une probabilité de 1-X sur l'horizon de temps donné. Cet horizon de temps, sur lequel
la perte est exprimée peut être un jour, si l'on se base sur des observations quotidiemes,
une semaine si l'on se base sur des informations hebdomadaires, un mois si l'on se base
sur des observations mensuelles.
La VaR représente donc le 100(1-X) centile de la distribution des variations de valeur
du portefeuille dans les N jours autivants.
Il existe plusieurs manières de calculer la Value at Risk. Il y a la méthode historique, la
méthode paramétrique et la méthode de Monte Carlo. Nous détaillerons ces méthodes
plus loin dans le document.
Prenons un exemple: Le client possède un portefeuille composé de deux actions:

plus Ioin dans le document.

Prenons un exemple : Le client possède un portefeuille composé de deux actions :
LVMH et Sanofi, représentant chacune 50% de ce portefeuille. On souhaite calculer la
VaR avec un seuil de confiance de 59% sur un horizon d'une journée.

Nous récupérons 101 observations quotidiennes des cours de clôture quotidiens de ces
deux actions afin de déterminer 100 valeurs de performance. On choisit donc d'étudier
le cours de LVMH et de Sanofi du 10/06/2021 au 27/10/2021.

date	Cours de clôture LVMH	Performance LVMH	Cours de dôture Sanofi	Performance Sanofi
27/10/2021	664,3	-0,105%	85,77	0,140%
26/10/2021	665	0,798%	85,65	0,140%
25/10/2021	659,8	-1,134%	85,53	0,4939
22/10/2021	667,3	1,152%	85,11	1,3829
21/10/2021	609.7	0.549%	83.95	-0.569%

Ici, nous utiliserons le calcul de la VaR historique. Nous modélisons donc la performance du portefeuille (composé à 50% d'actions Sanofi et à 50% de LVMH), que nous trions dans l'ordre croissant. Pour avoir un seuil de confiance à 95%, nous prenons la 3° plus petite valeur, puisque nous avons pile 100 observations.

date	Cours de clôture LVMH	Performance LVMH	Cours de clôture Sanofi	Performance Sanofi	Performance en % portefeuille 50/50
19/08/2021	613.1	-6.383%	90,17	0,580%	-2.9019
18/08/2021	654.9	5,415%	89.65	10,209%	-2,376%
15/09/2021	621,2	-2,816%	81,35	-5,164%	-2,266%
06/07/2021	609,2	-1,662%	85,78	3,774%	-2.1999
18/10/2021	650	5195%	82.66	1.1639	-1.817%

Nous avons donc une VaR de -1.817% avec un seuil de 95% sur un horizon d'une

#### REGLEMENTATION DE LA VAR

Depuis 2019, les règlementations quant aux calculs de risques de marchés sont de plus en plus strictes. De nos jours, nous devons nous servir de la CVAR (Conditional Value at Risk) avec un seuit de confiance à 97,5% et d'un seuit à 99% pour les calculs à VAR. De plus, il existé des backtest qui doivent être effectuées avec des données prises à une période de turbulences extrêmes des marchés. Ces backtests, en plus d'autres méthodes utilisées, doivent permettre de validéer si le calcul de la VAR (ou de la CVAR) est juste. Dans le cas contraire, le résultat du calcul de VaR ne pourra pas être utilisé vaux évalues le risona d'un marché.

#### SCHEMA DU FONCTIONNEMENT DE L'APPLICATION

L'objectif est de fournir, tout d'abord en local grâce à un code Python, puis par le biais L'objectur est de soumni, tout à acord en locai grace à un coue symmon, puis par le oiasi d'une application web, un outil permettant de calculer la VaR. Cette application pourra être utilisée pour toute personne possédant les données suivantes : historique des valorisations du portrébuille et poids des actions de celui-ci. Elle renverra alors la VaR



### Capture d'écran de notre Etude de Besoins

Afin de rendre cet écrit plus clair, notre référent nous a vivement conseillé d'y ajouter un exemple simple afin de mieux comprendre le fonctionnement de la Value at Risk.

Pour cet exemple, un client possède un portefeuille composé de deux actions : LVMH et Sanofi, représentant chacune 50% de ce portefeuille. On souhaite calculer la VaR avec un seuil de confiance de 95% sur un horizon d'une journée. Nous nous sommes pour cela servis d'observations quotidiennes de ces cours sur 3 mois : du 10/06/2021 au 27/10/2021.

Pour cet exemple, nous nous sommes servis d'Excel afin de calculer la VaR historique. Nous avons trouvé une VaR de -1.817% avec un seuil de 95% sur un horizon d'une journée. Concrètement, si la valeur de notre portefeuille d'actions s'élève à 1 000 000 Euros, la pire perte que l'on puisse observer sur une journée avec une probabilité de 95%, est 18 170 Euros.

### La Spécification Fonctionnelle

La spécification Fonctionnelle s'inscrit dans la continuité de l'Etude de Besoins. Il s'agit d'un document plus détaillé que le dernier et dans lequel on va aborder l'aspect technique du projet.

Dans ce document on détaillera les outils techniques qui seront utilisés pour le développement de l'application. On parlera du langage de programmation utilisé, de l'environnement de développement ainsi que des librairies dont on se servira.

Dans cet écrit, on présente également un prototype du résultat final de l'application, sans réellement avoir implémenté les méthodes de calculs. Cela a pour but de bien définir le projet et de nous aider par la suite dans sa réalisation. Grâce à cela, le client peut également avoir une vision du résultat du projet afin qu'il puisse nous faire savoir si cela lui convient ou non.

La Spécification contient également une ébauche de l'architecture du code que l'on compte implémenter constituée de classes mères, classes filles, fonctions et méthodes. Enfin, on a intégré à cet écrit un guide d'utilisation de l'application. Cela détaille, en particulier, le format des fichiers que le client doit entrer dans l'application ainsi que l'organisation des données à l'intérieur de ceux-ci.



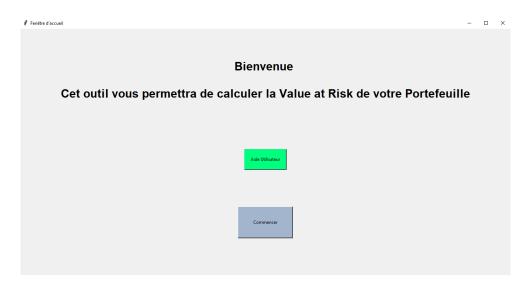
Capture d'écran de notre Spécification Fonctionnelle

Une fois que l'Etude de Besoins et la Spécification Fonctionnelle ont été validées par le client et les intermédiaires, le développement peut commencer. Cela permet aux développeurs d'avoir une direction à suivre pour la suite du projet.

### DEVELOPPEMENT D'UNE INTERFACE GRAPHIQUE

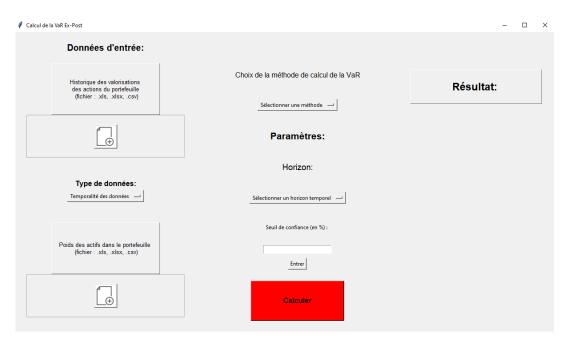
Avant de détailler le travail que l'on a commencé à réaliser durant cette période de début de projet, il est nécessaire de rappeler les outils techniques utilisés. Comme nous l'avons mentionné, nous travaillons sous Python par le biais de l'environnement de développement PyCharm. La première étape de développement de notre projet a été de créer une interface graphique par le biais de laquelle l'utilisateur interagira avec l'application. Nous nous sommes, pour cela, servis de la librairie Tkinter de Python.

Le résultat est le suivant : tout d'abord, l'utilisateur accède à la page d'accueil de notre application. A partir de cette fenêtre, il aura le choix entre deux options : afficher une fenêtre d'aide ou bien se rendre sur la page principale de calcul pour la Value at Risk. Nous détaillerons le contenu de la fenêtre d'aide plus loin dans ce document.



Fenêtre d'accueil de notre application

La fenêtre principale de notre application est la suivante. Celle-ci permet au client d'interagir avec l'application. De cette manière, notre outil pourra récolter les données fournies par l'utilisateur et afficher les résultats sur cette même fenêtre.

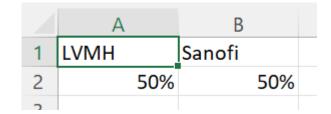


Fenêtre principale de calcul de la Value at Risk

A présent, l'utilisateur doit cliquer sur chaque bouton possédant une icône d'ajout de fichier afin de parcourir son répertoire et d'insérer les fichiers demandés. Ces fichiers doivent néanmoins contenir une organisation bien précise des données. Le fichier contenant les valorisations du portefeuille devra contenir une première colonne intitulée "Date", puis une colonne correspondant à chaque actif du portefeuille dont l'intitulé sera le nom ou le symbole de celui-ci. La colonne contiendra les valorisations de cet actif aux dates correspondantes. Le fichier contenant le poids des actifs sera constitué d'une colonne pour chaque actif dont l'intitulé sera le même que celui contenu dans le fichier de valorisations. La seule valeur contenue dans chaque colonne sera le pourcentage de l'actif dans le portefeuille.

Cette organisation bien précise des données est détaillée dans le fichier de Spécifications Fonctionnelles que nous avons conçu. En effet, celui-ci contient un guide d'utilisation de l'application détaillant ces éléments afin que le client puisse insérer dans l'application le bon format de document. On saisit bien l'importance de ce document ici.

	А	В	С
1	Date	LVMH	Sanofi
2	10/06/2021	657.7	88.21
3	11/06/2021	668.1	88.9
4	14/06/2021	672.6	88.89
5	15/06/2021	677.8	88.86
6	16/06/2021	682.3	88.97
7	17/06/2021	687.3	88.89
8	18/06/2021	681.1	87.98
9	21/06/2021	680.1	88.22
10	22/06/2021	681.2	87.73
11	23/06/2021	669.1	87.12
12	24/06/2021	673.2	87.6
13	25/06/2021	673.6	88.25
14	28/06/2021	667.6	89.11
15	29/06/2021	674	88.33



Captures d'écrans des données des fichiers insérés par le client

Par la suite, l'utilisateur choisira, à l'aide d'un menu déroulant, la méthode de calcul qu'il souhaite utiliser, par exemple historique ou paramétrique. Il devra également saisir le type de données de valorisation qu'il a inséré: données quotidiennes, hebdomadaires ou bien mensuelles. Puis, il sélectionnera l'horizon sur lequel il souhaite calculer la Value at Risk. A nouveau, il a le choix entre un horizon journalier, hebdomadaire ou mensuel. En appuyant sur "Calculer", le résultat apparaitra dans le champ à droite de la fenêtre.

# IMPLEMENTATION D'UNE PREMIERE METHODE : LA VALUE AT RISK HISTORIQUE

Lors de ce projet, nous avons commencé par implémenter la méthode de Value at Risk historique dans notre projet. Il est important de mentionner que nous avons eu à réaliser au préalable une préparation des données. En effet, la fenêtre avec laquelle le client interagit est gérée par une classe InterfaceExPost, qui, elle, est en interaction avec une classe PortefeuilleExPost ayant pour rôle de transformer les données et réaliser les calculs. Pour la préparation des données, il a fallu récupérer toutes les informations fournies par le client ainsi que les fichiers entrés. On aura donc un dictionnaire poids\_actifs contenant le poids de chaque actif dans le portefeuille (la clé représentera les symboles ou noms de l'action et la valeur sera le poids de l'action correspondante dans le portefeuille) ainsi qu'une dataframe valorisations représentant les valorisations passées du portefeuille.

La préparation des données consiste à manipuler cette dataframe valorisation. Nous avons eu besoin d'y rajouter une colonne « Actifs ponderes » calculant la moyenne des valorisations du portefeuille pondérée par le poids de chaque actif au sein de celui-ci. Puis, chaque colonne de valorisation des actifs a été modifiée pour laisser place à des colonnes de rendement. Chaque rendement se calcule à l'aide de la formule :  $\frac{V_{t+1}}{V_t} - 1$  permettant de calculer un rendement quotidien, hebdomadaire ou mensuel selon les données entrées par l'utilisateur. Enfin, une dernière colonne est créée dont les valeurs seront les sommes des rendements de chaque action du portefeuille pondérées par leurs poids. On obtient donc une colonne « Performances » contenant les performances globales du portefeuille.

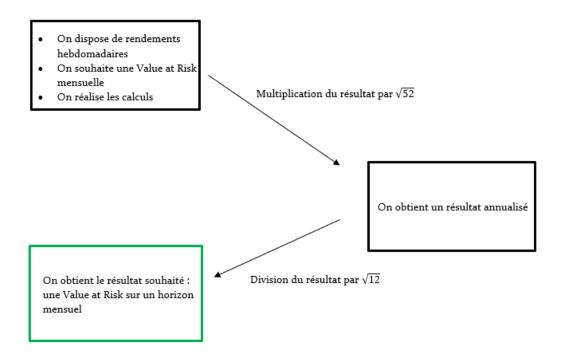
Nous avons ensuite mis en place la méthode de calcul historique Ex-Post. Pour ce calcul, notre fonction effectuera un tri des rendements du portefeuille par ordre croissant. La valeur de la VaR que la fonction renverra correspondra à la ième pire valeur de rendement avec i= nombre\_ligne\_rendements \* (1-seuil\_confiance). Par exemple, si l'on possède 100 valeurs de rendements de notre portefeuille, la valeur de la Value at Risk avec un seuil de 95% correspondra au 5e pire rendement que l'on a obtenu avec notre portefeuille. Nous avons également ajouté un système de pondération dans le cas où l'on n'obtiendrait pas une valeur ronde pour l'indice de l'élément à choisir.

Exemple: On dispose de 205 valeurs de rendement et un seuil, l de confiance s'élevant à 95%.

On trouve i = 205\*5% = 10.25

Dans ce cas-là : notre Value at Risk sera égale à 75%\*(10e valeur) +25%\*(11e valeur)

Enfin, le dernier ajout qu'on a fait à cette méthode est la création d'un coefficient, que l'on fournira à toutes nos méthodes de calcul, qui permettra d'adapter nos calculs à tout type de données (quotidiennes, hebdomadaires, mensuelles) et à tout horizon demandé (journalier, hebdomadaire, mensuel). Ceci est utile lorsque l'on souhaite calculer une VaR ayant un horizon différent de l'écart temporel entre nos données d'entrée. Par exemple, il sera utile si l'on entre dans l'application des données hebdomadaires et que l'on souhaite calculer une Value at Risk avec un horizon mensuel (voir la photo ci-dessous)



Exemple d'utilisation de notre coefficient

# IMPLEMENTATION D'UNE SECONDE METHODE : LA VALUE AT RISK PARAMETRIQUE

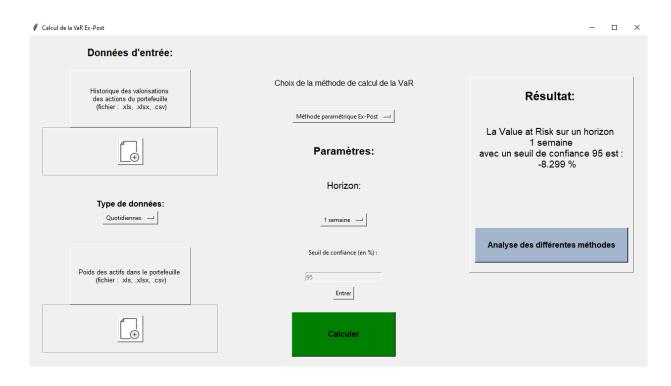
.

.

•

.

.



Capture d'écran du résultat d'un calcul de VaR paramétrique avec un seuil de 95% et un horizon d'une semaine

# IMPLEMENTATION D'UNE TROISIEME METHODE : LA METHODE DE MONTE CARLO PAR SIMULATION DE LOI NORMALE

- .
- .
- .

- .
- .
- •
- •
- .

# IMPLEMENTATION D'UNE QUATRIEME METHODE : LA VAR PONDEREE SELON L'AGE

Lors de l'implémentation de la Value at Risk pondérée selon l'âge, il a été nécessaire d'utiliser la colonne Performance de la dataframe, que nous avons calculé lors de la préparation des données. Pour rappel, celle-ci correspond aux rendements de chaque actif pondéré par le poids de chacun de ceux-ci au sein du portefeuille. Cette méthode requiert d'utiliser une constante  $\lambda$  comprise entre o et 1 qui sera utilisé pour le calcul des coefficients de pondération décroissants que l'on attribuera aux rendements du portefeuille. Nous avons choisi, après divers tests, d'utiliser une valeur  $\lambda$  = 0.85.

On a alors créé un vecteur de taille identiques à celle de la colonne rendement de notre dataframe. Ce vecteur contient le coefficient de pondération calculé pour chaque entier i variant de i=1 pour le premier coefficient à i=longueur de la colonne rendement +1 avec la formule suivante :

$$\frac{\lambda^{i-1}(1-\lambda)}{1-\lambda^n}$$
 avec n : longueur de la colonne rendement

Par la suite, nous avons créé une dataframe contenant le produit de la colonne des Performances de notre portefeuille qui sont triées de la plus récente à la plus ancienne par les coefficients décroissants que nous avons calculés précédemment. De cette manière, la performance la plus récente sera multipliée par le coefficient le plus grand, et la performance la plus ancienne multipliée par le coefficient le plus faible.

Par la suite, à l'image de la méthode paramétrique, nous calculons la moyenne des performances pondérées que nous avons calculés, la matrice de Variance Covariance des performances de chaque actif de celui-ci, ainsi que la volatilité (calculée grâce à cette matrice). On se sert également, comme dans toutes les méthodes, du coefficient permettant d'ajuster les calculs en tenant compte de l'intervalle temporel sur lequel on travaille ainsi que l'horizon de la Value at Risk demandé.

Enfin, comme pour le calcul de la VaR paramétrique, on utilisera la fonction *norm.ppf* fournie par la librairie *scipy.stats* qui renvoie une valeur marquant le point à partir duquel un certain pourcentage de donnée, ici notre intervalle de confiance, seraient contenus dans le cas où nos données seraient distribuées normalement. Il s'agit, pour résumer, de l'inverse de la fonction de distribution cumulative. Notre fonction, prenant comme argument notre seuil de confiance, la moyenne des performances pondérées que l'on a calculée ainsi que la volatilité, calculera la Value at Risk.

# IMPLEMENTATION D'UNE CINQUIEME METHODE : LA VAR PONDEREE EN FONCTION DE LA VOLATILITE

Lors de l'implémentation de la Value at Risk pondérée selon la volatilité, il a été nécessaire d'utiliser les rendements de chaque actif du portefeuille qui ont été calculé lors de la phase de préparation des données. Nous avons donc copié ces colonnes au sein d'une nouvelle dataframe. Comme on l'a dit

plus haut dans le descriptif de la méthode, nous nous sommes servis de modèle GARCH pour implémenter cette méthode. Pour en savoir plus au sujet de ce modèle, veuillez consulter l'annexe 1.

Nous avons donc appliqué un modèle GARCH(1,1) à chaque colonne de rendement des actifs de notre portefeuille. On a, par la suite, pu extraire et stocker au sein d'une nouvelle dataframe, une estimation donnée par le modèle des volatilités conditionnelles, pour chaque actif, à chaque date de valorisation. On dispose donc d'une dataframe contenant, pour chaque actif, une estimation des volatilités conditionnelles à chaque date. Grâce à cela, nous avons pu établir, pour chaque actif, un coefficient de pondération, qui sera attribué à chaque rendement. A chaque date t, le coefficient est

est fournie par l'expression suivante :  $\frac{\sigma}{\sigma}$ 

 $\sigma_T$  représente la dernière volatilité qu'on a calculé sur l'actif, c'est-à-dire la volatilité la plus récente.

 $\sigma_t$  représente les volatilités que l'on a calculé à chaque date.

En résumé, pour chaque actif, le rendement, à chaque date t, sera multiplié par le coefficient correspondant. Enfin, grâce au dictionnaire stockant les poids des actifs au sein de notre portefeuille, on pourra calculer le nouveau rendement global, à partir de ces résultats. Finalement, on appliquera la même méthode que l'on a utilisé pour la méthode historique, pour calculer la Value at Risk. En effet, on effectuera un tri sur ces nouveaux rendements pour en extraire une valeur, à partir de notre seuil de confiance.



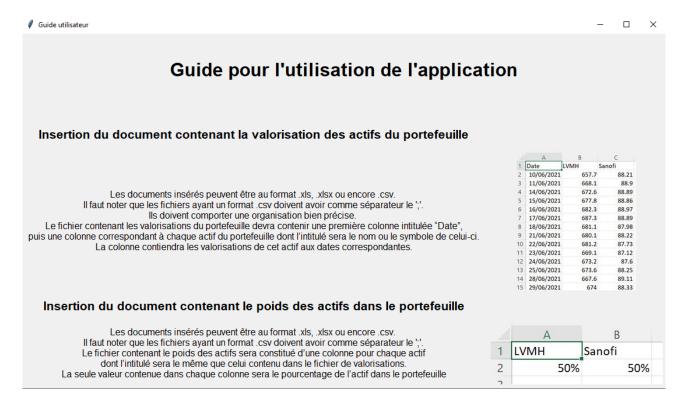
Calcul de VaR avec la méthode de pondération selon la volatilité avec un seuil de 95% et un horizon d'une semaine

### AJOUT DE FONCTIONNALITES A NOTRE APPLICATION

Durant la dernière période de ce projet, une fois que toutes nos méthodes étaient mises en place, nous souhaitions améliorer notre application afin de la rendre plus agréable à utiliser pour le client. Nous avons donc pris l'initiative de réaliser une fenêtre d'aide pour l'utilisateur accessible depuis la page d'accueil. Nous avons également réalisé une fenêtre proposant une analyse des différentes méthodes de calcul, accessible lors de l'affichage du résultat de la Value at Risk.

### Ajout d'une fenêtre d'aide Utilisateur

Nous avons pris la décision de créer une fenêtre servant d'aide et de guide pour l'utilisateur afin de se servir de notre application. Il était, cependant, important que la consultation de cette fenêtre ne soit pas obligatoire et ne représente pas une gêne pour l'utilisateur. Il a donc été décidé d'insérer un bouton « Aide Utilisateur » dans la fenêtre d'accueil. Le client a donc le choix, il peut cliquer sur « Commencer » pour entrer dans l'application ou bien commencer par cliquer sur « Aide Utilisateur ». Cette action déclenchera l'ouverture d'une autre fenêtre qui contiendra des informations aidant l'utilisateur à se servir de l'application. Il y aura par exemple des informations sur les types de format de fichiers supportés par l'application ainsi que les séparateurs pris en charge pour les fichiers .csv. Cette fenêtre renseignera l'utilisateur au sujet de l'organisation des données au sein des fichiers requis c'est-à-dire l'intitulé de certaines colonnes et le contenu des fichiers. Ces explications seront accompagnées d'images pour faciliter la compréhension du client. Après sa lecture, celui-ci pourra simplement fermer la fenêtre. Il reviendra alors sur la page d'accueil et pourra donc cliquer sur « Commencer » pour se servir de l'application, ou bien revenir sur la fenêtre d'aide en recliquant sur le bouton correspondant si l'une des informations ne lui est pas parue claire.



Capture d'écran de la fenêtre d'aide pour l'utilisateur

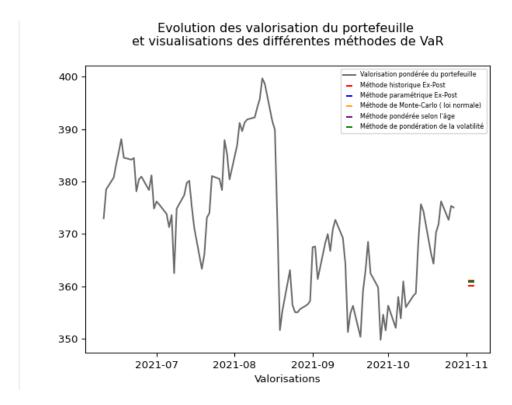
Ajout d'une fenêtre offrant une analyse des différentes méthodes de calcul utilisées

PAGE 18

### Analyse des différentes méthodes de calculs pour la Value at Risk

1<sup>E</sup> CAS D'ETUDE : ANALYSE SUR DES ACTIONS QUI SE MAINTIENNENT

Notre premier cas d'application pour nos méthodes de calculs de Value at Risk est une analyse d'un portefeuille constitué des actions LVMH et Sanofi, représentant chacune 50% de celui-ci, du 09/06/2021 au 27/10/2021.



Evolution des valorisations du 1<sup>e</sup> cas d'étude du 09/06/2021 au 27/10/2021

Sur la courbe modélisant les valorisations du portefeuille durant cet intervalle de temps, on peut observer que, malgré une chute assez conséquente courant Aout 2021, les variations du portefeuille se maintiennent dans la même zone de prix. La valorisation du portefeuille, au début de la période, est égale à celle, à la fin de la période.

Méthode utilisée	Value at Risk estimée
Méthode historique	-4%
Méthode paramétrique	-3.726%
Méthode de Monte Carlo (loi normale)	-3.698%
Méthode de pondération selon l'âge	-3.729%
Méthode de pondération selon la volatilité	-3.803%

Tableau comparatif des VaR pour le 1e cas d'étude à 95% sur un horizon d'une semaine

Pour ce cas, la VaR la plus pessimiste est donnée par la méthode historique et la moins pessimiste est fournie par la méthode de Monte Carlo en simulation de loi normale. Ici, toutes nos méthodes fournissent des résultats très rapprochés. Pour un horizon d'une semaine, l'écart entre notre résultat le plus optimiste et le moins optimiste s'élève à seulement 0.3%. Si l'on souhaite augmenter l'horizon de calcul, en l'établissant à un mois, on trouve :

Méthode utilisée	Value at Risk estimée
Méthode historique	-8.326%
Méthode paramétrique	-7.763%
Méthode de Monte Carlo (loi normale)	-7.705%
Méthode de pondération selon l'âge	-7.766%
Méthode de pondération selon la volatilité	-7.916%

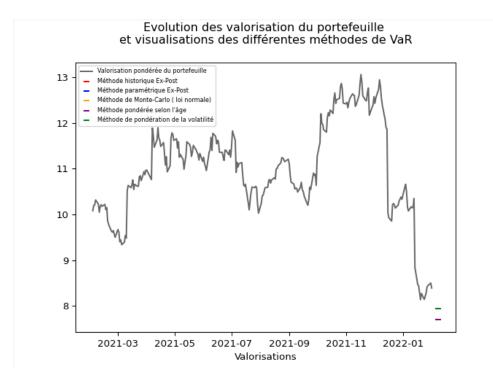
Tableau comparatif des VaR pour le 1<sup>e</sup> cas d'étude à 95% sur un horizon d'un mois

A nouveau, l'écart entre nos méthodes est relativement faible : 0.6% entre les deux résultats les plus éloignés sur un horizon d'un mois.

Ces résultats ne sont pas étonnants dans la mesure où ces données évoluent dans la même zone de prix. Il n'y a pas de période de forte chute, ni de forte hausse risquant de venir perturber l'une de nos méthodes. De plus, comme on peut le voir sur le tableau comparant les volatilités, donné en Annexe 2, la volatilité est assez faible ici. Les méthodes paramétriques et de Monte Carlo, dont la distribution des rendements repose en partie sur la volatilité, fournissent donc des résultats très proches des autres méthodes. Dans ce cas de figure, tous les calculs fournissent un résultat assez similaire.

### 2<sup>E</sup> CAS D'ETUDE : ANALYSE SUR DES ACTIONS QUI ONT CHUTE TRES RECEMMENT

Notre second cas d'application pour nos méthodes de calculs de Value at Risk est une analyse d'un portefeuille constitué uniquement d'actions EDF du 01/02/2021 au 01/02/2022.



Evolution des valorisations du 2<sup>e</sup> cas d'étude du 01/02/2021 au 01/02/2022

Sur la courbe modélisant les valorisations du portefeuille durant cet intervalle de temps, on peut observer que les variations du portefeuille se maintiennent dans la même zone de prix jusqu'à fin Septembre 2021. Il y aura ensuite une hausse, débutant en Octobre 2021, puis une chute très brutale dès le début du mois de Décembre jusqu'à la fin de notre intervalle d'étude, le 1<sup>e</sup> Février 2022.

Méthode utilisée	Value at Risk estimée
Méthode historique	-5.43%
Méthode paramétrique	-8.29%
Méthode de Monte Carlo (loi normale)	-8.237%
Méthode de pondération selon l'âge	-8.259%
Méthode de pondération selon la volatilité	-5.425%

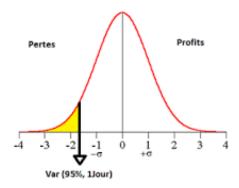
Tableau comparatif des VaR pour le 2e cas d'étude à 95% sur un horizon d'une semaine

Pour ce cas, les VaR les plus pessimistes sont données par la méthode de pondération selon l'âge, la méthode paramétrique ainsi que celle de Monte Carlo par simulation de loi normale. Les VaR les moins pessimistes sont données par la méthode de pondération selon la volatilité ainsi que par la méthode historique. On a un écart bien plus important entre les deux extremums : plus de 2.8% pour un horizon d'une semaine.

Afin de comprendre pour quelle raison les méthodes paramétrique et de Monte Carlo (simulation de loi normale) fournissent des Value at Risk si pessimistes, il est nécessaire de consulter le tableau récapitulatif des volatilités annualisées, fourni en Annexe 2. On retrouve, pour ce cas d'étude, une

volatilité plus importante que celle des autres cas en général. Or, ces deux méthodes vont simuler une distribution des rendements selon une loi normale se servant, comme paramètre, de la volatilité.

Comme on peut le voir sur la courbe orange fournie en Annexe 3, une volatilité plus élevée relèvera la courbe gaussienne. Lorsque l'on calculera le percentile, comme sur la photo ci-dessous, il est normal que le résultat soit plus faible, car il subira une translation vers la gauche de la courbe.



Principe de la VaR paramétrique

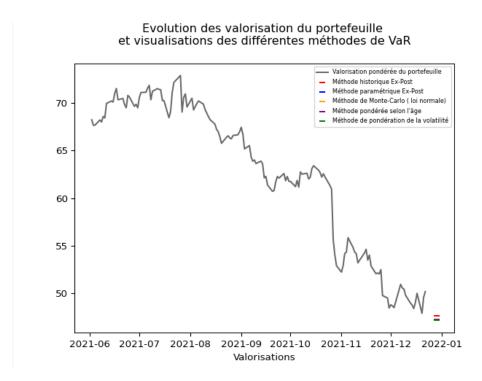
Il est également logique que la méthode de pondération selon l'âge soit celle qui fournisse le résultat le plus pessimiste. En effet, sur les deux derniers mois d'étude, il y a eu une chute très importante. Or, cette méthode a pour particularité d'accorder plus d'importance aux données les plus récentes, et moins aux données plus anciennes. Dans ce cas, les données les plus récentes montrent beaucoup de perte, le résultat sera donc très pessimiste.

La valeur la plus optimiste est donnée par la méthode historique. En effet, celle-ci effectue un tri des performances les plus mauvaises et en extrait la valeur correspondant au seuil de confiance. Or ici, en proportion, la période de chute est relativement courte par rapport à la longue période de stagnation et celle de hausse réunie. Le calcul historique sélectionnera donc une valeur qui peut être plus optimiste que les autres valeurs, du fait de son fonctionnement qui accorde un poids égal à toutes les performances, peu importe leurs dates. La période de chute sera donc « atténuée » par cette méthode, ce qui reflète la principale critique faite à celle-ci.

Enfin, une valeur optimiste est également fournie par la méthode de pondération selon la volatilité. Pour rappel, cette méthode consiste à multiplier les rendements de chaque actif du portefeuille par la volatilité la plus récente et à les diviser par une estimation des volatilités à chaque date. Cela aura pour conséquence d'imposer les conditions de marché actuelle, en termes de volatilité, au passé. Dans notre cas, comme on peut l'observer à l'œil nu sur le graphique, la volatilité récente est supérieure aux volatilités passées. De ce fait, la méthode a accordé plus d'importance aux rendements passées, qui étaient supérieures à ceux plus récents, en les multipliant par un terme supérieur à 1. Il est donc prévisible de retrouver un résultat pour la VaR plus optimiste que d'autres méthodes citées précédemment.

 $3^{\rm E}$  CAS D'ETUDE : ANALYSE SUR DES ACTIONS QUI SONT EN CHUTE DEPUIS PLUSIEURS MOIS

Notre troisième cas d'application pour nos méthodes de calculs de Value at Risk est une analyse d'un portefeuille constitué des actions Thales, Renault et Worldline, ayant pour poids respectifs au sein du portefeuille 25%, 25% et 50%, du 01/06/2021 au 22/12/2021.



Evolution des valorisations du 3<sup>e</sup> cas d'étude du 01/06/2021 au 22/12/2021

Sur la courbe modélisant les valorisations du portefeuille durant cet intervalle de temps, on peut observer une chute constante du début de l'intervalle d'étude jusqu'à sa fin. Il s'agit d'une chute très importante mais étalée sur toute la durée de l'étude.

Méthode utilisée	Value at Risk estimée
Méthode historique	-5.035%
Méthode paramétrique	-5.954%
Méthode de Monte Carlo (loi normale)	-5.911%
Méthode de pondération selon l'âge	-5.767%
Méthode de pondération selon la volatilité	-6.057%

Tableau comparatif des VaR pour le 3<sup>e</sup> cas d'étude à 95% sur un horizon d'une semaine

Pour ce cas, les VaR les plus pessimistes sont données par la méthode de pondération selon la volatilité, la méthode paramétrique ainsi que celle de Monte Carlo par simulation de loi normale. La VaR la moins pessimiste est donnée par la méthode historique. On a un écart entre les deux valeurs les plus éloignées qui s'élève à 1%. Les résultats de toutes les méthodes ne présentent donc pas de grande différence.

Pour ce cas d'étude, nous avons une volatilité annualisé égale à 4.4%, située parmi les plus basses de tous nos cas d'étude. Cette faible valeur pour la volatilité est observable sur le graphique. En effet, on peut y percevoir un enchaînement de petites chutes et non pas de grandes variations brutales.

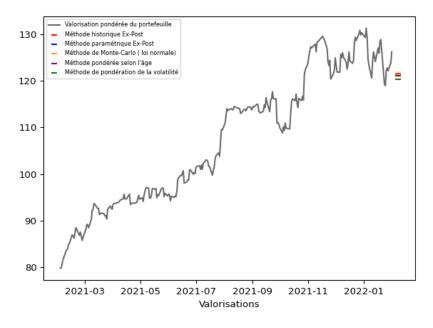
Le résultat, pessimiste, des méthodes paramétriques et de Monte Carlo (simulation de loi normale) pourront, néanmoins, s'expliquer par une très faible moyenne des performances, étant donné que l'action ne cesse de chuter. Comme on peut le voir sur la courbe verte en Annexe 3, cela impliquera une translation de la Gaussienne vers des valeurs plus faibles. La VaR, en sortie, sera donc plus faible que d'autres méthodes.

Par ailleurs, on peut observer sur la courbe que, la chute n'est pas parfaitement constante sur tout l'intervalle de temps. Celle-ci est plus importante sur la deuxième partie de celui-ci, c'est-à-dire à partir de mi-Octobre 2021. La méthode de pondération selon l'âge, accordant plus d'importance aux évènements récents, sera donc plus pessimiste que d'autres méthodes.

4<sup>E</sup> CAS D'ETUDE : ANALYSE SUR DES ACTIONS QUI CONNAISSENT UNE HAUSSE CONSTANTE

Notre quatrième cas d'application pour nos méthodes de calculs de Value at Risk est une analyse d'un portefeuille constitué des actions CAPGEMINI et Total Energies, représentant chacune 50% du portefeuille, du 01/02/2021 au 01/02/2022.

#### Evolution des valorisation du portefeuille et visualisations des différentes méthodes de VaR



Evolution des valorisations du 4<sup>e</sup> cas d'étude du 01/02/2021 au 01/02/2022

Sur la courbe modélisant les valorisations du portefeuille durant cet intervalle de temps, on peut observer une hausse plutôt constante des actions jusqu'à mi-Novembre 2021 suivie d'une légère stagnation jusqu'à début février avec des fluctuations de valorisation assez volatiles, tout en restant dans la même zone de prix.

Méthode utilisée	Value at Risk estimée
Méthode historique	-3.721%
Méthode paramétrique	-3.85%
Méthode de Monte Carlo (loi normale)	-3.82%
Méthode de pondération selon l'âge	-4.03%
Méthode de pondération selon la volatilité	-4.637%

Tableau comparatif des VaR pour le 4<sup>e</sup> cas d'étude à 95% sur un horizon d'une semaine

Pour ce cas, la VaR la plus pessimiste est donnée par la méthode de pondération selon la volatilité. La moins pessimiste, elle, est donnée par la méthode historique. On peut observer ici des similitudes avec le cas traitant une chute constante (avec des fluctuations dans un sens opposé).

Il n'est pas étonnant que la méthode donnant le résultat le plus pessimiste soit celle qui pondère les volatilités. En effet, les actions ici suivent globalement le même mouvement tout au long de l'intervalle : une hausse. Cependant, sur la courbe, la volatilité est plus importante sur la dernière partie de notre intervalle de temps. La hausse est également plus importante sur cette dernière partie.

La méthode de pondération par volatilité va donc attribuer un poids plus important aux données en début d'intervalles (quand la volatilité était plus faible), c'est-à-dire à des rendements plus faibles. Cela explique donc une Value at Risk plus pessimiste que les autres.

### Conclusion

Finalement, cette première période de projet nous a permis d'appréhender un projet de la même manière qu'on l'effectuerait dans notre vie professionnelle. Cela nécessite notamment de ne pas débuter le travail par la phase de développement. Il est nécessaire, au contraire, de prendre le temps de préparer notre travail et de rédiger des documents afin de satisfaire au mieux les besoins du client. Nous avons mis en place tous les éléments pour débuter ce projet sur des bases solides en ayant une vision globale des actions que nous réaliserons.

Grâce à cela, nous avons pu commencer le travail de développement en réalisant l'interface graphique et en développant une première méthode de calcul de la Value at Risk. Concernant la suite du projet, nous comptons mettre en place un maximum de méthodes de calcul comme la méthode paramétrique ou encore la méthode de Monte Carlo.

Notre objectif final est de pouvoir être en mesure de comparer les différentes méthodes que l'on proposera au client. Nous tenons à remercier Mr Kardou pour son soutien et son aide lors de la réalisation de ce projet.

### Bibliographie

### Comprendre la Value at Risk:

https://www.abcbourse.com/apprendre/19\_value\_at\_risk.html

John Hull - Options Futures and Other Derivatives, 1997

### **Interface graphique:**

Python GUI Programming With Tkinter, David Amos

https://realpython.com/python-gui-tkinter/

### Implémenter la Value at Risk:

Historical Simulation Value-At-Risk Explained (with Python code), Matt Thomas, 21 Mai 2020

 $https://medium.com/@matt\_84072/historical-simulation-value-at-risk-explained-with-python-code-a904d848d146$ 

 $https://bsic.it/wp-content/uploads/2017/03/VaR-with-Python.pdf?fbclid=IwAR1ziMATTx3Kz8y9NOivoB\_-MhocoQFkCq-VOxduJYvkOxb6oXD8j2CKheo\\$ 

https://pod.univ-lille.fr/video/13777-calcul-de-la-var-par-la-methode-de-monte-carlo/

### Les modèles GARCH:

https://olivierroustantfr.files.wordpress.com/2018/09/modele-garch.pdf

https://www.investopedia.com/terms/g/garch.asp

### Annexe

### ANNEXE 1: LES MODÈLES GARCH

Les modèles GARCH, modèle ARCH (autorégressifs conditionnellement hétéroscédastiques) généralisés, ont la particularité de définir la notion de variance conditionnelle.

Définition d'un modèle GARCH(p,q):

 $Rt = \eta t \sqrt{ht}$ 

avec:

- (ηt ) un bruit blanc fort gaussien N(0,1)
- ht =  $\alpha_0 + \alpha_1 R_{t-1}^2 + ... + \alpha_q R_{t-q}^2 + \beta_1 h_{t-1} + ... + \beta_p h_{t-p}$
- $\alpha_0 > o$ ,  $\alpha_1, \ldots, \alpha_q$ ,  $\beta_1, \beta_p \ge o$
- (nt ) et (ht ) sont deux processus indépendants
- $R_1$ .... $R_t$  représentent les rendements de l'action
- Paramètres : p est le nombre de termes auto-régressifs et q est le nombre de moyennes mobiles.

A partir de ce modèle, on est en mesure de calculer la variance conditionnelle. Ceci présente un grand intérêt pour modéliser le plus fidèlement possible des cours financier puisque la volatilité d'un jour influe sur celle du lendemain en période d'emballement des marches.

Pour un modèle GARCH(1,1), modèle que l'on utilisera dans notre méthode, la variance conditionnelle est donnée par :

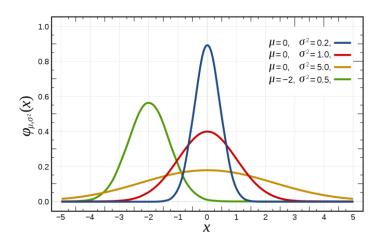
$$\forall k \ge 1, Var(R_{t+k} | \mathfrak{I}_t) = (\alpha_1 + \beta_1)^{k-1} h_{t+1} + (1 - (\alpha_1 + \beta_1)^{k-1}) \sigma^2$$

### ANNEXE 2: TABLEAU COMPARANT LES VOLATILITÉS DES DIFFÉRENTS CAS D'ÉTUDE

Méthode utilisée	Volatilité annualisée calculée
1 <sup>e</sup> cas d'étude	4.1%%
2 <sup>e</sup> cas d'étude	6.3%
3 <sup>e</sup> cas d'étude	4.4%
4 <sup>e</sup> cas d'étude	4.7%

Comparatif des volatilités annualisées de nos différents cas d'étude

### ANNEXE 3: EVOLUTION DE LA DISTRIBUTION NORMALE SELON LES PARAMÈTRES



Différentes distributions normales modélisées