CADENAS DE MARKOV

EJERCICIOS RESUELTOS

Ejercicio: Considera un sistema de dos estados A y B. La matriz de transición para este sistema es la siguiente:

	A	B
A	0.8	0.2
B	0.5	0.5

Si el sistema comienza en el estado A, ¿cuál es la probabilidad de que después de 3 pasos el sistema esté en el estado B?

Solución:

Para determinar la probabilidad de que el sistema esté en el estado B después de 3 pasos, debemos realizar el cálculo considerando la matriz de transición.

En el paso 1, la probabilidad de pasar de A a B es 0.2 (según la primera fila y la segunda columna de la matriz de transición).

En el paso 2, la probabilidad de permanecer en B es 0.5 (según la segunda fila y la segunda columna de la matriz de transición).

En el paso 3, la probabilidad de pasar de B a B es 0.5 (según la segunda fila y la segunda columna de la matriz de transición).

Por lo tanto, la probabilidad de que el sistema esté en el estado B después de 3 pasos es el producto de estas probabilidades:

$0.2 * 0.5 * 0.5 = 0.05$

Por lo tanto, la probabilidad de que el sistema esté en el estado B después de 3 pasos es de 0.05 o 5%.

Este es un ejemplo simplificado de cómo se pueden resolver ejercicios de cadenas de Markov. Los cálculos se basan en las probabilidades de transición y se pueden aplicar a sistemas con cualquier número de estados y pasos.

Ejercicio: Considera un sistema de tres estados A, B y C con la siguiente matriz de transición:

	A	B	C
A	0.4	0.3	0.3
B	0.2	0.5	0.3
C	0.1	0.2	0.7

Si el sistema comienza en el estado A, ¿cuál es la probabilidad de que después de 4 pasos el sistema esté nuevamente en el estado A?

Solución:

Para determinar la probabilidad de que el sistema esté nuevamente en el estado A después de 4 pasos, debemos considerar la matriz de transición y realizar los cálculos correspondientes.

En el paso 1, la probabilidad de permanecer en el estado A es 0.4 (según la primera fila y la primera columna de la matriz de transición).

En el paso 2, la probabilidad de pasar de B a A es 0.3 (según la segunda fila y la primera columna de la matriz de transición).

En el paso 3, la probabilidad de pasar de C a A es 0.1 (según la tercera fila y la primera columna de la matriz de transición).

En el paso 4, la probabilidad de pasar de A a A nuevamente es 0.4 (según la primera fila y la primera columna de la matriz de transición).

Por lo tanto, la probabilidad de que el sistema esté nuevamente en el estado A después de 4 pasos es el producto de estas probabilidades:

0.4 * 0.3 * 0.1 * 0.4 = 0.0048

Por lo tanto, la probabilidad de que el sistema esté nuevamente en el estado A después de 4 pasos es de 0.0048 o 0.48%.

Este ejemplo ilustra cómo se pueden aplicar los cálculos de probabilidades de transición en una cadena de Markov con más de dos estados y para un número específico de pasos. Los cálculos se realizan multiplicando las probabilidades correspondientes a cada paso.

Ejercicio: Considera un sistema de cuatro estados A, B, C y D con la siguiente matriz de transición:

	A	B	C	D
A	0.3	0.2	0.3	0.2
B	0.4	0.1	0.1	0.4
C	0.2	0.2	0.4	0.2
D	0.1	0.3	0.2	0.4

Si el sistema comienza en el estado B, ¿cuál es la probabilidad de que después de 5 pasos el sistema esté en el estado C?

Solución:

Para determinar la probabilidad de que el sistema esté en el estado C después de 5 pasos, debemos considerar la matriz de transición y realizar los cálculos correspondientes.

En el paso 1, la probabilidad de pasar de B a C es 0.1 (según la segunda fila y la tercera columna de la matriz de transición).

En el paso 2, la probabilidad de pasar de C a D es 0.2 (según la tercera fila y la cuarta columna de la matriz de transición).

En el paso 3, la probabilidad de pasar de D a C nuevamente es 0.2 (según la cuarta fila y la tercera columna de la matriz de transición).

En el paso 4, la probabilidad de pasar de C a B es 0.2 (según la tercera fila y la segunda columna de la matriz de transición).

En el paso 5, la probabilidad de pasar de B a C nuevamente es 0.1 (según la segunda fila y la tercera columna de la matriz de transición).

Por lo tanto, la probabilidad de que el sistema esté en el estado C después de 5 pasos es el producto de estas probabilidades:

$0.1 * 0.2 * 0.2 * 0.2 * 0.1 = 0.0008$

Por lo tanto, la probabilidad de que el sistema esté en el estado C después de 5 pasos es de 0.0008 o 0.08%.

Ejercicio: Considera un sistema de tres estados A, B y C con la siguiente matriz de transición:

	A	B	C
A	0.6	0.2	0.2

B	0.3	0.5	0.2
C	0.1	0.3	0.6

Si el sistema comienza en el estado C, ¿cuál es la probabilidad de que después de 2 pasos el sistema esté en el estado A?

Solución:

Para determinar la probabilidad de que el sistema esté en el estado A después de 2 pasos, debemos considerar la matriz de transición y realizar los cálculos correspondientes.

En el paso 1, la probabilidad de pasar de C a A es 0.1 (según la tercera fila y la primera columna de la matriz de transición).

En el paso 2, la probabilidad de pasar de A a A nuevamente es 0.6 (según la primera fila y la primera columna de la matriz de transición).

Por lo tanto, la probabilidad de que el sistema esté en el estado A después de 2 pasos es el producto de estas probabilidades:

0.1 * 0.6 = 0.06

Por lo tanto, la probabilidad de que el sistema esté en el estado A después de 2 pasos es de 0.06 o 6%.

Ejercicio: Considera un sistema de dos estados A y B con la siguiente matriz de transición:

	A	B
A	0.7	0.3
B	0.2	0.8

Si el sistema comienza en el estado A, ¿cuál es la probabilidad de que después de 4 pasos el sistema esté en el estado B?

Solución:

Para determinar la probabilidad de que el sistema esté en el estado B después de 4 pasos, debemos considerar la matriz de transición y realizar los cálculos correspondientes.

En el paso 1, la probabilidad de pasar de A a B es 0.3 (según la primera fila y la segunda columna de la matriz de transición).

En el paso 2, la probabilidad de pasar de B a B nuevamente es 0.8 (según la segunda fila y la segunda columna de la matriz de transición).

En el paso 3, la probabilidad de pasar de B a B nuevamente es 0.8.

En el paso 4, la probabilidad de pasar de B a B nuevamente es 0.8.

Por lo tanto, la probabilidad de que el sistema esté en el estado B después de 4 pasos es el producto de estas probabilidades:

0.3 * 0.8 * 0.8 * 0.8 = 0.1536

Por lo tanto, la probabilidad de que el sistema esté en el estado B después de 4 pasos es de 0.1536 o 15.36%.

Considera un sistema de tres estados A, B y C con la siguiente matriz de transición:

	A	B	C
A	0.4	0.5	0.1
B	0.2	0.6	0.2
C	0.3	0.2	0.5

Si el sistema comienza en el estado B, ¿cuál es la probabilidad de que después de 3 pasos el sistema esté nuevamente en el estado B?

Solución:

Para determinar la probabilidad de que el sistema esté nuevamente en el estado B después de 3 pasos, debemos considerar la matriz de transición y realizar los cálculos correspondientes.

En el paso 1, la probabilidad de pasar de B a B nuevamente es 0.6 (según la segunda fila y la segunda columna de la matriz de transición).

En el paso 2, la probabilidad de pasar de B a B nuevamente es 0.6.

En el paso 3, la probabilidad de pasar de B a B nuevamente es 0.6.

Por lo tanto, la probabilidad de que el sistema esté nuevamente en el estado B después de 3 pasos es el producto de estas probabilidades:

0.6 * 0.6 * 0.6 = 0.216

Por lo tanto, la probabilidad de que el sistema esté nuevamente en el estado B después de 3 pasos es de 0.216 o 21.6%.