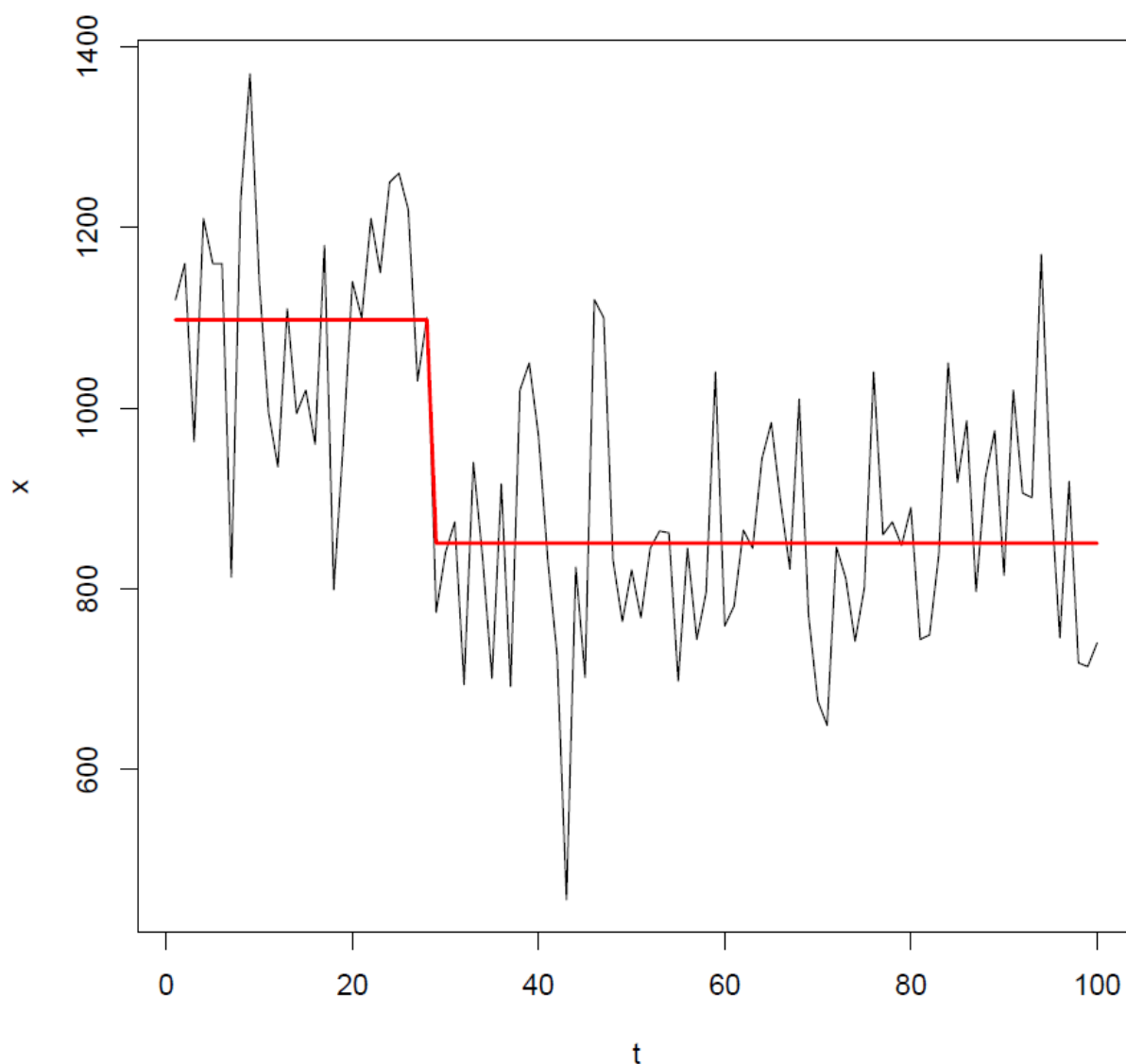


Análise e previsão da série histórica de medição caudal do rio "Nilo" utilizando RStudio Cloud

Discente: Jessica Teixeira Araujo
Prof. Dr. João Marcelo Brazão Protázio¹

Neste experimento foi realizada a análise e a previsão da série histórica do rio "Nilo", e, os dados presentes na série representam as observações do comportamento do volume caudal anual, medidos em m^3 . A série consiste de 100 observações obtidas anualmente de 1871 a 1970. (vide **Figura 1**).

Figura 1 Visualização da série histórica de medição anual do volume caudal, do rio Nilo em m^3 , de 1871 a 1970 (preto) e respectiva transformação da série aplicando análise de intervenção (vermelho).



¹ Universidade Federal do Pará (mprotazio@gmail.com)

1 Análise e Modelagem da Série

Estamos assumindo que a série X_t será decomposta na sua forma aditiva, como descrita logo abaixo:

$$X_t = T_t + S_t + E_t + \varepsilon_t,$$

onde T_t e S_t são respectivamente tendência e sazonalidade a ser modelada deterministicamente via modelos analíticos, E_t é parte estocástica e ε_t é o resíduo da série.

1.1 Análise e Modelagem da Parte Determinística da Série

1.1.1 Transformação da Série

No caso deste experimento, houve necessidade da realização da transformação da variável. A transformação utilizada foi a Box-Cox, que pode ser definida como:

$$T[X_t] = (X_t^\lambda - 1)/\lambda,$$

onde λ ótimo é obtido via pacote MASS (R).

Os resultados, da transformação da série, estão representados na linha em destaque vermelha da Figura 1.

1.1.2 Análise e Modelagem da Tendência

A partir da aplicação de análise de intervenção realizada, com a transformação da série. A mesma, passa a não apresentar tendência significativa, podendo-se prosseguir para o tratamento da sazonalidade.

1.1.3 Análise Espectral e Modelagem da Sazonalidade

O modelo de sazonalidade aplicado no experimento é descrito na equação abaixo:

$$S_t = S_1 + \dots + S_n$$

onde $S_i = a_i \cos(2\pi b_i t + c_i) + d_i$, n é o número de escalas de sazonalidade detectadas via métodos espectrais. O resultados obtido encontra-se na **Tabela 2**, logo abaixo.

Tabela 2 Parâmetro ajustado para a escala de sazonalidade detectada na série em análise.

S_t	a_i	b_i	c_i	d_i	Período (t)
S_1	42.30570	0.10914	0.06105	0.11043	38

O número de interações necessárias para a convergência, da sazonalidade, foi igual a 38. E, foi alcançada a convergência com tolerância $9.106e-06$.

1.2 Análise e Modelagem Estocástica da Série

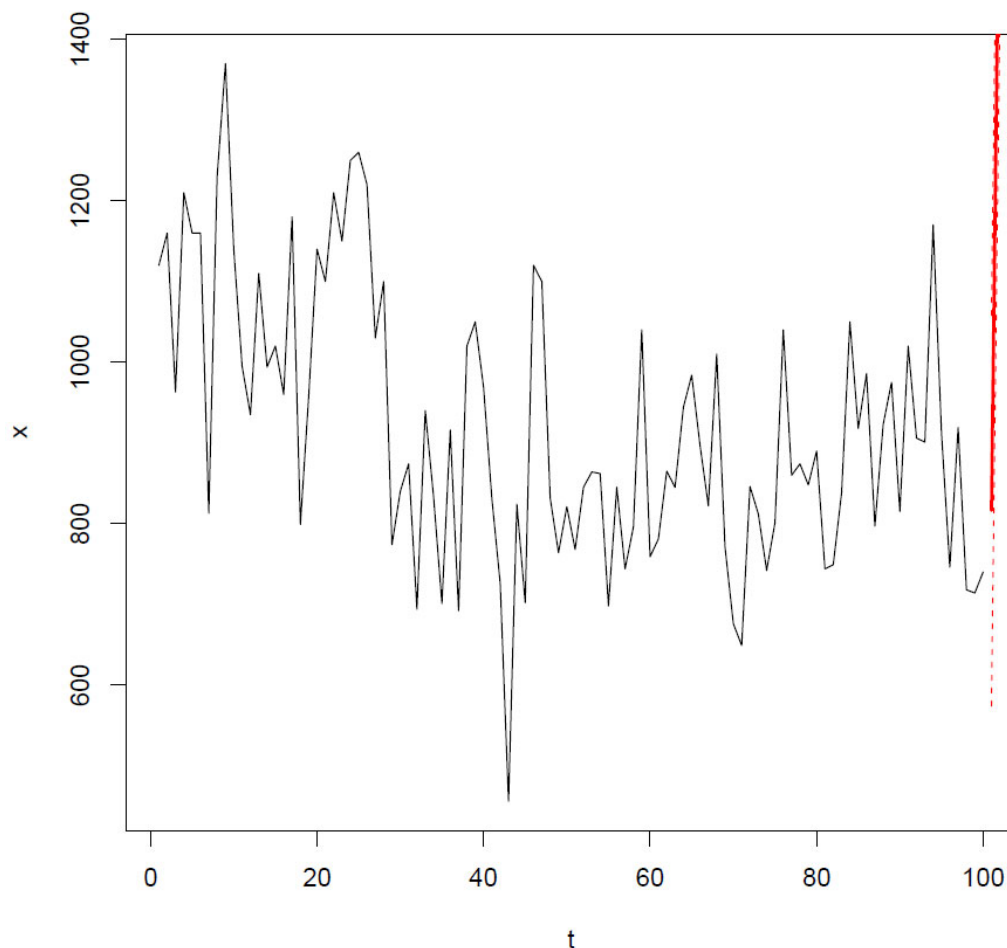
No procedimento realizado anteriormente, ao retirar a tendência e a sazonalidade do sinal, garantimos a estacionaridade do mesmo (Augmented Dickey-Fuller test, p-value < 0.01). Com isso podemos agora proceder com o ajuste do modelo ARMA para este sinal, cuja metodologia é apresentada logo a seguir.

1.2.1 Modelo ARMA

O modelo ARMA(1,2) ajustado (forecast package do R) é apresentado logo abaixo e pode ser visualizado na **Figura 2**.

$$E_t = 0.88 x_{t-1} - 0.87 \varepsilon_{t-1} - 0.12 \varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t.$$

Figura 2 Parte estocástica do sinal (preto) e respectivo modelo (vermelho) ARMA(1,2) via **Forecast Package** (R).

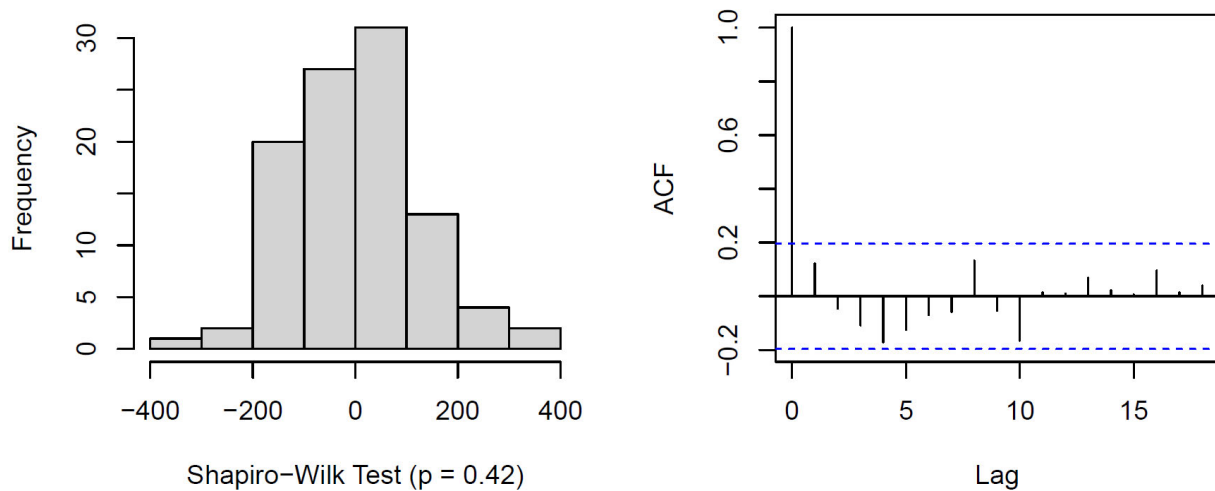


1.2.2 Análise do Resíduo

O resíduo resultante do ajuste do modelo ARMA(1,2) apresentado na seção anterior, apresentou distribuição normal (Shapiro-Wilk Test, p-value = 0.816) e não apresentou auto-

correlações significativas (Durbin-Watson Test, p-value =0.1163), como pode ser visualizado na **Figura 3**.

Figura 3 Histograma do resíduo (à esquerda) e respectiva função de autocorrelação (à direita).



2 Previsão

Depois de garantido que o resíduo é um ruído branco estacionário (média zero, variância constante e não-autocorrelacionada), podemos partir para a fase da previsão. Neste caso, o procedimento foi aplicado para 12 meses, como pode ser visualizado na **Figura 4**, apresentada logo abaixo.

Figura 4 Série original (preto) e previsão obtida para um período de meses (vermelho).

