

### EJERCICIOS RESUELTOS CAPÍTULO III

#### 1) Calcular:

- a) la desviación máxima de frecuencia,
- b) el ancho mínimo de banda y
- c) los baudios para una señal FSK con frecuencia de marca de 49 kHz, frecuencia de espacio de 51 kHz y rapidez de bits de entrada de 2 kbps.

#### Solución:

- a) La desviación máxima de frecuencia se calcula sustituyendo valores en la ecuación:

$$\Delta f_c = \frac{|f_m - f_s|}{2}$$

$$\Delta f_c = \frac{|49kHz - 51kHz|}{2} = 1 kHz$$

- b) El ancho mínimo de banda se calcula con la ecuación

$$B = 2(\Delta f + f_b)$$

$$B = 2(1000 + 2000) = 6 kHz$$

- c) Con la FSK, los baudios son iguales a la rapidez de bits 2000.

#### 2) Con una tabla de funciones de Bessel, determinar el ancho mínimo de banda para la señal FSK, con una frecuencia de marca de 49 kHz, frecuencia de espacio de 51 kHz y rapidez de bits de entrada de 2 kbps.

#### Solución:

El índice de modulación se calcula sustituyendo valores en la ecuación:

$$h = \frac{|f_m - f_s|}{f_b}$$

$$h = \frac{|49kHz - 51kHz|}{2 kbps} = 1$$

De acuerdo con una tabla de funciones de Bessel, se producen tres conjuntos de bandas laterales significativas con un índice de modulación igual a uno. Por consiguiente, el ancho de banda se puede calcular como:

$$B = 2(3 \times 1000) = 6000 Hz$$

#### 3) Para un modulador BPSK con 70 MHz de frecuencia de portadora y una rapidez de entrada de bits de 10 Mbps, calcular las frecuencias laterales superior e

inferior máximas y mínimas, trazar el espectro de salida, determinar el ancho de banda mínimo de Nyquist y calcular los baudios

**Solución:**

Se sustituyen valores en la ecuación:

$$salida\ BPSK = [\text{sen}(2\pi f_a t) \times \text{sen}(2\pi f_c t)]$$

Entonces:

$$salida\ BPSK = [\text{sen}(w_a t) \times \text{sen}(w_c t)]$$

$$salida\ BPSK = [\text{sen}2\pi(5\text{ MHz})t][\text{sen}2\pi(70\text{ MHz})t]$$

$$salida\ BPSK = \frac{1}{2} \cos 2\pi(70\text{ MHz} - 5\text{ MHz})t - \frac{1}{2} \cos 2\pi(70\text{ MHz} + 5\text{ MHz})t$$

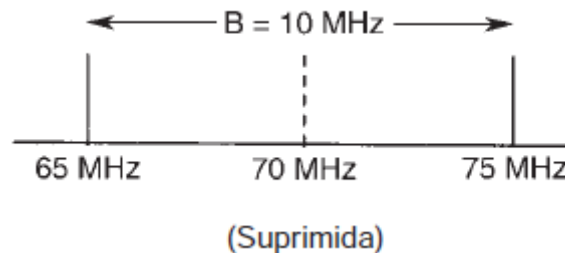
Frecuencia mínima de lado inferior (LSF)

$$LSF = 70\text{ MHz} - 5\text{ MHz} = 65\text{ MHz}$$

Frecuencia mínima de lado superior (USF)

$$USF = 70\text{ MHz} + 5\text{ MHz} = 75\text{ MHz}$$

Por consiguiente, el espectro de salida para las condiciones de entrada binaria en el peor de los casos es el siguiente:

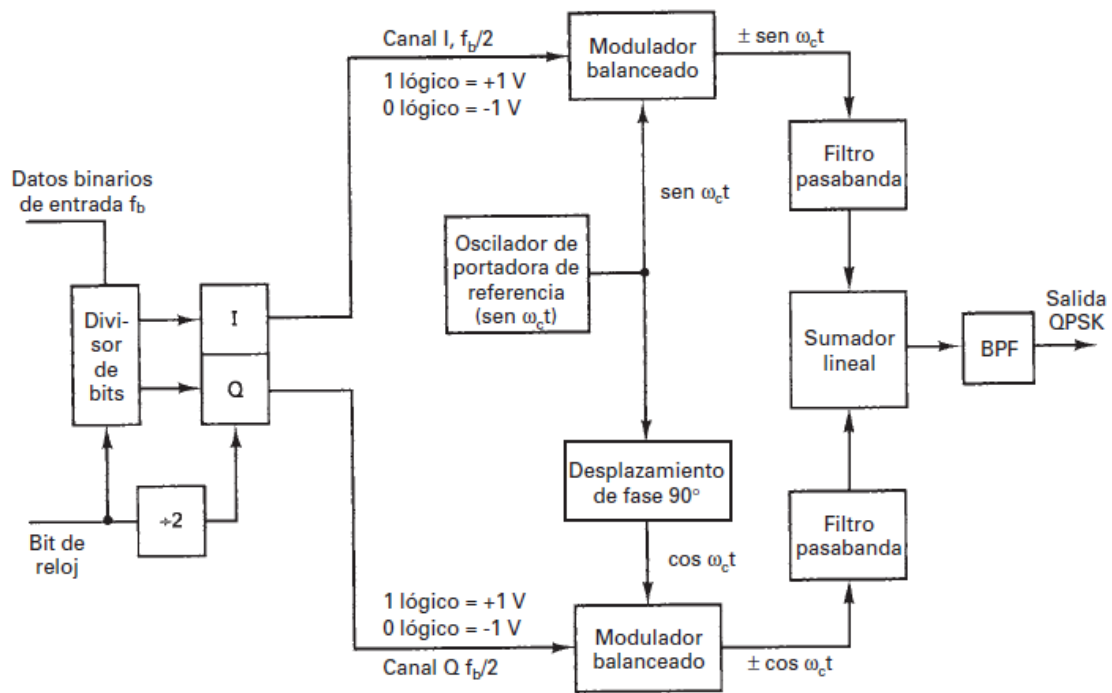


El ancho mínimo de banda de Nyquist,  $f_N$ , es:

$$f_N = 75\text{ MHz} - 65\text{ MHz} = 10\text{ MHz}$$

Y los baudios =  $f_b$ , es decir 10 megabaudios.

- 4) Determinar la tabla de verdad, el diagrama fasorial y el diagrama de constelación, para el modulador QPSK de la figura:



### Solución:

Para una entrada binaria de datos de  $Q=0$  e  $I=0$ , las dos entradas al modulador balanceado  $I$  son  $-1$  y  $\sin \omega_c t$ , y las dos entradas al modulador balanceado  $Q$  son  $-1$  y  $\cos \omega_c t$ . En consecuencia, las salidas son:

$$\text{Modulador balanceado } I = (-1)(\sin \omega_c t) = -1 \sin \omega_c t$$

$$\text{Modulador balanceado } Q = (-1)(\cos \omega_c t) = -1 \cos \omega_c t$$

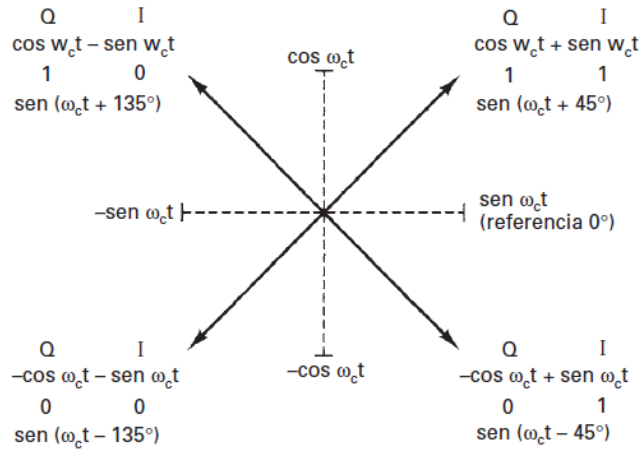
y la salida del sumador lineal es:

$$-1 \cos \omega_c t - 1 \sin \omega_c t = 1.41 \sin(\omega_c t - 135^\circ)$$

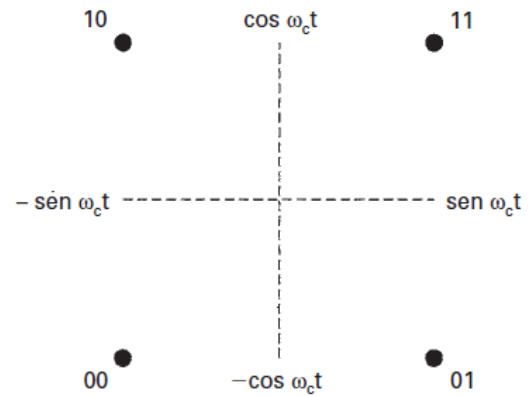
Para los códigos restantes de dibit (01, 10 y 11), el procedimiento es igual.

Entrada binaria		Fase de salida QPSK
Q	I	
0	0	$-135^\circ$
0	1	$-45^\circ$
1	0	$+135^\circ$
1	1	$+45^\circ$

Tabla 1 Tabla de verdad



2 Diagrama fasorial



1 Diagrama de constelación

- 5) Calcular el ancho mínimo bilateral de Nyquist,  $f_N$  y los baudios, para un modulador QPSK con rapidez de entrada de datos  $f_b = 10 \text{ Mbps}$  y una frecuencia de portadora de 70 MHz.

### Solución:

La rapidez de bits en los canales I y Q es igual a la mitad de la rapidez de transmisión de bits, es decir:

$$f_{bQ} = f_{bI} = \frac{f_b}{2} = \frac{10 \text{ Mbps}}{2} = 5 \text{ Mbps}$$

La frecuencia fundamental máxima que se presenta a cualquiera de los moduladores balanceados es:

$$f_a = \frac{f_{bQ}}{2} \text{ o } \frac{f_{bI}}{2} = \frac{5 \text{ Mbps}}{2} = 2.5 \text{ MHz}$$

La onda de salida de cada modulador balanceado es:

$$\begin{aligned} & \cos(2\pi f_a t) \cos(2\pi f_c t) \\ & \frac{1}{2} \cos 2\pi(f_c - f_a)t - \frac{1}{2} \cos 2\pi(f_c + f_a)t \\ & \frac{1}{2} \cos 2\pi(70 \text{ MHz} - 2.5 \text{ MHz})t - \frac{1}{2} \cos 2\pi(70 \text{ MHz} + 2.5 \text{ MHz})t \\ & \frac{1}{2} \cos 2\pi(67.5 \text{ MHz})t - \frac{1}{2} \cos 2\pi(72.5 \text{ MHz})t \end{aligned}$$

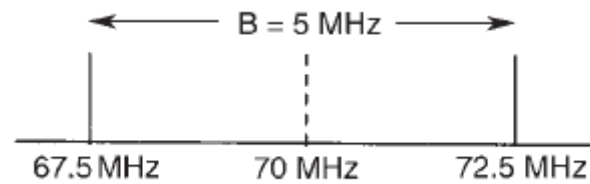
El ancho mínimo de banda de Nyquist es:

$$f_N = (72.5 - 67.5) \text{ MHz} = 5 \text{ MHz}$$

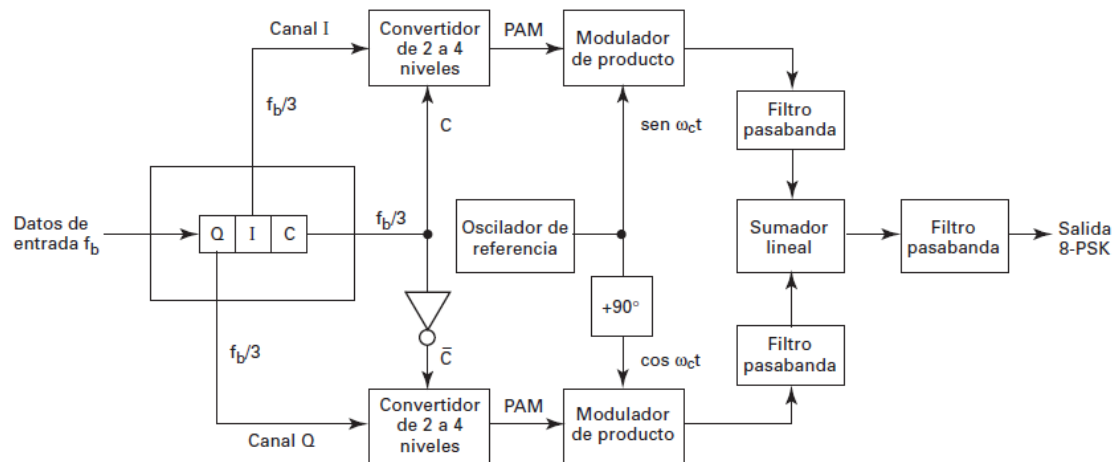
La rapidez de símbolos es igual al ancho de banda, y entonces:

rapidez de símbolos = 5 megabaudios

El espectro de salida es el siguiente



- 6) Para un tribit de entrada con  $Q = 0$ ,  $I = 0$  y  $C = 0$  (000), determinar la fase de salida para el modulador 8-PSK de la figura:



### Solución:

Las entradas al convertidor de 2 a 4 niveles del canal I son  $I = 0$  y  $C = 0$ . De acuerdo con la figura, la salida es  $-0.541$  V. Las entradas al convertidor de 2 a 4 niveles del canal Q son  $Q = 0$  y  $C' = 1$ . Según la figura la salida es  $-1.307$  V.

Por lo anterior, las dos entradas a los moduladores de producto del canal I son  $-0.541$  y  $\sin w_c t$ . La salida es:

$$I = (-0.541) (\sin w_c t) = -0.541 \sin w_c t$$

Las dos entradas al modulador de producto del canal Q son  $-1.307$  V y  $\cos w_c t$ . La salida es:

$$Q = (-1.307) (\cos w_c t) = -1.307 \cos w_c t$$

Las salidas de los moduladores de producto de los canales I y Q se combinan en el sumador lineal, y producen una salida modulada de:

$$\text{salida del sumador} = -0.541 \sin w_c t - 1.307 \cos w_c t$$

$$\text{salida del sumador} = 1.41 \sin (w_c t - 112.5^\circ)$$

Para los tribits restantes de código, 001, 010, 011, 100, 101, 110 y 111, el procedimiento es igual:

Entrada binaria			FASE DE SALIDA 8-PSK
Q	I	C	
0	0	0	-112.5°
0	0	1	-157.5°
0	1	0	-67.5°
0	1	1	-22.5°
1	0	0	+112.5°
1	0	1	+157.5°
1	1	0	+67.5°
1	1	1	+22.5°

3 Tabla de verdad

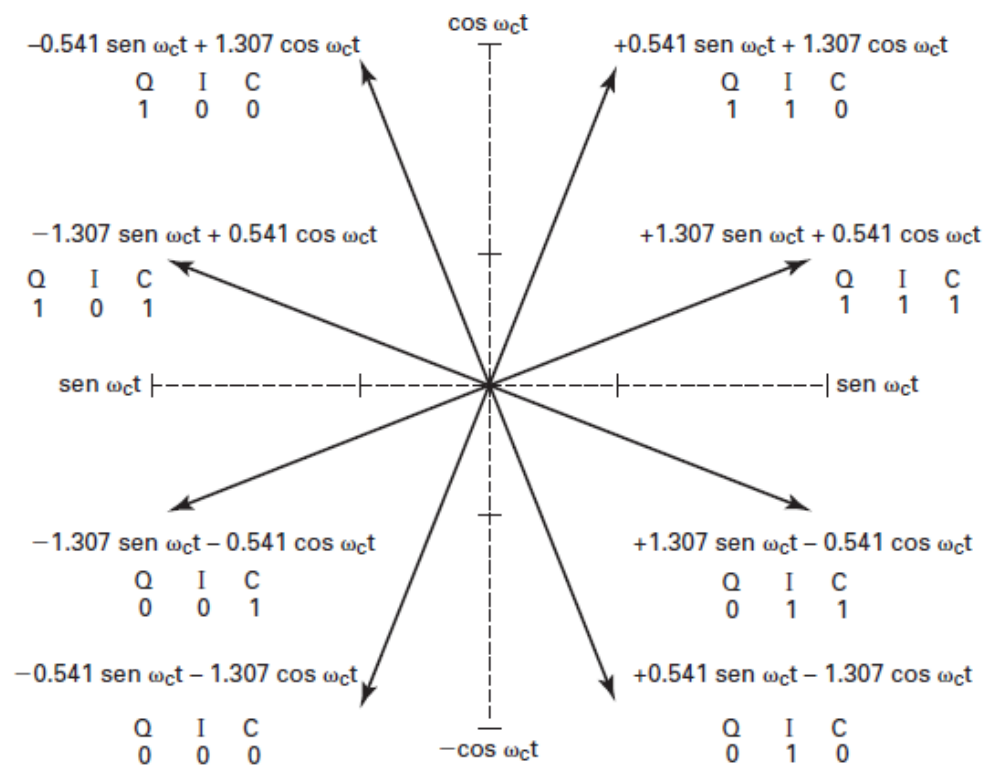
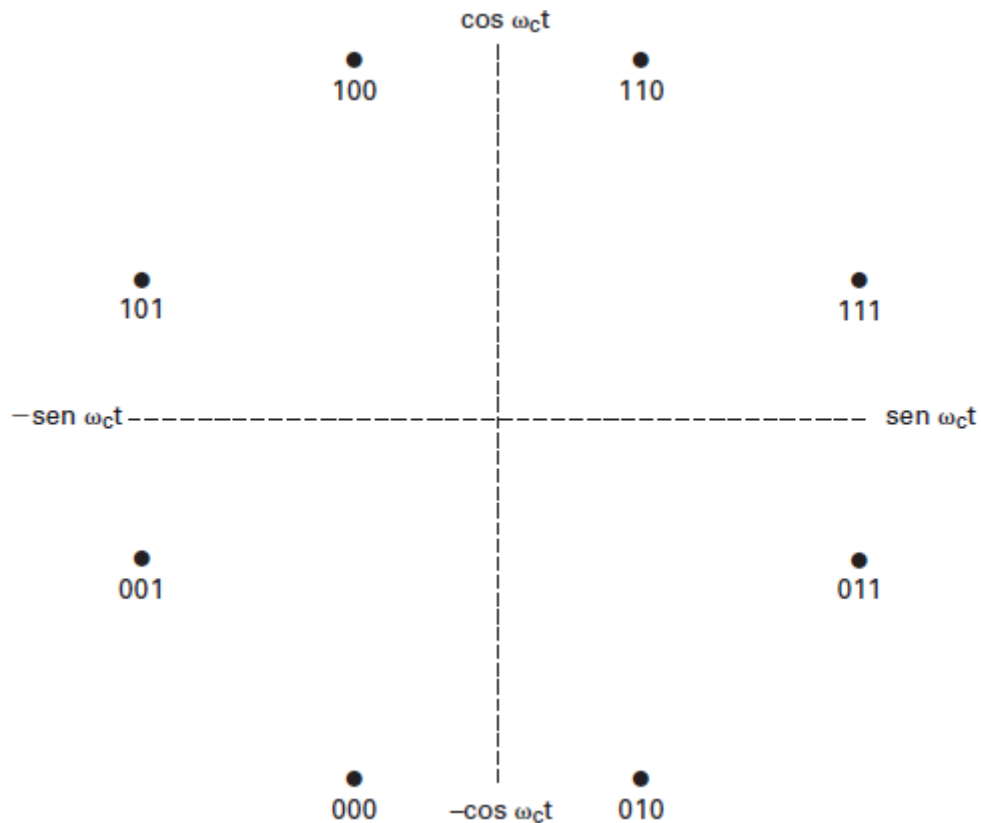


Diagrama fasorial



5 Diagrama de constelación

- 7) Calcular el ancho mínimo de banda bilateral de Nyquist,  $f_N$ , y los baudios, para un modulador 8-PSK con una rapidez de entrada de bits  $f_b = 10$  Mbps y una frecuencia de portadora de 70 MHz.

**Solución:**

La rapidez de bits en los canales I, Q y C es igual a la tercera parte de la rapidez de entrada de bits, es decir:

$$f_{bQ} = f_{bC} = f_{bI} = \frac{10 \text{ Mbps}}{3} = 3.33 \text{ Mbps}$$

Por consiguiente, la máxima rapidez de cambio y la máxima frecuencia fundamental que se presentan a cualquiera de los moduladores balanceados es

$$f_a = \frac{f_{bC}}{2} \text{ o } \frac{f_{bQ}}{2} \text{ o } \frac{f_{bI}}{2} = \frac{3.33 \text{ Mbps}}{2} = 1.667 \text{ MHz}$$

La onda de salida de los moduladores balanceados es:

$$\begin{aligned} & \cos(2\pi f_a t) \cos(2\pi f_c t) \\ & \frac{1}{2} \cos 2\pi(f_c - f_a)t - \frac{1}{2} \cos 2\pi(f_c + f_a)t \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2} \cos 2\pi(70 \text{ MHz} - 1.667 \text{ MHz})t - \frac{1}{2} \cos 2\pi(70 \text{ MHz} + 1.667 \text{ MHz})t$$

$$\frac{1}{2} \cos 2\pi(68.333 \text{ MHz})t - \frac{1}{2} \cos 2\pi(71.667 \text{ MHz})t$$

El ancho mínimo de banda de Nyquist es:

$$f_N = (71.667 - 68.333) \text{ MHz} = 3.333 \text{ MHz}$$

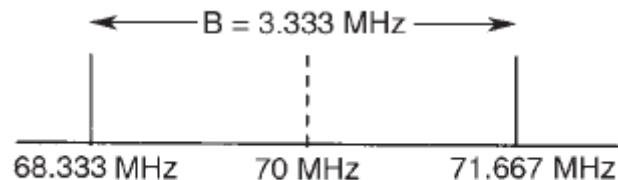
El ancho mínimo de banda para el 8-PSK:

$$B = \frac{10 \text{ Mbps}}{3} = 3.333 \text{ MHz}$$

Los baudios son iguales al ancho de banda:

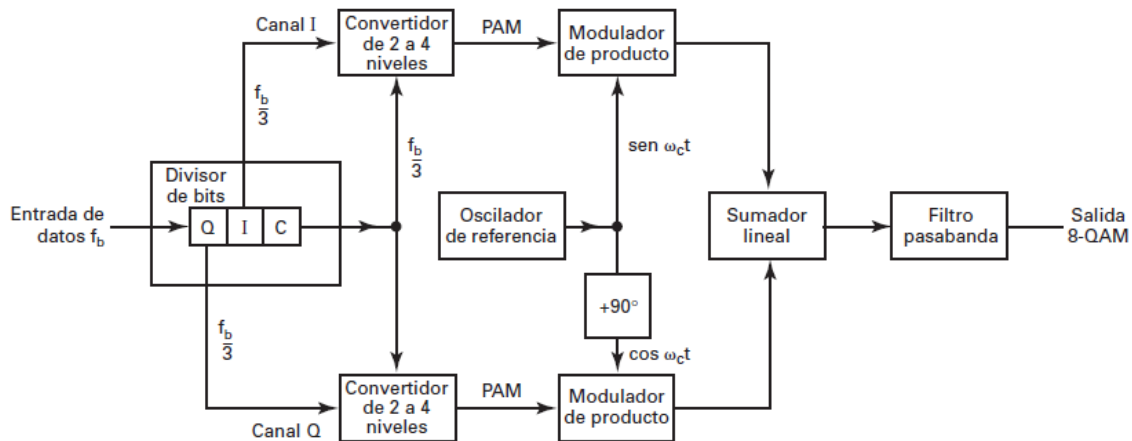
$$\text{baudios} = 3.333 \text{ megabaudios}$$

El espectro de salida es el siguiente:



(Suprimida)

8) Calcular la amplitud y la fase de salida del transmisor 8-QAM de la siguiente figura, para una entrada de tribits  $Q = 0$ ,  $I = 0$  y  $C = 0$  (000).



**Solución:**

Las entradas al convertidor de 2 a 4 niveles del canal I son  $I = 0$  y  $C = 0$ . De acuerdo con la figura, la salida es  $-0.541 \text{ V}$ . Las entradas al convertidor de 2 a 4 niveles del canal Q son  $Q = 0$  y  $C = 0$ . También, según la figura, la salida es  $-0.541 \text{ V}$ .

Así, las dos entradas al modulador de producto del canal I son  $-0.541$  y  $\text{sen } \omega_c t$ . La salida es:



$$I = (-0.541) (\text{sen } w_c t) = -0.541 \text{ sen } w_c t$$

Las dos entradas al modulador de producto del canal Q son -0.541 V y  $\cos w_c t$ . La salida es:

$$Q = (-0.541) (\cos w_c t) = -0.541 \cos w_c t$$

Las salidas de los moduladores de producto de los canales I y Q se combinan en el sumador lineal y producen la siguiente salida:

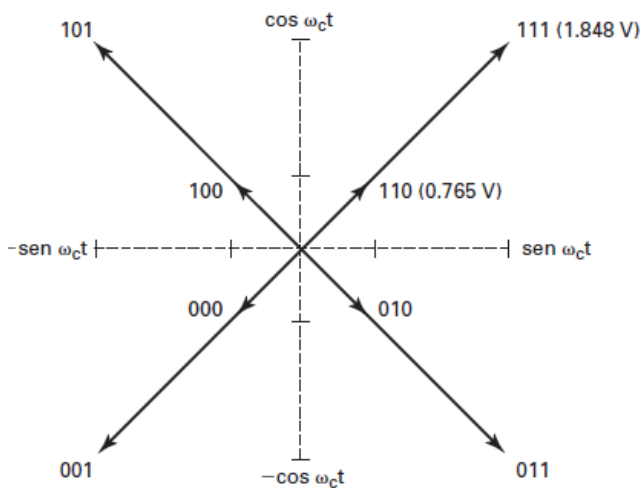
$$\text{salida del sumador} = -0.541 \text{ sen } w_c t - 0.541 \cos w_c t$$

$$\text{salida del sumador} = 0.765 \text{ sen } (w_c t - 135^\circ)$$

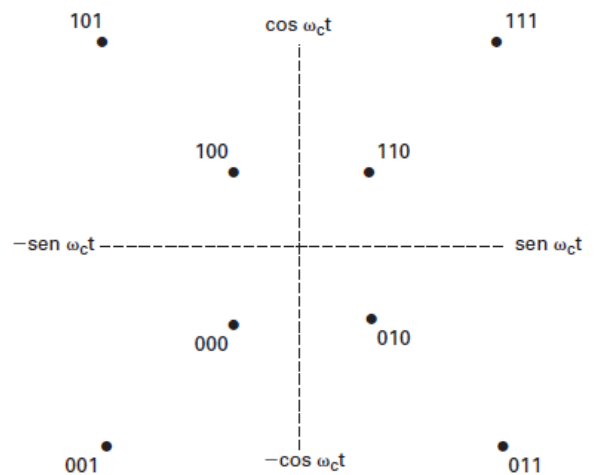
Para los códigos restantes de tribits (001, 010, 011, 100, 101, 110 y 111), el procedimiento es el mismo:

Entrada binaria			FASE DE SALIDA 8-QAM	
Q	I	C	AMPLITUD	FASE
0	0	0	0.765V	-135°
0	0	1	1.848V	-135°
0	1	0	0.765V	-45°
0	1	1	1.848V	-45°
1	0	0	0.765V	+135°
1	0	1	1.848V	+135°
1	1	0	0.765V	+45°
1	1	1	1.848V	+45°

6 Tabla de verdad

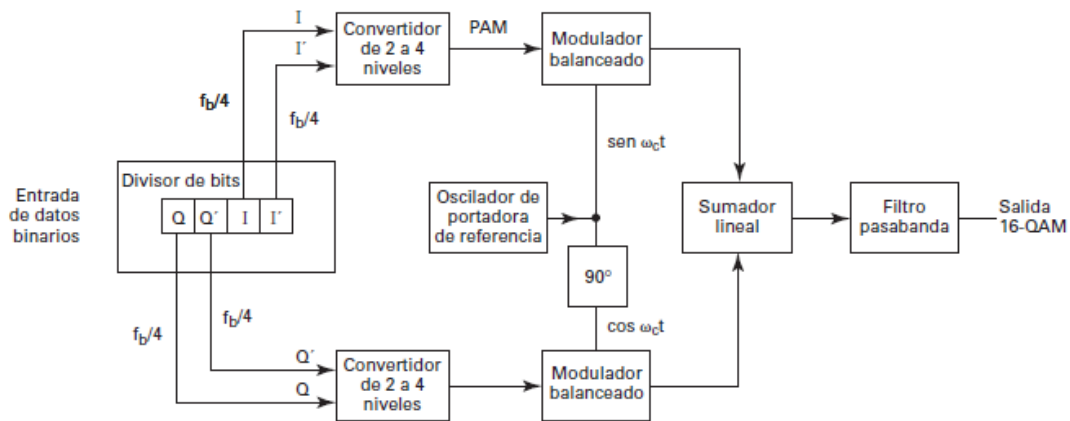


7 Diagrama fasorial



8 Diagrama de constelación

la amplitud y la fase de salida en el modulador 16-QAM de la figura:



### Solución:

Las entradas al convertidor de 2 a 4 niveles del canal I son  $I = 0$  e  $I' = 0$ . De acuerdo con la figura, la salida es  $-0.22V$ . Las entradas al convertidor de 2 a 4 niveles del canal Q son  $Q = 0$  y  $Q' = 0$ . También, según la figura, la salida es  $-0.22V$ .

Así, las dos entradas al modulador de producto del canal I son  $-0.22V$  y  $\sin \omega_c t$ . La salida es:

$$I = (-0.22) (\sin \omega_c t) = -0.22 \sin \omega_c t$$

Las dos entradas al modulador de producto del canal Q son  $-0.22V$  y  $\sin \omega_c t$ . La salida es:

$$Q = (-0.22) (\cos \omega_c t) = -0.22 \cos \omega_c t$$

Las salidas de los moduladores de producto de los canales I y Q se combinan en el sumador lineal y producen la siguiente salida:

$$\text{salida del sumador} = -0.22 \sin \omega_c t - 0.22 \cos \omega_c t$$

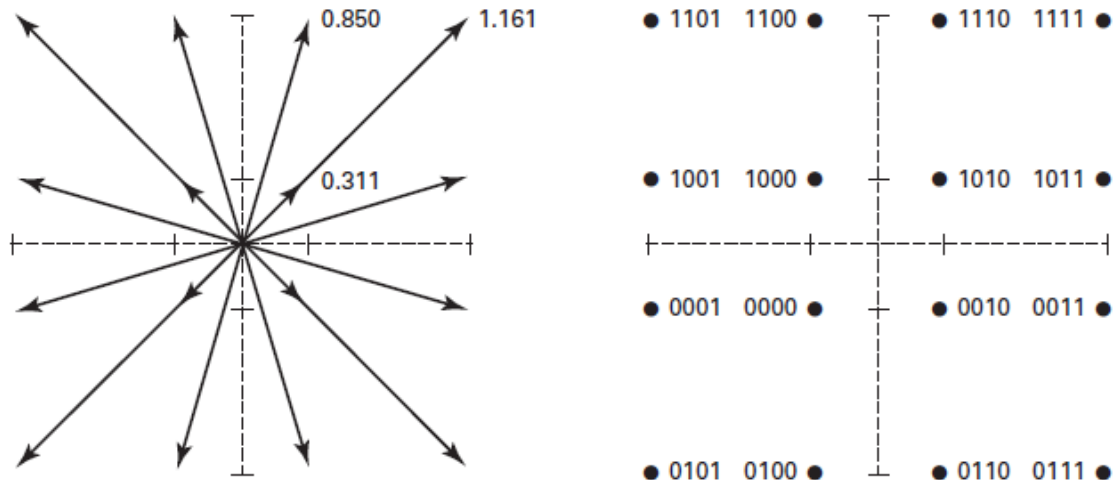
$$\text{salida del sumador} = 0.311 \sin (\omega_c t - 135^\circ)$$

Para las siguientes claves de cuatritbits, el procedimiento es igual:

Entrada binaria				FASE DE SALIDA 16-QAM	
Q	Q'	I	I'		
0	0	0	0	0,311V	-135°
0	0	0	1	0,850V	-165°
0	0	1	0	0,311V	-45°
0	0	1	1	0,850V	-15°
0	1	0	0	0,850V	-105°
0	1	0	1	1,161V	-135°
0	1	1	0	0,850V	-75°
0	1	1	1	1,161V	-45°
1	0	0	0	0,311V	135°
1	0	0	1	0,850V	165°
1	0	1	0	0,311V	45°
1	0	1	1	0,850V	15°

1	1	0	0	0,850V	105°
1	1	0	1	1,161V	135°
1	1	1	0	0,850V	75°
1	1	1	1	1,161V	45°

**9 TABLA DE VERDAD**



**10 DIAGRAMA FASORIAL Y DIAGRAMA DE CONSTELACIÓN**

**10) Calcular la frecuencia bilateral mínima de Nyquist  $f_N$  y los baudios para un modulador 16-QAM con rapidez de entrada de datos  $f_b = 10$  Mbps y frecuencia de portadora de 70 MHz.**

**Solución:**

La rapidez de bits en los canales I, I', Q y Q' es igual a la cuarta parte de la rapidez de entrada de bits, es decir:

$$f_{bQ} = f_{bQ'} = f_{bI} = f_{bI'} = \frac{f_b}{4} = \frac{10 \text{ Mbps}}{4} = 2.5 \text{ Mbps}$$

Entonces, la máxima rapidez de cambio y la máxima frecuencia fundamental que se presentan a cualquiera de los moduladores balanceados es:

$$f_a = \frac{f_{bI}}{2} \text{ o } \frac{f_{bI'}}{2} \text{ o } \frac{f_{bQ}}{2} \text{ o } \frac{f_{bQ'}}{2} = \frac{2.5 \text{ Mbps}}{2} = 1.25 \text{ MHz}$$

La onda de salida de los moduladores balanceados es:

$$\begin{aligned} & \sin(2\pi f_a t) \sin(2\pi f_c t) \\ & \frac{1}{2} \cos 2\pi(f_c - f_a)t - \frac{1}{2} \cos 2\pi(f_c + f_a)t \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2} \cos 2\pi(70 - 1.25)t - \frac{1}{2} \cos 2\pi(70 + 1.25)t$$

$$\frac{1}{2} \cos 2\pi(68.75\text{MHz})t - \frac{1}{2} \cos 2\pi(71.25\text{MHz})t$$

El ancho mínimo de banda de Nyquist es

$$f_N = (71.25 - 68.75)\text{MHz} = 2.5\text{MHz}$$

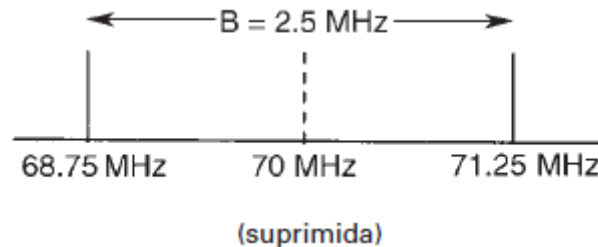
El ancho mínimo de banda para la modulación 16-QAM:

$$B = \frac{10 \text{ Mbps}}{4} = 2.5 \text{ MHz}$$

La rapidez de símbolos es igual al ancho de banda, y entonces

$$\text{rapidez de símbolos} = 2.5 \text{ megabaudios}$$

El espectro de salida es el siguiente:



## BIBLIOGRAFÍA

- [1] W. Tomasi, Sistemas de Comunicaciones Electrónicas, México: PEARSON EDUCACIÓN, 2003.