



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA - UFPB
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS - CCSA
DEPARTAMENTO DE FINANÇAS E CONTABILIDADE – DFC
PROF. FILIPE COELHO DE LIMA DUARTE

JÉSSICA EVELIN SILVA DAMACENA

MATRICULA: 20170000459

RESPOSTAS DA 3º LISTA
DISTRIBUIÇÕES AGREGADAS NO R

Resposta da Lista 3 - Estágio 2

Jessica Evelin Silva Damacena

Questão 1

Calcule o carregamento de segurança (Θ) para a carteira de modo que a probabilidade de o Sinistro Coletivo não superar o total de prêmio puro seja de 97,5%, dado que o Sinistro Coletivo possui distribuição de Poisson Composta ($\lambda = 20$), e que pode ser aproximada por uma distribuição Normal.

Severidade

```
X <- data.frame(x = c(1, 3, 50), px = c(0.75, 0.2, 0.05))

Ex = sum(X$x * X$px)

Ex2 = sum(X$x^2 * X$px)

Vx = Ex2 - Ex^2
```

```
X      #Severidade da carteira
```

```
##      x      px
## 1    1 0.75
## 2    3 0.20
## 3   50 0.05
```

```
Ex      #Esperança de X
```

```
## [1] 3.85
```

```
Ex2      #Esperança de X²
```

```
## [1] 127.55
```

```
Vx      #Variância de X
```

```
## [1] 112.7275
```

Frequência

Como a frequência segue uma distribuição Poisson então, a esperança matemática e a variância e igual ao parâmetro $\lambda = 20$.

```
En = Vn = 20 #Esperança e variancia da carteira
```

Sinistro Coletivo

Usando a formulação geral para encontrar a esperança e a variância de Scol.

```
Es = En * Ex
```

```
Vs = En * Vx + Ex^2 * Vn
```

```
Ds = sqrt(Vs)
```

```
Cvs = Ds/Es
```

```
Es      #Esperança do Sinistro Coletivo Agregado
```

```
## [1] 77
```

```
Vs      #Variância do Scol
```

```
## [1] 2551
```

```
Ds      #Desvio padrão de Scol
```

```
## [1] 50.50743
```

```
Cvs      #Coeficiente de variação de Scol
```

```
## [1] 0.6559406
```

Carregamento de segurança (Θ)

```
#qnorm encontra o valor de 0.975 na tabela da normal  
teta = qnorm(0.975) * Cvs  
teta
```

```
## [1] 1.28562
```

1.28562 \approx 128% é o carregamento de segurança (Θ) para a carteira de modo que a probabilidade de o Sinistro Coletivo não supere o total de prêmio puro seja de 97,5%.

Prêmio Puro

```
Pp = Es * (1 + teta)  
Pp
```

```
## [1] 175.9927
```

O prêmio puro para uma taxa de carregamento de 128% é R\$ 175,99.

-
-
-

Questão 2

Calcule $f_{Scol}(x)$ para $x = 0, 1, 2$ e 3 , utilizando o método da convolução.:

Severidade

```
x <- data.frame(x = c(1, 3), px = c(0.8, 0.2))  #cria uma matriz, uma col
una são os valores da severidade e a outra a probabilidade que ela ocorre.
x
```

```
##      x  px
## 1 1 0.8
## 2 3 0.2
```

Frequência

```
n <- c(0:9)
pn <- dpois(n, lambda = 1)

N <- data.frame(n = n, pn = pn)  #cria uma matriz, uma coluna são a freq
uência dos sinistros e a outra a probabilidade que ela ocorre.
N
```

```
##      n      pn
## 1  0 0.367879441171
## 2  1 0.367879441171
## 3  2 0.183939720586
## 4  3 0.061313240195
## 5  4 0.015328310049
## 6  5 0.003065662010
## 7  6 0.000510943668
## 8  7 0.000072991953
## 9  8 0.000009123994
## 10 9 0.000001013777
```

O n vai de 0 até 9, porque a probabilidade da poisson acima de 9 se torna um valor repetido e a cada vez mais próximo de zero.

```
FS <-
  aggregateDist(
    method = "convolution",
    model.freq = N$pn,
    model.sev = X$px,
    x.scale = 1
  )
```

```
FS(0:9)
```

```
## [1] 0.7788008 0.9345609 0.9890769 0.9979033 0.9997075 0.9999562 0.9999
946
## [8] 0.9999992 0.9999998 0.9999999
```

Não há necessidade de encontrar probabilidades acima de FScol(9), pois ele se torna acima de 100%

Estatística Descritiva

```
summary(FS)
```

```
## Aggregate Claim Amount Empirical CDF:
##      Min.      1st Qu.      Median      Mean      3rd Qu.      Max.
## 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.2999997 0.0000000 18.0000000
```

```
var(FS(0:9))
```

```
## [1] 0.004926124
```

```
sd(FS(0:9))
```

```
## [1] 0.07018636
```

Probabilidade de densidade de fscol

```
fS <- diff(FS)
fS
```

```
## [1] 0.77880077694741356442165 0.15576014016565528641500
## [3] 0.05451603078938647983787 0.00882638459951847614837
## [5] 0.00180420305220764217238 0.00024868537581067311692
## [7] 0.00003835423089261696879 0.00000464617964096591013
## [9] 0.00000059472987632824618 0.00000006456807623135805
## [11] 0.00000000716319724703291 0.00000000069906502940564
## [13] 0.00000000006755550149657 0.00000000000573414515544
## [15] 0.000000000000045912223906 0.00000000000003060339710
## [17] 0.00000000000000176421016 0.0000000000000007128130
## [19] 0.0000000000000000000198006
```

O $fs(0) = 0.7788$, $fs(1) = 0.1558$, $fs(2) = 0.0545$, $fs(3) = 0.0088$.